

Họ và tên:.....	Điểm:
Lớp:.....	

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA

Cấp độ Chủ đề	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng		Cộng
			Cấp độ thấp	Cấp độ cao	
Nguyên hàm	Biết dựa vào định nghĩa, tính chất và bảng nguyên hàm để nhận biết nguyên hàm của các hàm số	Biết tìm nguyên hàm của một số hàm số đơn giản	Biết sử dụng các phương pháp tìm nguyên hàm của các hàm số	Tìm một hàm số cụ thể nhờ xác định nguyên hàm	
	Số câu: 4 Số điểm: 1.6	Số câu: 2 Số điểm: 0.8	Số câu: 2 Số điểm: 0.8	Số câu: 1 Số điểm: 0.4	Số câu: 9 Số điểm: 3.6
Tích phân	Biết dựa vào định nghĩa, tính chất để tính các tích phân đơn giản	Biết tìm tích phân của một số hàm số đơn giản	Biết sử dụng các phương pháp tính tích phân để tính tích phân của một số hàm số	Biết sử dụng tích phân để giải quyết bài toán thực tế	
	Số câu: 2 Số điểm: 0.8	Số câu: 3 Số điểm: 1.2	Số câu: 3 Số điểm: 1.2	Số câu: 1 Số điểm: 0.4	Số câu: 9 Số điểm: 3.6
Ứng dụng	Nhận biết được công thức tính diện tích, thể tích	Tính được diện tích, thể tích của một số hình giới hạn bởi các hàm số đơn giản	Tính được diện tích, thể tích một số hình phải xác định các cận	Tính được thể tích một số hình phải căn cứ vào hình vẽ để xác định	
	Số câu: 2 Số điểm: 0.8	Số câu: 2 Số điểm: 0.8	Số câu: 2 Số điểm: 0.8	Số câu: 1 Số điểm: 0.4	Số câu: 7 Số điểm: 2.8
Tổng	Số câu: 8 Số điểm: 3.2	Số câu: 7 Số điểm: 2.8	Số câu: 7 Số điểm: 2.8	Số câu: 3 Số điểm: 1.2	Số câu: 25 Số điểm: 10

Câu 1: [2D3-1.1-1] Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3 \sin x + \frac{2}{x}$

A. $F(x) = -3 \cos x + 2 \ln|x| + C.$

B. $F(x) = 3 \cos x + 2 \ln|x| + C.$

C. $F(x) = -3 \cos x - 2 \ln|x| + C.$

D. $F(x) = 3 \cos x - 2 \ln|x| + C.$

Câu 2: [2D3-1.1-1] Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

B. $\int a^x dx = a^x + C$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + C \ (x \neq 0).$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \ (C \neq 0).$

Câu 3: [2D3-1.1-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. Nếu $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) - G(x) = C$ (với C là hằng số).

C. Nếu các hàm số $u(x), v(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thì $\int u(x)v'(x)dx + \int v(x)u'(x)dx = u(x)v(x).$

D. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x.$

Câu 4: [2D3-1.1-1] Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$ **B.** $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

C. $F(x) = -\sin 2x + C.$ **D.** $F(x) = -\sin 2x.$

Câu 5: [2D3-2.1-1] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x(1 - 3e^{-2x})$

A. $F(x) = e^x - 3e^{-3x} + C.$

B. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + C.$

C. $F(x) = e^x - 3e^{-x} + C.$ **D.** $F(x) = e^x + 3e^{-2x} + C.$

Câu 6: [2D3-2.1-1] Xét $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a, b]$, (với $a < b$) và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a, b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(3x+5) dx = F(3x+5) \Big|_a^b.$

B. $\int_a^b f(x+1) dx = F(x) \Big|_a^b.$

C. $\int_a^b f(2x) dx = 2(F(b) - F(a)).$

D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

Câu 7: [2D3-3.1-1] Cắt một vật thể (T) bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=1$ và $x=2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm $x(1 \leq x \leq 2)$ cắt (T) theo thiết diện có diện tích là $6x^2$. Tính thể tích V của phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $V = 28\pi.$

B. $V = 28.$

C. $V = 14\pi.$

D. $V = 14.$

Câu 8: [2D3-3.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A.** $\int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $-\int_a^b f(x) dx$. **C.** $\int_b^a f(x) dx$. **D.** $\int_a^b f(x) dx$.

