

**PHẦN
5**

GIẢI TÍCH LỚP 12

CHƯƠNG 1. ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Tính đơn điệu của hàm số	Câu 1	Câu 2	Câu 3		3 15%
② Cực trị của hàm số	Câu 4	Câu 5 Câu 6	Câu 7		4 20%
③ Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	4 20%
④ Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	Câu 12	Câu 13	Câu 14		3 15%
⑤ Khảo sát hàm số	Câu 15	Câu 16 Câu 17			3 15%
⑥ Sự tương giao. Phương trình tiếp tuyến	Câu 18	Câu 19		Câu 20	3 15%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Tính đơn điệu của hàm số</i>	1	NB	Nhận ra hàm số đa thức đồng biến (nghịch biến) trên một khoảng.
	2	TH	Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số đơn giản.
	3	VDT	Cho đồ thị (bảng biến thiên) hàm số đạo hàm, xác định sự biến thiên của hàm số hợp thông qua đồ thị (bảng biến thiên).

Chủ đề 2. Cực trị của hàm số	4	NB	Nhận biết số cực trị.
	5	TH	Đọc cực trị nhờ đồ thị hàm số.
	6	TH	Tìm cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên; phân biệt được hoành độ và tung độ điểm cực trị.
	7	VDT	Tìm điều kiện để hàm số đạt cực trị tại điểm.
Chủ đề 3. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số	8	NB	Nhận ra giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một hàm số.
	9	TH	Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đơn giản trên một đoạn.
	10	VDT	Xác định giá trị của một biểu thức thông qua giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
	11	VDC	Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm có chứa giá trị tuyệt đối hoặc bài toán thực tế.
Chủ đề 4. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	12	NB	Tìm tiệm cận của đồ thị hàm nhất biến.
	13	TH	Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số thông qua bảng biến thiên.
	14	VDT	Tìm điều kiện của tham số để đồ thị hàm số có số tiệm cận cho trước.
Chủ đề 5. Khảo sát hàm số	15	NB	Nhận ra hàm số thông qua đồ thị hàm số bậc ba.
	16	TH	Tìm hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nhờ đồ thị.
	17	TH	Đồ thị hàm trùng phương.
Chủ đề 6. Sự tương giao. Phương trình tiếp tuyến.	18	NB	Tìm giao điểm của hai đồ thị.
	19	TH	Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm.
	20	VDC	Tìm điều kiện để hai đồ thị hàm số cắt nhau thỏa mãn điều kiện nào đó.

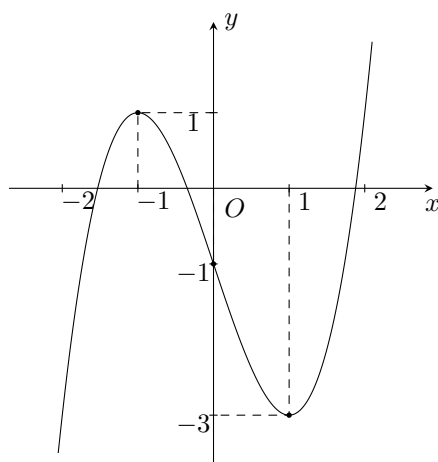
ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A** $(-2; -1)$. **B** $(-1; 1)$. **C** $(-2; 1)$. **D** $(-1; 2)$.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta có, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Trong các khoảng đã cho trong các đáp án lựa chọn chỉ có khoảng $(-2; -1)$ nằm trong $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-1	$-\infty$	

Phát biểu nào đúng?

- A** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
B Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.
C Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
D Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Lời giải.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A** Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$.
B Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$.
C Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.
D Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

Lời giải.

Nhắc lại định lý về sự tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số trên một đoạn:

Mọi hàm số liên tục trên một đoạn $[a; b]$ đều có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên đoạn đó.

◦ Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$ là khẳng định sai khi $f(a) > 0$.

◦ Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$ sai theo điều kiện cần của cực trị hàm số.

◦ Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$ sai vì $f(a) < f(x) < f(b)$ với $\forall x \in (a; b)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

(B) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

(C) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

(D) Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5.

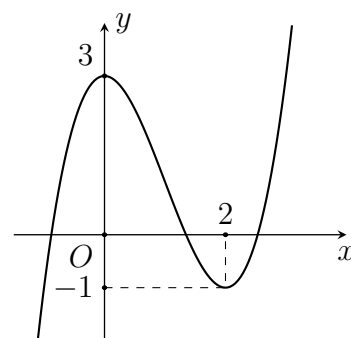
Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

(B) $y = -x^3 - 3x^2 + 3$.

(C) $y = x^3 - 3x + 3$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 3$.



Lời giải.

Xét hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với $a = 1$ hoặc $a = -1$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $a > 0 \Rightarrow a = 1$, lại có $y(0) = 3 \Rightarrow d = 3$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$ nên ta có $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0, \\ 12a + 4b + c = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0, \\ b = -3. \end{cases}$

Suy ra hàm số cần tìm là: $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

(A) 0.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ là

$$\begin{aligned} \frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1) = (x-1)(x^2-1) \\ x \neq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2(x-3) = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

(A) $m \leq 2$.

(B) $m \leq \frac{1}{2}$.

(C) $m \in \mathbb{R}$.

(D) $\frac{1}{2} < m < 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - 4m$.

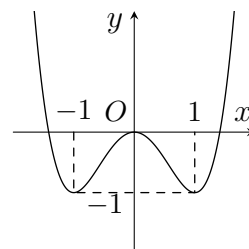
$$\begin{aligned} YCBT &\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow 2m(x+2) \leq x^2 + 2x, \forall x \in [1; 4] \\ &\Leftrightarrow 2m(x+2) \leq x(x+2), \forall x \in [1; 4] \\ &\Leftrightarrow m \leq \frac{x}{2}, \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A** $f(x)$ có giá trị cực tiểu $y = 1$. **B** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C $f(x)$ có giá trị cực đại là $y = 0$. **D** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.



Lời giải.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và giá trị cực tiểu là $y = -1$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại là $y = 0$.

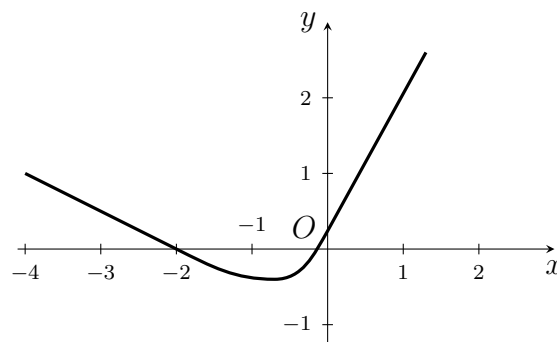
Chọn đáp án **A**

□

Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A** f đạt cực tiểu tại $x = -2$.
B f đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C Cực tiểu của f nhỏ hơn cực đại.
D f đạt cực đại tại $x = -2$.



Lời giải.

Theo giả thiết $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua -2 nên $x = -2$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$ và $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua 0 nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.
 Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$f(-2)$ ↖ ↗ $f(0)$ ↖ ↗			

Từ đó ta thấy cực tiểu của f nhỏ hơn cực đại của nó.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 10. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên $[-1; 2]$.

- A** 6. **B** 11. **C** 10. **D** 15.

Lời giải.

$$\text{Có } y' = 6x^2 + 6x - 12, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Ta có $f(-1) = 15$, $f(1) = -5$, $f(2) = 6$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $f(-1) = 15$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3
	$-\infty$	-2	$+\infty$	$+\infty$	3

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

(A) 1.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 3.

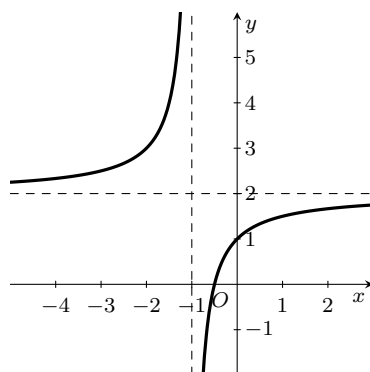
Lời giải.

Tiệm cận đứng: $x = \pm 1$ và tiệm cận ngang: $y = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 12. Đồ thị bên dưới là của hàm số nào?



(A) $y = \frac{2x - 1}{x - 1}.$

(B) $y = \frac{2x + 5}{x + 1}.$

(C) $y = \frac{x + 2}{x + 1}.$

(D) $y = \frac{2x + 1}{x + 1}.$

Lời giải.

Đồ thị hàm số có các tiệm cận là $x = -1$ và $y = 2$, đồng thời $y(0) = 1$. Do đó ta chọn $y = \frac{2x + 1}{x + 1}.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 13.

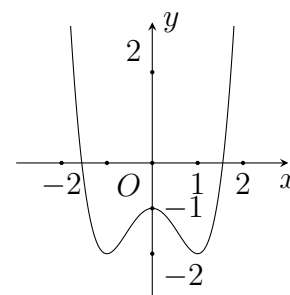
Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = x^4 + 2x^2 - 1.$

(B) $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

(C) $y = -x^4 - 2x^2 - 1.$

(D) $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$



Lời giải.

Dựa vào đồ thị kết luận $a > 0$ và $b < 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 14. Từ điểm $M(-1; -9)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$?

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

$$y' = 12x^2 - 12x.$$

Gọi $A(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại A là $y = 12(x_0^2 - x_0)(x - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$.

Do tiếp tuyến đi qua $M(-1; -9)$ nên

$$-9 = 12(x_0^2 - x_0)(-1 - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1 \Leftrightarrow -8x_0^3 - 6x_0^2 + 12x_0 + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Suy ra có hai tiếp tuyến.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-	+
y	$-\infty$				$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $(-1; 0)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Trong khoảng $(-1; 0)$ đạo hàm $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$

Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^3 - 3mx + 2$ đạt cực đại tại $x = 1$?

- (A) $m = 1$. (B) $m \neq 0$. (C) $m < 0$. (D) $m = 3$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = mx^3 - 3mx + 2$. Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $y' = 3mx^2 - 3m$ và $y'' = 6mx$.

Hàm số $y = mx^3 - 3mx + 2$ đạt cực đại tại $x = 1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 3m = 0 \\ 6m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$. Ta có $m + 2M$ bằng:

- (A) -24. (B) -57. (C) -37. (D) -14.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$.

$$\text{Đạo hàm } y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 4] \\ x = 3 \in [0; 4] \end{cases}$$

Tính $y(0) = 1; y(3) = -26; y(4) = -19$. Suy ra $M = 1, m = -26 \Rightarrow m + 2M = -24$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{m^2x^2+m-1}}$ có bốn đường tiệm cận.

(A) $m < -1$ hoặc $m > 1$.

(B) $m < 1, m \neq 0$ và $m \neq \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

(C) Với mọi giá trị của m .

(D) $m > 0$.

Lời giải.

Với $m = 0$ hàm số không xác định. Do đó $m \neq 0$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{m^2x^2+m-1}} = \frac{1}{|m|}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{m^2x^2+m-1}} = \frac{-1}{|m|}$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận thì cần tìm m để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng, nghĩa là cần tìm m để phương trình $g(x) = m^2x^2 + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

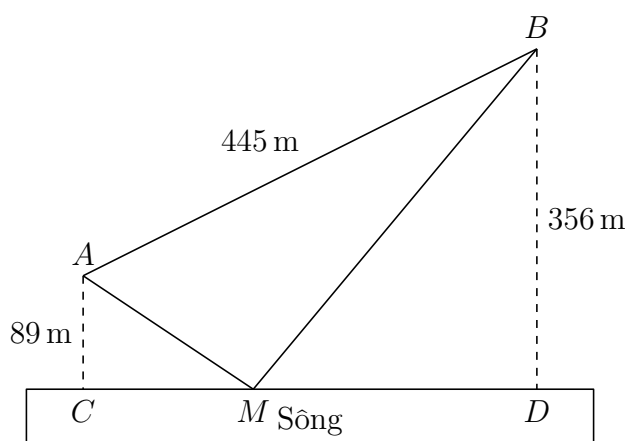
$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \Delta = -4m^2(m-1) > 0 \\ g(-1) = m^2 + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \\ m \neq \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Kết hợp (1) và (2) ta có } \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \\ m \neq \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 19. Cho hai vị trí A, B cách nhau 455 m, cùng nằm về một phía bờ sông. Khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là 89 m và 356 m. Một người muốn đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B (như hình vẽ). Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



(A) 592 m.

(B) 597 m.

(C) 511 m.

(D) 570 m.

Lời giải.

Gọi $CM = x$. Ta có:

$$CD = \sqrt{445^2 - (356 - 89)^2} = 356$$

$$\text{Đặt } f(x) = \sqrt{x^2 + 89^2} + \sqrt{(356 - x)^2 + 356^2}$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 89^2}} - \frac{2(356 - x)}{2\sqrt{(356 - x)^2 + 356^2}}$$

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là 570 tại $x = 71,2$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 20. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C (B nằm giữa A và C) sao cho $AB = 2BC$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

(A) 0.

(B) -2.

(C) $\frac{7 - \sqrt{7}}{7}$.

(D) -4.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ $x^3 - 3x^2 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - m = 0$.

(1)

Gọi $x_1 < x_2 < x_3$ là các nghiệm của phương trình (1). Theo Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 0 \\ x_1x_2x_3 = m. \end{cases}$$

Vì B nằm giữa A và C nên $A(x_1; m), B(x_2; m), C(x_3; m)$ hoặc $A(x_3; m), B(x_2; m), C(x_1; m)$.

- Xét $A(x_1; m), B(x_2; m), C(x_3; m)$:

$AB = 2BC \Rightarrow x_2 - x_1 = 2(x_3 - x_2) \Rightarrow x_1 = 3x_2 - 2x_3$. Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x_2 - 2x_3 + x_2 + x_3 = 3 \\ (3x_2 - 2x_3)x_2 + x_2x_3 + x_3(3x_2 - 2x_3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 4x_2 - 3 \\ (6 - 5x_2)x_2 + x_3(4x_2 - 2x_3) = 0. \end{cases}$$

Xét phương trình $(6 - 5x_2)x_2 + x_3(4x_2 - 2x_3) = 0 \Rightarrow 7x_2^2 - 14x_2 + 6 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{7 \pm \sqrt{7}}{7}$.

$$\text{– Với } x_2 = \frac{7 + \sqrt{7}}{7} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{7 + 4\sqrt{7}}{7} \\ x_1 = \frac{7 - 5\sqrt{7}}{7} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-98 - 20\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{– Với } x_2 = \frac{7 - \sqrt{7}}{7} \Rightarrow x_3 = \frac{7 - 4\sqrt{7}}{7} \text{ (Loại).}$$

- Xét $A(x_3; m), B(x_2; m), C(x_1; m)$:

$AB = 2BC \Rightarrow x_3 - x_2 = 2(x_2 - x_1) \Rightarrow x_3 = 3x_2 - 2x_1$. Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x_2 - 2x_1 + x_2 + x_1 = 3 \\ (3x_2 - 2x_1)x_2 + x_2x_1 + x_1(3x_2 - 2x_1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4x_2 - 3 \\ (6 - 5x_2)x_2 + x_1(4x_2 - 2x_1) = 0. \end{cases}$$

Xét phương trình $(6 - 5x_2)x_2 + x_1(4x_2 - 2x_1) = 0 \Rightarrow 7x_2^2 - 14x_2 + 6 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{7 \pm \sqrt{7}}{7}$.

$$\text{– Với } x_2 = \frac{7 + \sqrt{7}}{7} \Rightarrow x_1 = \frac{7 + 4\sqrt{7}}{7} \text{ (Loại).}$$

$$\text{– Với } x_2 = \frac{7 - \sqrt{7}}{7} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7 - 4\sqrt{7}}{7} \\ x_3 = \frac{7 + 5\sqrt{7}}{7} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-98 + 20\sqrt{7}}{7}.$$

Vậy tổng các phần tử của S là -4.

Chọn đáp án (D)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. B	5. D	6. B	7. B	8. A	9. A	10. D
11. D	12. D	13. B	14. C	15. B	16. C	17. A	18. B	19. D	20. D

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2018$ là

- (A)** 3. **(B)** 1. **(C)** 2. **(D)** 4.

Lời giải.

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2019	2018	2019	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị của hàm số có 3 điểm cực trị.

Trắc nghiệm: Vì $a \cdot b = -2 < 0$ suy ra đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)** Nếu $f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathcal{D}$.
(B) Nếu $f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D}$ và $\exists x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = M$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathcal{D}$.
(C) Nếu $f(x) \geq M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì M là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathcal{D}$.
(D) Nếu $f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì M là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathcal{D}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa sách giáo khoa giải tích 12 của nhà xuất bản giáo dục: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$.

- ① Số M được gọi là **giá trị lớn nhất** của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathcal{D}$ nếu $f(x) \leq M$ với mọi x thuộc $\mathcal{D}$ và tồn tại $x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = M$.
 ② Số m được gọi là **giá trị nhỏ nhất** của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathcal{D}$ nếu $f(x) \geq m$ với mọi x thuộc $\mathcal{D}$ và tồn tại $x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = m$.

Vậy “Nếu $f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D}$ và $\exists x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = M$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathcal{D}$ ” đúng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

(A) $x = 2$.

(B) $y = 2$.

(C) $y = -5$.

(D) $x = -1$.

Lời giải.

Ta có tiệm cận ngang của đồ thị là $y = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 5.

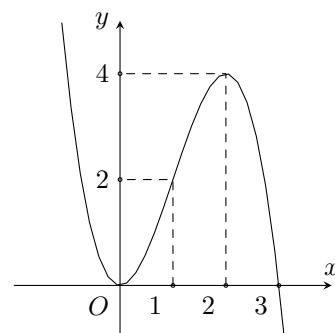
Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

(A) $y = x^3 + 3x^2$.

(B) $y = -x^3 - 3x^2$.

(C) $y = -x^3 + 3x^2$.

(D) $y = x^3 - 3x^2$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ suy ra $a < 0$.

Hàm số có 2 cực trị nên $b^2 - 3ac > 0$, suy ra đó là đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-5}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ

(A) $(0; -5)$.

(B) $(5; 0)$.

(C) $(-5; 0)$.

(D) $(0; 5)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của $y = \frac{x-5}{x+1}$ với trục tung là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = \frac{x-5}{x+1} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -5. \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(0; -5)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 7. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ nghịch biến trên

(A) $\mathbb{R}$.

