

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 1$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.
b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Câu 2 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình $\sin 3x - \sin 2x + \sin x = 0$.
b) Giải phương trình $12 + 6^x = 3 \cdot 3^x + 4 \cdot 2^x$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_e^{e^2} \frac{2 \ln x + 3}{x \ln x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;3;0)$ và $B(1;2;1)$.

Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho tam giác ABM có diện tích bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

- a) Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = 2^{2015}$.
b) Siêu thị MÙA XUÂN có 6 cửa vào khác nhau. Ba người đồng thời vào siêu thị một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để ba người đó vào từ ba cửa khác nhau.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của B xuống mặt đáy $(A'B'C')$ là trung điểm H của cạnh $A'B'$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ biết góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 45° .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có trọng tâm $G(2;2)$. Trung điểm của cạnh AB là $M\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACM cắt đường thẳng AG tại điểm thứ hai là N . Biết đường thẳng vuông góc với BN tại B có phương trình $x = -1$ và điểm N có hoành độ nhỏ hơn 4. Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

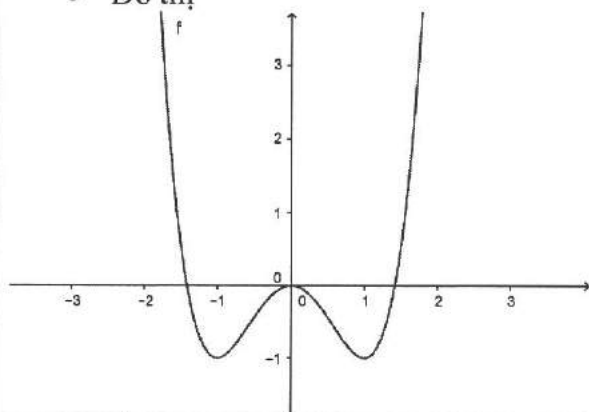
Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y - 1 = \ln \frac{y^2 + 4y + 5}{x^2 + 2x + 2} \\ 6\sqrt[3]{y} + 2(y+1)\sqrt{x+2} = 2x^2 - y + 7 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho 3 số thực x, y, z thuộc đoạn $[1;4]$ và thỏa mãn $x + y + z = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{z}{8(x^2 + y^2)} + \frac{x^2 + y^2 - 1}{xyz}.$$

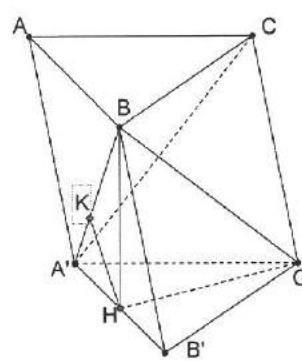
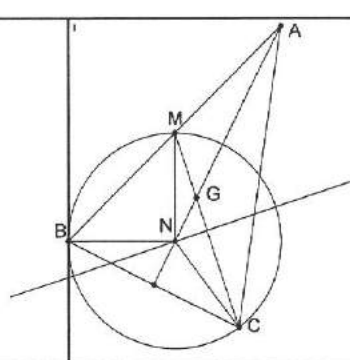
-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Câu	Đáp án	Điểm																		
1 (2,0đ)	a) (1,0 điểm) Khi $m = 1$ thì $y = x^4 - 2x^2$ - Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ - Sự biến thiên: Chiều biến thiên: Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.	0,25																		
	- Cực trị: Hàm số đạt cực trị tại $x = 0, y_{CD} = 0$; đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -1$ - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																		
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$	0	$+$	y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	$-$	0	$+$	0	$+$															
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$															
	Đồ thị 	0,25																		
	b) (1,0 điểm) Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 2x^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 = -m + 1$ (2) YCBT tương đương phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt, hay đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ và $y = -m + 1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Theo bảng biến thiên (hoặc đồ thị) của hàm số $y = x^4 - 2x^2$ (Câu a) ta có m cần tìm thỏa mãn $\begin{cases} -m + 1 = -1 \\ -m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m < 1 \end{cases}$ Vậy m cần tìm là $m \in (-\infty; 1) \cup \{2\}$	0,25 0,25 0,5																		