Câu 9: [2D3-1.4-2] Tìm $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$

- A.** $\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$. **B.** $\ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$.
C. $\ln(x-2)(x-1) + C$. **D.** $\ln \frac{1}{x-2} + \ln \frac{1}{x-1} + C$.

Câu 10: [2D3-1.6-2] Trong các hàm số $f(x)$ dưới đây, hàm số nào thỏa mãn đẳng thức

$$\int f(x) \cdot \sin x \, dx = -f(x) \cdot \cos x + \int \pi^x \cdot \cos x \, dx ?$$

- A.** $f(x) = \pi^x \ln x$. **B.** $f(x) = -\pi^x \cdot \ln x$. **C.** $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$. **D.** $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln \pi}$.

Câu 11: [2D3-2.1-2] Biết $\int_2^4 \frac{1}{2x+1} dx = m \ln 5 + n \ln 3$ ($m, n \in \mathbb{R}$). Tính $P = m - n$.

- A.** $P = -\frac{3}{2}$. **B.** $P = \frac{3}{2}$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 1$.

Câu 12: [2D3-2.1-2] Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ bằng cách đặt $x = 2 \sin t$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $I = 2 \int_0^1 dt$. **B.** $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$. **C.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$. **D.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

Câu 13: [2D3-2.6-2] Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$ được biểu diễn dưới dạng

$$a\pi^2 + b \quad (a, b \in \mathbb{Q}).$$

Khi đó tích $a \cdot b$ bằng

- A.** 0. **B.** $-\frac{1}{32}$. **C.** $-\frac{1}{16}$. **D.** $-\frac{1}{64}$.

Câu 14: [2D3-3.1-2] Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ.

Khi đó giá trị của S bằng

- A.** $S = \ln 2 - 1$ ($d\text{vdt}$). **B.** $S = \ln 4 - 1$ ($d\text{vdt}$).
C. $S = \ln 4 + 1$ ($d\text{vdt}$). **D.** $S = \ln 2 + 1$ ($d\text{vdt}$).

Câu 15: [2D3-3.3-2] Thể tích của khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình $y = x^{\frac{1}{2}} e^{\frac{x}{2}}$, trục Ox , $x = 1$, $x = 2$ quay một vòng quanh trục Ox bằng:

- A.** πe . **B.** πe^2 . **C.** 4π . **D.** 16π .

Câu 16: [2D3-1.1-3] Tìm hàm số $F(x)$, biết rằng $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ và đồ thị của hàm số $F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$.

A. $F(x) = \cot x + \sqrt{3}$. B. $F(x) = \frac{1}{\sin x} + \sqrt{3}$.

C. $F(x) = -\cot x + \sqrt{3}$. D. $F(x) = \tan x + \sqrt{3}$.

Câu 17: [2D3-1.5-3] Nguyên hàm $\int \frac{dx}{2 \tan x + 1}$ bằng

A. $\frac{x}{5} + \frac{2}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$.

B. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$.

C. $\frac{x}{5} - \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$.

D. $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$.

Câu 18: [2D3-2.1-3] Cho n là số tự nhiên sao cho $\int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = \frac{-1}{20}$. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx$

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Câu 19: [2D3-2.4-3] Tìm tất cả các số thực dương m để $\int_0^m \frac{x^2 dx}{x+1} = \ln 2 - \frac{1}{2}$.

A. $m = 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > 3$.

D. $m = 3$.

Câu 20: [2D3-2.6-3] Biết $\int x \ln(x+1) dx = (ax^2 + bx + c) \ln(x+1) + mx^2 + nx + p$, với $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$. Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = 1$.

B. $S = \frac{1}{2}$.

C. $S = \frac{1}{4}$.

D. $S = 2$.

Câu 21: [2D3-3.1-3] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = \frac{2x-1}{x+1}$, tiệm cận ngang của (C) , trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$). Tìm a để $S = \ln 2017$.