(B) $(-\infty; -2)$.

(C) $(-2; 0)$.

(D) $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số y nghịch biến trên $(-2; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 8.

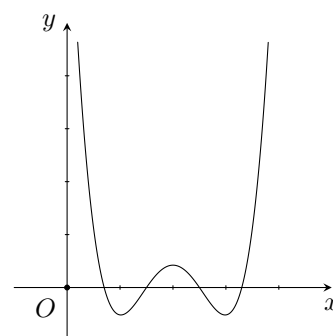
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

A 1.

B 2.

C 4.

D 3.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	-3	$+\infty$	

A $x = -3$.

B $x = 0$.

C $x = -1$.

D $x = -2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 10. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là

A 2 và -7 .

B 1 và -7 .

C -1 và -7 .

D 1 và -6 .

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 12x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1; 1) \\ x = 2 \notin (-1; 1) \end{cases}$

Suy ra $y(-1) = -7, y(0) = 1, y(1) = -3$.

Vậy $\max_{[-1;1]} y = 1$ và $\min_{[-1;1]} y = -7$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	2	$+\infty$	2	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.
 (B) $f(-5) < f(4)$.
 (C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 (D) Đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số..

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(-5) < 2$ và $f(4) > 2$ nên $f(-5) < f(4)$.

Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Đồ thị hàm số chỉ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ nên không đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

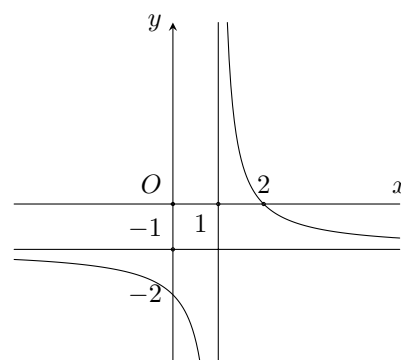
Chọn đáp án (B)

□

Câu 12.

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình vẽ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

- (A) $T = -9$. (B) $T = 10$. (C) $T = -7$. (D) $T = 12$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có:

Tiệm cận ngang $y = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Tiệm cận đứng $x = 1 \Leftrightarrow -c = 1 \Rightarrow c = -1$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại $(2; 0)$, suy ra $2a + b = 0 \Rightarrow b = 2$.

Do đó, $T = -1 - 6 - 2 = -9$.

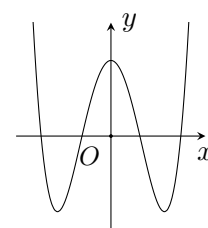
Chọn đáp án (A)

□

Câu 13.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A) $a < 0, b > 0, c > 0$. (B) $a > 0, b < 0, c > 0$.
 (C) $a > 0, b < 0, c < 0$. (D) $a > 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải.

Nhìn vào đồ thị ta thấy

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.
- Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $a \cdot b < 0$ suy ra $b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c > 0$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 14. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x + 1$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung.

(A) $y = 3x - 1$.

(B) $y = 3x + 1$.

(C) $y = -3x + 1$.

(D) $y = 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục tung nên giao điểm có hoành độ bằng 0.

Thế $x = 0$ vào $y = -x^3 + 3x + 1$ ta được $y = 1$.

Do đó giao điểm của đồ thị của hàm số với trục tung là điểm $A(0; 1)$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(0; 1)$

$$\Rightarrow \Delta: y = f'(0)(x - 0) + 1$$

$$\Rightarrow \Delta: y = 3x + 1.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số $y = f(1 - 2x)$ đồng biến trên khoảng

(A) $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

(B) $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

(C) $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.

(D) $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

Lời giải.

Ta có: $y' = -2f'(1 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2x) \leq 0$

$$\text{Từ bảng xét dấu ta có } f'(1 - 2x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2x \leq -3 \\ -2 \leq 1 - 2x \leq 1 \\ 1 - 2x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -1. \end{cases}$$

Từ đây ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

(A) $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

(B) $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

(C) $m = -1$.

(D) $m = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases}$$

Khi đó để đồ thị hàm số có ba cực trị thì $y' = 0$ phải có ba nghiệm thực phân biệt hay $m < 0$ và lúc đó

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\sqrt{-m} \\ x_3 = \sqrt{-m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = 1 - m^2 \\ y_3 = 1 - m^2 \end{cases}$$

Ba cực điểm cực trị của đồ thị hàm số $A(0; 1)$, $B(-\sqrt{-m}; 1 - m^2)$ và $C(\sqrt{-m}; 1 - m^2)$ luôn tạo thành một tam giác cân tại A . Vậy để yêu cầu bài toán được thỏa mãn thì

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy so với điều kiện ta chọn nghiệm $m = -1$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 17. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$. Tính $P = Mm$.

(A) $P = 11$.

(B) $P = 35$.

(C) $P = -28$.

(D) $P = 28$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$f'(x) = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1.$$

Mà $f(2) = 7, f(5) = 4$.

Nên $M = \max_{[2;5]} f(x) = 7, m = \min_{[2;5]} f(x) = 4$, suy ra $Mm = 28$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có đúng ba đường tiệm cận.

(A) $m \neq \frac{5}{2}$.

(B) $m \in (-2; 2)$.

(C) $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

(D) $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ và $m \neq \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2-mx+1} = 0$ nên đồ thị có đúng một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Nên để có đúng ba đường tiệm cận thì đồ thị phải có đúng hai đường tiệm cận đứng. Suy ra phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2^2 - m \cdot 2 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 5 - 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Ông Khoa muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2 . Nếu ông Khoa biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông Khoa trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu? (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể).

(A) 90 triệu đồng.

(B) 168 triệu đồng.

(C) 54 triệu đồng.

(D) 108 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi chiều rộng của đáy bể là $x (x > 0)$ suy ra chiều dài của đáy bể là $2x$.

Do thể tích của bể là 288 m^3 nên chiều cao của bể là: $h = \frac{288}{2x^2} = \frac{144}{x^2}$.

Nên diện tích cần xây là: $S(x) = 2x^2 + 2xh + 2 \cdot 2x \cdot h = 2x^2 + \frac{864}{x}$.

Để chi phí là thấp nhất thì $S(x)$ là nhỏ nhất.

$$S(x) = 2x^2 + \frac{432}{x} + \frac{432}{x} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{432}{x} \cdot \frac{432}{x}} = 216.$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow 2x^2 = \frac{432}{x} \Leftrightarrow x = 6$.

Vậy chi phí thấp nhất để xây dựng bể là $216 \cdot 500000 = 108.000.000 \text{ đồng}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Cho đường cong $(C): y = \frac{x-3}{x+1}$ và đường thẳng $d: y = x + 3m$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để d và (C) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm I của AB có hoành độ bằng 3.

(A) $m = 0$.

(B) $m = -1$.

(C) $m = 1$.

(D) $m = -2$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$\frac{x-3}{x+1} = x + 3m \Leftrightarrow x^2 + 3mx + 3m + 3 = 0. \quad (*)$$

Để (C) cắt d tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt, khi đó

$$\Delta = (3m)^2 - 4(3m + 3) > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 12m - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$ thì x_1, x_2 là hoành độ của các giao điểm A, B .

Theo định lí Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = -3m$.

Vì I là trung điểm của AB nên $x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{3m}{2} = 3 \Leftrightarrow m = -2$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án (D)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. B	4. B	5. C	6. A	7. C	8. D	9. B	10. B
11. B	12. A	13. B	14. B	15. A	16. C	17. D	18. D	19. D	20. D

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0; 1)$.

(B) $(-1; 1)$.

(C) $(-\infty; -1)$.

(D) $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Qua bảng biến thiên ta thấy, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	-1	3	2

Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) Có một điểm.

(B) Có bốn điểm.

(C) Có hai điểm.

(D) Có ba điểm.

Lời giải.

Hàm số có y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x = \pm 1$ và $y = f(x)$ xác định tại $x = \pm 1$, suy ra hàm số có hai điểm cực đại $x = \pm 1$.

Nhận xét: tại $x = 0$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương, nhưng không xác định tại $x = 0$ nên $x = 0$ không là điểm cực tiểu của hàm số.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 3.

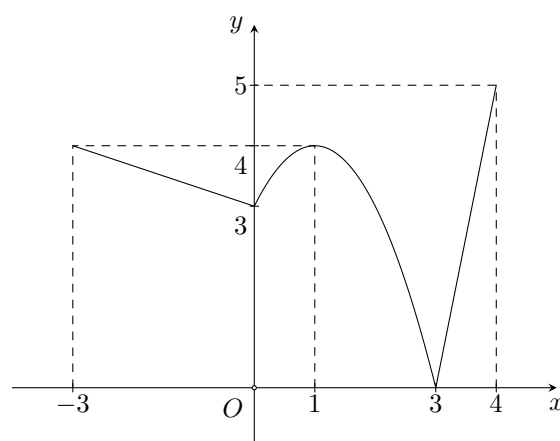
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 4]$. Tính $M + m$.

(A) 7.

(B) 8.

(C) 1.

(D) 5.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $\begin{cases} M = 5 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow M + m = 5$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 4. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1 - 4x}{2x - 1}$.

(A) $y = 4$.

(B) $y = \frac{1}{2}$.

(C) $y = 2$.

(D) $y = -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - 4x}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4 + \frac{1}{x}}{2 - \frac{1}{x}} = -2.$$

Do đó, đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là $y = -2$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 5.

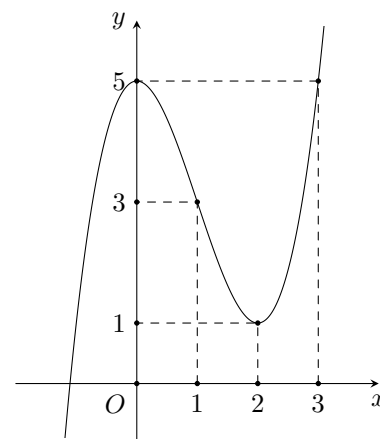
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^3 + 3x^2 + 5$.

(B) $y = x^3 - 3x + 5$.

(C) $y = x^4 - 2x^2$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 5$.



Lời giải.

Đường cong hình bên là đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

• Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$.

• Đi qua điểm $(2; 1)$.

Suy ra hàm số thỏa mãn là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Đường thẳng $y = 2x + 2019$ và đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

(A) 1.

(B) 0.

(C) 3.

(D) 2.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số đã cho là

$$\frac{2x + 1}{x - 1} = 2x + 2019 \Leftrightarrow 2x + 1 = (2x + 2019)(x - 1) \Leftrightarrow 2x^2 + 2015x - 2020 = 0.$$

Phương trình trên có hai nghiệm nên đường thẳng $y = 2x + 2018$ và đồ thị hàm số đã cho có hai điểm chung.

Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

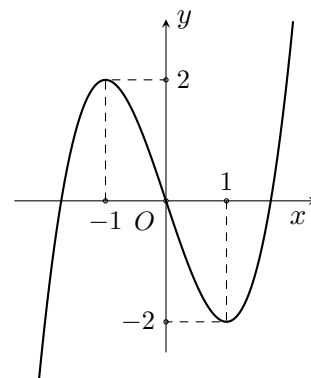
Do đó hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x + 2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- (A) $x = 1$. (B) $x = -2$. (C) $x = 2$. (D) $x = -1$.



Lời giải.

Từ đồ thị suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A) Hàm số có điểm cực đại bằng 1. (B) Hàm số có điểm cực tiểu bằng 0.
(C) Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. (D) Hàm số có 2 cực trị.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực đại $x = -1$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 5$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

- (A) $\min_{[-1;3]} y = -7$. (B) $\min_{[-1;3]} y = -3$. (C) $\min_{[-1;3]} y = -5$. (D) $\min_{[-1;3]} y = 49$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 3] \\ x = -2 \notin [-1; 3] \end{cases}$$

Có $y(0) = -5$, $y(-1) = -3$, $y(3) = 49$.

Vậy $\min_{[-1;3]} y = -5$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A** 2. **B** 3. **C** 4. **D** 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có các giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$. Từ đó suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$. Nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận.

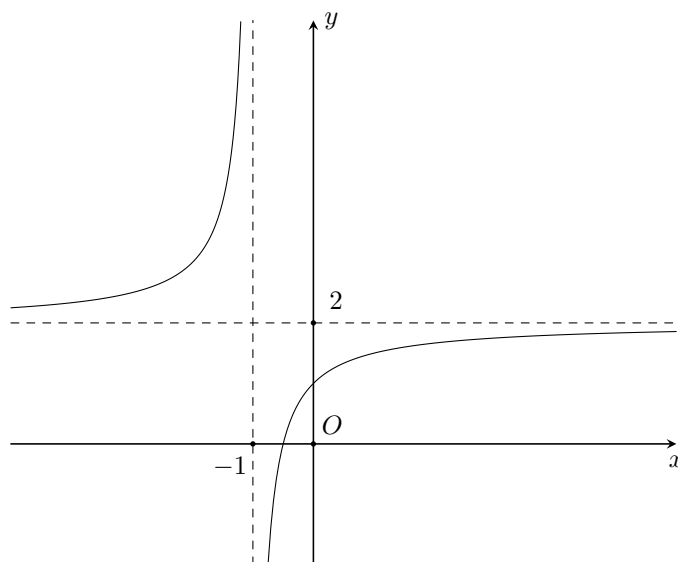
Chọn đáp án **A**

□

Câu 12.

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

- A** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **B** $y = \frac{2x+1}{x+1}$.
C $y = \frac{2x+3}{x+1}$. **D** $y = \frac{x+3}{1-x}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta thấy $y = 2$ là tiệm cận ngang và $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, do đó ta loại đáp án $y = \frac{x-1}{x+1}$ và đáp án $y = \frac{x+3}{1-x}$.

Ta nhận thấy hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó nên loại đáp án $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm sau đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$
		-4			-4		

A $y = x^4 - 2x^2 - 3.$

B $y = -x^4 + 2x^2 - 3.$

C $y = x^4 + 2x^2 - 3.$

D $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3.$

Lời giải.

Theo bảng biến thiên ta thấy, đồ thị hàm số có 3 cực trị nên loại hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3.$

Chiều Parabol quay lên trên nên loại hai hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ và $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = (x^2 - 1)^2$ tại điểm $M(2; 9)$ là

A $y = 6x - 3.$

B $y = 6x + 21.$

C $y = 24x - 39.$

D $y = 8x - 7.$

Lời giải.

Hàm số $y = f(x) = (x^2 - 1)^2$ có $y' = 4x(x^2 - 1).$

Khi đó $f'(2) = 24.$

Do đó tiếp tuyến tại $M(2; 9)$ của đồ thị hàm số $y = f(x) = (x^2 - 1)^2$ là $y = 24(x - 2) + 9 \Leftrightarrow y = 24x - 39.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 15.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.

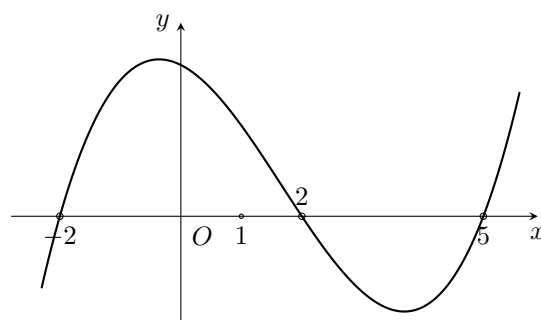
Hàm số $g(x) = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A $(-1; +\infty).$

B $(-\infty; -1).$

C $(1; 3).$

D $(0; 2).$



Lời giải.

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	5	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $g'(x) = -2 \cdot f'(3 - 2x).$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x = 2 \\ 3 - 2x = -2 \\ 3 - 2x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{5}{2} \\ x = -1. \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

(A) $m = 5$.

(B) $m = -5$.

(C) $m = 1$.

(D) $m = -1$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ thì điều kiện cần là $y'(3) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5. \end{cases}$

Với $m = 1$ thì $y' = x^2 - 2x - 3, y'' = 2x - 2$. Khi đó $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) > 0 \end{cases}$ do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Với $m = 5$ thì $y' = x^2 - 10x - 21, y'' = 2x - 10$. Khi đó $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases}$ do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Vậy với $m = 5$ thì hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Tổng các giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{2 - x^2} - x$ bằng

(A) $2 - \sqrt{2}$.

(B) $2 + \sqrt{2}$.

(C) 1.

(D) 2.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Ta có $y' = -\frac{x}{\sqrt{2 - x^2}} - 1 = -\frac{x + \sqrt{2 - x^2}}{\sqrt{2 - x^2}}$.

Xét $y' = 0$ suy ra

$$\begin{aligned} x + \sqrt{2 - x^2} = 0 &\Leftrightarrow \sqrt{2 - x^2} = -x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq 0 \\ 2 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = -1. \end{aligned}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$
y'	$+$	0	$-$
y	$\sqrt{2}$	2	$-\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\min y = -\sqrt{2}$ và $\max y = 2$. Do đó $\min y + \max y = 2 - \sqrt{2}$.
 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-3; 3)$ sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang?

- (A)** 0. **(B)** 3. **(C)** 1. **(D)** 2.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$.

- Nếu $m = 0$ hàm số trở thành $y = x + 1$ do đó không có tiệm cận ngang.

- Nếu $m < 0$ thì tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\sqrt{-\frac{1}{m}}; \sqrt{-\frac{1}{m}}\right)$.

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

- Nếu $m > 0$ thì tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.

Khi đó ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}$

và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$.

Do đó đồ thị hàm số luôn có hai tiệm cận ngang.

Để thỏa mãn bài toán $m \in (-3; 3)$ và m nguyên suy ra $m = 1, m = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 19. Cho hàm số $y = |x^2 + 2x + a - 4|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A)** $a = 1$. **(B)** $a = 3$. **(C)** $a = 4$. **(D)** $a = 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^2 + 2x + a - 4$ trên đoạn $[-2; 1]$, ta có $g'(x) = 2x + 2$ và $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Ta lại có $g(-2) = a - 4$, $g(-1) = a - 5$ và $g(1) = a - 1$ nên giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $g(x)$ là $a - 1$ và $a - 5$.

Từ đó suy ra giá trị lớn nhất của $y = |g(x)|$ là $\max\{|a - 1|; |a - 5|\}$.

