

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THCS-THPT HOA SEN

TÀI LIỆU HỌC TẬP

HÌNH HỌC

12

HỌC KỲ II



LƯU HÀNH NỘI BỘ

Mục lục

PHẦN II HÌNH HỌC

Chương 3. PHƯƠNG PHÁP TỌA TỌA TRONG KHÔNG GIAN	1
Bài 1. Hệ tọa độ trong không gian	1
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	1
(B) Các dạng toán.....	6
Dạng 1. Các phép toán về tọa độ của vectơ và điểm.....	6
Dạng 2. Xác định điểm trong không gian. Chứng minh tính chất hình học.....	9
Dạng 3. Mặt cầu.....	10
(C) Bài tập trắc nghiệm.....	12
Bài 2. Phương trình mặt phẳng	30
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	30
(B) Các dạng toán.....	33
Dạng 1. Sự đồng phẳng của ba vec-tơ, bốn điểm đồng phẳng.....	33
Dạng 2. Diện tích của tam giác.....	38
Dạng 3. Thể tích khối chóp.....	39
Dạng 4. Thể tích khối hộp.....	41
Dạng 5. Tính khoảng cách.....	42
Dạng 6. Góc giữa hai mặt phẳng.....	43
Dạng 7. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng.....	44
Dạng 8. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu.....	46
Dạng 9. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và có vectơ pháp tuyến cho trước.....	47
Dạng 10. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.....	47
Dạng 11. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và có cặp vectơ chỉ phương cho trước.....	48
Dạng 12. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và song song mặt phẳng cho trước.....	49
Dạng 13. Lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng.....	51

Dạng 14. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cho trước.....	51
Dạng 15. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau cho trước.....	52
Dạng 16. Lập phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm và vuông góc với một mặt phẳng cắt nhau cho trước.....	53
Dạng 17. Lập phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm cho trước	54
Dạng 18. Viết phương trình của mặt phẳng liên quan đến mặt cầu và khoảng cách.....	55
C Bài tập trắc nghiệm.....	59
Bài 3. Phương trình đường thẳng trong không gian	81
A Tóm tắt lí thuyết.....	81
B Các dạng toán	83
Dạng 1. Viết phương trình đường thẳng khi biết một điểm thuộc nó và một véc-tơ chỉ phương.....	83
Dạng 2. Viết phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cho trước.....	85
Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M cho trước và vuông góc với mặt phẳng (α) cho trước.....	85
Dạng 4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và song song với một đường thẳng cho trước.....	87
Dạng 5. Đường thẳng d đi qua điểm M và song song với hai mặt phẳng cắt nhau (P) và (Q)	88
Dạng 6. Đường thẳng d qua M song song với $mp(P)$ và vuông góc với d' (d' không vuông góc với Δ).....	90
Dạng 7. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2	91
Dạng 8. Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng.....	94
Dạng 9. Vị trí tương đối giữa đường và mặt.....	95
Dạng 10. Khoảng cách.....	96
Dạng 11. Góc.....	97
Dạng 12. Tọa độ hình chiếu của điểm lên đường-mặt phẳng.....	98
C Bài tập trắc nghiệm.....	100

PHẦN



HÌNH HỌC

Chương 3

PHƯƠNG PHÁP TỌA TỌA TRONG KHÔNG GIAN

Bài 1

HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



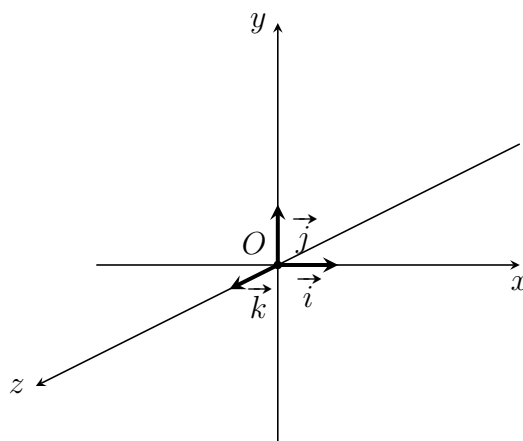
Tóm tắt lý thuyết

1. Hệ tọa độ

- ☑ Điểm O gọi là gốc tọa độ.
- ☑ Trục Ox gọi là trục hoành; Trục Oy gọi là trục tung; Trục Oz gọi là trục cao.
- ☑ Các mặt phẳng chứa hai trục tọa độ gọi là các mặt phẳng tọa độ. Ta kí hiệu chúng lần lượt là (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) .
- ☑ véc-tơ đơn vị của trục Ox , Oy , Oz lần lượt là: $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.
- ☑ Các véc-tơ đơn vị đôi một vuông góc với nhau và có độ dài bằng 1:

$$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$$

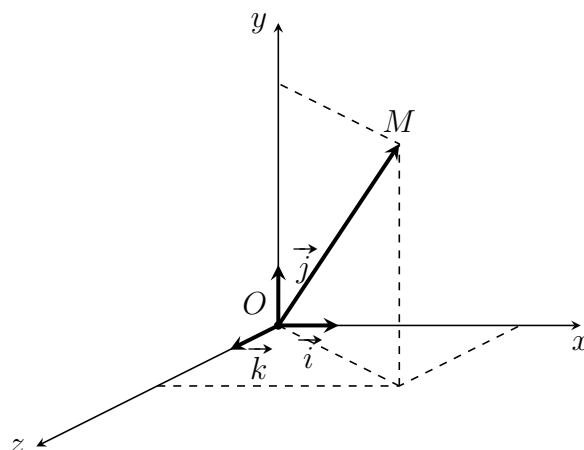
$$\text{và } \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{i} \cdot \vec{k} = 0$$



2. Tọa độ của một điểm

Trong không gian $Oxyz$ cho điểm M tùy ý. Vì ba véc-tơ $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ không đồng phẳng nên có một bộ số duy nhất $(x; y; z)$ sao cho:

$$\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$



Ta gọi bộ ba số $(x; y; z)$ là tọa độ của điểm M . Ký hiệu:

$$M(x; y; z) \text{ hoặc } M = (x; y; z)$$

Ví dụ 1. Tìm các tọa độ sau:

a) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ b) $\overrightarrow{ON} = 3\vec{i} - \vec{j}$ c) $\overrightarrow{OP} = 3\vec{j} - 4\vec{k}$

Lời giải.

a) $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow M(2; -1; 3)$

b) $\overrightarrow{ON} = 3\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow N(3; -1; 0)$

c) $\overrightarrow{OP} = 3\vec{j} - 4\vec{k} \Rightarrow P(0; 3; -4)$

Đặc biệt:

a) Góc $O(0; 0; 0)$

b) M thuộc $Ox \Leftrightarrow M(x_M; 0; 0)$

c) M thuộc $Oy \Leftrightarrow M(0; y_M; 0)$

d) M thuộc $Oz \Leftrightarrow M(0; 0; z_M)$

e) M thuộc $(Oxy) \Leftrightarrow M(x_M; y_M; 0)$

f) M thuộc $(Oyz) \Leftrightarrow M(0; y_M; z_M)$

g) M thuộc $(Oxz) \Leftrightarrow M(x_M; 0; z_M)$

3. Tọa độ của véc-tơ

Trong không gian $Oxyz$ cho điểm véc-tơ $\vec{a}$. Khi đó luôn tồn tại duy nhất bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ sao cho:

$$\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$$

Ta gọi bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ là tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$. Ký hiệu: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

☑ Trong hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của điểm M cũng chính là tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$

☑ $\vec{i} = (1; 0; 0)$; $\vec{j} = (0; 1; 0)$; $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Ví dụ 2. Tìm các tọa độ sau:

a) $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ b) $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ c) $\vec{c} = -\vec{j} + 4\vec{k}$

Lời giải.

a) $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; 3)$

b) $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} \Rightarrow \vec{b} = (4; -2; 0)$

c) $\vec{c} = -\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (0; -1; 4)$

4. Biểu thức tọa độ của các phép toán véc-tơ

Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó

Định lý 1.1.

☑ $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$

☑ $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$

☑ $k.\vec{a} = (k.a_1; k.a_2; k.a_3)$ (k là số thực)

Ví dụ 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$.

a) Tìm tọa độ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

b) Tìm tọa độ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Lời giải.

- a) Ta có $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (1 + 3 - (-2); -1 + 0 - 5; 2 - 1 - 1) = (6; -6; 0)$.
 b) Ta có $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = (2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 + (-2); 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 0 + 5; 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) + 1) = (-9; 3; 8)$

❖ **Định lý 1.2.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ khi đó

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

- ✔ Với hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ thì tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

- ✔ véc-tơ $\vec{0} = (0; 0; 0)$.
 ✔ véc-tơ $\vec{u}$ được gọi là biểu diễn (hoặc phân tích) theo ba véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ nếu có hai số x , y , z sao cho $\vec{u} = x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} + z \cdot \vec{c}$.
 ✔ $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0} \\ \exists k \neq 0 : \vec{a} = k \cdot \vec{b} \end{cases}$ hay $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ (với $\vec{b} \neq \vec{0}$)
 ✔ A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$.
 ✔ Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

- ✔ Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

5. Tích vô hướng

5.1. Biểu thức tọa độ tích vô hướng

❖ **Định lý 1.3.** Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ và $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$. Khi đó tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

hay

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

5.2. Ứng dụng

- a) Độ dài của véc-tơ $\vec{a}$ là:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

- b) Khoảng cách giữa hai điểm A và B :

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

c) Góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

d) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3 = 0$.

❖ Ví dụ 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; 2; 0)$, $\vec{b} = (2; 2; 0)$, $\vec{c} = (2; 2; 2)$.
a) Tính $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$. b) Tính $\cos(\vec{b}, \vec{c})$

💬 Lời giải.

a) Ta có $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$.

b) Ta có $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2.2 + 2.2 + 0.2}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{8}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

❖ Ví dụ 5. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ với $A(3; 1; -2)$, $B(3; -5; 0)$, $C(0; 1; -1)$.

- a) Tính $\vec{u} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$.
b) Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.
c) Tính độ dài đường trung tuyến AM của $\triangle ABC$.
d) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

💬 Lời giải.

a) $\vec{AB} = (0; -6; 2)$, $\vec{AC} = (-3; 0; 1)$, suy ra $\vec{u} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC} = (9; -12; 1)$.

b) Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$:
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{3 + 3 + 0}{3} = 2 \\ y_G = \frac{1 - 5 + 1}{3} = -1 \\ z_G = \frac{-2 + 0 - 1}{3} = -1 \end{cases}$$

 $\Rightarrow G(2; -1; -1)$.

c) M là trung điểm của BC , suy ra M :
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \\ z_M = \frac{z_B + z_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3 + 0}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{-5 + 1}{2} = -2 \\ z_M = \frac{0 - 1}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

 $\Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -2; -\frac{1}{2}\right)$.

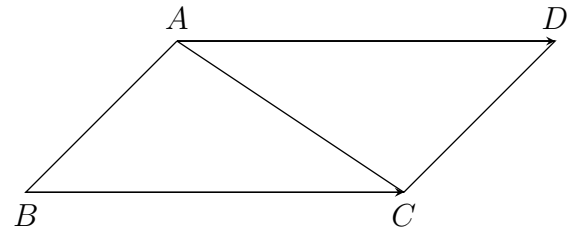
Độ dài $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 + (z_M - z_A)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 3\right)^2 + (-2 - 1)^2 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right)^2}$
 $= \sqrt{\frac{9}{4} + 9 + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{54}}{2}$. Vậy độ dài $AM = \frac{\sqrt{54}}{2}$.

d) Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$ là tọa độ điểm D cần tìm.

$\overrightarrow{AD} = (x_D - 3; y_D - 1; z_D + 2), \overrightarrow{BC} = (-3; 6; -1)$
 Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_D - 3 = -3 \\ y_D - 1 = 6 \\ z_D + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 7 \\ z_D = -3 \end{cases}.$$

 Vậy tọa độ điểm D cần tìm $D(0; 7; -3)$



❖ Ví dụ 6. Biểu thị vec-tơ $\vec{a}(-4; -12; 3)$ theo ba vec-tơ không đồng phẳng $\vec{u}(3; 7; 0), \vec{v}(2; 3; 1), \vec{w}(3; -2; 4)$.

Lời giải.

