

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số: $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ (1).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình:

$$y''(x_0) = -12.$$

Câu 2 (1,0 điểm).

1. Cho $\sin a = \frac{1}{3}; a \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{2\sin a - \sin 3a}{2\cos a + \cos 3a}$

2. Giải phương trình: $\log_2 x + \log_8 (x-1)^3 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2x+4}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^e \ln x \left(x^2 - \frac{\ln x}{x}\right) dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

1. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Lập số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 số trong các số vừa lập, tính xác suất để trong hai số được chọn có đúng 1 số chẵn.

2. Tìm số phức z thỏa mãn: $(2+i)z = i\bar{z} + 1 - i$

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , $AB = a$, $\angle BAC = 120^\circ$, $AB' = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC .

Câu 6 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi $H(5;5)$ là hình chiếu của A lên BC , đường thẳng chứa đường phân giác trong góc A có phương trình $x - 7y + 20 = 0$. Đường thẳng chứa trung tuyến AM đi qua điểm $K(-10;5)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết B có tung độ dương.

Câu 7 (1,0 điểm).

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$; $B(2;1;2)$ và mặt phẳng (Q) có phương trình: $x + 2y + 3z - 16 = 0$.

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

2. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (Q) đồng thời cắt đường thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x^2(1+y^2)} - \sqrt{1+x^2} = 1-xy \\ (2x-7xy)(\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3xy}) = 5 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm).

Cho các số thực a, b, c khác nhau, thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$ và $ab + bc + ca > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

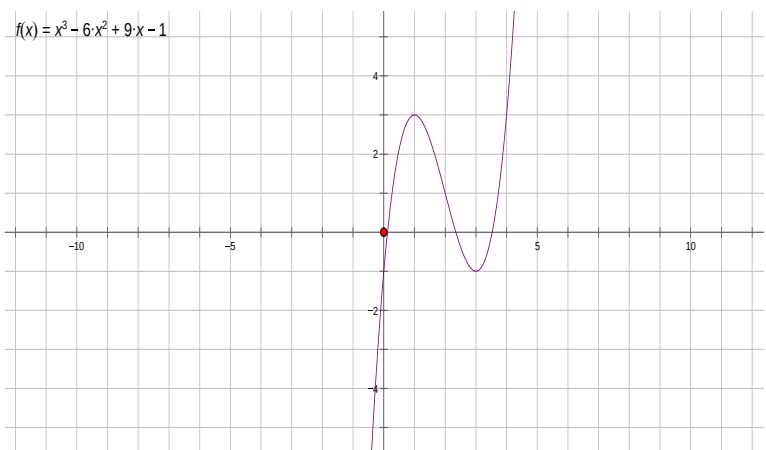
$$P = \frac{2}{|a-b|} + \frac{2}{|b-c|} + \frac{2}{|c-a|} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}.$$