2 (1,0đ)	a) $\sin 3x - \sin 2x + \sin x = 0 \Leftrightarrow (\sin 3x + \sin x) - \sin 2x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin 2x \cos x - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x(2 \cos x - 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = k\pi \\ x = \frac{\pm\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pm\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$. Vậy phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pm\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	b) phương trình cho tương đương $(2^x - 3)(3^x - 4) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 3 = 0 \\ 3^x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 3 \\ x = \log_3 4 \end{cases}$. Vậy nghiệm phương trình là $\begin{cases} x = \log_2 3 \\ x = \log_3 4 \end{cases}$.	0,25

3 (1,0đ)	Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$				0,25
	Đổi cận	x	e	e^2	0,25
		t	1	2	
	Ta có $I = \int_1^2 \frac{2t+3}{t} dt = \int_1^2 \left(2 + \frac{3}{t}\right) dt = (2t+3 \ln t) \Big _1^2 = 2+3 \ln 2$				0,5
4 (1,0đ)	Do M thuộc trục hoành nên M có tọa độ dạng $M(m;0;0)$. Ta có $\overline{AB} = (-1;-1;1)$, $\overline{AM} = (m-2;-3;0)$				0,25
	Tìm được $[\overline{AM}; \overline{AB}] = (-3;-m+2;-m-1)$				0,25
	$S = \frac{1}{2} \left\ [\overline{AM}; \overline{AB}] \right\ = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \left\ [\overline{AM}; \overline{AB}] \right\ = 3\sqrt{2}$ $\Rightarrow 2m^2 - 2m + 14 = 18 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$ Vậy M cần tìm là $M(2;0;0)$ hoặc $M(-1;0;0)$				0,5
5 (1,0đ)	a) Xét $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + .. + C_{2n}^{2n} x^{2n}$ Với $x = -1$ ta có: $0 = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + .. + C_{2n}^{2n} \quad (1)$ Với $x = 1$ ta có: $2^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + .. + C_{2n}^{2n} \quad (2)$				0,25
	Lấy (1) + (2) được : $2(C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n}) = 2^{2n}$. Do đó $2^{2n-1} = 2^{2015} \Leftrightarrow 2n-1 = 2015 \Leftrightarrow n = 1008$ Vậy n cần tìm là $n = 1008$				0,25
	b) Số cách để ba người vào siêu thị một cách ngẫu nhiên là $6^3 = 216$. Số phần tử không gian mẫu là $ \Omega = 216$				0,25
	Số cách ba người vào bằng 3 cửa khác nhau là $A_6^3 = 6.5.4 = 120$.				0,25

	Xác suất cần tìm là $p = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$	
6 (1,0đ)	Ta có $BH \perp (A'B'C')$ nên góc giữa BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ là góc $\widehat{BC'H} = 45^\circ$. Ta có $HC' = \sqrt{HB'^2 + B'C'^2} = a\sqrt{5}$ suy ra $BH = a\sqrt{5}$ Diện tích đáy là $S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2$ Thể tích khối lăng trụ là $V = BH \cdot S = 2a^3\sqrt{5}$	 0,5
	Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow B'C' \parallel (A'BC) \Rightarrow d(C', (A'BC)) = d(B', (A'BC))$ Mà H là trung điểm của $A'B'$ nên $d(C', (A'BC)) = d(B', (A'BC)) = 2d(H, (A'BC))$	0,25
	Kẻ HK vuông góc $A'B$ tại K, ta dễ thấy BC vuông góc mặt phẳng $(ABA'B')$ nên BC vuông góc HK, do đó HK vuông góc với mặt phẳng $(A'BC)$ Suy ra $d(C', (A'BC)) = 2d(H, (A'BC)) = HK = \frac{HA' \cdot HB}{A'B} = \frac{a \cdot a\sqrt{5}}{a\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{30}}{6}$	0,25
7 (1,0đ)	Trong tam giác ABC ta có $\overline{MC} = 3\overline{MG} \Rightarrow C(3; -1)$	0,25
	Ta có tam giác ABC cân tại A nên đường trung tuyến AG cũng chính là đường phân giác góc A mà N là giao điểm thứ 2 của AG với đường tròn ngoại tiếp AMC nên $NM = NC$. Ngoài ra AG cũng là đường trung trực của đoạn BC nên $NB = NC$. Do đó N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC, đường tròn này tiếp xúc đường thẳng vuông góc với BN tại B là $\Delta: x = -1$	 0,25
	$NM = NC$ nên N thuộc đường trung trực của MC có phương trình $x - 3y + \frac{3}{2} = 0$ Suy ra $N\left(3t - \frac{3}{2}; t\right)$. Ta có $d(N, \Delta) = NC$ với $\Delta: x = -1$ $\Rightarrow \left 3t - \frac{1}{2}\right = \sqrt{10t^2 - 25t + \frac{85}{4}} \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N\left(\frac{3}{2}; 1\right) \\ N\left(\frac{123}{2}; 21\right) \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{3}{2}; 1\right) \text{ (do } x_N < 4 \text{)}$	0,25
	B là hình chiếu của N trên $\Delta: x = -1$ nên $B(-1; 1)$, M là trung điểm AB nên $A(4; 6)$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
8 (1,0đ)	Xét hệ $\begin{cases} x - y - 1 = \ln \frac{y^2 + 4y + 5}{x^2 + 2x + 2} & (1) \\ 6\sqrt[3]{y} + 2(y+1)\sqrt{x+2} = 2x^2 - y + 7 & (2) \end{cases}$ (ĐK: $x \geq -2$)	0,25