Giả sử $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$ Ta có: $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 3x + 2y + 3z \\ -12 = 7x + 3y - 2z \\ 3 = y + 4z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 7 \\ z = -1 \end{cases}$
 Vậy $\vec{a} = -5\vec{u} + 7\vec{v} - \vec{w}$

6. Phương trình mặt cầu

Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ bán kính R là:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

Phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, có bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

❖ Ví dụ 7. Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm và bán kính mặt cầu (S) trong các trường hợp sau:
 a) $(S) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. b) $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6z - 3 = 0$.

Lời giải.

- a) Dựa vào phương trình mặt cầu (S) , ta có tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.
 b) Dựa vào phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2; 0; -3)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-3)^2 - (-3)} = 4$.

❖ Ví dụ 8. Viết phương trình mặt cầu (S) trong các trường hợp sau:

- a) Có tâm $I(2; -1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.
 b) Có tâm $M(-1; 2; 3)$ và đi qua $N(1; 1; 1)$.
 c) Nhận AB làm đường kính. Với $A(6; 2; -5), B(-4; 0; 7)$.
 d) Đi qua bốn điểm $O, A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 4)$.

Lời giải.

- a) Mặt cầu $(S) : \begin{cases} \text{có tâm } I(2; -1; 3) \\ \text{bán kính } R = \sqrt{3} \end{cases}$

Suy ra phương trình mặt cầu: $(S) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 3$.

- b) Mặt cầu (S) có tâm $M(-1; 2; 3)$ và đi qua $N(1; 1; 1)$ nên bán kính
 $R = MN = \sqrt{(1+1)^2 + (1-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
 Phương trình mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
- c) Vì mặt cầu (S) có đường kính AB nên tâm I là trung điểm của AB , suy ra $I(1; 1; 1)$ và bán kính
 $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{62}$.
 Từ đó phương trình mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.
- d) Mặt cầu có dạng: $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)
 Vì mặt cầu (S) đi qua $O, A(1; 0; 0), B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 4)$ nên thay tọa độ bốn điểm lần lượt
 vào ta có
$$\begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow (S) : x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$$

Ví dụ 9. Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả giá trị của tham số m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

Lời giải.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của một mặt cầu $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$
 Nên $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi $1 + 4 + 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$.

7. Một số yếu tố trong tam giác

Xét tam giác ABC , ta có:

- ☑ H là chân đường cao hạ từ A của $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} = k\overrightarrow{BC} \end{cases}$.
- ☑ AD là đường phân giác trong của $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{DC}$.
- ☑ AE là đường phân giác ngoài của $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{EB} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{EC}$.
- ☑ H là trực tâm của $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases}$.
- ☑ I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} |\overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{IB}| \\ |\overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{IC}| \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AI} = 0 \end{cases}$.

B

Các dạng toán

Dạng 1. Các phép toán về tọa độ của vectơ và điểm

- ☑ Sử dụng các công thức về tọa độ của vectơ và của điểm
- ☑ Sử dụng về phép toán về vectơ trong không gian

Bài 1. Viết tọa độ của các vectơ sau đây:

a) $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$

b) $\vec{b} = 7\vec{i} - 8\vec{k}$

c) $\vec{c} = -9\vec{k}$

d) $\vec{d} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$

Lời giải.

Bài 2. Viết dưới dạng $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ mỗi vectơ sau đây:

a) $\vec{a} = \left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}; 2\right)$

b) $\vec{b} = (4; -5; 0)$

c) $\vec{c} = \left(\frac{4}{3}; 0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

d) $\vec{d} = \left(\pi; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

Lời giải.

Bài 3. Cho: $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$. Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{u}$ với:

a) $\vec{u} = 4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + 3\vec{c}$

b) $\vec{u} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$

c) $\vec{u} = -4\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$

d) $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b} + 5\vec{c}$

e) $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{4}{3}\vec{b} - 2\vec{c}$

f) $\vec{u} = \vec{a} - \frac{3}{4}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$

Lời giải.

Bài 4. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$, biết rằng:

a) $\vec{a} + \vec{x} = \vec{0}$ với $\vec{a} = (1; -2; 1)$

b) $\vec{a} + \vec{x} = 4\vec{a}$ với $\vec{a} = (0; -2; 1)$

c) $\vec{a} + 2\vec{x} = \vec{b}$ với $\vec{a} = (5; 4; -1)$, $\vec{b} = (2; -5; 3)$

Lời giải.

Bài 5. Cho $\vec{a} = (1; -3; 4)$.

a) Tìm y và z để $\vec{b} = (2; y; z)$ cùng phương với $\vec{a}$.

b) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c}$, biết rằng $\vec{a}$ và $\vec{c}$ ngược hướng và $|\vec{c}| = 2|\vec{a}|$.

Lời giải.

Dạng 2. Xác định điểm trong không gian. Chứng minh tính chất hình học.

- ☑ Sử dụng các công thức về tọa độ của vectơ và của điểm trong không gian.
- ☑ Sử dụng các phép toán về vectơ trong không gian.
- ☑ Công thức xác định tọa độ của các điểm đặc biệt.
- ☑ Tính chất hình học của các điểm đặc biệt:
- ☑ A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
- ☑ $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Bài 1. Cho điểm M . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M :

- ☑ Trên các mặt phẳng tọa độ: Oxy, Oxz, Oyz
- ☑ Trên các trục tọa độ: Ox, Oy, Oz

- | | | |
|--------------------|------------------|--------------------|
| a) $M(1; 2; 3)$ | b) $M(3; -1; 2)$ | c) $M(-1; 1; -3)$ |
| d) $M(1; 2; -1)$ | e) $M(2; -5; 7)$ | f) $M(22; -15; 7)$ |
| g) $M(11; -9; 10)$ | h) $M(3; 6; 7)$ | |

Lời giải.

Bài 2. Cho điểm M . Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với điểm M :

- ☑ Qua gốc tọa độ O
- ☑ Qua mp(Oxy)
- ☑ Qua trục Oy

- | | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|------------------|
| a) $M(1; 2; 3)$ | b) $M(3; -1; 2)$ | c) $M(-1; 1; -3)$ | d) $M(1; 2; -1)$ |
| e) $M(2; -5; 7)$ | f) $M(22; -15; 7)$ | g) $M(11; -9; 10)$ | h) $M(3; 6; 7)$ |

Lời giải.

Bài 3. Xét tính thẳng hàng của các bộ ba điểm sau:

- | | |
|---|--|
| a) $A(1; 3; 1), B(0; 1; 2), C(0; 0; 1)$ | b) $A(1; 1; 1), B(-4; 3; 1), C(-9; 5; 1)$ |
| c) $A(10; 9; 12), B(-20; 3; 4), C(-50; -3; -4)$ | d) $A(-1; 5; -10), B(5; -7; 8), C(2; 2; -7)$ |

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Cho ba điểm A, B, C .

- ☑ Chứng tỏ ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.
- ☑ Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.
- ☑ Xác định điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- ☑ Tính số đo các góc trong $\triangle ABC$.
- ☑ Tính diện tích $\triangle ABC$. Từ đó suy ra độ dài đường cao AH của $\triangle ABC$.

- | | |
|---|--|
| a) $A(1; 2; -3), B(0; 3; 7), C(12; 5; 0)$ | b) $A(0; 13; 21), B(11; -23; 17), C(1; 0; 19)$ |
| c) $A(3; -4; 7), B(-5; 3; -2), C(1; 2; -3)$ | d) $A(4; 2; 3), B(-2; 1; -1), C(3; 8; 7)$ |
| e) $A(3; -1; 2), B(1; 2; -1), C(-1; 1; -3)$ | f) $A(4; 1; 4), B(0; 7; -4), C(3; 1; -2)$ |
| g) $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$ | h) $A(1; -2; 6), B(2; 5; 1), C(-1; 8; 4)$ |

LUYỆN TẬP 2

Trên trục $Oy; (Ox)$, tìm điểm cách đều hai điểm:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| a) $A(3; 1; 0), B(-2; 4; 1)$ | b) $A(1; -2; 1), B(11; 0; 7)$ |
| c) $A(4; 1; 4), B(0; 7; -4)$ | d) $A(3; -1; 2), B(1; 2; -1)$ |
| e) $A(3; -4; 7), B(-5; 3; -2)$ | f) $A(4; 2; 3), B(-2; 1; -1)$ |

LUYỆN TẬP 3

Cho hai điểm A, B . Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ tại điểm M . Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số nào?

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------|
| a) $A(2; -1; 7), B(4; 5; -2)$ | b) $A(4; 3; -2), B(2; -1; 1)$ |
| c) $A(10; 9; 12), B(-20; 3; 4)$ | d) $A(3; -1; 2), B(1; 2; -1)$ |
| e) $A(3; -4; 7), B(-5; 3; -2)$ | f) $A(4; 2; 3), B(-2; 1; -1)$ |

Dạng 3. Mặt cầu

Để viết phương trình mặt cầu (S) , ta cần xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu.

Dạng 1: (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R : $(S) : (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

Dạng 2: (S) có tâm $I(a; b; c)$ và đi qua điểm A : Khi đó bán kính $R = IA$.

Dạng 3: (S) nhận đoạn thẳng AB cho trước làm đường kính:

- ☑ Tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB : $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}; z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$.
- ☑ Bán kính $R = IA = \frac{AB}{2}$.

Dạng 4: (S) đi qua bốn điểm A, B, C, D (mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$)

- ☑ Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0(*)$.

Bài 3. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính R :

a) $I(1; -3; 5), R = \sqrt{3}$

b) $I(5; -3; 7), R = 2$

c) $I(1; -3; 2), R = 5$

d) $I(2; 4; -3), R = 3$

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A :

a) $I(2; 4; -1), A(5; 2; 3)$

b) $I(0; 3; -2), A(0; 0; 0)$

c) $I(4; -4; -2), A(0; 0; 0)$

d) $I(4; -1; 2), A(1; -2; -4)$

e) $I(3; -2; 1), A(2; 1; -3)$

LUYỆN TẬP 2

Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB , với:

a) $A(2; 4; -1), B(5; 2; 3)$

b) $A(0; 3; -2), B(2; 4; -1)$

c) $A(4; -3; -3), B(2; 1; 5)$

d) $A(2; -3; 5), B(4; 1; -3)$

e) $A(3; -2; 1), B(2; 1; -3)$

LUYỆN TẬP 3

Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, với:

a) $A(1; 1; 0), B(0; 2; 1), C(1; 0; 2), D(1; 1; 1)$

b) $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6), D(2; 4; 6)$

c) $A(2; 3; 1), B(4; 1; -2), C(6; 3; 7), D(-5; -4; 8)$

d) $A(5; 7; -2), B(3; 1; -1), C(9; 4; -4), D(1; 5; 0)$

e) $A(6; -2; 3), B(0; 1; 6), C(2; 0; -1), D(4; 1; 0)$

f) $A(0; 1; 0), B(2; 3; 1), C(-2; 2; 2), D(1; -1; 2)$

LUYỆN TẬP 4

Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm nằm trong mặt phẳng (P) cho trước, với:

a) $\begin{cases} A(2; 0; 1), B(1; 3; 2), C(3; 2; 0) \\ (P) \equiv (Oxy) \end{cases}$

b) $\begin{cases} A(2; 0; 1), B(1; 3; 2), C(3; 2; 0) \\ (P) \equiv (Oxy) \end{cases}$

C

Bài tập trắc nghiệm

1. Tìm tọa độ điểm, véc-tơ liên quan đến hệ trục $Oxyz$

1.1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 1; -1)$ lên trục tung.

- ☐ A $H(2; 0; -1)$. ☐ B $H(0; 1; 0)$.
☐ C $H(0; 1; -1)$. ☐ D $H(2; 0; 0)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tọa độ véc-tơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- ☐ A $\vec{d} = (-7; 0; -4)$. ☐ B $\vec{d} = (-7; 0; 4)$.
☐ C $\vec{d} = (7; 0; -4)$. ☐ D $\vec{d} = (7; 0; 4)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- ☐ A $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$.
☐ B $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
☐ C $|\vec{b}| = \sqrt{3}$.
☐ D $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Véc-tơ $\vec{AB}$ có tọa độ là

- ☐ A $(1; 2; 3)$. ☐ B $(-1; -2; 3)$.
☐ C $(3; 5; 1)$. ☐ D $(3; 4; 1)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 9)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- ☐ A $(0; 3; 3)$. ☐ B $(4; -2; 12)$.
☐ C $(2; -1; 6)$. ☐ D $(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 0; 1)$, $C(5; -8; 8)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- ☐ A $G(3; -6; 12)$. ☐ B $G(-1; 2; -4)$.
☐ C $G(1; -2; -4)$. ☐ D $G(1; -2; 4)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tìm tọa độ điểm B biết M là trung điểm của đoạn AB .