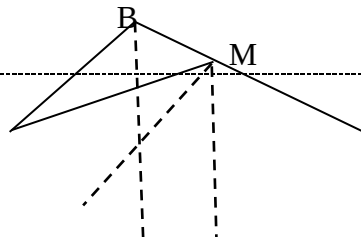
----- Hết -----

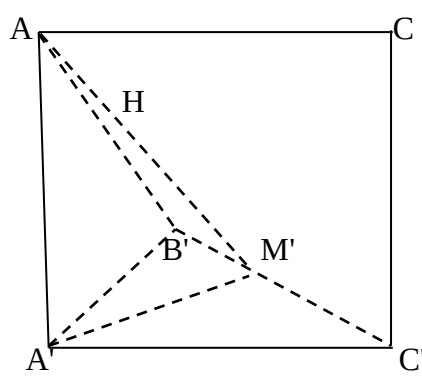
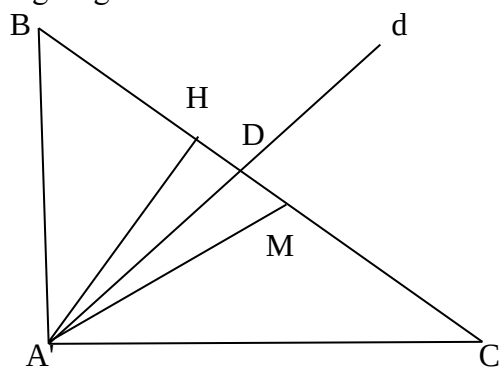
(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung trình bày	Điểm																		
1	Câu 1. (1,0 điểm). 1.Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$																			
	TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ Sự biến thiên: $y' = 3x^2 - 12x + 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.	0.25																		
	Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1) \& (3;+\infty)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y = -2$. Hàm số đạt cực tiểu tại: $x = \pm 1; y = -3$.	0.25																		
	BBT																			
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td>-1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	y				-1		$+\infty$
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$																
y'		+	0	-	0	+														
y				-1		$+\infty$														
	Đồ thị: $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow I(2;1)$ là tâm đối xứng của đồ thị 	0.25																		
	2.Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình: $y''(x_0) = -12$.																			
	Ta có $y''(x_0) = -12 \Leftrightarrow 6x_0 - 12 = -12 \Leftrightarrow x_0 = 0$	0,25																		
	Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1$	0,25																		
	Phương trình tiếp tuyến tại $M(3;-1)$ là: $y = y'(0)(x - 0) - 1 = 9x - 1$	0,5																		
2	Câu 2 (1,0 điểm). 1. Cho $\sin a = \frac{1}{3}; a \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{2\sin a - \sin 3a}{2\cos a + \cos 3a}$ 2. Giải phương trình: $\log_2 x + \log_8 (x-1)^3 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2x+4}$.																			
	1.Ta có: $\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow A = \frac{2\sin a - \sin 3a}{2\cos a + \cos 3a} = \frac{4\sin^3 a - \sin a}{4\cos^3 a - \cos a}$	0.25																		

	$A = \frac{-5\sqrt{2}}{92}$	0.25
	2, Điều kiện: $x > 1$ $\log_2 x + \log_8 (x-1)^3 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2x+4} \Leftrightarrow \log_2 x(x-1) = \log_2 (2x+4)$	0.25
	$\Leftrightarrow x(x-1) = (2x+4) \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$. Vậy $x = 4$	0.25
3	Câu 3 (1,0điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^e \ln x(x^2 - \frac{\ln x}{x})dx$.	
	Ta có: $I = \int_1^e \ln x(x^2 - \frac{\ln x}{x})dx = \int_1^e (x^2 \ln x - \frac{\ln^2 x}{x})dx = K + J$ Tính K. Đặt: $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$	0.25
	$K = \frac{x^3}{3} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{3} dx = \frac{e^3}{3} - \frac{x^3}{9} \Big _1^e = \frac{2e^3 + 1}{9}$	0.25
	Tính J. Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x} \Rightarrow J = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3} \Rightarrow I = \frac{2e^3 + 1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{2e^3 - 2}{9}$	0.5
4	Câu 4 (1,0điểm). 1. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Lập số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 số trong các số vừa lập, tính xác suất để hai số được chọn có đúng 1 số chẵn. 2. Tìm số phức thỏa mãn: $(2+i)z = i.\bar{z} + 1 - i$	
	1. Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$; $a \neq b \neq c$; $a \neq 0$ ta có $5.5.4 = 100$ số Số chẵn cần tìm có dạng $\overline{abc}$ Nếu $c = 0$ có 20 số. Nếu $d = 2, 4$ mỗi trường hợp có 16 số. Vậy có $20 + 32 = 52$ số chẵn và 48 số lẻ. Vậy xác suất là: $\frac{C_{52}^1 \cdot C_{48}^1}{C_{100}^2} = \frac{416}{825} \approx 0,504$	0.5
	2. Giả sử $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow (2+i)z = i.\bar{z} + 1 - i \Leftrightarrow (2+i)(a+bi) = i.(a-bi) + 1 - i$ $\Leftrightarrow 2a + 2bi + ai - b - ai - b - 1 + i = 0 \Leftrightarrow 2a - 2b - 1 + (2b+1)i = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b - 1 = 0 \\ b = -1/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1/2 \end{cases} \Rightarrow z = \frac{-1}{2}i$	0.25
5	Câu 5 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $AB = a$, $\angle BAC = 120^\circ$, $AB' = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC.	
		0.5