A. $a = \sqrt[3]{2017} - 1$.

B. $a = \frac{2017}{3} - 1$.

C. $a = 2016$.

D. $a = \sqrt{2017} - 1$.

Câu 22: [2D3-3.7-3] Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc $12 m/s$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 12 (m/s)$ (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu?

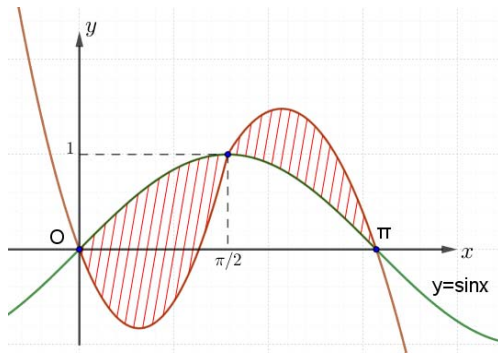
A. $16 m$.

B. $60 m$.

C. $32 m$.

D. $100 m$.

Câu 23: [2D3-3.6-4] Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = f(x) + \cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



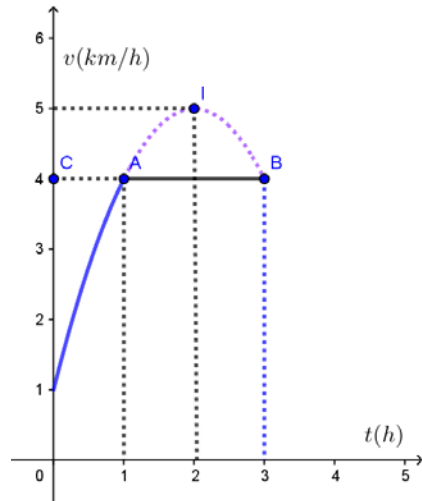
A. $g(0) < g(\pi) < g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

B. $g\left(\frac{\pi}{2}\right) < g(0) < g(\pi)$.

C. $g(\pi) < g(0) < g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

D. $g(\pi) > g(0) > g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 24: [2D3-3.7-4] Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $\frac{33}{3}(km)$.

B. $15(km)$.

C. $12(km)$.

D. $\frac{35}{3}(km)$.

Câu 25: [2D3-3.2-4] Xét hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = (x+3)^2$, $y=0$, $x=0$. Gọi $A(0;9)$, $B(b;0)$ ($-3 < b < 0$). Tìm b để đoạn thẳng AB chia (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $b = -2$.

B. $b = -\frac{1}{2}$.

C. $b = -1$.

D. $b = -\frac{3}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.B	5.B	6.D	7.C	8.A	9.A	10.C
11.A	12.C	13.D	14.B	15.B	16.C	17.A	18.A	19.B	20.B
21.A	22.B	23.B	24.A	25.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 26: [2D3-1.1-1] Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3\sin x + \frac{2}{x}$

A. $F(x) = -3\cos x + 2\ln|x| + C.$

B. $F(x) = 3\cos x + 2\ln|x| + C.$

C. $F(x) = -3\cos x - 2\ln|x| + C.$

D. $F(x) = 3\cos x - 2\ln|x| + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$F(x) = \int \left(3\sin x + \frac{2}{x} \right) dx = 3 \int \sin x dx + 2 \int \frac{1}{x} dx = -3\cos x + 2\ln|x| + C.$$

Câu 27: [2D3-1.1-1] Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C.$ **B.** $\int a^x dx = a^x + C$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + C \ (x \neq 0).$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \ (C \neq 0).$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Câu 28: [2D3-1.1-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. Nếu $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) - G(x) = C$ (với C là hằng số).