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số đã cho, ta có

$$\begin{cases} M \geq |a - 1| \\ M \geq |a - 5| \end{cases} \Rightarrow 2M \geq |a - 1| + |5 - a| \geq |a - 1 + 5 - a| = 4 \Rightarrow M \geq 2.$$

Để giá trị của M nhỏ nhất thì $M = 2$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} |a - 1| = |a - 5| = 2 \\ (a - 1)(5 - a) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 20. Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 6x^2 + 10mx + m^2 - 18m + 22$ và đường thẳng $d: y = mx + m^2 + 6$, trong đó m là tham số thực và $m \leq 1$. Biết rằng đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ M, N, P đến trục hoành.

(A) 21.

(B) 15.

(C) 18.

(D) 12.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d

$$x^3 - 6x^2 + 10mx + m^2 - 18m + 22 = mx + m^2 + 6 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9mx - 18m + 16 = 0.$$

Phương trình tương đương $(x - 2)(x^2 - 4x + 9m - 8) = 0$.

Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt thì phương trình $x^2 - 4x + 9m - 8 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2. Hay

$$\begin{cases} \Delta' = 4 - 9m + 8 > 0 \\ 2^2 - 4 \cdot 2 + 9m - 8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{4}{3}.$$

Giả sử $M(2; m^2 + 2m + 6), N(x_N; mx_N + m^2 + 6), P(x_P; mx_P + m^2 + 6)$ là tọa độ các giao điểm. Khi đó tổng khoảng cách từ M, N, P đến trục hoành là

$$\begin{aligned} P &= |m^2 + 2m + 6| + |mx_N + m^2 + 6| + |mx_P + m^2 + 6| \\ &= m^2 + 2m + 6 + |mx_N + m^2 + 6| + |mx_P + m^2 + 6| \\ &\geq m^2 + 2m + 6 + |m(x_N + x_P) + 2m^2 + 12| \\ &= m^2 + 2m + 6 + |2m^2 + 4m + 12| \\ &= 3m^2 + 6m + 18 \\ &= 3(m + 1)^2 + 15 \geq 15. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{cases} m = -1 \\ (mx_N + m^2 + 6)(mx_P + m^2 + 6) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ (7 - x_N)(7 - x_P) \geq 0. \end{cases}$$

Xét bất phương trình

$$(7 - x_N)(7 - x_M) \geq 0 \Leftrightarrow 49 - 7(x_M + x_N) + x_M x_N \geq 0 \Leftrightarrow 49 - 7 \cdot 4 + (9m - 8) \geq 0 \Leftrightarrow 4 \geq 0.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 15.

Chọn đáp án **(B)** □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. D	4. D	5. D	6. D	7. A	8. D	9. A	10. C
11. A	12. B	13. A	14. C	15. B	16. A	17. A	18. D	19. B	20. B

CHƯƠNG 2. HÀM SỐ LŨY THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Lũy thừa	Câu 1			Câu 2	2 10%
② Hàm lũy thừa		Câu 3	Câu 4 Câu 5		3 15%
③ Logarit	Câu 6 Câu 7	Câu 8 Câu 9	Câu 10		5 25%
④ Hàm số mũ, hàm số logarit	Câu 11		Câu 12		2 10%
⑤ Phương trình mũ và logarit	Câu 13	Câu 14 Câu 15	Câu 16		4 20%
⑥ Bất phương trình mũ và logarit	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20	4 20%
Cộng	6 30%	6 30%	6 30%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Lũy thừa</i>	1	NB	Tính lũy thừa đơn giản.
	2	VDC	Rút gọn biểu thức.
<i>Chủ đề 2. Hàm lũy thừa</i>	3	TH	Biết tìm tập xác định của hàm số lũy thừa.
	4	VDT	Tính đạo hàm của hàm số lũy thừa.
	5	VDT	Tìm tập xác định.
<i>Chủ đề 3. Logarit</i>	6	NB	Các quy tắc tính logarit.
	7	NB	Tính giá trị của biểu thức logarit đơn giản.
	8	TH	Sử dụng kiến thức của logarit để rút gọn biểu thức.
	9	TH	Biểu diễn logarit.

	10	VDT	Sử dụng các tính chất để so sánh logarit.
Chủ đề 4. Hàm số mũ, hàm số logarit	11	NB	Biết khái niệm, tính chất, công thức tính đạo hàm của hàm số mũ - hàm số logarit.
	12	VDT	Tính đạo hàm của hàm số mũ và logarit phức tạp hơn, dựa vào đồ thị, nhận dạng đồ thị hàm số mũ hoặc logarit.
Chủ đề 5. Phương trình mũ và logarit	13	NB	Giải được các phương trình mũ, logarit cơ bản.
	14	TH	Giải được các phương trình mũ, logarit đơn giản đưa về cùng cơ số.
	15	TH	Giải được các phương trình mũ, logarit đơn giản đặt ẩn phụ.
	16	VDT	Giải được các phương trình mũ, logarit. (Số nghiệm của phương trình).
Chủ đề 6. Bất phương trình mũ và logarit	17	NB	Giải được các bất phương trình mũ, logarit cơ bản.
	18	TH	Giải được các bất phương trình mũ, logarit đơn giản (đưa về cùng cơ số, đặt ẩn phụ).
	19	VDT	Giải được các bất phương trình mũ, logarit (tìm m thỏa điều kiện).
	20	VDC	Giải được bất phương trình mũ, logarit khó; lãi suất ngân hàng.

🔍 ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

(A) $P = x^{\frac{4}{5}}$.

(B) $P = x^9$.

(C) $P = x^{\frac{5}{4}}$.

(D) $P = x^{20}$.

Lời giải.

Ta có: $P = \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 2. Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a})}{a^{\frac{1}{8}} (\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2019^{2020})$.

(A) $-2019^{1010} - 1$.

(B) $2019^{1010} + 1$.

(C) $2019^{2020} + 1$.

(D) 2019^{1010} .

Lời giải.

Ta có: $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} \left(a^{-\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(a^{\frac{3}{8}} - a^{-\frac{1}{8}} \right)} = \frac{1 - a}{a^{\frac{1}{2}} - 1} = -1 - a^{\frac{1}{2}}$.

Do đó: $M = f(2019^{2020}) = -1 - (2019^{2020})^{\frac{1}{2}} = -1 - 2019^{1010}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-12}$.

(A) $D = \mathbb{R}$.

(B) $D = (-1, 1)$.

C $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

D $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-1/2}$ xác định khi và chỉ $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$. Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x + 2)^{\sqrt{2}}$.

A $y' = \sqrt{2}(x^3 - 2x + 2)^{\sqrt{2}-1}$.

B $y' = (x^3 - 2x + 2)^{\sqrt{2}} \cdot (3x^2 - 2) \ln \sqrt{2}$.

C $y' = (x^3 - 2x + 2)^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}$.

D $y' = \sqrt{2}(x^3 - 2x + 2)^{\sqrt{2}-1} \cdot (3x^2 - 2)$.

Lời giải.

$$y' = \sqrt{2}(x^3 - 2x + 2)^{\sqrt{2}-1} \cdot (x^3 - 2x + 2)' = \sqrt{2}(x^3 - 2x + 2)^{\sqrt{2}-1} \cdot (3x^2 - 2).$$

Chọn đáp án **D** □

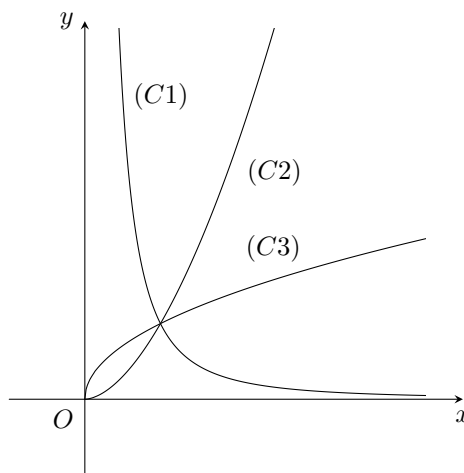
Câu 5. Cho ba hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{-2}$. Khi đó đồ thị của ba hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{-2}$ lần lượt là:

A $(C3), (C2), (C1)$.

B $(C2), (C3), (C1)$.

C $(C2), (C1), (C3)$.

D $(C1), (C3), (C2)$.



Lời giải.

Nhìn vào đồ thị (C_1) ta thấy nó đi xuống từ trái sang phải. Là đồ thị của hàm số nghịch biến nên nó là đồ thị của hàm số $y = x^{-2}$.

Vì $\sqrt{3} > 1$ nên đồ thị của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là (C_3)

Do đó (C_2) là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$;

Vậy đáp án là: B.

Chọn đáp án **B** □

Câu 6. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

B $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

C $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.

D $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

Lời giải.

Ta có: $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ nên B sai.

Chọn đáp án **B** □

Câu 7. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_a \sqrt[3]{a}$.

A $I = \frac{1}{3}$.

B $I = 3$.

C $I = 0$.

D $I = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 8. Rút gọn biểu thức $P = 3^{2\log_3 a} - \log_5 a^2 \cdot \log_a 25$, với a là số thực dương khác 1 ta được

(A) $P = a^2 + 4$.

(B) $P = a^2 - 2$.

(C) $P = a^2 - 4$.

(D) $P = a^2 + 2$.

Lời giải.

Ta có $P = (3^{\log_3 a})^2 - 2 \log_5 a \cdot 2 \log_a 5 = a^2 - 4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Đặt $a = \ln 2$, $b = \ln 3$. Hãy biểu diễn $\ln 36$ theo a và b .

(A) $\ln 36 = a + b$.

(B) $\ln 36 = 2a + 2b$.

(C) $\ln 36 = a - b$.

(D) $\ln 36 = 2a - 2b$.

Lời giải.

Ta có $\ln 36 = \ln (2^2 \cdot 3^2) = \ln 2^2 + \ln 3^2 = 2 \ln 2 + 2 \ln 3 = 2a + 2b$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Xét a và b là hai số thực thỏa mãn $a > b > 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

(A) $0 < \log_{a^{1000}} b^{1000} < \frac{a}{b}$.

(B) $1 < \frac{1}{1000} \log_a b^{1000} < \frac{a}{b}$.

(C) $1 > 1000 \log_{b^{1000}} a > \frac{b}{a}$.

(D) $0 < \log_{b^{1000}} a^{1000} < \frac{b}{a}$.

Lời giải.

Nhận xét: $a > b > 1 \Rightarrow \frac{a}{b} > 1, \frac{b}{a} < 1, \log_a b < 1, \log_b a > 1, \log_a b > 0, \log_b a > 0$.

Ta có

$$\frac{1}{1000} \log_a b^{1000} = \log_a b < 1$$

$$1000 \cdot \log_{b^{1000}} a = \log_b a > 1$$

$$\log_{a^{1000}} b^{1000} = \log_a b < 1 < \frac{a}{b}, \log_a b > 0 \text{ nên } 0 < \log_{a^{1000}} b^{1000} < \frac{a}{b}$$

$$\log_{b^{1000}} a^{1000} = \log_b a > 1 > \frac{b}{a}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 11. Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Mệnh đề nào sau đây sai?

(A) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(1; 0)$.

(B) Đồ thị hàm số đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ qua đường thẳng $y = x$.

(C) Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.

(D) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Lời giải.

Ta có khi $x = 1$ thì $y = \frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số không qua điểm $A(1; 0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ ($0 < x \neq 1$), mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

(B) $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

(C) $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

(D) $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

Lời giải.

Ta có $xy = \ln x$, lấy đạo hàm hai vế, ta được $y + xy' = \frac{1}{x}$.

Tiếp tục lấy đạo hàm hai vế của biểu thức trên, ta được $y' + y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$ hay $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Tìm nghiệm của phương trình $27^x = 3$.

(A) $x = 1$.

(B) $x = 2$.

(C) $x = 3$.

(D) $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $27^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_{27} 3 = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 14. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{5}}(x+2) = \log_5(4x+6)$ bằng

- (A)** 3. **(B)** 1. **(C)** 0. **(D)** 2.

Lời giải.

- Điều kiện: $x > -\frac{3}{2}$.
-

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{5}}(x+2) &= \log_5(4x+6) \\ \Leftrightarrow \log_5(x+2)^2 &= \log_5(4x+6) \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 &= 4x+6 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 15. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log^2 x + 3\log x - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log x_1 + \log x_2$.

- (A)** $A = 3$. **(B)** $A = 2$. **(C)** $A = 4$. **(D)** $A = -3$.

Lời giải.

$$\log^2 x + 3\log x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^{-4} \end{cases}.$$

Khi đó: $A = \log x_1 + \log x_2 = \log 10 + \log 10^{-4} = 1 - 4 = -3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 16. Tìm số nghiệm của phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$.

- (A)** 1. **(B)** 2. **(C)** 3. **(D)** 4.

Lời giải.

Đặt $u = 4^{x^2-3x+2} > 0; v = 4^{x^2+6x+5} > 0 \Rightarrow u + v = uv + 1$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 + 6x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; x = 2 \\ x = -1; x = -5 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $3 < \log_2 x < 4$ là

- (A)** $(8; 16)$. **(B)** $(0; 16)$. **(C)** $(8; +\infty)$. **(D)** $\mathbb{R}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } 3 < \log_2 x < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2^3 \\ x < 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow 8 < x < 16.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Nghiệm của bất phương trình $16^x - 4^x - 6 \leq 0$ là

- (A)** $x > \log_4 3$. **(B)** $x \geq 1$. **(C)** $x \leq \log_4 3$. **(D)** $x \geq 3$.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x$ ($t > 0$), khi đó bất phương trình đã cho trở thành với $t^2 - t - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 3$. Kết hợp với điều kiện suy ra $0 < t \leq 3 \Leftrightarrow 4^x < 3 \Leftrightarrow x \leq \log_4 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 19. Cho bất phương trình: $9^x + (m-1) \cdot 3^x + m > 0$ (1). Tìm m để (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$
A $m \geq -\frac{3}{2}$. **B** $m > -\frac{3}{2}$. **C** $m > 3 + 2\sqrt{2}$. **D** $m \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, $t > 3$ bài toán trở thành tìm tham số m sao cho $t^2 + (m-1) \cdot t + m > 0$ nghiệm đúng $\forall t > 3 \Leftrightarrow \frac{t^2 - t}{t+1} > -m$ với mọi $t > 3$.

Xét hàm số $g(t) = t - 2 + \frac{2}{t+1}$ ($t > 3$).

$g'(t) = 1 - \frac{2}{(t+1)^2} > 0, \forall t > 3$.

Hàm số đồng biến trên $[3; +\infty)$ và $g(3) = \frac{3}{2}$.

Yêu cầu bài toán tương đương $-m \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 20. Ông Tuấn gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền 20 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi).

A 7 năm. **B** 8 năm. **C** 9 năm. **D** 10 năm.

Lời giải.

Áp dụng công thức: $T = A(1+r)^n$

Gọi P là số tiền gửi ban đầu. Sau n năm số tiền thu được là: $P_n = P(1+0,084)^n = P(1,084)^n$.

Áp dụng với số tiền bài toán cho ta được

$20 = 9,8 \cdot (1,084)^n \Leftrightarrow (1,084)^n = \frac{20}{9,8} \Leftrightarrow n = \log_{1,084} \left(\frac{20}{9,8} \right) \approx 8,844$.

Vì n là số tự nhiên nên ta chọn $n = 9$.

Chọn đáp án **C** □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. C	4. D	5. B	6. B	7. A	8. C	9. B	10. A
11. A	12. C	13. D	14. D	15. D	16. D	17. A	18. C	19. A	20. C

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Cho $a > 0$ dạng lũy thừa của $a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ là

A $a^{\frac{5}{6}}$. **B** $a^{\frac{1}{6}}$. **C** $a^{\frac{1}{3}}$. **D** $a^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2. Cho $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{x}{x+y}$ là

A $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$. **B** $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}}$. **C** $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$. **D** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$(\sqrt{3}-1)x = (\sqrt{3}+1)y \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}+1}{x} = \frac{\sqrt{3}-1}{y} = \frac{2\sqrt{3}}{x+y}.$$

Suy ra

$$\frac{x}{x+y} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ là

- (A)** $\mathcal{D} = [1, +\infty)$. **(B)** $\mathcal{D} = (0, +\infty)$. **(C)** $\mathcal{D} = (1, +\infty)$. **(D)** $\mathcal{D} = [0, +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4. Hàm số $y = (3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}$ có đạo hàm là

- (A)** $\frac{2x\sqrt{x} + 4\sqrt{x}\sin 2x - 1}{4(3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}}$. **(B)** $\frac{12x\sqrt{x} + 2\sqrt{x}\sin 2x - 1}{4(3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}}$.
(C) $\frac{12x\sqrt{x} + 4\sqrt{x}\sin 2x - 1}{4(3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}}$. **(D)** $\frac{12x\sqrt{x} + 4\sqrt{x}\sin x - 1}{4(3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left[(3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}} \right]' &= \frac{1}{2} (3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)' (3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \left(6x - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2\cos 2x \right) \frac{1}{(3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

Suy ra $y' = \frac{12x\sqrt{x} + 4\sqrt{x}\sin 2x - 1}{4(3x^2 - \sqrt{x} + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{1}{x^3 + 1} \right)^{0,3}$ là

- (A)** $\mathcal{D} = [-1, +\infty)$. **(B)** $\mathcal{D} = (-\infty, -1)$. **(C)** $\mathcal{D} = (-\infty, -1]$. **(D)** $\mathcal{D} = (-1, +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi

$$\frac{1}{x^3 + 1} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)(x^2 - x + 1)} > 0 \Leftrightarrow x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1.$$

Suy ra tập xác định hàm số trên là $\mathcal{D} = (-1, +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Cho các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)** $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. **(B)** $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. **(C)** $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$. **(D)** $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Lời giải.

Ta có $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho $x, y > 0$, giá trị biểu thức $Q = \frac{\ln(xy)}{2(\ln x + \ln y)}$ là

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{1}{4}$.

(D) $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $Q = \frac{\ln(xy)}{2(\ln x + \ln y)} = \frac{\ln x + \ln y}{2(\ln x + \ln y)} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Biểu thức thu gọn của $A = \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 10$ là

(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 4.

Lời giải.

Ta có $A = \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 10 = \log_8 \frac{12 \cdot 10}{15} = \log_8 8 = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Cho $\log_2 3 = a$, chọn biểu thức đúng trong các biểu thức sau

(A) $\log_2 12 = 2 + a$.

(B) $\log_2 12 = 2 + \frac{1}{a}$.