- ☐ A $B(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2})$. ☐ B $B(-4; 9; 8)$.
☐ C $B(5; 3; -7)$. ☐ D $B(5; -3; -7)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- ☐ A $(0; 3; 4)$. ☐ B $(0; -3; 4)$.
☐ C $(0; -4; 3)$. ☐ D $(-3; 0; 4)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho véc-tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ là các véc-tơ đơn vị. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- ☐ A $(1; 2; -3)$. ☐ B $(2; -3; 1)$.
☐ C $(2; 3; 1)$. ☐ D $(1; -3; 2)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- ☐ A $(2; -1; -3)$. ☐ B $(-3; 2; -1)$.
☐ C $(2; -3; -1)$. ☐ D $(-1; 2; -3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- ☐ A $P(1; 0; 0)$. ☐ B $N(1; 2; 0)$.
☐ C $Q(0; 2; 0)$. ☐ D $M(0; 0; 3)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Hình chiếu của A trên trục Oz là

- ☐ A $Q(2; -1; 0)$. ☐ B $P(0; 0; 3)$.
☐ C $N(0; -1; 0)$. ☐ D $M(2; 0; 0)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- ☐ A $M(3; 0; 0)$. ☐ B $N(0; -1; 1)$.
☐ C $P(0; -1; 0)$. ☐ D $Q(0; 0; 1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm

- ☐ A $Q(2; -1; 0)$. ☐ B $P(0; 0; 3)$.
☐ C $N(0; -1; 0)$. ☐ D $M(2; 0; 0)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và $\vec{MN} = (-1; -1; 0)$. Tìm tọa độ của điểm N .

- ☐ A $N(4; 2; 0)$. ☐ B $N(-4; -2; 0)$.
☐ C $N(-2; 0; 0)$. ☐ D $N(2; 0; 0)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và $\vec{MN} = (-1; -1; 0)$. Tìm tọa độ của điểm N .

- ☐ A $N(4; 2; 0)$. ☐ B $N(-4; -2; 0)$.
☐ C $N(-2; 0; 0)$. ☐ D $N(2; 0; 0)$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$ và

$D(6; 9; -5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là

- ☐ A $(2; 3; 1)$. ☐ B $(2; 3; -1)$.
☐ C $(-2; 3; 1)$. ☐ D $(2; -3; 1)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- ☐ A $(-3; 2; -1)$. ☐ B $(2; -1; -3)$.
☐ C $(-1; 2; -3)$. ☐ D $(2; -3; -1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-3; -1; 0)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- ☐ A $(0; 0; -3)$. ☐ B $(0; -3; 0)$.
☐ C $(0; 0; -1)$. ☐ D $(0; -1; 0)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

- ☐ A $(0; 1; 1)$. ☐ B $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.
☐ C $(0; 2; 4)$. ☐ D $(-2; -2; -2)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(3; 0; 1)$. Khi đó độ dài véc-tơ $\vec{AB}$ là

- ☐ A $\sqrt{19}$. ☐ B 19 . ☐ C $\sqrt{13}$. ☐ D 13 .

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 0)$, $B(1; 3; 2)$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng AB . Tọa độ của I là

- ☐ A $(0; 4; 2)$. ☐ B $(2; 2; 2)$.
☐ C $(-2; -2; -2)$. ☐ D $(0; 2; 1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$, tọa độ của véc-tơ $\vec{MO}$ là

- ☐ A $(a; b; c)$. ☐ B $(-a; b; c)$.
☐ C $(-a; -b; -c)$. ☐ D $(-a; b; -c)$.

Câu 24. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (-2; -4; 6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A $\vec{a} = 2\vec{b}$. ☐ B $\vec{b} = -2\vec{a}$.
☐ C $\vec{a} = -2\vec{b}$. ☐ D $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(3; -3; 2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- ☐ A $M(1; 1; 2)$. ☐ B $M(2; 2; 4)$.
☐ C $M(2; -4; 0)$. ☐ D $M(4; -8; 0)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- ☐ A $(1; 2; 1)$. ☐ B $(2; 0; -1)$.
☐ C $(1; 1; 1)$. ☐ D $(1; 1; -2)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(-4; 1; 9)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- ☐ A $(-1; 2; 4)$. ☐ B $(-2; 4; 8)$.
☐ C $(-6; -2; 10)$. ☐ D $(1; -2; -4)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 2)$. Véc-tơ $\vec{AB}$ có tọa độ là

- ☐ A $\vec{AB} = (1; -2; 0)$. ☐ B $\vec{AB} = (3; 0; 4)$.
☐ C $\vec{AB} = (1; 0; 0)$. ☐ D $\vec{AB} = (1; 2; 0)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 2; 3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- ☐ A $(-2; 1; 0)$. ☐ B $\left(0; \frac{3}{2}; 3\right)$.
☐ C $(2; -1; 0)$. ☐ D $(0; 3; 6)$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$.

- ☐ A $(2; -3; -1)$. ☐ B $(-3; 2; -1)$.
☐ C $(-1; 2; -3)$. ☐ D $(2; -1; -3)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(13; 2; 15)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $H(a; b; c)$. Tính $P = 3a + 15b + c$.

- ☐ A $P = 48$. ☐ B $P = 54$.
☐ C $P = 69$. ☐ D $P = 84$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 0; -5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- ☐ A $I(2; 1; -1)$. ☐ B $I(2; 2; -2)$.
☐ C $I(4; 2; -2)$. ☐ D $I(-1; 1; 4)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- ☐ A $D(-4; -2; 9)$. ☐ B $D(-4; 2; 9)$.
☐ C $D(4; -2; 9)$. ☐ D $D(4; 2; -9)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4)$, $B(2; -1; 0)$, $C(3; 1; 2)$.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- ☐ A $G(2; 1; 2)$. ☐ B $G(6; 3; 6)$.
☐ C $G\left(3; \frac{3}{2}; 3\right)$. ☐ D $G(2; -1; 2)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

- ☐ A $\vec{a} = (4; 1; -1)$. ☐ B $\vec{a} = (3; 1; -4)$.
☐ C $\vec{a} = (0; 1; -1)$. ☐ D $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\vec{AM} = 3\vec{AB}$.

- ☐ A $M(9; -5; 7)$. ☐ B $M(9; 5; 7)$.
☐ C $M(-9; 5; -7)$. ☐ D $M(9; -5; -5)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- ☐ A $(1; 3; 2)$. ☐ B $(2; -1; 5)$.
☐ C $(2; -1; -5)$. ☐ D $(2; 6; 4)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

- ☐ A $I(2; 0; 1)$. ☐ B $I(1; 1; -1)$.
☐ C $I(2; 2; -2)$. ☐ D $I(4; 0; 2)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$ và $B(-1; 3; 2)$. Trung điểm đoạn AB có tọa độ là

- ☐ A $(1; 2; 0)$. ☐ B $(2; -1; -2)$.
☐ C $(2; 4; 0)$. ☐ D $(4; -2; -4)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; 3)$, $\vec{b} = (4; -3; 5)$ và $\vec{c} = (-2; 4; 6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ là

- ☐ A $(10; 9; 6)$. ☐ B $(12; -9; 7)$.
☐ C $(10; -9; 6)$. ☐ D $(12; -9; 6)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ điểm M là

- ☐ A $M(0; -2; 3)$. ☐ B $M(1; -2; 0)$.
☐ C $M(1; 0; 3)$. ☐ D $M(1; 0; 0)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{AB}$ là

- ☐ A $(3; -3; 4)$. ☐ B $(1; -1; -2)$.

- ☐ C $(-3; 3; -4)$. ☐ D $(-1; 1; 2)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là

- ☐ A $(1; 0; -1)$. ☐ B $(0; 0; -1)$.
☐ C $(0; 2; 0)$. ☐ D $(1; 0; 0)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-3; 1; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- ☐ A $(-3; -1; 2)$. ☐ B $(3; 1; -2)$.
☐ C $(3; -1; -2)$. ☐ D $(3; -1; 2)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 2; -1)$, $B(-5; 4; 2)$ và $C(-1; 0; 5)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

- ☐ A $(-1; 1; 1)$. ☐ B $(-3; 3; 3)$.
☐ C $(-6; 6; 6)$. ☐ D $(-2; 2; 2)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{x} = 3\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{x}$.

- ☐ A $\vec{x} = (1; -2; 3)$. ☐ B $\vec{x} = (3; -2; 1)$.
☐ C $\vec{x} = (1; 3; -2)$. ☐ D $\vec{x} = (1; 2; 3)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- ☐ A $(0; -3; 0)$. ☐ B $(0; -3; -5)$.
☐ C $(0; -3; 5)$. ☐ D $(1; -3; 0)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- ☐ A $(1; 3; 2)$. ☐ B $(2; 6; 4)$.
☐ C $(2; -1; 5)$. ☐ D $(4; -2; 10)$.

Câu 49. Cho véc-tơ $\vec{u} = (1; 3; 4)$, tìm véc-tơ cùng phương với $\vec{u}$.

- ☐ A $\vec{d} = (-2; 6; 8)$. ☐ B $\vec{a} = (2; -6; -8)$.
☐ C $\vec{c} = (-2; -6; 8)$. ☐ D $\vec{b} = (-2; -6; -8)$.

Câu 50. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- ☐ A $OA = 9$. ☐ B $OA = 3$.
☐ C $OA = 1$. ☐ D $OA = \sqrt{3}$.

1.2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu điểm E

thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

- ☐ A $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$. ☐ B $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$.
☐ C $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$. ☐ D $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$, $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

- ☐ A -5 . ☐ B 3 . ☐ C 2 . ☐ D -2 .

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng?

- ☐ A $x = 4; y = 7$. ☐ B $x = -4; y = -7$.
☐ C $x = 4; y = -7$. ☐ D $x = -4; y = 7$.

Câu 4. Trong không gian Oxy , cho $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 0; 1)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- ☐ A $(2; -1; 1)$. ☐ B $(-2; -1; -1)$.
☐ C $(-2; 1; -1)$. ☐ D $(0; -1; 3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- ☐ A $N(1; 2; 0)$. ☐ B $M(0; 0; 3)$.
☐ C $P(1; 0; 0)$. ☐ D $Q(0; 2; 0)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm $m; n$ để các véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- ☐ A $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. ☐ B $m = 1; n = 0$.
☐ C $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. ☐ D $m = 4; n = -3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x + y$ bằng

- ☐ A $\frac{7}{3}$. ☐ B $-\frac{8}{3}$. ☐ C $-\frac{2}{3}$. ☐ D $-\frac{1}{3}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tìm tọa độ điểm M .

- ☐ A $M(-1; 4; -2)$. ☐ B $M(-1; 4; 2)$.
☐ C $M(1; -4; -2)$. ☐ D $M(-1; -4; 2)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC trọng tâm G . Biết $A(0; 2; 1)$,

$B(1; -1; 2)$, $G(1; 1; 1)$. Khi đó điểm C có tọa độ là

- ☐ A $(2; 2; 4)$. ☐ B $(-2; 0; 2)$.
☐ C $(-2; -3; -2)$. ☐ D $(2; 2; 0)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 2)$, $B(-3; 0; 1)$, $C(8; 2; -6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- ☐ A $G(2; -1; 1)$. ☐ B $G(2; 1; 1)$.
☐ C $G(2; 1; -1)$. ☐ D $G(6; 3; -3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1)$, $B(-3; 0; 3)$, $C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- ☐ A $D(6; -6; 3)$. ☐ B $D(6; 6; 3)$.
☐ C $D(6; -6; -3)$. ☐ D $D(6; 6; -3)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

- ☐ A $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. ☐ B $M(4; 5; -9)$.
☐ C $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. ☐ D $M(1; -7; 12)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai véc-tơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì $m + n$ bằng

- ☐ A $\frac{11}{6}$. ☐ B $\frac{13}{6}$. ☐ C $\frac{17}{6}$. ☐ D 2 .