	 Thể tích khối lăng trụ: $V = AA'.S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{AB'^2 - AB^2} \cdot AB \cdot AC \sin 120^\circ = \frac{3a^3}{4}$ (đvtt)	
	Gọi M, M' lần lượt là chân đường cao hạ từ A, A' trong các tam giác ABC và A'B'C' Ta có $B'C' \perp (AA'M'M)$, trong mặt phẳng (AA'M'M) hạ MH vuông góc với AM' thì $MH \perp (AB'C')$. Khi đó: $d(AB'; BC) = d(BC; (AB'C')) = d(M; (AB'C')) = MH$.	0.25
	Trong tam giác AMM' có: $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MM'^2} + \frac{1}{AM'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{a^2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{39}}{13}$	0.25
6	Câu 6 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H(5;5) là hình chiếu của A lên BC, đường thẳng chứa đường phân giác trong góc A có phương trình $x - 7y + 20 = 0$. Đường thẳng chứa trung tuyến AM đi qua điểm K(-10;5). Tìm tọa độ các đỉnh tam giác A, B, C biết B có tung độ dương.	
	Ta có: $\angle ACB = \angle HAB$; $\angle MAC = \angle MCA$; $\angle DAC = \angle DAB \Rightarrow \angle MAC = \angle HAB \Rightarrow \angle MAD = \angle HAD$ hay d cũng là tia phân giác góc HAM 	0,25
	Gọi K' là điểm đối xứng với K qua d. Phương trình KK' là: $7x + y + 65 = 0$ Gọi I là giao điểm của KK' và d suy ra $I\left(\frac{-19}{2}; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow K'(-9; -2) \in AH \Rightarrow AH: x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow BC: 2x + y - 15 = 0$	0.25
	$A = AH \cap AD \Rightarrow A(1; 3) \Rightarrow AM: 2x + 11y - 35 = 0 \Rightarrow M = AM \cap BC = \left(\frac{13}{2}; 2\right)$	0.25
	Giả sử $B(b; 15 - 2b)$, $C(13 - b; 2b - 11)$. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow (b - 1)(12 - b) + (12 - 2b)(2b - 14) = 0$ $\Leftrightarrow 5b^2 - 65b + 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 9 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow B(4; 7); C(9; -3)$. Vậy...	0.25