(C) $\log_2 24 = 8 + a$.

(D) $\log_2 24 = 8 + \frac{1}{a}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 12 = \log_2 4 + \log_2 3 = 2 + a$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 10. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

(A) $3 \log 2 + \log 3 < 2 \log 5$.

(B) $3 \log 2 - \log 3 > 2 \log 5$.

(C) $\log 3 - 3 \log 2 > 2 \log 5$.

(D) $3 \log 2 + \log 3 > 2 \log 5$.

Lời giải.

Ta có

• $3 \log 2 + \log 3 = \log 8 + \log 3 = \log 24$.

• $2 \log 5 = \log 25$.

Suy ra $3 \log 2 + \log 3 > 2 \log 5$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Hàm số $y = e^{4x-1}$ có đạo hàm là

(A) $4e^{4x-1}$.

(B) $(4x-1)e^{4x-1}$.

(C) e^{4x-1} .

(D) $4e^{4x}$.

Lời giải.

Ta có $(e^{4x-1})' = (4x-1)'e^{4x-1} = 4e^{4x-1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Cho hàm số $y = \sin(e^{\sqrt{\ln x+1}})$, giá trị $y'(1)$ là

(A) $\frac{e \cdot \cos e}{2}$.

(B) $\frac{e \cdot \cos e}{3}$.

(C) $\frac{e \cdot \cos e}{4}$.

(D) $\frac{e \cdot \cos e}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (\sin(e^{\sqrt{\ln x+1}}))' &= (e^{\sqrt{\ln x+1}})' \cos(e^{\sqrt{\ln x+1}}) \\ &= (\sqrt{\ln x+1})' (e^{\sqrt{\ln x+1}}) \cos(e^{\sqrt{\ln x+1}}) \\ &= \frac{(\ln x+1)'}{2\sqrt{\ln x+1}} (e^{\sqrt{\ln x+1}}) \cos(e^{\sqrt{\ln x+1}}) \\ &= \frac{1}{2x\sqrt{\ln x+1}} (e^{\sqrt{\ln x+1}}) \cos(e^{\sqrt{\ln x+1}}). \end{aligned}$$

Suy ra $y'(1) = \frac{e \cdot \cos e}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 13. Phương trình $3^{x^2-3x+2} = 1$ có tập nghiệm là

- (A)** $\{1, 2\}$. **(B)** $\{1, 2\}$. **(C)** $\{2, 3\}$. **(D)** $\{-1, 2\}$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 2.$$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{1, 2\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 14. Phương trình $2^{x^2-3x+3} = 8$ có tổng hai nghiệm là

- (A)** 1. **(B)** 2. **(C)** 3. **(D)** 4.

Lời giải.

Ta có

$$2^{x^2-3x+3} = 8 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 3 = 3 \Leftrightarrow x = 0, x = 3.$$

Suy ra tổng hai nghiệm bằng 3.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 15. Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ có tập nghiệm là

- (A)** $\{0; 1\}$. **(B)** $\{1; 2\}$. **(C)** $\{0; -1\}$. **(D)** $\{-1; 1\}$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$ phương trình đã cho trở thành bậc hai đối với t , $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1, t = 2$.

- Với $t = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.
- Với $t = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Suy ra tập nghiệm của phương trình $S = \{0; 1\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + (x - 1) \log_2 x + 2x - 6 = 0$ (1) là

- (A)** 1. **(B)** 2. **(C)** 3. **(D)** 4.

Lời giải.

- Điều kiện $x > 0$.
- Phương trình (1) $\Leftrightarrow (\log_2 x + 2)(\log_2 x + x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x + 2 = 0 \text{ (a)} \\ \log_2 x + x - 3 = 0 \text{ (b)} \end{cases}$
- Giải (a) ta được $x = \frac{1}{4}$.
- Về trái của (b) là hàm số đồng biến nên phương trình (b) nếu có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất. Ta thấy $x = 2$ là nghiệm duy nhất đó.

Suy ra tập nghiệm của phương trình $S = \left\{\frac{1}{4}; 2\right\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 8 > 0$ là

- (A)** $(0; +\infty)$. **(B)** $(1; +\infty)$. **(C)** $(2; +\infty)$. **(D)** $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^x - 8 > 0 \Leftrightarrow 2^x > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$. Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) > \log_2(5-x) + 1$ là

- (A) $(1; 3)$. (B) $(3; 5)$. (C) $(1; 5)$. (D) $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $1 < x < 5$. Ta có

$$\begin{aligned} 2\log_2(x-1) &> \log_2(5-x) + 1 \\ \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 &> \log_2(2(5-x)) \\ \Leftrightarrow (x-1)^2 &> 2(5-x) \\ \Leftrightarrow x^2 - 9 &> 0 \Leftrightarrow x < -3 \cup x > 3. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện bài toán, suy ra bất phương trình có tập nghiệm $S = (3; 5)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Phương trình $4^x + 2^x - m = 0$ (1) có nghiệm khi

- (A) $m > 0$. (B) $m \geq 0$. (C) $m < 0$. (D) $m \leq 0$.

Lời giải.

- Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 + t = m$. (2).
- Đặt $f(t) = t^2 + t \Rightarrow f'(t) = 2t + 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$

- Trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có $\min_{f(0;+\infty)}(t) = f(0) = 0$.

Vậy (1) có nghiệm khi (2) có nghiệm, suy ra $m > 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 + 2x - 3) + \log_{\frac{1}{2}}(x+3) > \log_2 x^2$ (1)

- (A) $\left(1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$. (B) $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 1\right)$.
 (C) $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$. (D) $\left(-\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2 + 2x - 3}{x+3} > \log_2 x^2 \\ &\Leftrightarrow \log_2(x-1) > \log_2 x^2 \\ &\Leftrightarrow x-1 > x^2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2}. \end{aligned}$$

Suy ra bất phương trình có nghiệm $1 < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. C	5. D	6. D	7. B	8. C	9. A	10. D
11. A	12. A	13. A	14. C	15. A	16. B	17. D	18. B	19. A	20. D

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Tính $P = \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{-1}$.

(A) $P = \frac{2}{21}$.

(B) $P = \frac{31}{48}$.

(C) $P = 2$.

(D) $P = -\frac{141}{112}$.

Lời giải.

Ta có $P = \frac{7}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{2+4^x}$ ($x \in \mathbb{R}$). Biết $a+b=5$ với a, b là hai số thực, hãy tính $K = f(a) + f(b-4)$.

(A) $K = \frac{512}{513}$.

(B) $K = \frac{3}{4}$.

(C) $K = 1$.

(D) $K = \frac{128}{129}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 K &= f(a) + f(b-4) \\
 &= f(a) + f(1-a) \\
 &= \frac{4^a}{2+4^a} + \frac{4^{1-a}}{2+4^{1-a}} \\
 &= \frac{2 \cdot 4^a + 4 + 2 \cdot 4^{1-a} + 4}{(2+4^a)(2+4^{1-a})} \\
 &= \frac{2(a^4 + 4^{1-a}) + 8}{2(4^a + 4^{1-a}) + 8} = 1.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2018}}$.

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.

(D) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $\sqrt{2018}$ là số không nguyên nên điều kiện là $x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Cho $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$. Tính $f^{(2018)}(x)$

(A) $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$.

(B) $\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$.

(C) $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$.

(D) $\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$.

Lời giải.

Ta có: $f(x) = \frac{x^2}{-x+1} = -x-1 - \frac{1}{x-1}$ $f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2}$; $f''(x) = -\frac{2}{(x-1)^3}$; $f'''(x) = \frac{1.2.3}{(x-1)^4}$

Dự đoán: $f^{(2018)}(x) = \frac{-2018!}{(x-1)^{2019}}$

(Có thể chứng minh tổng quát bằng phương pháp quy nạp. Nhưng do đây là bài thi Trắc nghiệm nên bỏ qua!)

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{3}{5}} + (x - 3)^{-2}$ là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

(B) $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 2 \\ x \neq 3. \end{cases}$

Vậy nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{a\sqrt{a}} a\sqrt[3]{a}$.

(A) $\frac{8}{9}$.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{9}{8}$.

(D) 2.

Lời giải.

$$\log_{a\sqrt{a}} a\sqrt[3]{a} = \log_{a^{\frac{3}{2}}} a^{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{8}{9}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a (ab^3c^5)$.

(A) $P = 252$.

(B) $P = 251$.

(C) $P = 22$.

(D) $P = 21$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a (ab^3c^5) = \log_a a + \log_a b^3 + \log_a c^5 = 1 + 3\log_a b + 5\log_a c = 1 + 6 + 15 = 22$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 8. Với hai số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

(A) $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

(B) $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

(C) $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

(D) $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải.

$$\log_2 \frac{2a^3}{b} = \log_2 2a^3 - \log_2 b = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Cho hai số thực $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

(A) $\log \left(\frac{a+3b}{4} \right) = \frac{\log a + \log b}{2}$.

(B) $\log(a+3b) = \log a + \log b$.

(C) $\log(a+1) + \log b = 1$.

(D) $2\log(a+3b) = \log a + \log b$.

Lời giải.

Ta có $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab \Leftrightarrow (a+3b)^2 = 16ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+3b}{4} \right)^2 = ab$.

Lấy logarit cơ số 10 cả hai vế của đẳng thức trên, ta được:

$$\log \left(\frac{a+3b}{4} \right)^2 = \log(ab) \Leftrightarrow 2\log \left(\frac{a+3b}{4} \right) = \log a + \log b \Leftrightarrow \log \left(\frac{a+3b}{4} \right) = \frac{\log a + \log b}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = 4^x 9^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

(A) $f(x) > 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 > 0$.

(B) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 < 0$.

C $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log 4 + \log 9^x < 0.$

D $f(x) < 1 \Leftrightarrow x(\log 4 + \log 9^x) < 0.$

Lời giải.

Ta có $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_4 f(x) < \log_4 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 < 0 \Leftrightarrow x(\log 4 + \log 9^x) < 0.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1).$

A $y' = \frac{2 \ln 2}{2x + 1}.$

B $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}.$

C $y' = \frac{2}{(2x + 1) \log 2}.$

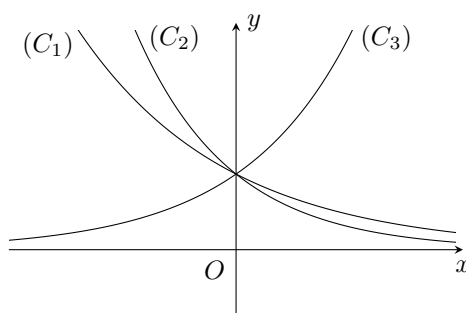
D $y' = \frac{1}{(2x + 1) \ln 2}.$

Lời giải.

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$, ta được $y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \cdot \ln 2} = \frac{2}{(2x + 1) \cdot \ln 2}.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 12. Hình vẽ bên dưới thể hiện đồ thị của ba trong bốn hàm số $y = 6^x$, $y = 8^x$, $y = \frac{1}{5^x}$ và $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}.$



Hỏi (C_2) là đồ thị hàm số nào?

A $y = 6^x.$

B $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}.$

C $y = \frac{1}{5^x}.$

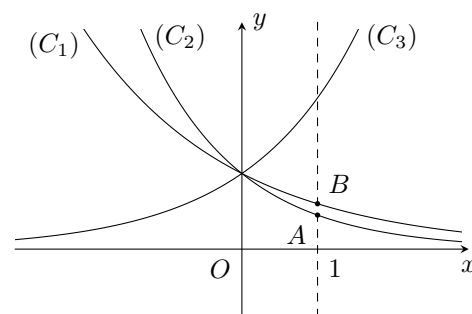
D $y = 8^x.$

Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ tăng khi $a > 1$ và giảm khi $0 < a < 1$ nên dựa vào giả thiết của bài toán thì (C_2) có thể là đồ thị hàm số $y = \frac{1}{5^x}$ hoặc $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}.$

Kẻ đường thẳng $x = 1$ lần lượt cắt (C_2) , (C_1) tại A và $B.$

Do $y_A < y_B$ và $\frac{1}{5} < \frac{1}{\sqrt{7}}$ nên đồ thị (C_2) là của hàm số $y = \frac{1}{5^x}.$



Chọn đáp án **C** □

Câu 13. Giải phương trình $2^x = 3.$

A $x = \log_3 2.$

B $x = 2\sqrt{3}.$

C $x = \log_2 3.$

D $x = 3\sqrt{2}.$

Lời giải.

Ta có $2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) = \log(x + 2) + 4$ là

A 3.

B 1.

C 2.

D 4.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$

Khi đó

$$\begin{aligned} \log(x^2 - x - 6) &= \log(x + 2) + 4 \\ \Leftrightarrow \log(x + 2) + \log(x - 3) + x &= \log(x + 2) + 4 \\ \Leftrightarrow \log(x - 3) &= 4 - x \Leftrightarrow x = 4. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 15. Biết rằng phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

- (A)** 8. **(B)** 5. **(C)** 3. **(D)** 1.

Lời giải.

Xét phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - 5\log_2 x = 0.$ (1)

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình (1) trở thành $(1 + t)^2 - 5t = 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 = 0.$ (2)

Ta thấy $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 > 0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 3$.

Khi đó, phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $t_1 = \log_2 x_1, t_2 = \log_2 x_2$.

Suy ra $x_1 x_2 = 2^{t_1} \cdot 2^{t_2} = 2^{t_1 + t_2} = 2^3 = 8.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 16. Số nghiệm của phương trình là $\log_2(4^x - 2^{x+1} + 1) = 2017$ là

- (A)** 2. **(B)** 3. **(C)** 1. **(D)** 0.

Lời giải.

Điều kiện $4^x - 2^{x+1} + 1 > 0.$

Phương trình tương đương $4^x - 2 \cdot 2^x + 1 = 2^{2017}$. Đặt $t = 2^x, 0 < t \neq 1$, phương trình trở thành

$$t^2 - 2t + 1 - 2^{2017} = 0.$$

Vì $1 - 2^{2017} < 0$ và $-2^{2017} \neq 0$ nên phương trình có hai nghiệm trái dấu và khác 1 ($t_1 < 0 < t_2 \neq 1$)
 $\Rightarrow$ phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- (A)** $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$ **(B)** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right).$ **(C)** $(3; +\infty).$ **(D)** $(2; +\infty).$

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$ là

- (A)** $(1; 4).$ **(B)** $(-\infty; 4).$ **(C)** $(1; 4].$ **(D)** $\left[4; \frac{11}{2}\right).$

Lời giải.

Điều kiện: $1 < x < \frac{11}{2}.$

Bất phương trình tương đương

$$\begin{aligned} -\log_3(x - 1) + \log_3(11 - 2x) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{11 - 2x}{x - 1} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{12-3x}{x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 < x \leq 4.$$

kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm là $(1; 4]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 19. Tìm m để bất phương trình $\log^2 x + 3 \log x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc tập xác định.

A $m \geq \frac{9}{4}$.

B $m \leq \frac{9}{4}$.

C $m < \frac{9}{4}$.

D $m > -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log x, t \in \mathbb{R}$.

Bất phương trình trở thành $t^2 + 3t + m \geq 0$

$$\Leftrightarrow m \geq -t^2 - 3t \quad (2).$$

Bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi x thuộc tập xác định $\Leftrightarrow (2)$ có nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Xét $f(t) = -t^2 - 3t$ với $t \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f(t)' = -2t - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m \geq \frac{9}{4}$.

t	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	$\frac{9}{4}$	$+\infty$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 20. Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu đồng (cả vốn ban đầu lẫn lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A 6 năm.

B 7 năm.

C 5 năm.

D 4 năm.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép số tiền người đó nhận được bao gồm cả vốn và lãi sau n năm là:

$$S_n = A(1+r)^n.$$

Do đó yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow S_n \geq 80 \Leftrightarrow 50 \left(1 + \frac{8,4}{100}\right)^n \geq 80 \Leftrightarrow 1,084^n \geq 1,6 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,084} 1,6 \approx 5,83$$

Vậy để đạt được số tiền không ít hơn 80 triệu đồng thì thời gian gửi ít nhất là 6 năm.

Chọn đáp án **A**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. A	4. B	5. B	6. A	7. C	8. A	9. A	10. C
11. B	12. C	13. C	14. D	15. A	16. C	17. D	18. C	19. A	20. A

CHƯƠNG 3. NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Nguyên hàm	Câu 1	Câu 4	Câu 6		8
	Câu 2	Câu 5	Câu 7		
	Câu 3		Câu 8		40%
② Tích phân	Câu 9	Câu 11		Câu 16	8
	Câu 10	Câu 12			
		Câu 13			
		Câu 14			
		Câu 15			40%
③ Ứng dụng của tích phân trong hình học	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20	4 20%
CỘNG	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Nguyên hàm	1	NB	Nguyên hàm của hàm số lượng giác.
	2	NB	Nguyên hàm của hàm số mũ.
	3	NB	Nguyên hàm của hàm số đa thức.
	4	TH	Biến đổi đưa về hàm lũy thừa.
	5	TH	Tìm nguyên hàm của hàm phân thức.
	6	VDT	Tìm nguyên hàm từng phần.
	7	VDT	Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến.
	8	VDT	Xác định một yếu tố của nguyên hàm.
Chủ đề 2. Tích phân	9	NB	Nhận biết định nghĩa để tính tích phân các hàm số.
	10	NB	Nhận biết tính chất để tính tích phân các hàm số.
	11	TH	Tích phân hàm phân thức.
	12	TH	Tích phân hàm số lượng giác.

	13	TH	Tích phân từng phần.
	14	TH	Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số.
	15	TH	Tính tích phân liên quan đến một tích phân cho trước.
	16	VDC	Kết hợp biến đổi lượng giác và các phương pháp tính tích phân.
Chủ đề 4. Ứng dụng của tích phân trong hình học	17	NB	Công thức tính diện tích hình phẳng (dựa vào đồ thị cho trước).
	18	TH	Tính được diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị và trục hoành.
	19	VDT	Tính thể tích hình tròn xoay quay quanh trục Ox .
	20	VDC	Ứng dụng tích phân vào thực tế.

ĐỀ KIỂM TRA

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \sin x$?

(A) $y = \cos x$.

(B) $y = x - \cos x$.

(C) $y = x + \cos x$.

(D) $y = -\cos x$.

Lời giải.

Ta có $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$. Chọn $C = 0$, suy ra hàm số $y = -\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \sin x$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$?