Câu 14. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho sáu điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(3; 3; -3)$, A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$. Gọi $G'(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Giá trị $3(a + b + c)$ bằng

- ☐ A 6 . ☐ B 1 . ☐ C 11 . ☐ D -3 .

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành. Tìm tọa độ điểm M .

- ☐ A $M(0; 2; -3)$. ☐ B $M(0; 2; 0)$.
☐ C $M(0; 0; -3)$. ☐ D $M(1; 0; 0)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3; 1; 2)$, $B(1; 0; 1)$, $C(2; 3; 0)$. Tọa độ đỉnh E là

- ☐ A $E(4; 4; 1)$. ☐ B $E(0; 2; -1)$.
☐ C $E(1; 1; 2)$. ☐ D $E(1; 3; -1)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 3; 5)$, $B(2; 0; 1)$ và $G(1; 4; 2)$ là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm C .

- (A) $C(0; 0; 9)$. (B) $C\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$.
(C) $C(0; -9; 0)$. (D) $C(0; 9; 0)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 0; 2)$, $B(2; 1; -3)$ và $C(1; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $D(0; 2; -1)$. (B) $D(-2; -2; 5)$.
(C) $D(-2; 2; 6)$. (D) $D(2; 2; -5)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -2; 1)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; 1; -2)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Ox và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

- (A) $A'(5; 1; 1)$. (B) $A'(5; 3; -1)$.
(C) $A'(5; -1; -3)$. (D) $A'(5; 3; -3)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; -3; 7)$, $B(0; 4; 1)$, $C(3; 0; 5)$, $D(3; 3; 3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ M là

- (A) $(0; 1; -4)$. (B) $(0; 1; 4)$.
(C) $(0; -1; 4)$. (D) $(0; -1; -4)$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(x; y; -3)$; $B(6; -2; 4)$; $C(-3; 7; -5)$. Giá trị $x; y$ để A, B, C thẳng hàng là

- (A) $x = 1; y = -5$. (B) $x = -1; y = -5$.
(C) $x = -1; y = 5$. (D) $x = 1; y = 5$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 2)$ và $N(1; 0; 4)$. Điểm nào sau đây là trung điểm của đoạn thẳng MN ?

- (A) $I(1; -1; 3)$. (B) $J(0; 2; 2)$.
(C) $G(2; -2; 6)$. (D) $H(1; 0; 3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -2; -1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm

- (A) $I(2; 0; -2)$. (B) $I(1; -2; 1)$.
(C) $I(1; 0; -2)$. (D) $I(4; 0; -4)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(1; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$.

- (A) $M(-2; 6; -4)$. (B) $M(2; -6; 4)$.

- (C) $M(-2; -6; 4)$. (D) $M(5; 5; 0)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- (A) $3|a|$. (B) $\frac{3|a|}{2}$. (C) $2|a|$. (D) $|a|$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 4; 1)$ và $B(4; 5; 2)$. Điểm C thỏa mãn $\vec{OC} = \vec{BA}$ có tọa độ là

- (A) $(-6; -1; -1)$. (B) $(-2; -9; -3)$.
(C) $(6; 1; 1)$. (D) $(2; 9; 3)$.

Câu 27. Trong không gian xyz cho các véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{v} = (m; 2; m + 1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(3; 1; 2)$. Véc-tơ $-\vec{AB}$ có tọa độ là

- (A) $(-1; -2; 1)$. (B) $(1; 2; -1)$.
(C) $(5; 0; 5)$. (D) $(1; -2; 1)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $C(1; 1; 1)$ và trọng tâm $G(2; 5; 8)$. Tìm tọa độ các đỉnh A và B biết A thuộc mặt phẳng (Oxy) và điểm B thuộc trục Oz .

- (A) $A(3; 9; 0)$ và $B(0; 0; 15)$.
(B) $A(6; 15; 0)$ và $B(0; 0; 24)$.
(C) $A(7; 16; 0)$ và $B(0; 0; 25)$.
(D) $A(5; 14; 0)$ và $B(0; 0; 23)$.

Câu 30. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $I(3; 1; 4)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho A là trung điểm đoạn BI .

- (A) $B(2; 1; 2)$. (B) $B(5; 1; 8)$.
(C) $B(0; 1; 4)$. (D) $B(-1; 1; -4)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$, $N(2; 3; 0)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- (A) $\vec{MN} = \vec{i} + \vec{k} - \vec{j}$.
(B) $\vec{MN} = \vec{j} + \vec{k} - \vec{i}$.
(C) $\vec{MN} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.
(D) $\vec{MN} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5; 1; 3)$, $B(1; 6; 2)$, $C(5; 0; 4)$. Điểm

D thỏa mãn $ABCD$ là hình bình hành. Tọa độ của điểm D là

- (A) $(1; 7; 1)$. (B) $(1; 5; 3)$.
(C) $(0; 4; 1)$. (D) $(9; -5; 5)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 3; 4)$, $C(3; 5; -2)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- (A) $I\left(2; \frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. (B) $I\left(\frac{37}{2}; -7; 0\right)$.
(C) $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$. (D) $I\left(-\frac{27}{2}; 15; 2\right)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -2; 0)$, $B(2; 1; -2)$, $C(0; 3; 4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $(-1; 0; 6)$. (B) $(1; 6; 2)$.
(C) $(1; 6; -2)$. (D) $(1; 0; -6)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- (A) $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. (B) $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.
(C) $\vec{a} \perp \vec{b}$. (D) $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 4)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

- (A) $(0; 3; 0)$. (B) $(5; -1; 10)$.
(C) $(-3; 3; 6)$. (D) $(5; -1; -10)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Tính độ dài véc-tơ $\vec{u}$.

- (A) $|\vec{u}| = 1$. (B) $|\vec{u}| = 3$.
(C) $|\vec{u}| = 2$. (D) $|\vec{u}| = 4$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 véc-tơ $\vec{u}(1; a; 2)$, $\vec{v}(-3; 9; b)$ cùng phương. Tính $a^2 + b$.

- (A) 15. (B) 3.
(C) 0. (D) Không tính được.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua Oxy là

- (A) $M'(3; 2; -1)$. (B) $M'(3; 2; 1)$.
(C) $M'(3; -2; -1)$. (D) $M'(-3; 2; 1)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu

vuông góc của điểm M lên trục Oy, Oz . Tính diện tích tam giác OAB .

- (A) $\frac{3}{2}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) 1. (D) 2.

1.3. Mức độ vận dụng

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(3; 1; -1)$. Điểm $M(a; b; c)$ trên mặt phẳng (Oxz) cách đều 3 điểm A, B, C . Giá trị $3(a + b + c)$ bằng

- (A) 6. (B) 1. (C) -3. (D) -1.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a + b + 2c$ bằng

- (A) 5. (B) 4. (C) 14. (D) 15.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 2; 2)$, $B\left(\frac{9}{4}; -1; 2\right)$, $C(4; -1; 2)$. Tìm tọa độ D là chân đường phân giác trong vẽ từ đỉnh A của tam giác ABC .

- (A) $D(3; -1; -2)$. (B) $D(3; -1; 2)$.
(C) $D(-3; 1; 2)$. (D) $D(-3; -1; 2)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(9; 11; 6)$ và $C(5; 10; 7)$. Giả sử điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng AB sao cho tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{MC} = 45$. Khi đó $a + b + c$ bằng

- (A) 19. (B) 32. (C) 16. (D) 24.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; 2; 1)$, $B(5; 2; 1)$, $C(1; -2; 4)$. Gọi D là điểm đối xứng với điểm B qua đường phân giác trong của góc BAC . Tọa độ của điểm D là

- (A) $\left(1; -\frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$. (B) $\left(-1; -\frac{26}{5}; \frac{7}{5}\right)$.
(C) $\left(-1; \frac{6}{5}; -\frac{17}{5}\right)$. (D) $\left(1; \frac{26}{5}; -\frac{7}{5}\right)$.

2. Tích vô hướng và ứng dụng

2.1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 0; -3)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 0)$. Tính $\cos(\vec{u}; \vec{v})$.

- (A) $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$.

- ☐ B $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.
☐ C $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1}{\sqrt{10}}$.
☐ D $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1}{5\sqrt{2}}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 véc-tơ $\vec{a} = (-1; 10)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- ☐ A $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.
☐ B $\vec{c} \perp \vec{b}$.
☐ C $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.
☐ D $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Tính cô-sin góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- ☐ A $\frac{3}{13}$.
☐ B $-\frac{3}{13}$.
☐ C $-\frac{5}{6}$.
☐ D $\frac{5}{6}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- ☐ A $2\sqrt{13}$.
☐ B $\sqrt{6}$.
☐ C 3.
☐ D $2\sqrt{3}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- ☐ A 8.
☐ B 6.
☐ C 0.
☐ D -6.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 3)$ và $B(2; 0; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- ☐ A $AB = 9$.
☐ B $AB = \sqrt{3}$.
☐ C $AB = 3$.
☐ D $AB = \sqrt{29}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (4; -2; -4)$, $\vec{b} = (6; -3; 2)$. Giá trị của biểu thức $|(2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})|$ bằng

- ☐ A -200.
☐ B $\sqrt{200}$.
☐ C 200^2 .
☐ D 200.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cô-sin của góc $\widehat{BAC}$ là

- ☐ A $\frac{9}{\sqrt{35}}$.
☐ B $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.
☐ C $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.
☐ D $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; -2)$. Độ dài đoạn thẳng OA là

- ☐ A 2.
☐ B 3.
☐ C 9.
☐ D 1.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-5; 2; -4)$ bằng

- ☐ A -15.
☐ B -10.
☐ C -7.
☐ D 15.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- ☐ A 30° .
☐ B 120° .
☐ C 60° .
☐ D 150° .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- ☐ A $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; 2)$.
☐ B $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; 5; 3)$.
☐ C $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.
☐ D $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- ☐ A 26.
☐ B 22.
☐ C $\sqrt{26}$.
☐ D $\sqrt{22}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -3; 2)$, $B(4; 1; 2)$. Độ dài đoạn AB bằng

- ☐ A $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.
☐ B 5.
☐ C -5.
☐ D 25.

Câu 15. Tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a} = (-2; 2; 5)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$ trong không gian bằng

- ☐ A 14.
☐ B 13.
☐ C 10.
☐ D 12.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; \log_2 3)$ và $\vec{v} = (2; -2; \log_3 2)$. Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- ☐ A $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
☐ B $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.
☐ C $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$.
☐ D $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}(2; 1; -3)$, $\vec{b}(2; 5; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$.
☐ B $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.
☐ C $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.
☐ D $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- ☐ A $\sqrt{6}$.
☐ B 6.
☐ C 2.
☐ D $\sqrt{2}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- ☐ A $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$.
☐ B $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$.
☐ C $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.
☐ D $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 4; -2)$ và $\vec{b} = (3; -1; 6)$. Tính giá trị của $P = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

- (A) $P = -10$. (B) $P = -40$.
(C) $P = 16$. (D) $P = -34$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 5)$, $B(m; 2; 7)$. Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn $AB = 7$.

- (A) $m = 9$ hoặc $m = -3$.
(B) $m = -3$ hoặc $m = -9$.
(C) $m = 9$ hoặc $m = 3$.
(D) $m = 3$ hoặc $m = -3$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1)$, $B(1; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{22}$. (C) 18. (D) $3\sqrt{2}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A) $\vec{c} \perp \vec{b}$. (B) $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.
(C) $\vec{a} \perp \vec{b}$. (D) $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- (A) $AB = 5$. (B) $AB = \sqrt{5}$.
(C) $AB = 3$. (D) $AB = \sqrt{3}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; -3; 4)$ và $\vec{v} = (1; 3; 0)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- (A) $(1; -3; 4)$. (B) -8 .
(C) -5 . (D) $(1; -9; 0)$.

Câu 26. Trong không gian với $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (-5; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; 2; 1)$ và $\vec{c} = (m; 3; -1)$. Giá trị của m sao cho $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}]$

- (A) $m = -1$. (B) $m = -2$.
(C) $m = 1$. (D) $m = 2$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 3)$ và $N(3; 1; 4)$. Tính độ dài véc-tơ $\overrightarrow{MN}$.