C. Nếu các hàm số $u(x), v(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thì

$\int u(x)v'(x)dx + \int v(x)u'(x)dx = u(x)v(x).$

D. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta

có $\int u(x)v'(x)dx + \int v(x)u'(x)dx = \int (u(x)v'(x) + v(x)u'(x))dx = \int (u(x)v(x))' dx = u(x)v(x) + C..$

Câu 29: [2D3-1.1-1] Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + C.$ **B.** $F(x) = -\frac{1}{2}\sin 2x + C.$

C. $F(x) = -\sin 2x + C.$ **D.** $F(x) = -\sin 2x.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 30: [2D3-2.1-1] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x(1 - 3e^{-2x})$

A. $F(x) = e^x - 3e^{-3x} + C.$

B. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + C.$

C. $F(x) = e^x - 3e^{-x} + C.$ D. $F(x) = e^x + 3e^{-2x} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int f(x) dx = \int e^x(1 - 3e^{-2x}) dx = \int (e^x - 3e^{-x}) dx = e^x + 3e^{-x} + C$$

Câu 31: [2D3-2.1-1] Xét $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a, b]$, (với $a < b$) và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a, b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(3x+5) dx = F(3x+5) \Big|_a^b.$

B. $\int_a^b f(x+1) dx = F(x) \Big|_a^b.$

C. $\int_a^b f(2x) dx = 2(F(b) - F(a)).$

D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

Lời giải

Chọn D.

Theo định nghĩa Tích phân trong SGK trang 105 ta có: $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$

Câu 32: [2D3-3.1-1] Cắt một vật thể (T) bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = 1$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm $x (1 \leq x \leq 2)$ cắt (T) theo thiết diện có diện tích là $6x^2$. Tính thể tích V của phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $V = 28\pi.$

B. $V = 28.$

C. $V = 14\pi.$

D. $V = 14.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_1^2 6x^2 dx = \pi 2x^3 \Big|_1^2 = 14\pi.$$

Câu 33: [2D3-3.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $\int_a^b |f(x)| dx.$

B. $-\int_a^b f(x) dx.$

C. $\int_b^a f(x) dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 34: [2D3-1.4-2] Tìm $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$

A. $\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C.$

B. $\ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C.$

C. $\ln(x-2)(x-1) + C.$ **D.** $\ln \frac{1}{x-2} + \ln \frac{1}{x-1} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2} &= \int \frac{dx}{(x-1)(x-2)} = \int \frac{(x-1) - (x-2)dx}{(x-1)(x-2)} \\ &= \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \ln|x-2| - \ln|x-1| + C = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C \end{aligned}$$

Câu 35: [2D3-1.6-2] Trong các hàm số $f(x)$ dưới đây, hàm số nào thỏa mãn đẳng thức

$$\int f(x) \cdot \sin x \, dx = -f(x) \cdot \cos x + \int \pi^x \cdot \cos x \, dx ?$$

A. $f(x) = \pi^x \ln x.$

B. $f(x) = -\pi^x \cdot \ln x.$

C. $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}.$

D. $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln \pi}.$

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = \sin x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) \, dx \\ v = -\cos x \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \int f(x) \cdot \sin x \, dx = -f(x) \cdot \cos x + \int f'(x) \cdot \cos x \, dx$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = \pi^x \Rightarrow f(x) = \int \pi^x \, dx = \frac{\pi^x}{\ln \pi} + C.$$

Câu 36: [2D3-2.1-2] Biết $\int_2^4 \frac{1}{2x+1} \, dx = m \ln 5 + n \ln 3$ ($m, n \in \mathbb{R}$). Tính $P = m - n$.

A. $P = -\frac{3}{2}.$

B. $P = \frac{3}{2}.$

C. $P = -1.$

D. $P = 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

$$\text{Ta có } \int_2^4 \frac{1}{2x+1} \, dx = \frac{1}{2} \int_2^4 \frac{1}{2x+1} \, d(2x+1) = \frac{1}{2} (\ln|2x+1|) \Big|_2^4 = \frac{1}{2} (\ln 9 - \ln 5) = -\frac{1}{2} \ln 5 + \ln 3$$

$$\text{Suy ra } m = -\frac{1}{2}; n = 1. \text{ Do đó } P = m - n = -\frac{3}{2}.$$

Câu 37: [2D3-2.1-2] Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} \, dx$ bằng cách đặt $x = 2 \sin t$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = 2 \int_0^1 dt.$

B. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt.$

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt.$

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

$$\text{Đặt: } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t \, dt$$

$$x = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2}{\sqrt{4-4\sin^2 t}} 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2}{2|\cos t|} 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2 dt = 2t \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{3}.$$

Câu 38: [2D3-2.6-2] Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$ được biểu diễn dưới dạng

$$a.\pi^2 + b \quad (a, b \in \mathbb{Q}).$$

Khi đó tích $a.b$ bằng

A. 0.

B. $-\frac{1}{32}$.

C. $-\frac{1}{16}$.

D. $-\frac{1}{64}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos^2 x dx = \frac{1 + \cos 2x}{2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = x \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x \right) dx$$

$$= \frac{\pi^2}{8} - \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}\cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi^2}{8} - \left(\frac{1}{4} \frac{\pi^2}{4} - \frac{1}{8}(-1-1) \right) = \frac{1}{16}\pi^2 - \frac{1}{4}$$

$$\text{Theo giả thiết } I = a.\pi^2 + b \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{16} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a.b = -\frac{1}{64}.$$

Câu 39: [2D3-3.1-2] Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa

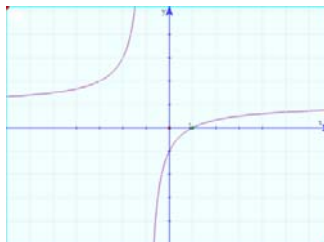
độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = \ln 2 - 1$ (đvdt). **B.** $S = \ln 4 - 1$ (đvdt).

C. $S = \ln 4 + 1$ (đvdt). **D.** $S = \ln 2 + 1$ (đvdt).

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Phương trình hoành độ giao điểm (H) và trục Ox là: $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Rightarrow x = 1$.

Giao điểm (H) và trục Oy là: $(0; -1)$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (H): $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ là:

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx \right| = \left| (x - 2 \ln(x+1)) \Big|_0^1 \right| = 2 \ln 2 - 1 = \ln 4 - 1.$$

Câu 40: [2D3-3.3-2] Thể tích của khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình $y = x^{\frac{1}{2}} e^{\frac{x}{2}}$, trục Ox , $x = 1$, $x = 2$ quay một vòng quanh trục Ox bằng:

A. πe .

B. πe^2 .

C. 4π .

D. 16π .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V &= \pi \int_1^2 \left(x^{\frac{1}{2}} e^{\frac{x}{2}} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 x e^x dx = \pi \int_1^2 x d(e^x) = \pi \left(x e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx \right) \\ &= \pi (2e^2 - e) - \pi e^x \Big|_1^2 = \pi (2e^2 - e) - \pi (e^2 - e) = \pi e^2. \end{aligned}$$

Câu 41: [2D3-1.1-3] Tìm hàm số $F(x)$, biết rằng $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ và đồ thị của hàm số $F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$.

A. $F(x) = \cot x + \sqrt{3}$. B. $F(x) = \frac{1}{\sin x} + \sqrt{3}$.

C. $F(x) = -\cot x + \sqrt{3}$. D. $F(x) = \tan x + \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo giả thiết ta có $F(x) = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Mặt khác vì đồ thị hàm số $F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$ nên $-\cot \frac{\pi}{6} + C = 0 \Leftrightarrow C = \sqrt{3}$.

Vậy $F(x) = -\cot x + \sqrt{3}$.

Câu 42: [2D3-1.5-3] Nguyên hàm $\int \frac{dx}{2 \tan x + 1}$ bằng

A. $\frac{x}{5} + \frac{2}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C$.

B. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C$.