(A) $F(x) = \frac{2^x}{2 \cdot \ln 2}$.

(B) $F(x) = 2^x \cdot \ln 2$.

(C) $F(x) = \frac{2^x}{2 \cdot \ln 2} - 1$.

(D) $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $\int 2^x \, dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$. Vậy một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là hàm số $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

(A) $\frac{x^4}{4}$.

(B) $\frac{x^3}{3} + C$.

(C) $3x^2 + C$.

(D) $\frac{x^4}{4} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^3 \, dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Để tìm nguyên hàm $I = \int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} \, dx$, ta có thể đổi biến bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ thì thu được

(A) $I = \int 2(u^2 - 4)u \, du$.

(B) $I = \int 2(u^2 - 4) \, du$.

Ⓒ $I = \int (u^2 - 4) du$.

Ⓓ $I = \int (u^2 - 3) du$.

Lời giải.

Đặt $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow u^2 = x+1 \Rightarrow dx = 2u du$.

Thay vào nguyên hàm ban đầu ta có nguyên hàm trở thành $\int 2(u^2 - 4) du$.

Chọn đáp án Ⓑ

□

Câu 5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x+2}$. Biết $F(-1) = 1$, khi đó $F(2)$ bằng

Ⓐ $\ln 8 + 1$.

Ⓑ $4 \ln 2 + 1$.

Ⓒ $2 \ln 3 + 2$.

Ⓓ $2 \ln 4$.

Lời giải.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{2}{x+2} dx = 2 \ln |x+2| + C$.

Do $F(-1) = 1$ nên $2 \ln |-1+2| + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = 2 \ln |x+2| + 1 \Rightarrow F(2) = 2 \ln 4 + 1 = 4 \ln 2 + 1$.

Chọn đáp án Ⓑ

□

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\sqrt{2x+1}}$ là

Ⓐ $(\sqrt{2x+1} - 1)e^{\sqrt{2x+1}} + C$.

Ⓑ $e^{\sqrt{2x+1}} + C$.

Ⓒ $(\sqrt{2x+1} + 1)e^{\sqrt{2x+1}} + C$.

Ⓓ $\sqrt{2x+1}e^{\sqrt{2x+1}} + C$.

Lời giải.

Ta có $I = \int e^{\sqrt{2x+1}} dx$.

Đặt $\sqrt{2x+1} = t \Rightarrow t^2 = 2x+1 \Rightarrow t dt = dx$.

Khi đó $I = \int te^t dt$.

Đặt $\begin{cases} u = t \\ dv = e^t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e^t \end{cases}$.

Vậy $I = te^t - e^t + C = (t-1)e^t + C = (\sqrt{2x+1} - 1)e^{\sqrt{2x+1}} + C$.

Chọn đáp án Ⓐ

□

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng là $(0; +\infty)$. Khi đó $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng

Ⓐ $\frac{1}{2}f(\sqrt{x}) + C$.

Ⓑ $f(\sqrt{x}) + C$.

Ⓒ $-2f(\sqrt{x}) + C$.

Ⓓ $2f(\sqrt{x}) + C$.

Lời giải.

• Đặt $u = \sqrt{x}$, ta có $du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 du$.

• Khi đó $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2 \int f'(u) du = 2f(u) + C = 2f(\sqrt{x}) + C$.

Chọn đáp án Ⓓ

□

Câu 8. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$.

Ⓐ $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2$.

Ⓑ $F(x) = -e^{-x} + \cos x$.

Ⓒ $F(x) = e^{-x} + \cos x - 2$.

Ⓓ $F(x) = -e^x - \cos x + 2$.

Lời giải.

Ta có

$$F(x) = \int (e^{-x} + \sin x) dx = -e^{-x} - \cos x + C.$$

Từ $F(0) = 0$, suy ra $-1 - 1 + C = 0 \Leftrightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 9. Kết quả của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ bằng

A $I = 1$.

B $I = -2$.

C $I = 0$.

D $I = -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) \, dx = 1$, $\int_2^3 f(x) \, dx = 4$. Tính $I =$

$$\int_0^3 f(x) \, dx.$$

A $I = 5$.

B $I = -3$.

C $I = 3$.

D $I = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_0^3 f(x) \, dx = \int_0^2 f(x) \, dx + \int_2^3 f(x) \, dx = 1 + 4 = 5.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 11. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} \, dx = a + b \ln c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A $S = 6$.

B $S = 7$.

C $S = 5$.

D $S = 8$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_1^3 \frac{x+2}{x} \, dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) \, dx = (x + 2 \ln x) \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3 = a + b \ln c.$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow a + b + c = 7.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 12. Biết $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [\cos 2x + 2f(x)] \, dx = 5$, tính $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) \, dx$.

A $\frac{7}{2}$.

B 3.

C $\frac{1}{2}$.

D 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [\cos 2x + 2f(x)] \, dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx + 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} + 2I = \frac{1}{2}(1+1) + 2I = 1 + 2I.$$

$$\text{Theo đề ta có } 1 + 2I = 5 \Leftrightarrow I = 2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 13. Cho $\int_0^1 (x+3)e^x dx = a + be$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a \cdot b = 6$.

(B) $a \cdot b = -6$.

(C) $a + b = -5$.

(D) $a + b = -1$.

Lời giải.

Đặt $u = x + 3 \Rightarrow du = dx$; $dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$.

Khi đó $I = (x+3) \cdot e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = 4e - 3 - e^x \Big|_0^1 = -2 + 3e$.

Vậy $a = -2, b = 3$. Do đó $a \cdot b = -6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Cho $\int_3^8 f(x+1) dx = 10$. Tính $J = \int_0^1 f(5x+4) dx$.

(A) $J = 4$.

(B) $J = 10$.

(C) $J = 50$.

(D) $J = 2$.

Lời giải.

Xét tích phân $\int_3^8 f(x+1) dx = 10$.

Đặt $t = x + 1 \Rightarrow dx = dt$, với $x = 3 \Rightarrow t = 4, x = 8 \Rightarrow t = 9$. Ta có

$$\int_3^8 f(x+1) dx = \int_4^9 f(t) dt = 10.$$

Xét tích phân $J = \int_0^1 f(5x+4) dx$.

Đặt $u = 5x + 4 \Rightarrow du = 5 dx \Rightarrow \frac{1}{5} du = dx$.

Ta có $J = \int_0^1 f(5x+4) dx = \frac{1}{5} \int_4^9 f(u) du = \frac{1}{5} \int_4^9 f(t) dt = \frac{1}{5} \cdot 10 = 2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x) dx = 9$. Tính $\int_0^2 (f(1-3x)+9) dx$.

(A) 27.

(B) 15.

(C) 75.

(D) 21.

Lời giải.

Đặt $t = 1 - 3x \Rightarrow dt = -3dx$.

Đổi cận

x	0	2
t	1	-5

Ta có

$$\int_0^2 (f(1-3x) + 9) dx = \int_0^2 f(1-3x) dx + \int_0^2 9 dx = 18 + \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(t) dt = 18 + \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(x) dx = 21.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + 2f(\pi - x) = (x + 1) \sin x$, ($\forall x \in \mathbb{R}$).

Tích phân $\int_0^{\pi} f(x) dx$ bằng

(A) $1 + \frac{\pi}{2}$.

(B) $\frac{2 + \pi}{3}$.

(C) $2 + \pi$.

(D) 0 .

Lời giải.

Thay $x = \pi - x$ ta được

$$f(\pi - x) + 2f(x) = (\pi - x + 1) \sin(\pi - x) \Leftrightarrow 2f(x) + f(\pi - x) = (\pi - x + 1) \sin x.$$

Ta có
$$\begin{cases} f(x) + 2f(\pi - x) = (\pi - x + 1) \sin x \\ 2f(x) + f(\pi - x) = (\pi - x + 1) \sin x \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3f(x) = (2\pi - 3x + 1) \sin x$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2\pi - 3x + 1}{3} \sin x$$

$$\Rightarrow \int_0^{\pi} f(x) dx = \left(\frac{2\pi + 1}{3} x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{2 + \pi}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 17.

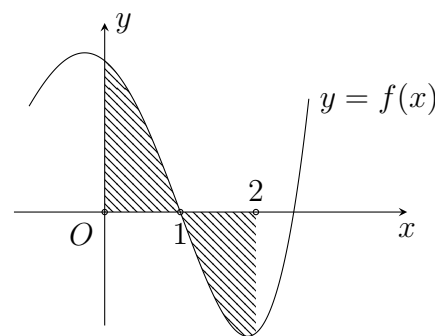
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ (phần tô đậm) là

(A) $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

(B) $S = \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

(C) $S = -\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

(D) $S = \int_0^2 f(x) dx$.



Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có $S = \int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 18. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(\mathcal{C})$ của hàm số $y = x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Biết $S = a\sqrt{2} + b$, với $(a, b \in \mathbb{Q})$ và a, b viết dạng các phân số tối giản. Tính $a + b$.

(A) $a + b = \frac{1}{6}$.

(B) $a + b = \frac{1}{2}$.

(C) $a + b = \frac{1}{3}$.

(D) $a + b = 0$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của $(\mathcal{C})$ và trục Ox là nghiệm của phương trình

$$x\sqrt{1+x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Suy ra

$$S = \int_0^1 x\sqrt{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 (1+x^2)^{\frac{1}{2}} d(1+x^2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}+1} (1+x^2)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{3}.$$

Do đó $a = \frac{2}{3}$, $b = -\frac{1}{3}$.

Vậy $a + b = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 19. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường cong $y = \frac{x-3}{x+1}$, trục hoành và trục tung. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích $V = \pi(a + b \ln 2)$ với a, b là các số nguyên. Tính $T = a + b$.

A $T = 10$.

B $T = 3$.

C $T = 6$.

D $T = -1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox là $\frac{x-3}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x-3=0 \Leftrightarrow x=3$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^3 \left(\frac{x-3}{x+1} \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \left(1 - \frac{4}{x+1} \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \left(1 - \frac{8}{x+1} + \frac{16}{(x+1)^2} \right) dx.$$

$$\text{hay } V = \pi \left(x - 8 \ln|x+1| - \frac{16}{x+1} \right) \Big|_0^3 = \pi(15 - 16 \ln 2).$$

Vậy $a = 15$, $b = -16$. Do đó $T = a + b = -1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 20.

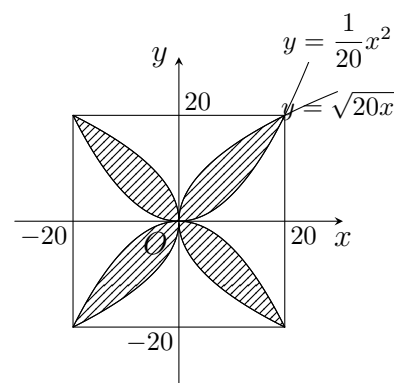
Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Diện tích mỗi cánh hoa bằng

A $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

B $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

C 250 cm^2 .

D 800 cm^2 .



Lời giải.

Diện tích mỗi cánh hoa là

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^{20} \left| \sqrt{20x} - \frac{1}{20}x^2 \right| dx \\
 &= \int_0^{20} \sqrt{20x} dx - \int_0^{20} \frac{1}{20}x^2 dx \\
 &= 2\sqrt{5} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^{20} - \frac{x^3}{60} \Big|_0^{20} \\
 &= \frac{400}{3}.
 \end{aligned}$$

Vậy diện tích mỗi cánh hoa là $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **A**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. D	4. B	5. B	6. A	7. D	8. A	9. A	10. A
11. B	12. D	13. B	14. D	15. D	16. B	17. A	18. C	19. D	20. A

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

(A) $\int f(x) dx = 3 \sin 3x + C.$

(B) $\int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

(C) $\int f(x) dx = \sin 3x + C.$

(D) $\int f(x) dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$

Lời giải.

Ta có $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

(A) $\int f(x) dx = 7^x \ln 7 + C.$

(B) $\int f(x) dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

(C) $\int f(x) dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

(D) $\int f(x) dx = 7^{x+1} + C.$

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + x - 1$ là:

(A) $x^4 + x^2 + x + C.$

(B) $12x^2 + 1 + C.$

(C) $x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C.$

(D) $x^4 - \frac{1}{2}x^2 - x + C.$

Lời giải.

Sử dụng nguyên hàm cơ bản $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$

Ta có $\int f(x) dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - x + C = x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 5$ thỏa mãn $F(2) = 3$.

(A) $F(x) = 6x^2 - 6x - 9.$

(B) $F(x) = \frac{x^4}{2} - x^3 + 2x^2 + 5x - 13.$

(C) $F(x) = \frac{x^4}{2} - x^3 + 2x^2 + 5x - 15.$

(D) $F(x) = \frac{x^4}{2} - x^3 + 4x^2 - 9.$

Lời giải.

Ta có $\int (2x^3 - 3x^2 + 4x + 5) dx = \frac{x^4}{2} - x^3 + 2x^2 + 5x + C.$

Vì $F(2) = 3$ nên

$$\frac{2^4}{2} - 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + C = 3 \Leftrightarrow C = -15.$$

Vậy $F(x) = \frac{x^4}{2} - x^3 + 2x^2 + 5x - 15.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

(A) $\int f(x) dx = \frac{1}{5} \ln |5x-2| + C.$

(B) $\int f(x) dx = \ln |5x-2| + C.$

(C) $\int f(x) dx = \ln |5x-2| + C.$

(D) $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln(5x-2) + C.$

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{1}{5x-2} dx = \frac{1}{5} \ln |5x-2| + C$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 6. Kí hiệu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ với $F(0) = -\frac{\pi}{\sqrt{3}}$. Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

A $-\ln 2$.

B $\ln 2$.

C $-\frac{2\pi}{\sqrt{3}} - \ln 2$.

D $\frac{2\pi}{\sqrt{3}} + \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $F(x) = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = \int x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ v' = \frac{1}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v' = \tan x \end{cases}$ ta có

$$\begin{aligned} F(x) &= x \tan x - \int \tan x dx \\ &= x \tan x - \int \frac{\sin x}{\cos x} dx \\ &= x \tan x - \int \frac{1}{\cos x} [-d(\cos x)] \\ &= x \tan x + \ln |\cos x| + C \end{aligned}$$

Suy ra $F(0) = 0 \cdot \tan 0 + \ln |\cos 0| + C = C$, suy ra $C = -\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ hay ta có $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| - \frac{\pi}{\sqrt{3}}$.

Vậy $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{\pi}{3} + \ln \left|\cos \frac{\pi}{3}\right| - \frac{\pi}{\sqrt{3}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \ln \frac{1}{2} - \frac{\pi}{\sqrt{3}} = -\ln 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 7. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.

A $\int f(x) dx = \ln |x + \sqrt{x^2-1}| + C$.

B $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \right| + C$.

C $\int f(x) dx = \ln |x - \sqrt{x^2-1}| + C$.

D $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} \right| + C$.

Lời giải.

Tính $I = \int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx$.

Đặt $t = x + \sqrt{x^2-1} \Rightarrow dt = \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}\right) dx = \frac{t}{\sqrt{x^2-1}} dx$ hay $\frac{dt}{t} = \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$.

Suy ra $I = \int \frac{dt}{t} = \ln |t| = \ln |x + \sqrt{x^2-1}| + C$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = \int_0^x \sqrt[3]{3(f'(t))^2 - 3f'(t) + 3} dt$.

Tính $f'(x)$.

A $f'(x) = 2$.

B $f'(x) = -1 + \sqrt[3]{2}$.

C $f'(x) = 1 + \sqrt[3]{2}$.

D $f'(x) = -2$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \sqrt[3]{3(f'(x))^2 - 3f'(x) + 3} \Leftrightarrow (f'(x))^3 - 3(f'(x))^2 + 3f'(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 + \sqrt[3]{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ với $a < b$, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[a; b]$ với $a < b$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

B $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

C $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b).$

D $\int_a^b f(x) dx = -F(b) - F(a).$

Lời giải.

Theo định nghĩa, ta có $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ với $a < b$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx.$

B $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

C $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx.$

D $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải.

Dựa vào tính chất của tích phân.

Chọn đáp án **B** □

Câu 11. Cho $\int_1^2 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a + b = 0.$

B $2a + b = 0.$

C $a + 2b = 0.$

D $a + b = 2.$

Lời giải.

Ta có

$$\int_0^2 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \right) dx = (\ln|x+1| + \ln|x+2|) \Big|_0^2 = \ln 3 + \ln 4 - \ln 2 = \ln 3 + \ln 2.$$

Suy ra $a = b = 1$. Vậy $a + b = 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 12. Cho hai tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx, J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$. So sánh I và J .

A $I = J.$

B $I > J.$

C $I < J.$

D Không so sánh được.

Lời giải.

Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}.$

$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right) dx = \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}.$

Vậy $I = J.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 13. Cho $\int_0^1 f'(x) \cos x \, dx = 1$ và $f(1) \cos 1 - f(0) = 2018$. Tính $I = \int_0^1 f(x) \sin x \, dx$.

(A) $I = 2017.$

(B) $I = 2019.$

(C) $I = -2019.$

(D) $I = -2017.$

Lời giải.

Tính $\int_0^1 f'(x) \cos x \, dx$ theo từng phần, đặt $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = f'(x) \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\sin x \, dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Suy ra

$$1 = \int_0^1 f'(x) \cos x \, dx = \cos x f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) \sin x \, dx$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) \sin x \, dx = f(1) \cos 1 - f(0) - 1 = 2017.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^4 f(x) \, dx = 4$. Tính $\int_0^2 f(2x) \, dx$.

(A) $\int_0^2 f(2x) \, dx = 8.$

(B) $\int_0^2 f(2x) \, dx = 2.$

(C) $\int_0^2 f(2x) \, dx = 1.$

(D) $\int_0^2 f(2x) \, dx = 4.$

Lời giải.

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2 \, dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \rightarrow t = 0 \\ x = 2 \rightarrow t = 4. \end{cases}$

Vậy $\int_0^2 f(2x) \, dx = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) \, dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) \, dx = 2.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 15. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x) \, dx = -2$, $\int_1^3 f(2x) \, dx = 10$. Tính $I =$

$\int_0^2 f(3x) \, dx.$

(A) $I = 6.$

(B) $I = 8.$

(C) $I = 2.$

(D) $I = 4.$

Lời giải.