- (A) $|\overrightarrow{MN}| = 6$. (B) $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{66}$.
(C) $|\overrightarrow{MN}| = 2$. (D) $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{14}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; -2)$, $N(4; -5; 1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN .

- (A) 49. (B) 7. (C) $\sqrt{7}$. (D) $\sqrt{41}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính độ dài đoạn AB với $A(1; -1; 0)$, $B(2; 0; -2)$.

- (A) $AB = 2$. (B) $AB = \sqrt{2}$.
(C) $AB = 6$. (D) $AB = \sqrt{6}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- (A) $\vec{b} \perp \vec{c}$. (B) $\vec{a} \perp \vec{b}$.
(C) $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. (D) $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.
(B) $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$.
(C) $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.
(D) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

Câu 32. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (3; 0; 6)$, $\vec{v} = (-2; -1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- (A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. (B) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.
(C) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. (D) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

Câu 33. Cho ba điểm $A(2; 1; 4)$, $B(-2; 2; -6)$, $C(6; 0; -1)$. Tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

- (A) -67 . (B) 65. (C) 33. (D) 67.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (x; 2; 1)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; -1; 2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- (A) $x + 2$. (B) $3x - 2$.
(C) $3x + 2$. (D) $-2 - x$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ bất kỳ $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$.
(B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$.
(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}$.
(D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u} = (1; 0; 1)$, $\vec{v} = (0; 1; -2)$. Tính vô hướng

của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$. **B** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$.
C $\vec{u} \cdot \vec{v} = (0; 0; -2)$. **D** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A** $m = -5$. **B** $m = 5$.
C $m = 1$. **D** $m = -2$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A** $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; -2)$.
B $\vec{a} \cdot \vec{b} = (1; -1; 2)$.
C $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.
D $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Câu 39. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. **B** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.
C $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. **D** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

- A** $\sqrt{5}$. **B** 9. **C** 5. **D** 3.

2.2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; -3; 1)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A** $-\frac{1}{2\sqrt{7}}$. **B** $\frac{1}{2\sqrt{7}}$.
C $-\frac{3}{2\sqrt{7}}$. **D** $\frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A** 120° . **B** 30° . **C** 60° . **D** 150° .

Câu 3. Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A** 120° . **B** 45° . **C** 135° . **D** 60° .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 45° . Số phần tử của S là

- A** 4. **B** 2. **C** 1. **D** Vô số.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho

$A(3; 0; 0)$, $B(0; 0; 4)$. Chu vi tam giác OAB bằng

- A** 14. **B** 7. **C** 6. **D** 12.

Câu 6. Cho 2 vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A** 12. **B** 2. **C** 11. **D** 10.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\vec{AB} = (-3; 0; 4)$, $\vec{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là

- A** $4\sqrt{2}$. **B** $3\sqrt{2}$. **C** $5\sqrt{3}$. **D** $2\sqrt{3}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc tạo bởi hai vectơ $\vec{a} = (3; -1; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** $\varphi = 30^\circ$. **B** $\varphi = 45^\circ$.
C $\varphi = 90^\circ$. **D** $\varphi = 60^\circ$.

Câu 9. Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° . Tìm $|\vec{a} - \vec{b}|$, biết $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$.

- A** $\sqrt{34 - 8\sqrt{3}}$. **B** 2.
C $\sqrt{19}$. **D** 7.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 6; 12)$, $B(2; 7; 6)$, $C(-2; 5; 7)$. Tam giác ABC là tam giác

- A** vuông (không cân).
B cân (không vuông).
C đều.
D vuông cân.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

- A** 3. **B** 2. **C** 4. **D** 5.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

- A** $\frac{\sqrt{349}}{2}$. **B** $\sqrt{87}$. **C** $\sqrt{349}$. **D** $2\sqrt{87}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} (2; 1; -3)$, $\vec{b} (2; 5; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$. **B** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.
C $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$. **D** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$, $\vec{c} = (-2; 1; 5)$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề cho dưới đây.

- (A) $|\vec{b}| = \sqrt{6}$. (B) $\vec{a} \perp \vec{c}$.
(C) $\vec{b} \cdot \vec{c} = 9$. (D) $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho vec-tơ $\vec{u}(1; 1; 2)$ và $\vec{v}(2; 0; m)$. Tìm giá trị của tham số m biết $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4}{\sqrt{30}}$.

- (A) $m = 1$. (B) $m = -11$.
(C) $m = 1; m = -11$. (D) $m = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec-tơ $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (2; 5; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.
(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (1; m - 1; m)$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. Giá trị m bằng bao nhiêu?

- (A) $m = \frac{1}{5}$. (B) $m = \frac{5}{2}$.
(C) $m = -\frac{2}{5}$. (D) $m = \frac{2}{5}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(0; 2; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(0; -2; 0)$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu?

- (A) 30° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 90° .

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; 1)$, $N(3; 1; 1)$ và $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để $MN \perp NP$.

- (A) $m = -4$. (B) $m = 2$.
(C) $m = 1$. (D) $m = 0$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 3; -1)$, $B(-1; 1; 1)$, $C(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B .

- (A) $m = 1$. (B) $m = 0$.
(C) $m = 2$. (D) $m = -3$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $M(2; 3; -1)$, $N(-2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho tam giác MNE vuông tại M .

- (A) $(-2; 0; 0)$. (B) $(0; 6; 0)$.
(C) $(6; 0; 0)$. (D) $(4; 0; 0)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1)$, $B(0; 3; 4)$, $C(2; 1; -1)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

- (A) $\sqrt{\frac{33}{50}}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $5\sqrt{3}$. (D) $\sqrt{\frac{50}{33}}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, hai vec-tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ và $\vec{v} = (m - 1; 2m; 3)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$.
(C) $m = 2$. (D) $m = -2$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho hai vec-tơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$.
(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

Câu 25. Cho các vec-tơ $\vec{u}(1; -2; 3)$, $\vec{v}(-1; 2; -3)$. Tính độ dài của vec-tơ $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$.

- (A) $|\vec{w}| = \sqrt{26}$. (B) $|\vec{w}| = \sqrt{126}$.
(C) $|\vec{w}| = \sqrt{85}$. (D) $|\vec{w}| = \sqrt{185}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (-1; 2; 2)$ và $\vec{b} = (1; -2; 2)$. Gọi α là góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thì $\cos \alpha$ bằng

- (A) $-\frac{1}{18}$. (B) $\frac{1}{18}$. (C) $\frac{1}{9}$. (D) $-\frac{1}{9}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB .

- (A) $\frac{\sqrt{29}}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{29}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{78}}{2}$. (D) 2.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc $\widehat{BAC}$ bằng

- (A) $\frac{9}{\sqrt{35}}$. (B) $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.
(C) $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. (D) $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$ và $C(3; -2; 1)$. Tính số đo của góc B .

- (A) 45° . (B) 60° . (C) 30° . (D) 120° .

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(1; -1; 2)$. Diện tích tam giác OAB bằng?

- (A) $\sqrt{11}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{11}}{2}$. (D) $\sqrt{6}$.

3. Phương trình mặt cầu

3.1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

- (A) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$.
 (B) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
 (C) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.
 (D) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- (A) $(-3; 1; -1)$. (B) $(3; -1; 1)$.
 (C) $(3; -1; -1)$. (D) $(3; 1; -1)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có bán kính bằng

- (A) 4. (B) 2. (C) $\sqrt{2}$. (D) 16.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu là điểm

- (A) $J(2; -1; -3)$. (B) $I(2; -1; 3)$.
 (C) $K(-2; 1; 3)$. (D) $G(-2; 1; -3)$.

Câu 5. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm I và bán kính R là

- (A) $I(1; -2; -3); R = 4$.
 (B) $I(1; 2; -3); R = 2$.
 (C) $I(-1; -2; 3); R = 2$.
 (D) $I(-1; -2; 3); R = 4$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là:

- (A) $I(2; -1; 3), R = 3$.
 (B) $I(2; -1; 3), R = 9$.
 (C) $I(-2; 1; -3), R = 9$.
 (D) $I(-2; 1; -3), R = 3$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là

- (A) $I(2; -1; 3), R = 3$.
 (B) $I(2; -1; 3), R = 9$.
 (C) $I(-2; 1; -3), R = 9$.

- (D) $I(-2; 1; -3), R = 3$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

- (A) $R = \sqrt{53}$. (B) $R = 4\sqrt{2}$.
 (C) $R = \sqrt{10}$. (D) $R = 3\sqrt{7}$.

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) 1. (C) 3. (D) 9.

Câu 10. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- (A) $I(2; 3; -1), R = 25$.
 (B) $I(-2; -3; 1), R = 25$.
 (C) $I(2; 3; -1), R = 5$.
 (D) $I(-2; -3; 1), R = 5$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7)$, $B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- (A) $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$.
 (B) $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.
 (C) $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$.
 (D) $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu (S) .

- (A) $I(-3; 1; -1)$. (B) $I(3; 1; -1)$.
 (C) $I(-3; -1; 1)$. (D) $I(3; -1; 1)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM ?

- (A) $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$.
 (B) $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
 (C) $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
 (D) $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- (A) $(1; -2; -1)$. (B) $(2; -4; -2)$.
 (C) $(-2; 4; 2)$. (D) $(-1; 2; 1)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình của một mặt cầu?

- (A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$.
 (B) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.
 (C) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.
 (D) $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- (A) $I(1; -2; 2); R = 6$.
 (B) $I(-1; 2; -2); R = 5$.
 (C) $I(-2; 4; -4); R = \sqrt{29}$.
 (D) $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- (A) $I(3; -2; 4); R = 5$.
 (B) $I(-3; 2; -4); R = 25$.
 (C) $I(3; -2; 4); R = 25$.
 (D) $I(-3; 2; -4); R = 5$.

Câu 18. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -2)$ và $B(4; 3; 2)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

- (A) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 24$.
 (B) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 24$.
 (C) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 6$.
 (D) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 6$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?

- (A) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.
 (B) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
 (C) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$.
 (D) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- (A) $I(1; -2; 0), R = 5$. (B) $I(-1; 2; 0), R = 25$.
 (C) $I(1; -2; 0), R = 25$. (D) $I(-1; 2; 0), R = 5$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 1 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

- (A) $I(2; 0; 0), R = 3$.
 (B) $I(0; 2; 0), R = \sqrt{3}$.
 (C) $I(0; -2; 0), R = \sqrt{3}$.
 (D) $I(-2; 0; 0), R = 3$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$ có tâm và bán kính là

- (A) Tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R = 2$.
 (B) Tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R = 4$.
 (C) Tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$.
 (D) Tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 4$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

- (A) $I(-1; 0; 2), r = 4$. (B) $I(1; 0; -2), r = 16$.
 (C) $I(1; 0; -2), r = 4$. (D) $I(-1; 0; 2), r = 16$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm của (S) .