7	Câu 7 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ và mặt phẳng (Q) có phương trình: $x + 2y + 3z - 16 = 0$. 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q). 2. Viết phương trình đường thẳng cắt d nằm trong mặt phẳng (Q) đồng thời cắt đường thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB.	
	1. Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_Q] = (1; -2; 1)$	025
	Phương trình mặt phẳng (P) là: $x - 2y + z - 2 = 0$	0.25
	2. Phương trình đường thẳng AB: $x - 1 = y = z - 1$. AB cắt (Q) tại $E(3; 2; 3)$	0,25
	Đường thẳng cần tìm qua E và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_Q] = (1; -2; 1)$ nên có phương trình: $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$	0.25
8.	Câu 8(1,0điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x^2(1+y^2)} - \sqrt{1+x^2} = 1 - xy & (1) \\ (2x - 7xy)(\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3xy}) = 5 & (2) \end{cases}$	
	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x + 3xy \geq 0 \end{cases}$. Dễ thấy $x = 0$ không thỏa mãn hệ. $x \neq 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \sqrt{1+y^2} + y = \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} + \frac{1}{x}$. Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t^2+1} + t; f'(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2+1}} + 1 = \frac{\sqrt{t^2+1} + t}{\sqrt{t^2+1}} > \frac{ t +t}{\sqrt{t^2+1}} > 0$ Suy ra hàm số $f(y); f\left(\frac{1}{x}\right)$ đơn điệu tăng nên $f(y) = f\left(\frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow y = \frac{1}{x}$	0,25
	Thay vào (2) ta được: $(2x-7)\left(\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3}\right) = 5 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3} - \frac{5}{2x-7} = 0.$ Xét hàm số: $g(x) = \sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3} - \frac{5}{2x-7} \Rightarrow g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-2}} - \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{10}{(2x-7)^2} > 0$ $\forall x \in \left[\frac{2}{3}; \frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$ nên hàm số $g(x)$ đơn điệu tăng trên hai nửa khoảng này vì vậy có không quá 1 nghiệm thuộc mỗi khoảng này.	0.25
	Mặt khác có $g(1) = 0; g(6) = 0; 1 \in \left[\frac{2}{3}; \frac{7}{2}\right); 6 \in \left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$ Vậy nghiệm của hệ là: $(x; y) = \left\{ (1; 1); \left(6; \frac{1}{6}\right) \right\}$ (Chú ý : Nếu HS chỉ tìm ra 1 nghiệm của hệ cho 0,5 điểm)	0.5
9.	Câu 9 (1,0 điểm) Cho các số thực a, b, c khác nhau, thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$ và $ab + bc + ca > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{2}{ a-b } + \frac{2}{ b-c } + \frac{2}{ c-a } + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}.$	

Không mất tính tổng quát, giả sử $a > b > c$. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ với $x, y > 0$. Suy ra: $P = \frac{2}{ a-b } + \frac{2}{ b-c } + \frac{2}{ c-a } + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}} \geq \frac{8}{a-b+b-c} + \frac{2}{a-c} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$ $\Rightarrow P \geq \frac{10}{a-c} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$	0.25														
Ta có: $(a-b)^2 + (b-c)^2 \geq \frac{1}{2}(a-b+b-c)^2 = \frac{1}{2}(a-c)^2$ $\Rightarrow \frac{3}{2}(a-c)^2 \leq (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ Đặt $\sqrt{ab+bc+ca} = t, t \in (0; \frac{1}{\sqrt{3}}), a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2t^2, \frac{3}{2}(a-c)^2 \leq 2 - 6t^2$. $\Rightarrow P \geq \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{1-3t^2}} + \frac{5}{t}. \text{ Xét hàm số } f(t) = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{1-3t^2}} + \frac{5}{t}, t \in (0; \frac{1}{\sqrt{3}})$	0.25														
$f'(t) = 5\left(\frac{3\sqrt{3}t}{\sqrt{1-3t^2}(1-3t^2)} - \frac{1}{t^2}\right), \text{ vì } 3(ab+bc+ca) \leq (a+b+c)^2 \Rightarrow t < \frac{1}{\sqrt{3}}$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{3}t^3 = \sqrt{(1-3t^2)^3}$ $\Leftrightarrow (6t^2 - 1)(9t^4 - 3t^2 + 1) = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{6}}$ BBT: <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>$\frac{1}{\sqrt{6}}$</td><td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td></tr><tr><td>f'(t)</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(t)</td><td></td><td colspan="3" style="text-align: center;">$\nearrow f(\frac{1}{\sqrt{6}}) \searrow$</td></tr></table>	t	0	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	f'(t)		-	0	+	f(t)		$\nearrow f(\frac{1}{\sqrt{6}}) \searrow$			0.5
t	0	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$												
f'(t)		-	0	+											
f(t)		$\nearrow f(\frac{1}{\sqrt{6}}) \searrow$													
Ta có $f(t) \geq f(\frac{1}{\sqrt{6}}) = 10\sqrt{6}$. P đạt giá trị nhỏ nhất bằng $10\sqrt{6}$ khi $a = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{6}}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{6}}$.															

----- Hết -----