C. $\frac{x}{5} - \frac{1}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C$.

D. $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} * \quad \text{Biến đổi} \quad I &= \int \frac{dx}{2 \tan x + 1} = \int \frac{\cos x}{2 \sin x + \cos x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2 \cos x - \sin x + \sin x}{2 \sin x + \cos x} dx \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{2 \cos x - \sin x}{2 \sin x + \cos x} dx + \frac{1}{2} \int \frac{\sin x}{2 \sin x + \cos x} dx = \frac{1}{2} \ln |2 \sin x + \cos x| + \frac{1}{2} J \end{aligned}$$

$$* \text{ Ta tính } 2J + I = \int 1 \cdot dx = x + C, \text{ suy ra } = \frac{1}{2}(x - I + C)$$

$$* \text{ Thế kết quả trên trở lại đề: } I = \frac{1}{2} \ln |2 \sin x + \cos x| + \frac{1}{4}(x - I + C)$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{4}{5} \left[\frac{1}{2} \ln |2 \sin x + \cos x| + \frac{1}{4} x \right] + C' \Leftrightarrow I = \frac{2}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + \frac{1}{5} x + C'$$

Câu 43: [2D3-2.1-3] Cho n là số tự nhiên sao cho $\int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = \frac{-1}{20}$. Tính tích phân

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx$$

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\frac{-1}{20} = \int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^0 t^n dt = \frac{1}{2} \left(\frac{t^{n+1}}{n+1} \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{(-1)^{n+1}}{2(n+1)} \Leftrightarrow n = 9 \quad (n \in \mathbb{N}). \quad (1)$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx = \int_0^1 t^n dt = \left(\frac{t^{n+1}}{n+1} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{10}.$$

Câu 44: [2D3-2.4-3] Tìm tất cả các số thực dương m để $\int_0^m \frac{x^2 dx}{x+1} = \ln 2 - \frac{1}{2}$.

A. $m = 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > 3$.

D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } I = \int_0^m \frac{x^2 dx}{x+1} = \int_0^m \left(x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big|_0^m = \frac{m^2}{2} - m + \ln(m+1)$$

$$\text{Theo giả thiết } I = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{2} - m + \ln(m+1) = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2}{2} - m = -\frac{1}{2} \\ m+1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 45: [2D3-2.6-3] Biết $\int x \ln(x+1) dx = (ax^2 + bx + c) \ln(x+1) + mx^2 + nx + p$, với $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$. Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = 1$.

B. $S = \frac{1}{2}$.

C. $S = \frac{1}{4}$.

D. $S = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int x \ln(x+1) dx &= \frac{1}{2} x^2 \ln(x+1) - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{x+1} dx = \frac{1}{2} x^2 \ln(x+1) - \frac{1}{2} \int \left(x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} x^2 \ln(x+1) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x^2 - x + \ln(x+1) \right) + C = \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} \right) \ln(x+1) - \frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{4} x + C \end{aligned}$$

Do đó $a = \frac{1}{2}$; $b = 0$; $c = -\frac{1}{2}$. Vậy $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1}{2}$.

Câu 46: [2D3-3.1-3] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = \frac{2x-1}{x+1}$, tiệm cận ngang của (C) , trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$). Tìm a để $S = \ln 2017$.

A. $a = \sqrt[3]{2017} - 1$.

B. $a = \frac{2017}{3} - 1$.

C. $a = 2016$.

D. $a = \sqrt{2017} - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = \frac{2x-1}{x+1}$, tiệm cận ngang: $y = 2$, trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$) là:

$$S = \int_0^a \left| \frac{2x-1}{x+1} - 2 \right| dx = \int_0^a \left| \frac{-3}{x+1} \right| dx = 3 \int_0^a \frac{1}{x+1} dx = 3 \ln|x+1| \Big|_0^a = 3 \ln(a+1).$$

Để $S = \ln 2017$ thì $3 \ln(a+1) = \ln 2017 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{2017} - 1$.

Câu 47: [2D3-3.7-3] Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 12 \text{ (m/s)}$ (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu?

A. 16 m .

B. 60 m .

C. 32 m .

D. 100 m .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

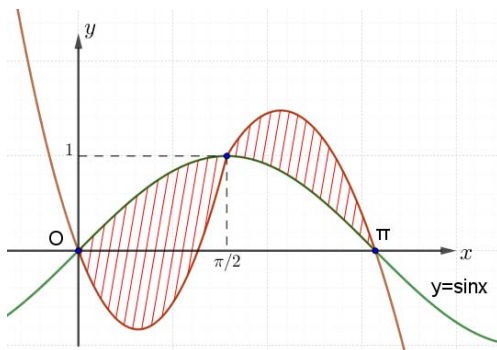
Xe dừng hẳn khi $v(t) = -2t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Vậy trong 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì 2 giây đầu xe vẫn chuyển động đều được quãng đường là $s_1 = 12 \cdot 2 = 24 \text{ m}$.