- (A) $I(1; 0; -2)$. (B) $I(-1; 0; 2)$.
 (C) $I(-1; 0; -2)$. (D) $I(-2; 4; -1)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- (A) $I(1; -3; 0); R = 4$.
 (B) $I(-1; 3; 0); R = 4$.
 (C) $I(-1; 3; 0); R = 16$.
 (D) $I(1; -3; 0); R = 16$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ là điểm có tọa độ

- (A) $(-2; -4; -6)$. (B) $(1; 2; 3)$.
 (C) $(-1; -2; -3)$. (D) $(2; 4; 6)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 81$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- (A) $I(2; 1; 0), R = 81$.
 (B) $I(-2; -1; 0), R = 81$.
 (C) $I(2; 1; 0), R = 9$.
 (D) $I(-2; -1; 0), R = 9$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tâm và bán kính của mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

- A** $I(-1; -4; 3), R = \sqrt{18}$.
- B** $I(1; -4; -3), R = \sqrt{18}$.
- C** $I(1; 4; 3), R = \sqrt{18}$.
- D** $I(1; -4; 3), R = \sqrt{18}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Tọa độ tâm của mặt cầu là $I(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

- A** 2. **B** 6. **C** -2. **D** -1.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A** $I(1; 2; 3)$ và $R = 5$.
- B** $I(-1; -2; -3)$ và $R = 5$.
- C** $I(1; 2; 3)$ và $R = 25$.
- D** $I(-1; -2; -3)$ và $R = 25$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 4$. Tọa độ của tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A** $I(-1; 3; -4); R = 2$.
- B** $I(1; -3; 4); R = 2$.
- C** $I(1; -3; 4); R = 4$.
- D** $I(-1; 3; -4); R = 4$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A** $I(-2; -1; 3); R = 4$.
- B** $I(-2; 1; -3); R = 4$.
- C** $I(2; -1; -3); R = 4$.
- D** $I(2; -1; 3); R = 4$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

- A** $I(1; -1; 2), R = 3$.
- B** $I(-1; 1; -2), R = 3$.
- C** $I(1; -1; 2), R = 9$.
- D** $I(-1; 1; -2), R = 9$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$ là

- A** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
- B** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

- C** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
- D** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) là

- A** $I(2; 4; 4)$ và $R = 2$.
- B** $I(1; -2; -2)$ và $R = \sqrt{14}$.
- C** $I(-1; 2; 2)$ và $R = 2$.
- D** $I(1; -2; -2)$ và $R = 2$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+4)^2 + (y-5)^2 + (z+6)^2 = 9$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A** $I(4; -5; 6), R = 81$.
- B** $I(-4; 5; -6), R = 81$.
- C** $I(4; -5; 6), R = 3$.
- D** $I(-4; 5; -6), R = 3$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$. Bán kính của mặt cầu (S) là

- A** 7. **B** 4. **C** 5. **D** 16.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

- A** $I(2; 4; 0)$.
- B** $I(1; 2; 0)$.
- C** $I(1; 2; 3)$.
- D** $I(2; 4; 6)$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- A** $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.
- B** $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
- C** $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.
- D** $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A** $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$.
- B** $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$.
- C** $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
- D** $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy biết phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(2; 3; -1), B(0; -1; 3)$.

- A** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

- ☐ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36.$
☐ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9.$
☐ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 36.$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

- ☐ $(3; 1; -1).$ ☐ $(3; -1; 1).$
☐ $(-3; -1; 1).$ ☐ $(-3; 1; -1).$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng

- ☐ $\sqrt{3}.$ ☐ $2\sqrt{3}.$ ☐ $3.$ ☐ $9.$

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(3; -6; 4)$ và bán kính là $R = 5$ là

- ☐ $(x-3)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 25.$
☐ $(x+3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 5.$
☐ $(x+3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 25.$
☐ $(x-3)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 5.$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R là

- ☐ $I(2; -1; 1); R = 9.$
☐ $I(-2; 1; -1); R = 3.$
☐ $I(2; -1; 1); R = 3.$
☐ $I(-2; 1; -1); R = 9.$

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- ☐ $I(1; -2; 0); R = 3.$ ☐ $I(-1; 2; 0); R = 3.$
☐ $I(1; -2; 0); R = 9.$ ☐ $I(-1; 2; 0); R = 9.$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- ☐ $\begin{cases} I(-1; 2; 1) \\ R = 9 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 9 \end{cases}$
☐ $\begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 3 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} I(-1; 2; 1) \\ R = 3 \end{cases}$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

- ☐ $R = \sqrt{53}.$ ☐ $R = \sqrt{10}.$
☐ $R = 4\sqrt{2}.$ ☐ $R = 3\sqrt{7}.$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- ☐ $I(1; -2; -1)$ và $R = \sqrt{3}.$
☐ $I(1; -2; -1)$ và $R = 3.$
☐ $I(-1; 2; 1)$ và $R = \sqrt{3}.$
☐ $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3.$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- ☐ $I(1; -2; -1)$ và $R = 9.$
☐ $I(1; -2; -1)$ và $R = 3.$
☐ $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9.$
☐ $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3.$

3.2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy là

- ☐ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0.$
☐ $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 9 = 0.$
☐ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 4 = 0.$
☐ $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 4 = 0.$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và (S) đi qua điểm $A(3; 0; 2)$.

- ☐ $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3.$
☐ $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9.$
☐ $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$
☐ $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3.$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- ☐ $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3.$
☐ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12.$
☐ $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12.$
☐ $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 12.$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB .

- ☐ $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3.$
☐ $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}.$

C $(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3.$

D $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}.$

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính bằng

A $\sqrt{53}.$ **B** $4\sqrt{2}.$ **C** $\sqrt{10}.$ **D** $3\sqrt{7}.$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 0; -1)$ và $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu tâm I , đi qua điểm A có phương trình là

A $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3.$

B $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3.$

C $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9.$

D $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ có tâm và bán kính là

A $I(-2; 1; -1), R = 9.$

B $I(2; -1; 1), R = 3.$

C $I(-2; 1; -1), R = 3.$

D $I(2; -1; 1), R = 9.$

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; -1), B(-4; 2; -9)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

A $(x+3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 5.$

B $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25.$

C $(x+6)^2 + y^2 + (z+8)^2 = 25.$

D $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5.$

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-3; 4; 2), B(-5; 6; 2)$ và $C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

A $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8.$

B $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8.$

C $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8.$

D $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8.$

Câu 10. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình mặt cầu?

A $(x-1)^2 + (2y-1)^2 + (z-1)^2 = 6.$

B $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6.$

C $(2x-1)^2 + (2y-1)^2 + (2z+1)^2 = 6.$

D $(x+y)^2 = 2xy - z^2 + 3 - 6x.$

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 0; -1)$ và $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu

(S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3.$

B $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3.$

C $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9.$

D $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9.$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A $I(1; -2; 3)$ và $R = 5.$

B $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5.$

C $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}.$

D $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}.$

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 0; 4)$ và $N(0; 2; 3)$. Mặt cầu tâm $A(2; -2; 1)$, bán kính MN có phương trình là

A $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

B $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

C $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

D $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2.$

B $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4.$

C $x^2 + y^2 + z^2 = 2.$

D $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4.$

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 2), B(1; 3; 4)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3.$

B $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}.$

C $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{3}.$

D $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3.$

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu (S) .

A $I(1; -2; 2), R = \sqrt{34}.$

B $I(1; 2; -2), R = 5.$

C $I(-2; 4; -4), R = \sqrt{29}.$

D $I(1; -2; 2), R = 6.$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và bán kính $R = 9$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- ☐ A $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.
☐ B $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$.
☐ C $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 9$.
☐ D $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- ☐ A $\frac{\sqrt{14}}{4}$. ☐ B $\sqrt{14}$. ☐ C $\frac{\sqrt{14}}{3}$. ☐ D $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ và diện tích của mặt cầu đó bằng 36π .

- ☐ A $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9$.
☐ B $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.
☐ C $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3$.
☐ D $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- ☐ A $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$.
☐ B $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.
☐ C $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.
☐ D $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(1; -2; 2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- ☐ A $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.
☐ B $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.
☐ C $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 6$.
☐ D $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 24$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(1; 2; 5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

- ☐ A $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 16$.
☐ B $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16$.
☐ C $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.
☐ D $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình

của một mặt cầu?

- ☐ A $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$.
☐ B $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$.
☐ C $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$.
☐ D $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$.

Câu 24. Điều kiện cần và đủ để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + m^2 - 9m + 4 = 0$ là phương trình mặt cầu là

- ☐ A $-1 \leq m \leq 10$.
☐ B $m < -1$ hoặc $m > 10$.
☐ C $m > 0$.
☐ D $-1 < m < 10$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π .

- ☐ A $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3$.
☐ B $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.
☐ C $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9$.
☐ D $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Thể tích của (S) bằng

- ☐ A 12π . ☐ B 9π . ☐ C 36π . ☐ D 36 .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là

- ☐ A $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{10}$.
☐ B $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$.
☐ C $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.
☐ D $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 2; -3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình là

- ☐ A $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.
☐ B $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2 = 0$.
☐ C $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2 = 0$.
☐ D $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$.

Câu 29. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0$.

- ☐ A $I(1; -1; -3)$, $R = 3\sqrt{2}$.
☐ B $I(1; -1; 3)$, $R = 3\sqrt{2}$.

C $I(1; -1; -3), R = 18.$

D $I(-1; 1; -3), R = 3.$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

A $(x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 14.$

B $(x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 2\sqrt{14}.$

C $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 14.$

D $(x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 56.$

3.3. Mức độ vận dụng

Câu 1. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(-3; -2; 1)$. Gọi $(\mathcal{S})$ là mặt cầu có tâm I thuộc mặt phẳng (Oxy) , bán kính bằng $\sqrt{11}$ và đi qua hai điểm A, B . Biết I có tung độ âm, phương trình của $(\mathcal{S})$ là

A $x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 2 = 0.$

B $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 7 = 0.$

C $x^2 + y^2 + z^2 + 4y + 7 = 0.$

D $x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 2 = 0.$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 0)$, $B(3; 2; -1)$, $C(-1; -4; 4)$. Tìm tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52$.

A Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = 2$.

B Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

C Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

D Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = 2$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; 1; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Tập hợp các điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính

A 2. **B** $\sqrt{2}$. **C** 3. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4)$, $N(5; 0; 0)$, $P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết $a + b + c < 5$.

A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 4.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) .

A $\frac{15}{\sqrt{23}}$. **B** $\frac{1}{\sqrt{915}}$. **C** $\frac{9}{\sqrt{15}}$. **D** $\frac{1}{\sqrt{314}}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua 3 điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy)

A $l = 2\sqrt{41}$.

B $l = 2\sqrt{13}$.

C $l = 2\sqrt{11}$.

D $l = 2\sqrt{26}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 3)$, $B(-3; -2; -5)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2 + BM^2 = 30$ là một mặt cầu (S) . Tính tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A $I(-1; -1; -4); R = 3$.

B $I(-1; -1; -4); R = \frac{\sqrt{30}}{2}$.

C $I(-2; -2; -8); R = 3$.

D $I(-1; -1; -4); R = \sqrt{6}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 0; 1)$ và có tâm nằm trên trục Ox . Phương trình mặt cầu (S) là

A $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

B $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

C $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

D $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(1; 3; 4)$, $D(0; -2; 2)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MD^2$ là một mặt cầu. Tìm bán kính của mặt cầu đó.

A $\sqrt{46}$. **B** $\sqrt{33}$. **C** $\sqrt{125}$. **D** $\sqrt{206}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $B(0; 2; 0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là

A $R = 2$.

B $R = \sqrt{2}$.

C $R = 3$.

D $R = \sqrt{3}$.

Bài 2

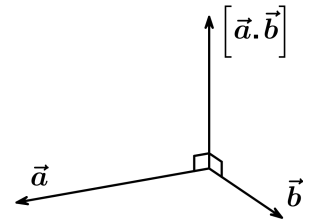
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



Tóm tắt lý thuyết

1. Tích có hướng của hai véc-tơ

Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ khi đó tích có hướng của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một véc-tơ kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$ và có tọa độ



$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_1b_3 - a_3b_1; a_1b_2 - a_2b_1)$$

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$. Tính $[\vec{a}, \vec{b}]$

Lời giải.

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1 \cdot 2 - 1 \cdot 1; 1 \cdot 0 - 2 \cdot 2; 1 \cdot 1 - 0 \cdot (-1)) = (-3; -2; 1)$.

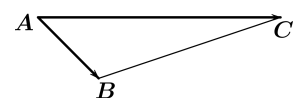
2. Ứng dụng tích có hướng

- ☑ $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.
- ☑ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$; $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$.
- ☑ $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$
- ☑ Ba véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
- ☑ A, B, C, D tạo thành tứ diện $\Leftrightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} \neq 0$.
- ☑

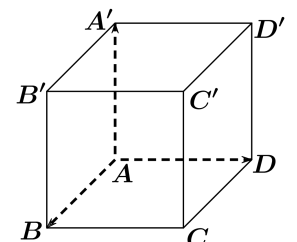
Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$.



Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$.



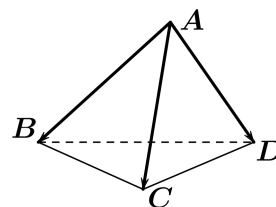
Thể tích hình hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}|$.





Thể tích hình tứ diện:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} \right|.$$



Ví dụ 2. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 5; -3)$, $B(1; 0; 0)$, $C(3; 0; -1)$, $D(-3; -1; 2)$.