- Xét tích phân $J = \int_1^3 f(2x) dx = 10$.

$$\text{Đặt } u = 2x \Rightarrow dx = \frac{1}{2} du.$$

Khi $x = 1$ thì $u = 2$. Khi $x = 3$ thì $u = 6$. Do đó

$$J = \frac{1}{2} \int_2^6 f(u) du = \frac{1}{2} \int_2^6 f(x) dx.$$

$$\text{Suy ra } \int_2^6 f(x) dx = 20.$$

- Xét tích phân $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt.$$

Khi $x = 0$ thì $t = 0$. Khi $x = 2$ thì $t = 6$. Do đó

$$I = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x) dx = \frac{1}{3} \left[\int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx \right] = \frac{1}{3} [(-2) + 20] = 6.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16. Tích phân $\int_0^{\pi^2} (\sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) dx = A + B\pi$. Tính $A + B$.

(A) 7.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 4.

Lời giải.

$$\text{Đặt } y = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2t dt = dx.$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \pi^2 \Rightarrow t = \pi \text{ Suy ra } I = 2 \int_0^{\pi} (\sin t - \cos t) t dt.$$

$$\text{Đặt } u = t; dv = (\sin t - \cos t) dt \Rightarrow du = dt; v = -\cos t - \sin t.$$

$$I = 2 \left[t(-\cos t - \sin t) \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} (\cos t + \sin t) dt \right] = 2 \left[\pi + (\sin t - \cos t) \Big|_0^{\pi} \right] = 4 + 2\pi.$$

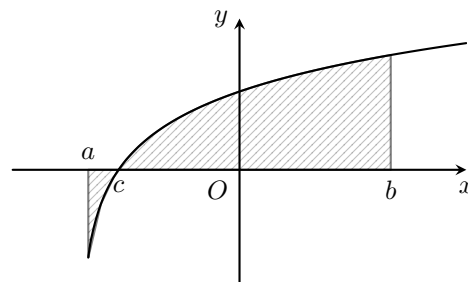
$$\text{Nên } A = 4; B = 2 \Rightarrow A + B = 6.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 17.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính theo công thức nào dưới đây?



A $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D $S = \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải.

Ta có: $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 18. Cho $(\mathcal{H})$ là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của $(\mathcal{H})$ bằng:

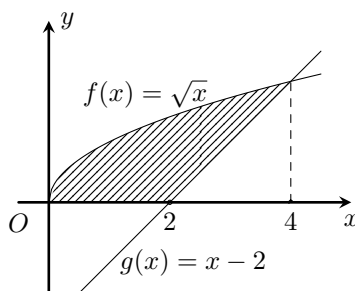
A $\frac{7}{3}.$

B $\frac{8}{3}.$

C $\frac{10}{3}.$

D $\frac{16}{3}.$

Lời giải.

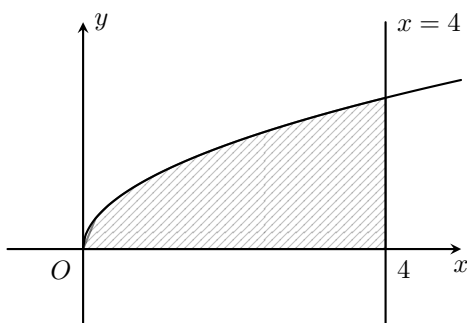


Phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$ là $\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$

Do đó diện tích S của $(\mathcal{H})$ là $S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 19. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số sau $y = \sqrt{x}$, trục hoành, đường thẳng $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh trục hoành bằng:



(A) 4π .

(B) 8π .

(C) 16π .

(D) 32π .

Lời giải.

Phương pháp. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi hai đồ thị số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ khi quay quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

$$\text{Thể tích cần tìm là } V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = \pi \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_0^4 = \pi \left(\frac{16}{2} - 0 \right) = 8\pi.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 20. Một vật chuyển động đều với vận tốc $v_0 = 15$ m/s thì tăng tốc với vận tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s²). Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

(A) 27m.

(B) 72m.

(C) 69,75m.

(D) 24,75m.

Lời giải.

$$\text{Ta có } v(t) = \int (t^2 + 4t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C, \text{ mà } v(0) = 15 \Rightarrow C = 15.$$

$$\text{Vì vậy } v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15.$$

Vậy quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là

$$S = \int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = \frac{279}{4} = 69,75 \text{ m.}$$

Chọn đáp án (C)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. C	4. C	5. A	6. A	7. A	8. C	9. A	10. B
11. D	12. A	13. A	14. B	15. A	16. B	17. A	18. C	19. B	20. C

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos 3x$.

(A) $\int f(x) dx = 3 \sin 3x + C.$

(B) $\int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

(C) $\int f(x) dx = \sin 3x + C.$

(D) $\int f(x) dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$

Lời giải.

Ta có $\int 3 \cos 3x dx = \sin 3x + C.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x \cdot 7^x$.

(A) $\int f(x) dx = 35^x \ln 35 + C.$

(B) $\int f(x) dx = \frac{35^{x+1}}{x+1} + C.$

(C) $\int f(x) dx = \frac{35^x}{\ln 35} + C.$

(D) $\int f(x) dx = 35^{x+1} + C.$

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int 35^x dx = \frac{35^x}{\ln 35} + C.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 16x^3 - 3x^2 - 1$.

(A) $\int f(x) dx = 4x^4 - x^3 - x + C.$

(B) $\int f(x) dx = 16x^4 - x^3 - x + C.$

(C) $\int f(x) dx = 4x^4 - 3x^3 - x + C.$

(D) $\int f(x) dx = 16x^4 - 3x^3 - x + C.$

Lời giải.

$\int f(x) dx = \int 16x^3 - 3x^2 - 1 dx = 4x^4 - x^3 - x + C.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$.

(A) $\int f(x) dx = 2 \cdot \sqrt{2x-3} + C.$

(B) $\int f(x) dx = \sqrt{2x-3} + C.$

(C) $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-3} + C.$

(D) $\int f(x) dx = -\frac{2}{3} \sqrt{2x-3} + C.$

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x-3)^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-\frac{1}{2}+1} \cdot (2x-3)^{-\frac{1}{2}+1} + C = \sqrt{2x-3} + C.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2}$.

(A) $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C.$

(B) $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x+1}{2(x+2)} \right| + C.$

(C) $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x+1}{(x+2)^2} \right| + C.$

(D) $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{(x+2)^2}{x+1} \right| + C.$

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} \right) dx = \ln|x+1| - 2\ln|x+2| + C$$

$$= \ln|x+1| - \ln(x+2)^2 + C = \ln \frac{|x+1|}{(x+2)^2} + C = \ln \left| \frac{x+1}{(x+2)^2} \right| + C.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 6. Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$

(A) $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C.$

(B) $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C.$

(C) $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C.$

(D) $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C.$

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $f(x)e^{2x} = F'(x) = [(x-1)e^x]' = xe^x.$

Ta có $\int f'(x)e^{2x} dx = f(x)e^{2x} - \int f(x) \cdot 2e^{2x} dx = f(x)e^{2x} - 2 \int f(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{(x+1)^5}$ là

(A) $F(x) = -\frac{1}{3(x+1)^3} + C.$

(B) $F(x) = \frac{1}{4(x+1)^4} - \frac{1}{3(x+1)^3} + C.$

(C) $F(x) = \frac{1}{4(x+1)^4} + C.$

(D) $F(x) = -\frac{1}{4(x+1)^4} + \frac{1}{3(x+1)^3} + C.$

Lời giải.

Đặt $u = x+1 \Rightarrow du = dx.$

Ta có $\int \frac{x}{(x+1)^5} dx = \int \frac{u-1}{u^5} du = \int \left(\frac{1}{u^4} - \frac{1}{u^5} \right) du = -\frac{1}{3u^3} + \frac{1}{4u^4} + C.$

Thay $u = x+1$ ta được $F(x) = \frac{1}{4(x+1)^4} - \frac{1}{3(x+1)^3} + C.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - (2m-1)x + 2m$. Tìm giá trị thực của m để nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 3$ và $F(1) = 15$.

(A) $m = \frac{21}{2}.$

(B) $m = 3.$

(C) $m = -\frac{21}{2}.$

(D) $m = -3.$

Lời giải.

Ta có $\int [3x^2 - (2m-1)x + 2m] dx = x^3 - \frac{(2m-1)x^2}{2} + 2mx + C.$

Vì $F(0) = 3$ và $F(1) = 15$ nên

$$\begin{cases} C = 3 \\ 1 + 2m - \frac{2m-1}{2} + C = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 3 \\ m = \frac{21}{2}. \end{cases}$$

Vậy $m = \frac{21}{2}$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 9. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $F(1) = 3$. Khi đó $F(2)$ bằng

(A) $F(2) = 0.$

(B) $F(2) = 1.$

(C) $F(2) = 6.$

(D) $F(2) = 4.$

Lời giải.

Ta có $\int_1^2 f(x) dx = 3 \Rightarrow F(2) - F(1) = 3 \Rightarrow F(2) = 6.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 10. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx.$

B $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

C $\int_a^b k dx = k(b - a) \quad \forall k \in \mathbb{R}.$

D $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad c \in [a; b].$

Lời giải.

Theo tính chất tích phân ta có $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 11. Cho $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a - 2b = 10.$

B $a - 2b = 5.$

C $a - 2b = -2.$

D $a - 2b = 2.$

Lời giải.

Ta có $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = \int_3^5 \left(x + \frac{1}{x + 1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln |x + 1| \right) \Big|_3^5 = 8 + \ln \frac{3}{2}.$

Vậy $a = 8, b = 2$. Khi đó $a - 2b = 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 12. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 9$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x) \cos 3x dx$

A $I = 3.$

B $I = 5.$

C $I = 2.$

D $I = 10.$

Lời giải.

$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x) \cos 3x dx = \frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x) d(\sin 3x) = \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx = 3.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 13. Cho $I = \int_1^2 \left(1 + x + \frac{1}{x} \right) e^{x - \frac{1}{x}} dx = ae^b - c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Giá trị của $S = a + b + c$

bằng

A $S = -\frac{1}{2}.$

B $S = -\frac{3}{2}.$

C $S = \frac{1}{3}.$

D $S = \frac{9}{2}.$

Lời giải.

$$I = \int_1^2 \left(1 + x + \frac{1}{x}\right) e^{x-\frac{1}{x}} dx = \int_1^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx + \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right) e^{x-\frac{1}{x}} dx.$$

$$\text{Xét tích phân } I_1 = \int_1^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^{x-\frac{1}{x}} \Rightarrow du = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) e^{x-\frac{1}{x}} dx \\ dv = dx \Rightarrow v = x. \end{cases}$$

$$\text{Theo công thức tích phân từng phần ta có } I_1 = xe^{x-\frac{1}{x}} \Big|_1^2 - \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right) e^{x-\frac{1}{x}} dx.$$

$$\text{Vậy } I = xe^{x-\frac{1}{x}} \Big|_1^2 = 2e^{\frac{3}{2}} - 1.$$

$$\text{Từ đó suy ra } S = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 14. Tính $I = \int_0^3 \frac{x^2}{(x+1)^3} dx$

(A) $I = \ln 4 - \frac{33}{32}$. **(B)** $I = \ln 4 + \frac{33}{32}$. **(C)** $I = \ln 4 - \frac{4121}{4000}$. **(D)** $I = \ln 4 - 1$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } 1+x=u \Rightarrow du=dx.$$

$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow u=1, x=3 \Rightarrow u=4.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_1^4 \frac{u^2-2u+1}{u^3} du = \left(\ln|u| + \frac{2}{u} - \frac{1}{2u^2} \right) \Big|_1^4 = \ln 4 - \frac{33}{32}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1$, $\int_1^3 f(2x) dx = 10$. Tính $I =$

$$\int_0^2 f(3x) dx.$$

(A) $I = 7$. **(B)** $I = 8$. **(C)** $I = 6$. **(D)** $I = 5$.

Lời giải.

- Xét tích phân $J = \int_1^3 f(2x) dx = 10$.

$$\text{Đặt } u = 2x \Rightarrow dx = \frac{1}{2} du.$$

Khi $x = 1$ thì $u = 2$. Khi $x = 3$ thì $u = 6$. Do đó

$$J = \frac{1}{2} \int_2^6 f(u) du = \frac{1}{2} \int_2^6 f(x) dx.$$

Suy ra $\int_2^6 f(x) dx = 20$.

• Xét tích phân $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

Đặt $t = 3x \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$.

Khi $x = 0$ thì $t = 0$. Khi $x = 2$ thì $t = 6$. Do đó

$$I = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x) dx = \frac{1}{3} \left[\int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx \right] = \frac{1}{3}(1 + 20) = 7.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16. Tích phân $\int_0^{\pi^2} (\sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) dx = A + B\pi$. Tính $A - 2B$.

(A) 1.

(B) 0.

(C) 3.

(D) 2.

Lời giải.

Đặt $y = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2t dt = dx$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \pi^2 \Rightarrow t = \pi$ Suy ra $I = 2 \int_0^{\pi} (\sin t - \cos t)t dt$.

Đặt $u = t$; $dv = (\sin t - \cos t) dt \Rightarrow du = dt$; $v = -\cos t - \sin t$.

$$I = 2 \left[t(-\cos t - \sin t) \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} (\cos t + \sin t) dt \right] = 2 \left[\pi + (\sin t - \cos t) \Big|_0^{\pi} \right] = 4 + 2\pi.$$

Nên $A = 4$; $B = 2 \Rightarrow A - 2B = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 17.

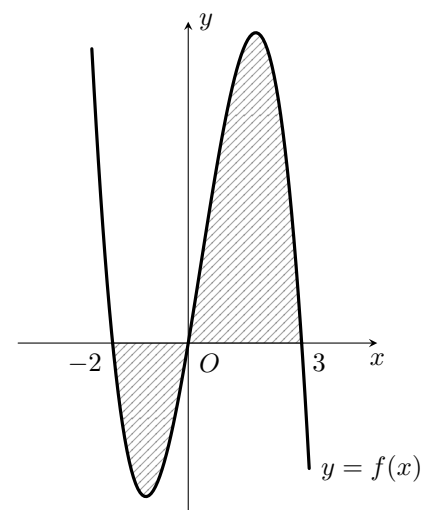
Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Diện tích S của hình phẳng phần tô đậm trong hình được tính theo công thức nào sau đây?

(A) $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

(B) $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

(C) $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

(D) $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.



Lời giải.

Theo hình vẽ, ta có $S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = -\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 18.

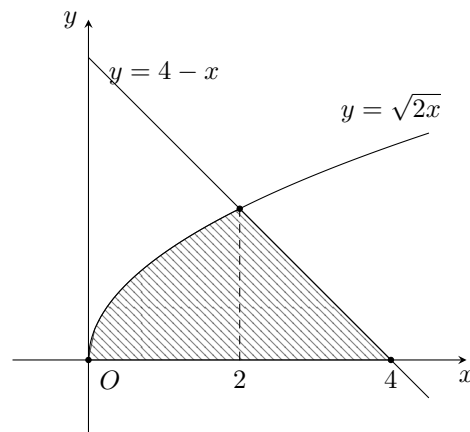
Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{2x}$, $y = 4 - x$ và trục hoành Ox (như hình vẽ) được tính bởi công thức nào dưới đây?

A $S = \int_0^4 \sqrt{2x} dx + \int_0^4 (4 - x) dx$.

B $S = \int_0^2 \sqrt{2x} dx + \int_2^4 (4 - x) dx$.

C $S = \int_0^4 (\sqrt{2x} - 4 + x) dx$.

D $S = \int_0^2 (4 - x - \sqrt{2x}) dx$.

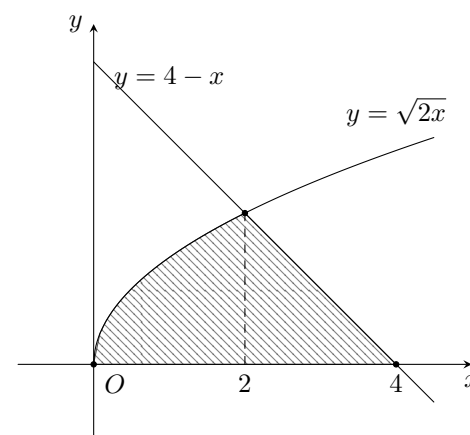


Lời giải.

Xét các phương trình hoành độ giao điểm:

- $\sqrt{2x} = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2 - 10x + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.
- $4 - x = 0 \Leftrightarrow x = 4$.
- $\sqrt{2x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Dựa vào hình vẽ, ta có $S = \int_0^2 \sqrt{2x} dx + \int_2^4 (4 - x) dx$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 19.

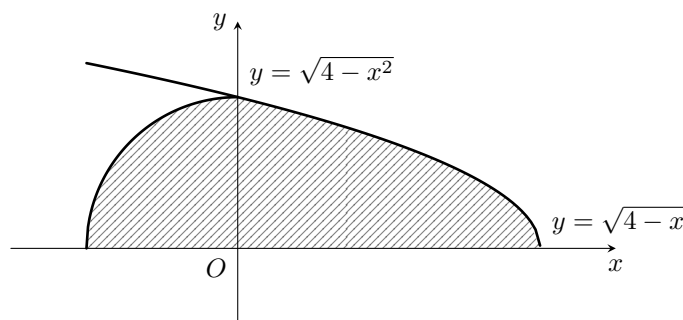
Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4 - x}$ và trục hoành (miền tô đậm như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

A $V = \frac{77\pi}{6}$.

B $V = \frac{53\pi}{6}$.

C $V = \frac{67\pi}{6}$.

D $V = \frac{40\pi}{3}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{4 - x} = 0 \Leftrightarrow x = 4$

Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R = 2$ (như hình vẽ), trục hoành và đường thẳng $x = 0$ xung quanh trục Ox . Khối tròn xoay tạo thành là

nửa khối cầu bán kính $R = 2$, suy ra $V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = \frac{16\pi}{3}$.

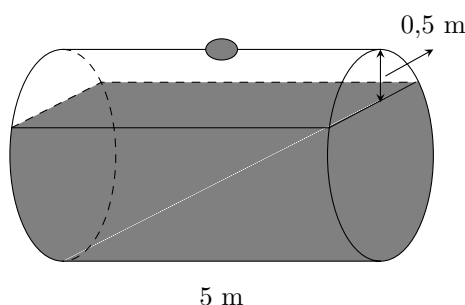
Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$ xung quanh trục Ox , suy ra $V_2 = \pi \int_0^4 (4-x) dx = 8\pi$.