Xe dừng hẳn trong 6 giây cuối với quãng đường $s_2 = \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 (-2t + 12) dt = 36 m$

Vậy tổng quãng đường xe đi được là $s = 60 m$.

Câu 48: [2D3-3.7-4] Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = f(x) + \cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(0) < g(\pi) < g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

B. $g\left(\frac{\pi}{2}\right) < g(0) < g(\pi)$.

C. $g(\pi) < g(0) < g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

D. $g(\pi) > g(0) > g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $g'(x) = f'(x) - \sin x$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \sin x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \\ x = \pi \end{cases}$$

Từ đồ thị của hàm $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên. (Chú ý là hàm $g(x)$ và $g'(x)$)

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		$\frac{\pi}{2}$	π		$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$\searrow g(0)$		$\nearrow g\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$\searrow g(\pi)$		$\nearrow +\infty$	

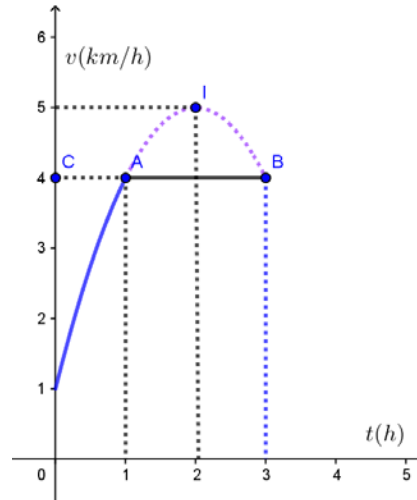
Suy ra $g(0) < g\left(\frac{\pi}{2}\right), g(\pi) < g\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$\text{Kết hợp với đồ thị ta có: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - f'(x)) dx > \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (f'(x) - \sin x) dx \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-g'(x)) dx > \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} g'(x) dx$$

$$\text{Theo hình vẽ } \Rightarrow -g(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} > g(x) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \Rightarrow -g\left(\frac{\pi}{2}\right) + g(0) > g(\pi) - g\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow g(0) > g(\pi)$$

$$\text{Vậy } g(\pi) < g(0) < g\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

Câu 49: [2D3-3.7-4] Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật đi chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $\frac{33}{3}(km)$.

B. $15(km)$.

C. $12(km)$.

D. $\frac{35}{3}(km)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $v(t) = at^2 + bt + c$.

Khi đó đồ thị hàm số $v = v(t)$ là một parabol có đỉnh $I(2;5)$ và đi qua điểm $A(0;1)$ nên ta có

$$\text{hệ phương trình sau: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 5 \Rightarrow a = -1; b = 4; c = 1. \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy $v(t) = -t^2 + 4t + 1$. Do đó phần parabol có phương trình $v(t) = -t^2 + 4t + 1$, còn phần đường thẳng AB có phương trình là $v(t) = 4$.

Quãng đường mà vật đi được trong 3(h) là: $S = \int_0^1 (-t^2 + 4t + 1) + \int_1^3 4dt = \frac{32}{3}(km)$.

Câu 50: [2D3-3.2-3] Xét hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = (x+3)^2$, $y = 0$, $x = 0$. Gọi $A(0;9)$, $B(b;0)$ ($-3 < b < 0$). Tìm b để đoạn thẳng AB chia (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $b = -2$.

B. $b = -\frac{1}{2}$.

C. $b = -1$.

D. $b = -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm $(x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow S_{(D)} = \int_{-3}^0 (x+3)^2 dx = \frac{(x+3)^3}{3} \Big|_{-3}^0 = 9$.

Bài ra có $S_{OAB} = \frac{1}{2} S_{(D)} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{9}{2} \Rightarrow 9|b| = 9 \Rightarrow b = -1$ thỏa mãn $-3 < b < 0$.