	Ta có $(1) \Leftrightarrow x+1+\ln(x^2+2x+2)=y+2+\ln(y^2+4y+5)$ $\Leftrightarrow x+1+\ln((x+1)^2+1)=y+2+\ln((y+2)^2+1)$ (*)	
	Xét hàm $f(t)=t+\ln(t^2+1), t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=1+\frac{2t}{1+t^2}=\frac{(1+t)^2}{1+t^2} \geq 0 \forall t \in \mathbb{R}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t=-1$. Nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ theo (*) suy ra $f(x+1)=f(y+2) \Leftrightarrow x+1=y+2 \Leftrightarrow x=y+1$	0,25
	Thay vào (2) ta được $6\sqrt[3]{x-1}+2x\sqrt{x+2}=2x^2-x+8$ (3). Xét $x \leq 1 \Rightarrow 6\sqrt[3]{x-1}+2x\sqrt{x+2} \leq 2\sqrt{3} < 7 < 2x^2-x+8$ nên (3) không có nghiệm trên $(-\infty; 1]$	0,25
	Xét $x > 1$, khi đó $6\sqrt[3]{x-1}+2x\sqrt{x+2} \leq 2((x-1)+1+1)+x \cdot \frac{4+(x+2)}{2} = \frac{x^2+10x+4}{2}$ Mà $\frac{x^2+10x+4}{2} \leq 2x^2-x+8 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(x-2)^2 \geq 0$. Do đó (3) xảy ra khi và chỉ khi $x=2$. Do đó hệ có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$ (thỏa mãn điều kiện)	0,25
9 (1,0đ)	Ta có $T = \frac{z}{8(x^2+y^2)} + \frac{x^2+y^2-1}{xyz} = \frac{z}{8(x^2+y^2)} + \frac{x^2+y^2}{xyz} - \frac{1}{xyz}$ Với x, y, z thuộc đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $x+y+z=6$ ta có $\frac{x^2+y^2}{xy} \geq 2$, $(x-1)(y-1) = xy - x - y + 1 \geq 0 \Rightarrow xy \geq x+y-1 = 5-z \Rightarrow \frac{-1}{xyz} \geq \frac{-1}{(5-z)z}$ $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (6-z)^2 - 2xy \leq (6-z)^2 - 2(5-z) = z^2 - 10z + 26$	0,25
	$\Rightarrow T \geq \frac{z}{8(z^2-10z+26)} + \frac{2}{z} - \frac{1}{z(5-z)}$	0,25
	Xét hiệu $\left[\frac{z}{8(z^2-10z+26)} + \frac{2}{z} - \frac{1}{z(5-z)} \right] - \frac{1}{2} = \frac{(z-4)^2(4z^2-45z+117)}{8z(5-z)(z^2-10z+26)} \geq 0 \forall z \in [1; 4]$ Do đó $T \geq \frac{1}{2}$. Với $x=y=1, z=4 \Rightarrow T = \frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của T là $\min T = \frac{1}{2}$.	0,5

Chú ý: Mọi cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.