Vậy thể tích cần tính là $V = V_1 + V_2 = \frac{40\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 20. Một bồn hình trụ chứa dầu được đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, bán kính đáy 1 m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5 m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn.



(A) 11,781 m³.

(B) 12,637 m³.

(C) 114,923 m³.

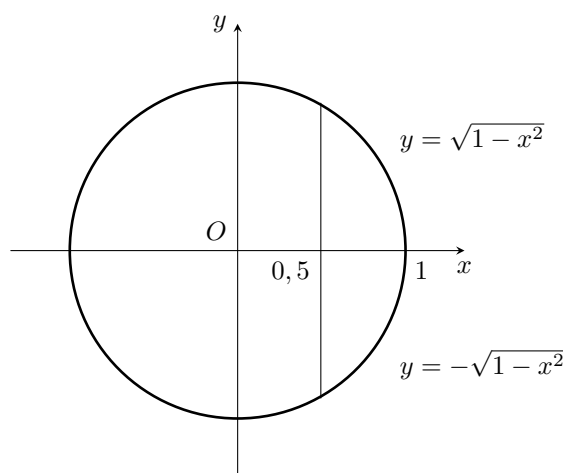
(D) 8,307 m³.

Lời giải.

Thể tích của bồn (hình trụ) đựng dầu là $V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 5\pi$ m³.

Bây giờ ta tính phần dầu bị rút ra bằng 2 cách:

Cách 1. (Dùng tích phân)



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ gắn với tâm của mặt đáy.

Đường tròn đáy có bán kính bằng 1 nên có phương trình $x^2 + y^2 = 1$.

Suy ra $y = \pm\sqrt{1-x^2}$.

Diện tích phần hình tròn đáy bị mất là $S = 2 \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

Đặt $x = \sin t$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow dx = \cos t dt$.

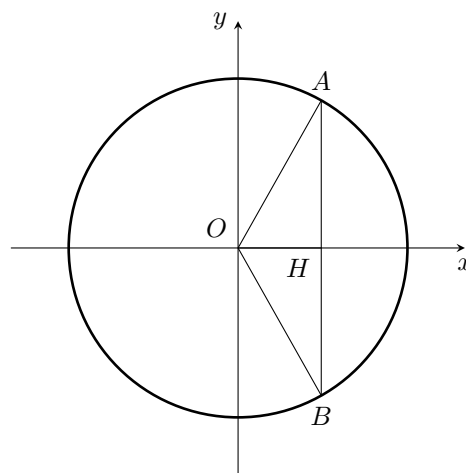
Đổi cận $x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$ và $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$. Khi đó

$$S = 2 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t \sqrt{1 - \sin^2 t} dt = 2 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \frac{2t + \sin 2t}{2} \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12} \text{ m}^2.$$

Thể tích phần dầu bị rút ra ngoài là $V_2 = S \times h = 2 \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1 - x^2} dx \times 5 \approx 3,07 \text{ m}^3$.

Vậy thể tích của khối dầu còn lại trong bồn là $V = V_1 - V_2 \approx 12,637 \text{ m}^3$.

Cách 2. (Áp dụng diện tích cung tròn khi biết góc ở tâm trừ đi diện tích tam giác tạo bởi tâm và 2 đầu mút dây cung)



$S_{\text{viên phân}} = \frac{1}{2}R^2\alpha - \frac{1}{2} \cdot R \cdot R \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2}R^2(\alpha - \sin \alpha)$ với α tính theo đơn vị radian.

Tính góc ở tâm: $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{OH}{OA} = \frac{OH}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$.

Diện tích phần hình tròn đầy bị mất (phần bôi đen) là

$$S_{\text{viên phân}} = \frac{1}{2}R^2(\alpha - \sin \alpha) = \frac{1}{2}\ell^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{3} - \sin \frac{2\pi}{3} \right) \approx 0,61 \text{ m}^2.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. A	4. B	5. C	6. D	7. B	8. A	9. C	10. A
11. D	12. A	13. D	14. A	15. A	16. B	17. C	18. B	19. D	20. B

CHƯƠNG 4. SỐ PHỨC

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Cộng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Định nghĩa số phức	Câu 1	Câu 7			2 10%
② Biểu diễn hình học của số phức	Câu 2	Câu 8	Câu 15		3 15%
③ Mô đun của số phức	Câu 3	Câu 9	Câu 16	Câu 19	4 20%
④ Số phức liên hợp	Câu 4	Câu 10			2 10%
⑤ Các phép toán trên số phức	Câu 5	Câu 11 Câu 12	Câu 17		4 20%
⑥ Giải phương trình trên tập số phức	Câu 6	Câu 13 Câu 14	Câu 18	Câu 20	5 25%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Định nghĩa số phức</i>	1	NB	Điều kiện để hai số phức bằng nhau.
	7	TH	Xác định phần thực, phần ảo của số phức.
<i>Chủ đề 2. Biểu diễn hình học của số phức</i>	2	NB	Xác định được điểm biểu diễn của số phức trên mặt phẳng tọa độ.
	8	TH	Xác định được số phức khi biết điểm biểu diễn của số phức đó.
	15	VDT	Tìm được tập hợp điểm biểu diễn các số phức cho trước.
<i>Chủ đề 3. Mô đun của số phức</i>	3	NB	Tính được mô đun của số phức $z = a + bi$.
	9	TH	Tìm được số phức khi biết mô đun của nó điều kiện của phần thực, phần ảo.

	16	VDT	Tính được mô đun của số phức thỏa một hệ thức cho trước (đưa về việc giải p/t, hệ p/t).
	19	VDC	Bài toán tổng hợp về mô đun, bài toán cực trị.
Chủ đề 4. Số phức liên hợp	4	NB	Nhận ra số phức liên hợp của số phức cho trước.
	10	TH	Tìm số phức liên hợp có chứa phép toán đơn giản.
Chủ đề 5. Các phép toán trên số phức	5	NB	Thực hiện các phép tính cơ bản.
	11	TH	Xác định số phức thỏa mãn điều kiện cho trước (sử dụng phép toán cộng, trừ, nhân, chia các số phức).
	12	TH	Tìm số phức nghịch đảo.
	17	VDT	Xác định số phức z có chứa tham số thỏa mãn điều kiện cho trước (sử dụng phép toán cộng, trừ, nhân, chia các số phức).
Chủ đề 6. Giải phương trình trên tập số phức	6	NB	Căn bậc hai của một số thực âm.
	13	TH	Tìm số phức nghịch đảo của nghiệm phương trình cho trước.
	14	TH	Biết cách giải phương trình trùng phương và tìm tổng mô đun các nghiệm của phương trình đó.
	18	VDT	Tìm số phức thỏa mãn điều kiện cho trước.
	20	VDC	Tính giá trị biểu thức liên quan đến mô đun của một số phức thỏa mãn điều kiện cho trước.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Tìm các số thực a, b thỏa mãn $2a + (b + i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

☐ (A) $a = 0, b = 2.$

☐ (B) $a = \frac{1}{2}, b = 1.$

☐ (C) $a = 0, b = 1.$

☒ (D) $a = 1, b = 2.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2a + (b + i)i = 1 + 2i \Leftrightarrow 2(a - 1) + (b - 2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án ☒ (D)

□

Câu 2. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

☐ (A) Số phức z là số thuần ảo.

☐ (B) Phần ảo của số phức z là $-2i$.

☒ (C) Phần thực của số phức z là 1.

☐ (D) Phần ảo của số phức z là 2.

Lời giải.

Số phức $z = 1 - 2i$ có phần thực là 1, phần ảo là -2 và không phải là số thuần ảo.

Chọn đáp án ☒ (C)

□

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 4 - i$ là

(A) $M(4; 1)$.

(B) $M(-4; 1)$.

(C) $M(4; -1)$.

(D) $M(-4; -1)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 4 - i$ là $M(4; -1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Trên mặt phẳng phức, cho điểm A biểu diễn số phức $-2 + 3i$, điểm B biểu diễn số phức $4 - 5i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó, điểm M biểu diễn số phức nào trong các số phức sau

(A) $3 - 4i$.

(B) $3 + 4i$.

(C) $1 + i$.

(D) $1 - i$.

Lời giải.

Ta có $A(-2; 3)$, $B(4; -5)$. M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1; -1)$. Vậy M biểu diễn số phức $1 - i$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

(A) đường thẳng.

(B) đường tròn.

(C) parabol.

(D) hypebol.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow z + \bar{z} = 2x$.

Khi đó $2|x - 1 + yi| = |2x + 2| \Leftrightarrow 2\sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = |2x + 2|$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = (x + 1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow y^2 = 4x$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Tính mô-đun của số phức $z = 3 + 4i$.

(A) 3.

(B) 5.

(C) 7.

(D) $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Số phức z nào sau đây thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

(A) $z = \sqrt{5}$.

(B) $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$.

(C) $z = 5i$.

(D) $z = -\sqrt{5}i$.

Lời giải.

Vì z là số thuần ảo nên ta đặt $z = bi \Rightarrow |z| = |b| = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} b = \sqrt{5} \\ b = -\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{5}i \\ z = -\sqrt{5}i \end{cases}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 8. Tìm mô-đun của số phức z thỏa mãn $2z(1 + i) + (\bar{z} + 2)(1 - i) = -1 + 5i$.

(A) 7.

(B) 5.

(C) 12.

(D) 25.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$. Khi đó

$$2z(1 + i) + (\bar{z} + 2)(1 - i) = -1 + 5i \Leftrightarrow 2(a + bi)(1 + i) + (a - bi + 2)(1 - i) = -1 + 5i$$

$$\Leftrightarrow (3a - 3b + 2) + (a + b - 2)i = -1 + 5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 3b + 2 = -1 \\ a + b - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính mô-đun của số phức $z + i$.

(A) $|z + i| = \sqrt{61}$.

(B) $|z + i| = 5\sqrt{2}$.

(C) $|z + i| = 3\sqrt{5}$.

(D) $|z + i| = 2\sqrt{41}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $(x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$.

Theo giả thiết $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = ((x + 2)^2 + y^2) - (x^2 + (y - 1)^2) = 4x + 2y + 3$.

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} M - 23 &= 4(x - 3) + 2(y - 4) \\ &\leq \sqrt{(16 + 4)[(x - 3)^2 + (y - 4)^2]} = \sqrt{20 \cdot 5} = 10. \end{aligned}$$

Vậy $M \leq 33$ và $M = 33$ xảy ra khi

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3 = 33 \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - 2x \\ (x - 3)^2 + (11 - 2x)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 5. \end{cases}$$

Vậy $z = 5 + 5i \Rightarrow |z + i| = |5 + 6i| = \sqrt{61}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Số phức liên hợp của số phức $z = 4i - 7$ là

(A) $-7 - 4i$.

(B) $-7 + 4i$.

(C) $7 + 4i$.

(D) $4 + 7i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = -7 - 4i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Số phức liên hợp của z thỏa mãn bất đẳng thức $(1 + i)z = -1 + 3i$ là

(A) $\bar{z} = 1 - 2i$.

(B) $\bar{z} = 1 + 2i$.

(C) $\bar{z} = -3 + 3i$.

(D) $\bar{z} = 3 + 3i$.

Lời giải.

Ta có $(1 + i)z = -1 + 3i \Leftrightarrow z = \frac{-1 + 3i}{1 + i} = \frac{(-1 + 3i)(1 - i)}{2} = 1 + 2i$.

Vậy số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 1 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Rút gọn biểu thức $P = i^{2000} + i^{2021}$.

(A) $P = 1 + i$.

(B) $P = 1 - i$.

(C) $P = -1 + i$.

(D) $P = -1 - i$.

Lời giải.

$P = i^{2000} + i^{2021} = (i^2)^{1000} + (i^2)^{1010} \cdot i = 1 + i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 13. Tìm số phức $w = 3z + \bar{z}$ biết $z = 1 + 2i$.

(A) $w = 4 + 4i$.

(B) $w = 4 - 4i$.

(C) $w = 2 - 4i$.

(D) $w = 2 + 4i$.

Lời giải.

Ta có $w = 3z + \bar{z} = 3(1 + 2i) + 1 - 2i = 3 + 6i + 1 - 2i = 4 + 4i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 14. Cho số phức $z = 7 - i$. Tìm số phức $w = \frac{1}{z}$.

(A) $w = \frac{7}{50} - \frac{1}{50}i$.

(B) $w = -\frac{1}{50} + \frac{7}{50}i$.

(C) $w = \frac{1}{50} + \frac{7}{50}i$.

(D) $w = \frac{7}{50} + \frac{1}{50}i$.

Lời giải.

Ta có $w = \frac{1}{z} = \frac{1}{7 - i} = \frac{7 + i}{(7 - i)(7 + i)} = \frac{7}{50} + \frac{1}{50}i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để số phức $z = \frac{m+2i}{m-2i}$ có phần thực dương.

(A) $m > 2$.

(B) $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

(C) $-2 < m < 2$.

(D) $m < -2$.

Lời giải.

$$\text{Có } z = \frac{(m+2i)(m+2i)}{m^2+4} = \frac{m^2-4}{m^2+4} + \frac{4mi}{m^2+4}.$$

$$\text{Phần thực của } z \text{ dương nên } m^2-4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Tìm số phức z có phần ảo dương thỏa $z^2 - 2z + 10 = 0$.

(A) $z = 1 + 3i$.

(B) $z = -1 + 3i$.

(C) $z = 2 + 6i$.

(D) $z = -2 + 6i$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = -9$. Phương trình đã cho có các nghiệm phức là $z = 1 \pm 3i$. Do đó, nghiệm phức có phần ảo dương là $z = 1 + 3i$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$ (z_1 có phần ảo là số âm). Tìm số phức liên hợp của số phức $w = 3z_1^2 - 2z_2^2 + 1$.

(A) $\bar{w} = 9 + 30i$.

(B) $\bar{w} = 9 - 30i$.

(C) $\bar{w} = 9 - 10i$.

(D) $\bar{w} = 30 - 9i$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$ có các nghiệm $z_1 = 3 - i, z_2 = 3 + i$.

Ta có $w = 3z_1^2 - 2z_2^2 + 1 = 3(3-i)^2 - 2(3+i)^2 + 1 = 9 - 30i$. Từ đó có $\bar{w} = 9 + 30i$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 18. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

(A) $S = 2\sqrt{3}$.

(B) $S = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$.

(C) $S = 2\sqrt{2}$.

(D) $S = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^4 + z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -3 \\ z^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm \sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |-i\sqrt{3}| + |i\sqrt{3}| + |-\sqrt{2}| + |\sqrt{2}| = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}).$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Biết $z_1 = 2 - i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + bz + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{R}$), gọi nghiệm còn lại là z_2 . Tìm số phức $w = bz_1 + cz_2$.

(A) $w = 18 - i$.

(B) $w = 18 + i$.

(C) $w = 2 - 9i$.

(D) $w = 2 + 9i$.

Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai với hệ số thực. Do đó $z_2 = \bar{z}_1 = 2 + i$. Áp dụng định lý Vi-ét ta được

$$\begin{cases} S = -\frac{b}{1} = z_1 + z_2 = 4 \\ P = \frac{c}{1} = z_1 z_2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 5. \end{cases}$$

Từ đó ta có

$$w = bz_1 + cz_2 = -4(2-i) + 5(2+i) = 2 + 9i.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Cho a, b, c là các số thực sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1 = \omega + 3i$, $z_2 = \omega + 9i$, $z_3 = 2\omega - 4$, trong đó ω là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P = |a + b + c|$.

(A) $P = 84$.

(B) $P = 36$.

(C) $P = 136$.

(D) $P = 208$.

Lời giải.

Giả sử $\omega = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 + z_3 = -a &\Leftrightarrow 4\omega + 12i - 4 = -a \\ &\Leftrightarrow (4x - 4) + (4y + 12)i = -a \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 4 = -a \\ 4y + 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -3. \end{aligned}$$

Suy ra $z_1 = x$, $z_2 = x + 6i$, $z_3 = 2x - 4 - 6i$.

Lại có:

$$\begin{aligned} z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 &= b \\ \Leftrightarrow (x^2 + 6xi) + (2x^2 - 4x + 36) + (6x - 24)i + (2x^2 - 4x) - 6xi &= b \\ \Leftrightarrow (5x^2 - 8x + 36) + (6x - 24)i &= b \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 8x + 36 = b \\ 6x - 24 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ b = 84 \end{cases} \Rightarrow a = -12. \end{aligned}$$

Thay $z_1 = 4$ vào phương trình, ta có: $64 - 12 \cdot 16 + 84 \cdot 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -208$.

Vậy $P = |a + b + c| = 136$.

Chọn đáp án (C)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. C	4. D	5. C	6. B	7. D	8. B	9. A	10. A
11. A	12. A	13. A	14. D	15. B	16. A	17. A	18. D	19. D	20. C

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = 3 + 15i$. Điều kiện để $z_1 = z_2$ là

(A) $a = 3$ và $b = 15$.

(B) $a = 6$ và $b = 15$.

(C) $a = 15$ và $b = 3$.

(D) $a = 3$ và $b = 30$.

Lời giải.

Để hai số phức $z_1 = z_2$ thì $\begin{cases} a = 3 \\ b = 15. \end{cases}$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 2. Cho số phức $z = -3 + 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

(A) -1 .

(B) $-i$.

(C) -5 .

(D) $-5i$.

Lời giải.

Số phức $z = -3 + 2i$ có phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2 . Tổng phần thực và phần ảo của số phức z là -1 .

Chọn đáp án (A)

□

Câu 3. Cho số phức $z = 4 - 2i$ khi đó điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng có tọa độ là
 (A) $M(4; -2i)$. (B) $M(4; -2)$. (C) $M(-2; 4)$. (D) $M(-2i; 4)$.

Lời giải.

Số phức $z = 4 - 2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(4; -2)$.

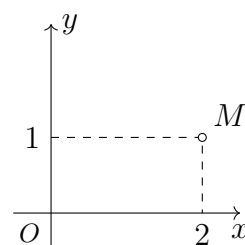
Chọn đáp án (B)

□

Câu 4.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A) Phần thực là 1 và phần ảo là 2. (B) Phần thực là 1 và phần ảo là $2i$.
 (C) Phần thực là 2 và phần ảo là 1. (D) Phần thực là 2 và phần ảo là i .