- Chứng minh A, B, C, D là bốn điểm của 1 tứ diện
- Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$
- Tính diện tích $\triangle BCD$
- Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD)
- Tính độ dài đường cao của $\triangle BCD$ hạ từ B .

Lời giải.

- Để chứng minh A, B, C, D là bốn điểm của 1 tứ diện thì ta chứng minh $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ không đồng phẳng.

☑ $\vec{AB} = (-1; -5; 3)$, $\vec{AC} = (1; -5; 1)$, $\vec{AD} = (-5; -6; 5)$.

☑ $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (10; 4; 10)$

☑ $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = 10 \cdot (-5) + 4 \cdot (-6) + 10 \cdot 5 = -24 \neq 0$.

Suy ra $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ không đồng phẳng, nên A, B, C, D là 1 tứ diện.

- Thể tích tứ diện $V_{A.BCD} = \frac{1}{6} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} \right| = \frac{1}{6} |-24| = 4$.

- $\vec{BC} = (2; 0; -2)$, $\vec{BD} = (-4; -1; 2)$, $[\vec{BC}, \vec{BD}] = (-2; 4; -2)$

Diện tích $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \left| [\vec{BC}, \vec{BD}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 4^2 + (-2)^2} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$.

- Gọi H là chân đường cao của A lên mặt phẳng (BCD) .

Ta có $V_{A.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot AH \Rightarrow AH = \frac{3 \cdot V_{A.BCD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{3 \cdot 4}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$

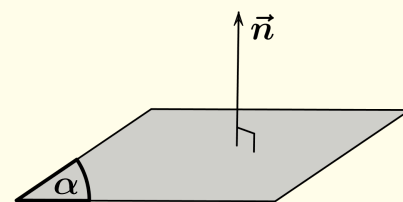
- Gọi P là chân đường cao hạ từ P của $\triangle BCD$

Ta có $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BP \cdot CD \Rightarrow BP = \frac{2 \cdot S_{\triangle BCD}}{CD} = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{53}}$

3. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Định nghĩa 2.1.

Cho mặt phẳng (α) . Nếu $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) thì $\vec{n}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của (α) .

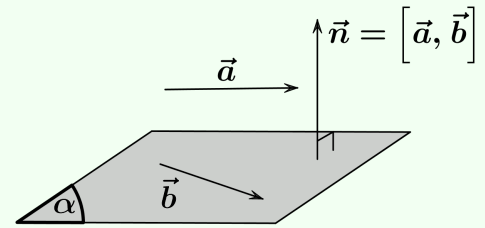


Lưu ý: Nếu $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng thì $k\vec{n}$ với $k \neq 0$, cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

Định lý 2.1. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$ và không cùng phương với nhau được gọi là cặp vectơ chỉ phương của (α) nếu giá của chúng song song hoặc nằm trên (α) .

Định lí 2.2.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó vectơ $\vec{n} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$ được gọi là tích có hướng (hay tích vectơ) của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ hoặc $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.



4. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Định nghĩa 2.2. Phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0 được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

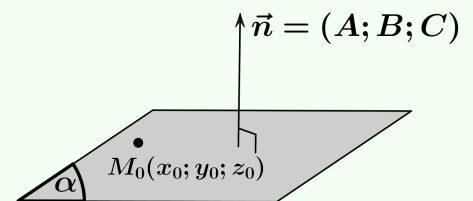
Định lí 2.3.

a) Nếu mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

b)

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận vectơ $\vec{n} = (A; B; C)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến là

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$



5. Các trường hợp riêng

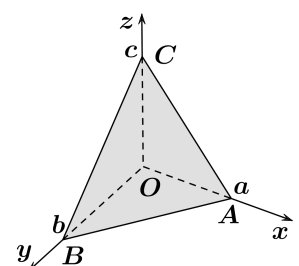
Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (α)	Tính chất mặt phẳng
$D = 0$	$Ax + By + Cz = 0$	(α) qua gốc tọa độ
$A = 0$	$By + Cz + D = 0$	$(\alpha) \parallel Ox$ hoặc $Ox \subset (\alpha)$
$B = 0$	$Ax + Cz + D = 0$	$(\alpha) \parallel Oy$ hoặc $Oy \subset (\alpha)$
$C = 0$	$Ax + By + D = 0$	$(\alpha) \parallel Oz$ hoặc $Oz \subset (\alpha)$
$A = B = 0$	$Cz + D = 0$	$(\alpha) \parallel (Oxy)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oxy)$
$A = C = 0$	$By + D = 0$	$(\alpha) \parallel (Oxz)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oxz)$
$B = C = 0$	$Ax + D = 0$	$(\alpha) \parallel (Oyz)$ hoặc $(\alpha) \equiv (Oyz)$

Lưu ý:

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn:

$$(ABC) : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

(α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.



6. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

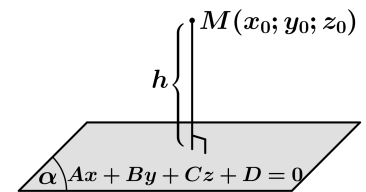
Cho hai mặt phẳng $(\alpha) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$; $(\beta) : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

Vị trí	Điều kiện	Hình mô tả
(α) cắt (β)	$A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2$	
$(\alpha) \parallel (\beta)$	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$	
$(\alpha) \equiv (\beta)$	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$	

7. Khoảng cách

Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$

$$h = d(M; (\alpha)) = \frac{|A.x_0 + B.y_0 + C.z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



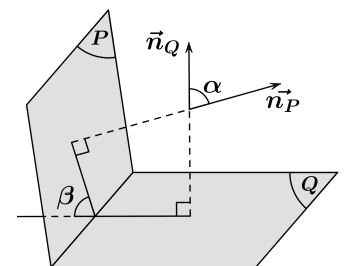
8. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho 2 mặt phẳng $(P) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và

$(Q) : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

Góc giữa (P) và (Q) bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\vec{n}_P, \vec{n}_Q$.

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|A_1.A_2 + B_1.B_2 + C_1.C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$



⚠ Lưu ý: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1.A_2 + B_1.B_2 + C_1.C_2 = 0$



B Các dạng toán

Dạng 1. Sự đồng phẳng của ba vec-tơ, bốn điểm đồng phẳng

- Trong không gian $Oxyz$, cho ba vec-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác vec-tơ $\vec{0}$.
 - Ba vec-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
 - Ngược lại, ba vec-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **không** đồng phẳng khi và chỉ khi $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$.
- Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt.

- o Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng khi và chỉ khi các vec-tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng hay $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.
- o Ngược lại, bốn điểm A, B, C, D **không** đồng phẳng khi và chỉ khi các vec-tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng hay $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$.

VÍ DỤ 1

Trong hệ tọa độ $Oxyz$, xét sự đồng phẳng của các vec-tơ sau:

- $\vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (0; 1; 2)$ và $\vec{c} = (4; 2; 3)$.
- $\vec{u} = (4; 3; 4), \vec{v} = (2; -1; 2)$ và $\vec{w} = (1; 2; 1)$.

BÀI GIẢI

- Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; -2; 1)$.
 Vì $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = -3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = -13 \neq 0$ nên ba vec-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.
- Ta có: $[\vec{u}, \vec{v}] = (10; 0; -10)$.
 Vì $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 10 \cdot 1 + 0 \cdot 2 - 10 \cdot 1 = 0$ nên ba vec-tơ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng.

VÍ DỤ 2

Trong không gian $Oxyz$, xét sự đồng phẳng của các điểm sau đây:

- $A(-4; 4; 0), B(2; 0; 4), C(1; 2; -1)$ và $D(7; -2; 3)$.
- $M(6; -2; 3), N(0; 1; 6), P(2; 0; -1)$ và $Q(4; 1; 0)$.

BÀI GIẢI

- Ta có: $\overrightarrow{AB} = (6; -4; 4); \overrightarrow{AC} = (5; -2; -1)$ và $\overrightarrow{AD} = (11; -6; 3)$.
 Khi đó: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 26; 8)$.
 Vì $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 12 \cdot 5 + 26 \cdot (-2) + 8 \cdot (-1) = 0$ nên các vec-tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng hay bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.
- Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-6; 3; 3); \overrightarrow{MP} = (-4; 2; -4)$ và $\overrightarrow{MQ} = (-2; 3; -3)$.
 Khi đó: $[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (-18; -36; 0)$.
 Vì $[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] \cdot \overrightarrow{MQ} = -18 \cdot (-2) + (-36) \cdot 3 + 0 \cdot (-3) = -72 \neq 0$ nên các vec-tơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}$ không đồng phẳng hay bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

VÍ DỤ 3

Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vec-tơ $\vec{a} = (1; m; 2), \vec{b} = (m+1; 2; 1)$ và $\vec{c} = (0; m-2; 2)$. Tìm các giá trị của m để ba vec-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

BÀI GIẢI

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (m-4; 2m+1; -m^2-m+2)$.

Ba vec-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi:

$$\begin{aligned} & (m-2)(2m+1) + 2(-m^2-m+2) = 0 \\ \Leftrightarrow & -5m+2=0 \\ \Leftrightarrow & m=\frac{2}{5}. \end{aligned}$$

Vậy $m = \frac{2}{5}$ là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 1. Xét sự đồng phẳng của ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ trong mỗi trường hợp sau đây:

- a) $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$, $\vec{c} = (4; 2; 3)$ b) $\vec{a} = (4; 3; 4)$, $\vec{b} = (2; -1; 2)$, $\vec{c} = (1; 2; 1)$
 c) $\vec{a} = (-3; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 1; 1)$, $\vec{c} = (-2; 2; 1)$ d) $\vec{a} = (4; 2; 5)$, $\vec{b} = (3; 1; 3)$, $\vec{c} = (2; 0; 1)$
 e) $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (1; -2; 0)$, $\vec{c} = (3; -2; 4)$ f) $\vec{a} = (5; 4; -8)$, $\vec{b} = (-2; 3; 0)$, $\vec{c} = (1; 7; -7)$
 g) $\vec{a} = (2; -4; 3)$, $\vec{b} = (1; 2; -2)$, $\vec{c} = (3; -2; 1)$ h) $\vec{a} = (2; -4; 3)$, $\vec{b} = (-1; 3; -2)$, $\vec{c} = (3; -2; 1)$

Lời giải.

Bài 2. Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Tìm m, n để $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$:

- a) $\vec{a} = (3; -1; -2)$, $\vec{b} = (1; 2; m)$, $\vec{c} = (5; 1; 7)$ b) $\vec{a} = (6; -2; m)$, $\vec{b} = (5; n; -3)$, $\vec{c} = (6; 33; 10)$
 c) $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (5; 6; 4)$, $\vec{c} = (m, n, 1)$

Lời giải.

Bài 3. Tìm m để 3 vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng:

- a) $\vec{a} = (1; m; 2)$, $\vec{b} = (m + 1; 2; 1)$, $\vec{c} = (0; m - 2; 2)$
 b) $\vec{a} = (2m + 1; 1; 2m - 1)$, $\vec{b} = (m + 1; 2; m + 2)$, $\vec{c} = (2m, m + 1; 2)$
 c) $\vec{a} = (m + 1; m, m - 2)$, $\vec{b} = (m - 1; m + 2; m)$, $\vec{c} = (1; 2; 2)$
 d) $\vec{a} = (1; -3; 2)$, $\vec{b} = (m + 1; m - 2; 1 - m)$, $\vec{c} = (0; m - 2; 2)$

Lời giải.

Bài 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho các điểm $A(1; -4; 5)$, $B(2; 1; 0)$ và hai vec-tơ $\overrightarrow{OC} = \vec{k} - \vec{j} - 2\vec{i}$, $\overrightarrow{OD} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$. Chứng minh rằng $ABCD$ là một tứ diện.

Lời giải.

Bài 5.

- ☑ Xét sự đồng phẳng của các điểm
 - ☑ Tính thể tích tứ diện và khoảng cách hạ từ A .
- a) $A(0; 2; 5)$; $B(-1; -3; 3)$; $C(2; -5; 1)$; $D(8; 0; 2)$. b) $A(2; 5; -3)$, $B(1; 0; 0)$, $C(3; 0; -2)$, $D(-3; -1; 2)$.
 c) $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$ d) $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$

Lời giải.