Lời giải.

Điểm $M(2; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + i$.

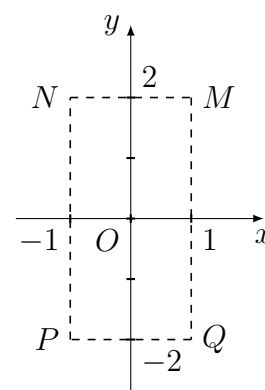
Chọn đáp án (C)

□

Câu 5.

Cho số phức z thỏa mãn $3z = 3 + 6i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình dưới đây?

- (A) Điểm Q .
 (B) Điểm P .
 (C) Điểm M .
 (D) Điểm N .



Lời giải.

Ta có $z = \frac{3 + 6i}{3} = 1 + 2i$.

Do đó điểm biểu diễn số phức z là điểm $M(1; 2)$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 6. Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

- (A) $|z| = 25$. (B) $|z| = 7$. (C) $|z| = \sqrt{7}$. (D) $|z| = 5$.

Lời giải.

Ta có: $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 7. Nếu môđun của số phức z bằng r ($r > 0$) thì môđun của số phức $(1 - i)^2 z$ bằng

- (A) $r\sqrt{2}$. (B) $2r$. (C) $4r$. (D) r .

Lời giải.

$(1 - i)^2 z = -2i \cdot z \Rightarrow |(1 - i)^2 z| = |-2i \cdot z| = |-2i| \cdot |z| = 2r$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 8. Số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $(1 - 3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a + b$ là

- (A) 9. (B) 8. (C) 6. (D) 7.

Lời giải.

Ta có: $(1 - 3i)z = (1 - 3i)(a + bi) = a + 3b + (b - 3a)i$.

Vì $(1 - 3i)z$ là số thực nên $b - 3a = 0 \Rightarrow b = 3a$.

(1)

$$|\bar{z} - 2 + 5i| = 1 \Leftrightarrow |a - 2 + (5 - b)i| = 1 \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (5 - b)^2 = 1. \quad (2)$$

$$\text{Thế (1) vào (2) ta có: } (a - 2)^2 + (5 - 3a)^2 = 1 \Leftrightarrow 10a^2 - 34a + 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow b = 6 \\ a = \frac{7}{5} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 2 + 6 = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn hai điều kiện $|z - 2|^2 + |z + 2|^2 = 26$ và $\left|z - \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}}i\right|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tích xy .

(A) $xy = \frac{9}{4}$. **(B)** $xy = \frac{13}{2}$. **(C)** $xy = \frac{16}{9}$. **(D)** $xy = \frac{9}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Thay vào điều kiện thứ nhất, ta được $x^2 + y^2 = 36$.

Đặt $x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$. Thay vào điều kiện thứ hai, ta có

$$P = \left|z - \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}}i\right| = \sqrt{18 - 18 \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)} \leq 6.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Rightarrow t = -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow z = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i.$$

$$\text{Do đó } xy = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$, số phức liên hợp của số phức z là:

(A) $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$. **(B)** $\bar{z} = \sqrt{3} + i$. **(C)** $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$. **(D)** $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi \text{ vậy } \bar{z} = 1 - i\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (-2 + 3i)(7 - 8i)$.

(A) $\bar{z} = 10 - 37i$. **(B)** $\bar{z} = -10 - 37i$. **(C)** $\bar{z} = 38 - 37i$. **(D)** $\bar{z} = -38 - 37i$.

Lời giải.

$$z = (-2 + 3i)(7 - 8i) = 10 + 37i \Rightarrow \bar{z} = 10 - 37i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Tính môđun của số phức z thỏa $(1 - 2i)z - 3 + 2i = 5$.

(A) $|z| = \frac{3\sqrt{85}}{5}$. **(B)** $|z| = \frac{4\sqrt{85}}{5}$. **(C)** $|z| = \frac{\sqrt{85}}{5}$. **(D)** $|z| = \frac{2\sqrt{85}}{5}$.

Lời giải.

$$(1 - 2i)z - 3 + 2i = 5 \Leftrightarrow z = \frac{8 - 2i}{1 - 2i} = \frac{12}{5} + \frac{14}{5}i \Rightarrow |z| = \frac{2\sqrt{85}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 13. Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 - 2i$. Tìm môđun của số phức $z_1 - z_2$.

(A) $|z_1 - z_2| = 5$. **(B)** $|z_1 - z_2| = 1$. **(C)** $|z_1 - z_2| = \sqrt{17}$. **(D)** $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z_1 - z_2| = |(1 + 2i) - (-2 - 2i)| = |3 + 4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 14. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 3i$ là

(A) $\frac{1}{10}(1 + 3i)$. **(B)** $\frac{1}{10}(1 - 3i)$. **(C)** $1 - 3i$. **(D)** $\frac{1}{\sqrt{10}}(1 + 3i)$.

Lời giải.

Ta có $z = 1 + 3i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + 3i} = \frac{1 - 3i}{1^2 - (3i)^2} = \frac{1}{10} (1 - 3i)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 1| = |z + 3 - 2i|$ và $w = z + m + i$ với $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Giá trị của m để ta luôn có $|w| \geq 2\sqrt{5}$ là

- (A)** $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq 3 \end{cases}$ **(B)** $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -3 \end{cases}$ **(C)** $-3 \leq m < 7$. **(D)** $3 \leq m \leq 7$.

Lời giải.

Ta có $z = w - m - i$ nên $|w - m - 1 - i| = |w - m + 3 - 3i|$.

Gọi $w = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|(a - m - 1) + (b - 1)i| = |(a - m + 3) + (b - 3)i| \Leftrightarrow (a - m - 1)^2 + (b - 1)^2 = (a - m + 3)^2 + (b - 3)^2$$

Suy ra $b = 2a - 2m + 4$. Ta lại có

$$|w|^2 = a^2 + b^2 = a^2 + (2a - 2m + 4)^2 = 5a^2 + 8(2 - m)a + 4m^2 - 16m + 16.$$

Để $|w| \geq 2\sqrt{5} \Leftrightarrow 5a^2 + 8(2 - m)a + 4m^2 - 16m - 4 \geq 0$ với mọi a .

Tương đương với $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 16(2 - m)^2 - 5(4m^2 - 16m - 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 16. Tìm nghiệm phức của phương trình: $x^2 + 2x + 2 = 0$.

- (A)** $x_1 = 2 - i; x_2 = 2 + i$. **(B)** $x_1 = -1 - i; x_2 = -1 + i$.
(C) $x_1 = 1 - i; x_2 = 1 + i$. **(D)** $x_1 = -2 - i; x_2 = -2 + i$.

Lời giải.

Ta có: $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4$ suy ra Δ có một căn bậc hai là $2i$, phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{-2 - 2i}{2} = -1 - i; x_2 = \frac{-2 + 2i}{2} = -1 + i$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 17. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0$. Tính $w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1 z_2$.

- (A)** $w = \frac{3}{4} + 2i$. **(B)** $w = \frac{3}{2} + 2i$. **(C)** $w = 2 + \frac{3}{2}i$. **(D)** $w = -\frac{3}{4} + 2i$.

Lời giải.

Theo định lý Viét ta có $z_1 + z_2 = \frac{3}{2}$, $z_1 z_2 = 2$.

$$w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1 z_2 = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} + iz_1 z_2 = \frac{3}{4} + 2i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ bằng?

- (A)** $3\sqrt{2}$. **(B)** $2\sqrt{2}$. **(C)** 0 . **(D)** $\sqrt{2}(2 + i)$.

Lời giải.

Ta có: $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{2} \\ z = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}i \end{cases}$.

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = \left|\sqrt{2}\right| + \left|-\sqrt{2}\right| + \left|\frac{\sqrt{2}}{2}i\right| + \left|-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right| = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 19. Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1 + 2i$?

- (A) $z^2 - 2z + 3 = 0$. (B) $z^2 + 2z + 5 = 0$. (C) $z^2 - 2z + 5 = 0$. (D) $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Lời giải.

Vì $1 + 2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$ nên $1 - 2i$ cũng là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$.

Ta có $\begin{cases} (1 + 2i)(1 - 2i) = 5 \\ 1 + 2i + 1 - 2i = 2 \end{cases}$ suy ra $1 + 2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $z^2 - 2z + 5 = 0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z + 2i)^2$ là số thuần ảo?

- (A) 3. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó

$$|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 18. \quad (1)$$

Lại có

$$(z + 2i)^2 = [x + (y + 2)i]^2 = x^2 - (y + 2)^2 + 2x(y + 2)i.$$

Theo giả thiết ta có

$$x^2 - (y + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ x = -(y + 2) \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $x = y + 2$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2 = 0$ và giải ra nghiệm $y = 0$, ta được một số phức $z_1 = 2$.

Trường hợp 2: $x = -(y + 2)$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2 - 4y - 8 = 0$ và giải ra ta được

$$\begin{cases} y = 1 + \sqrt{5} \\ y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}, \text{ ta được 2 số phức } \begin{cases} z_2 = -3 - \sqrt{5} + (1 + \sqrt{5})i \\ z_3 = -3 + \sqrt{5} + (1 - \sqrt{5})i \end{cases}.$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. B	4. C	5. C	6. D	7. B	8. B	9. D	10. D
11. A	12. D	13. A	14. B	15. B	16. B	17. A	18. A	19. C	20. A

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.

- (A) Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$. (B) Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
(C) Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$. (D) Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .

Lời giải.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là

- (A) $(2; 3)$. (B) $(-2; -3)$. (C) $(2; -3)$. (D) $(-2; 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Trong mặt phẳng phức cho điểm $M(\sqrt{2}; 3)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) Điểm M biểu diễn cho số phức có mô đun bằng $\sqrt{11}$.
 (B) Điểm M biểu diễn cho số phức không thuần ảo.
 (C) Điểm M biểu diễn cho số phức $u = \sqrt{2} + 3i$.
(D) Điểm M biểu diễn cho số phức có phần ảo bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điểm M biểu diễn cho số phức $w = \sqrt{2} + 3i \Rightarrow |w| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{11}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- (A) $w = 7 - 3i$. **(B) $w = -3 - 3i$.** (C) $w = 3 + 7i$. (D) $w = -7 - 7i$.

Lời giải.

Có $w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 3i$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Cho số phức $z = 5 - 3i$. Tính $\frac{1}{\bar{z}}$ ta được kết quả

- (A) $5 - 3i$. **(B) $\frac{5}{34} - \frac{3}{34}i$.** (C) $3 - 5i$. (D) $\frac{3}{54} - \frac{5}{54}i$.

Lời giải.

Cho $z = 5 - 3i$, suy ra $\bar{z} = 5 + 3i$.

Do đó $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{5 + 3i} = \frac{5 - 3i}{(5 - 3i)(5 + 3i)} = \frac{5 - 3i}{34} = \frac{5}{34} - \frac{3}{34}i$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- (A) $4\sqrt{10}$. **(B) $2\sqrt{10}$.** (C) $3\sqrt{10}$. (D) $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = -9 = (3i)^2$.

$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}$

Suy ra $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Số nào sau đây là số đối của số phức z , biết z có phần thực dương thỏa mãn $|z| = 2$ và thuộc đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$.

- (A) $1 + \sqrt{3}i$. (B) $1 - \sqrt{3}i$. **(C) $-1 - \sqrt{3}i$.** (D) $-1 + \sqrt{3}i$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \\ y - \sqrt{3}x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \\ y = \sqrt{3}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$

Suy ra $z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow -z = -1 - \sqrt{3}i$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|\bar{z} - 1| = 2$. Tính tổng phần thực và phần ảo của z .

- (A) 0. (B) 1. **(C) -1.** (D) 2.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Từ $z \cdot \bar{z} = 1$, ta được $a^2 + b^2 = 1$

$$\text{Từ } |\bar{z} - 1| = 2, \text{ ta được } |(a - 1) - bi| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + b^2} = 2 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + b^2 = 4 \quad (1).$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình } \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ (a - 1)^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1. \quad (2).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 9. Trong các số phức z thỏa mãn $|iz - 3| = |z - 2 - i|$, tìm phần thực của số phức z sao cho $|z|$ nhỏ nhất.

A $\frac{1}{5}$.

B $-\frac{2}{5}$.

C $-\frac{1}{5}$.

D $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} |i(x + yi) - 3| &= |x + yi - 2 - i| \\ \Leftrightarrow |(-3 - y) + xi| &= |(x - 2) + (y - 1)i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{(-3 - y)^2 + x^2} &= \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} \Leftrightarrow x = -2y - 1. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2y - 1)^2 + y^2} = \sqrt{5y^2 + 4y + 1} = \sqrt{5\left(y + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}} \geq \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } x = -\frac{1}{5}, y = -\frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 10. Số phức liên hợp của số phức $a + bi$ là số phức

A $z' = -a + bi$.

B $z' = b - ai$.

C $z' = -a - bi$.

D $z' = a - bi$.

Lời giải.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Số phức z thỏa mãn $z + 2 \cdot \bar{z} = 6 - 3i$ có phần ảo bằng

A 3.

B -3.

C $3i$.

D 2.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z} = x - yi$.

Theo giả thiết, ta có

$$x + yi + 2(x - yi) = 6 - 3i \Leftrightarrow 3x - yi = 6 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ -y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 12. Phân tích $z = 27 + i$ về dạng tích của hai số phức. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $(3 + i)(8 + 3i)$.

B $(3 - i)(8 + 3i)$.

C $\frac{1}{2}(3 - i)(8 - 3i)$.

D $-\frac{1}{2}(3 - i)(8 + 3i)$.

Lời giải.

- $(3 + i)(8 + 3i) = 21 + 17i$ (loại).
- $(3 - i)(8 + 3i) = 27 + i$ (đúng).
- $\frac{1}{2}(3 - i)(8 - 3i) = \frac{1}{2}(21 - 17i)$ (loại).

• $-\frac{1}{2}(3-i)(8+3i) = -\frac{1}{2}(27+i)$ (loại).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 13. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 10(z + \bar{z})$ và z có phần ảo bằng ba lần phần thực?

(A) 0.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Từ $z \cdot \bar{z} = 10(z + \bar{z}) \Leftrightarrow (a + bi)(a - bi) = 10[(a + bi) + (a - bi)] \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 20a.$ (1)

Hơn nữa, số phức z có phần ảo bằng ba lần phần thực nên $b = 3a.$ (2)

Từ (1) và (2) ta có
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 20a \\ b = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \\ a = 0 \\ b = 0. \end{cases}$$

Vậy có 2 số phức cần tìm là $z = 2 + 6i$ và $z = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 14. Dạng $z = a + bi$ của số phức $\frac{1}{3+2i}$ là số phức nào dưới đây?

(A) $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i.$

(B) $\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i.$

(C) $-\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i.$

(D) $-\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i.$

Lời giải.

Có $\frac{1}{3+2i} = \frac{3-2i}{(3-2i)(3+2i)} = \frac{3-2i}{13} = \frac{3}{13} - \frac{2}{13}i.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15. Số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng

(A) -5.

(B) $\frac{3}{5}.$

(C) $-\frac{3}{5}.$

(D) 5.

Lời giải.

Có

$$\begin{aligned} & \frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{z \cdot \bar{z}}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 0 \\ \Leftrightarrow & \bar{z} + 2iz + (z+i)(1+i) = 0 \\ \Leftrightarrow & (a-bi) + 2i(a+bi) + (a+bi+i)(1+i) = 0 \\ \Leftrightarrow & 2a-3b-1+(3a+1)i = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2a-3b-1=0 \\ 3a+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=-\frac{5}{9}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 16. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó phần thực của số phức $w = z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 0.

(B) 8.

(C) 16.

(D) 6.

Lời giải.

Có $\Delta' = 16 - 20 = -4 = (2i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 + i$.

Suy ra $w = z_1^2 + z_2^2 = (2 - i)^2 + (2 + i)^2 = 6$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Tham số phức m bằng bao nhiêu để phương trình $z^2 + mz + 3i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng 8?

(A) $m = 3 + i$.

(B) $m = -3 + i$.

(C) $\begin{cases} m = 3 + i \\ m = -3 - i \end{cases}$

(D) $\begin{cases} m = 3 + i \\ m = -3 + i \end{cases}$

Lời giải.

Vì m là tham số phức nên giả sử $m = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình. Theo Vi-ét, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -m \\ z_1 \cdot z_2 = 3i \end{cases}$

Yêu cầu bài toán $z_1^2 + z_2^2 = 8 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 \cdot z_2 = 8 \Leftrightarrow (-m)^2 - 2 \cdot 3i = 8 \Leftrightarrow m^2 = 8 + 6i$

$$\Leftrightarrow (a + bi)^2 = 8 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 8 \\ 2ab = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \\ a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$$

Suy ra $m = 3 + i$ hoặc $m = -3 - i$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 18. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

(A) $T = 4$.

(B) $T = 2\sqrt{3}$.

(C) $T = 4 + 2\sqrt{3}$.

(D) $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}$$

Do đó $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 4 + 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{z}{1 - 2i} + \bar{z} = 2$. Mô đun của số phức $w = z^2 - z$ bằng

(A) $|w| = \sqrt{10}$.

(B) $|w| = 4$.

(C) $|w| = \sqrt{13}$.

(D) $|w| = 2\sqrt{10}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{z}{1 - 2i} + \bar{z} = 2 \Leftrightarrow z + \bar{z}(1 - 2i) = 2(1 - 2i).$$

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Theo giả thiết, ta có $a + bi + (a - bi)(1 - 2i) = 2 - 4i$

$$\Leftrightarrow (2a - 2b) - 2ai = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = 2 \\ -2a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Suy ra $w = z^2 - z = (2 + i)^2 - (2 + i) = 1 + 3i$.

Vậy $|w| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

(A) $r = 4$.

(B) $r = 5$.

(C) $r = 20$.

(D) $r = 22$.

Lời giải.

Gọi số phức $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Có $w = (3 + 4i)z + i \Leftrightarrow w - i = (3 + 4i)z$. Lấy mô đun 2 vế ta có

$$|w - i| = |(3 + 4i)z| \Leftrightarrow |a + (b - 1)i| = |3 + 4i| \cdot |z| \Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = 20^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. D	4. B	5. B	6. B	7. C	8. C	9. C	10. D
11. A	12. B	13. B	14. A	15. B	16. D	17. C	18. C	19. A	20. C