Bài 6. Tìm m để các điểm $A = (-2; 2; 1)$; $B = (-3; 0; 2)$; $C = (2; -4; 1)$; $D = (7; m + 3; 2)$ đồng phẳng.

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

🔴 Xét sự đồng phẳng của ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ với $\vec{a} = (2; -3; 5)$, $\vec{b} = (6; -2; 1)$, $\vec{c} = (3; 0; 1)$.

LUYỆN TẬP 2

🔴 Tìm m để các vectơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; m + 3; 5)$, $\vec{c} = (-11; m + 1; 0)$ đồng phẳng.

LUYỆN TẬP 3

- ✔ Xét sự đồng phẳng của các điểm
 ✔ Tính thể tích tứ diện và khoảng cách hạ từ A.
- a) $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6), D(2; 4; 6)$
 b) $A(2; 3; 1), B(4; 1; -2), C(6; 3; 7), D(-5; -4; 8)$
 c) $A(5; 7; -2), B(3; 1; -1), C(9; 4; -4), D(1; 5; 0)$
 d) $A(2; 4; 1), B(-1; 0; 1), C(-1; 4; 2), D(1; -2; 1)$
 e) $A(-3; 2; 4), B(2; 5; -2), C(1; -2; 2), D(4; 2; 3)$
 f) $A(3; 4; 8), B(-1; 2; 1), C(5; 2; 6), D(-7; 4; 3)$

LUYỆN TẬP 4

Cho các điểm $A = (2; 5; -1)$; $B = (5; 0; 1)$; $C = (1; -4; 0)$; $D = (2; 3; -2)$ Chứng minh rằng AB và CD chéo nhau.

LUYỆN TẬP 5

Chứng minh rằng bốn điểm $A = (1; 0; 1)$; $B = (0; 0; 2)$; $C = (0; 1; 1)$; $D = (-2; 1; 0)$ là bốn đỉnh của một tứ diện.

LUYỆN TẬP 6

🔴 Xét sự đồng phẳng của ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ với $\vec{a} = (0; -3; -2)$, $\vec{b} = (5; -3; 1)$, $\vec{c} = (5; 3; 5)$.

LUYỆN TẬP 7

🔴 Tìm m để các điểm $A = (-5; 3; 1)$; $B = (m + 2; 0; 1)$; $C = (1; 0; 2)$; $D = (-3; m + 3; -4)$ đồng phẳng.

LUYỆN TẬP 8

Cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$, $\vec{c} = (1; -1; 0)$, tìm vectơ đơn vị $\vec{d}$ biết $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ đồng phẳng và góc giữa $\vec{c}$, $\vec{d}$ bằng 45° .

LUYỆN TẬP 9

Trong hệ tọa độ $Oxyz$, xét sự đồng phẳng của các vec-tơ sau:

- $\vec{a} = (-3; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 1; 1)$ và $\vec{c} = (-2; 2; 1)$.
- $\vec{d} = (4; 2; 5)$, $\vec{e} = (3; 1; 3)$ và $\vec{f} = (2; 0; 1)$.
- $\vec{u} = (-1; -1; 2)$, $\vec{v} = (1; -2; 3)$ và $\vec{w} = (3; 0; -1)$.
- $\vec{m} = (-1; 2; 1)$, $\vec{n} = (-2; 1; 0)$ và $\vec{p} = (4; 1; 2)$.

LUYỆN TẬP 10

Trong không gian $Oxyz$, xét sự đồng phẳng của các điểm sau đây:

- $A(1; -1; 1)$, $B(2; -3; 2)$, $C(4; -2; 2)$ và $D(1; 2; 3)$.
- $M(2; -1; 1)$, $N(2; -3; 2)$, $P(4; -2; 2)$ và $Q(1; 2; -1)$.
- $G(1; 1; 3)$, $H(-1; 3; 3)$, $I(2; -8; -1)$ và $J(-3; 7; 4)$.
- $E(3; 0; -1)$, $F(-2; 1; -2)$, $R(0; 5; -4)$ và $S(1; -3; 2)$.

LUYỆN TẬP 11

Trong không gian với hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho các điểm $A(1; -4; 5)$, $B(3; 2; 1)$ và hai vec-tơ $\vec{OC} = 5\vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{DO} = 7\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD . Chứng minh rằng bốn điểm O, M, N, P lập thành một tứ diện.

LUYỆN TẬP 12

Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(m; 1; 1)$, $B(2; m; -1)$, $C(3; -3; m)$ và $D(m; -1; 4)$. Tìm giá trị của m để bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

LUYỆN TẬP 13

Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 1)$, $B(3; 4; 5)$, $C(-1; -7; 2)$, $D(-2; 2; 0)$ và $E(2; -9; 3)$. Chứng minh rằng các điểm A, B, C, D, E tạo thành một hình chóp.

LUYỆN TẬP 14

Trong hệ tọa độ $Oxyz$, tìm các giá trị của m để:

- $\vec{a} = (2m; -4; -2)$, $\vec{b} = (m; m - 1; -1)$, $\vec{c} = (3m; m; m - 4)$ đồng phẳng.
- $\vec{u} = (1; m + 1; 1 - m)$, $\vec{v} = (m - 2; 3; m + 3)$, $\vec{w} = (-3; m + 2; 3m + 2)$ đồng phẳng.

Dạng 2. Diện tích của tam giác

Phương pháp: Sử dụng công thức

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \widehat{BAC} \\ &= \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| \\ &= \dots \end{aligned}$$

VÍ DỤ 4

Trong không gian $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{OB} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{BC} = (2; -7; 1)$ và $A'(4; 1; -7)$.

- Tính diện tích tam giác ABC .
- Tính diện tích tam giác $A'BC$.

BÀI GIẢI

Từ đề bài ta có $A(2; 1; -3), B(4; 3; -2), C(6; -4; -1)$.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (4; -5; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (9; 0; -18)$.

Vậy diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{9^2 + 0^2 + (-18)^2} = \frac{9\sqrt{5}}{2}$.

b) Ta có $\overrightarrow{A'B} = (0; 2; 5), \overrightarrow{A'C} = (2; -5; 6) \Rightarrow [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}] = (37; 10; -4)$.

Vậy diện tích tam giác $A'BC$ là: $S_{A'BC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}]| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37^2 + 10^2 + (-4)^2} = \frac{3\sqrt{165}}{2}$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; -1), B(3; 2; 3), C(-1; 1; 1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; -1; 3), B(3; -4; 0)$. Tìm trên Oz điểm C (C khác O) để diện tích tam giác ABC bằng $\frac{5\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải.

VẬN DỤNG 1

Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 0; 1), B(-1; 1; 0), C(a; 1 - a; 0)$. Tìm tất cả các giá trị của a để tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất.

Dạng 3. Thể tích khối chóp

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \dots$

VÍ DỤ 5

Trong không gian $Oxyz$ cho $A(3; -2; 1), B(-1; 0; 2), C(3; 4; -5), D(0; 0; 1)$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

BÀI GIẢI

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= (-4; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (0; 6; -6), \overrightarrow{AD} = (-3; 2; 0) \\ \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] &= (-18; -24; -24) \\ \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} &= -3 \cdot (-18) - 2 \cdot 24 = 6. \\ \text{Vậy } V_{ABCD} &= \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 1\end{aligned}$$

VÍ DỤ 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Các đỉnh của khối chóp có tọa độ là $A(2; 1; -3), B(4; 3; -2), C(6; -4; -1), S(2; 1; -5)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

BÀI GIẢI

Ta có $V_{S.ABCD} = 2 \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AS}|$. Mà:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= (2; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (4; -5; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (9; 0; -18), \overrightarrow{AS} = (0; 0; -2). \\ \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AS} &= 36.\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = 2 \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AS}| = 12$$

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các đỉnh của khối chóp có tọa độ $S(0; 0; 2), A(-2; 4; 6), B(1; -2; -2), C(3; -4; 0)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(-1; 1; 1), B(1; 0; 1), C(0; -1; 1)$. Tìm trên Oz điểm S sao cho thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 2.

 **Lời giải.**

VẬN DỤNG 2

Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; 1), B(-3; 0; -2), C(0; 1; 1)$. Tìm tất cả các giá trị của a để điểm $D(a; a - 2; 0)$ là đỉnh thứ tư của khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\frac{11}{6}$.

Dạng 4. Thể tích khối hộp

Thể tích hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}| = \dots$

VÍ DỤ 7

Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $B(1; 3; 1), C(0; 1; -1), D(-2; 0; 1), A'(2; 1; 1)$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

BÀI GIẢI

Gọi thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là V .

$$\text{Vậy } V = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}|.$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\vec{AB} = \vec{DC}$. Mà $\vec{AB} = (1 - x_A; 3 - y_A; 1 - z_A); \vec{DC} = (2; 1; -2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - x_A = 2 \\ 3 - y_A = 1 \\ 1 - z_A = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -1 \\ y_A = 2 \\ z_A = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2; 3).$$

Vậy $\vec{AB} = (2; 1; -2), \vec{AD} = (-1; -2; -2), \vec{AA'} = (3; -1; -2)$.

$$\Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AD}] = (-6; 6; -3) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'} = -18 - 6 + 6 = -18.$$

$$\Rightarrow V = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}| = 18$$

Bài 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, có $A(2; -3; 1), B(1; -1; -3), D(-1; -2; 2)$ và $\vec{OC'} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Tính thể tích khối hộp trên.

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'C'$

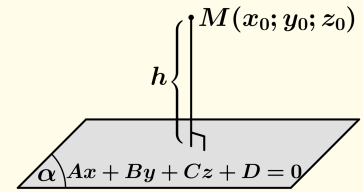
- 🔍 Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.
- 🔍 Tính thể tích khối hộp.

- a) $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$ b) $A(2; 5; -3), B(1; 0; 0), C(3; 0; -2), A'(-3; -1; 2)$
 c) $A(0; 2; 1), B(1; -1; 1), D(0; 0; 0), A'(-1; 1; 0)$ d) $A(0; 2; 2), B(0; 1; 2), C(-1; 1; 1), C'(1; -2; -1)$

Dạng 5. Tính khoảng cách

Khoảng cách từ $M(z_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

$$h = d(M; (\alpha)) = \frac{|A.x_0 + B.y_0 + C.z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



VÍ DỤ 8

Tính khoảng cách từ $(2; -3; 5)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 6 = 0$.

BÀI GIẢI

$$h = d(M; (\alpha)) = \frac{|2.2 - 1.(-3) + 2.5 - 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{11}{3}.$$

VÍ DỤ 9

Tính khoảng cách giữa $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$, $(\beta): x - 2y + 3z + 5 = 0$

BÀI GIẢI

Gọi $M \in (\alpha) \Rightarrow M(-1; 0; 0)$.

$$d((\alpha); (\beta)) = d(M; (\beta)) = \frac{|1.(-1) - 2.0 + 3.0 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{7}.$$

Bài 1. Cho mặt phẳng (P) và điểm M . Tính khoảng cách từ M đến (P) .

- | | |
|--|---|
| a) $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0, M(2; -3; 5)$ | b) $(P): x + y + 5z - 14 = 0, M(1; -4; -2)$ |
| c) $(P): 6x - 2y + 3z + 12 = 0, M(3; 1; -2)$ | d) $(P): 2x - 4y + 4z + 3 = 0, M(2; -3; 4)$ |
| e) $(P): x - y + z - 4 = 0, M(2; 1; -1)$ | f) $(P): 3x - y + z - 2 = 0, M(1; 2; 4)$ |

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 1. Tìm khoảng cách giữa hai mặt phẳng:

- | | |
|---|--|
| a) $\begin{cases} (\alpha): 2x - y + 4z + 5 = 0 \\ (\beta): 4x - 2y + 8z - 1 = 0 \end{cases}$ | b) $\begin{cases} (\alpha): x - y + 4z + 5 = 0 \\ (\beta): x - y + 4z - 1 = 0 \end{cases}$ |
| c) $\begin{cases} (\alpha): 2x - y + 2z + 5 = 0 \\ (\beta): 2x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} (\alpha): 4x - y + 8z + 1 = 0 \\ (\beta): 4x - y + 8z + 5 = 0 \end{cases}$ |

Lời giải.

VẬN DỤNG 1

Tìm điểm M trên trục Ox ($Oy; Oz$) cách đều điểm N và mặt phẳng (P) :

a) $(P): 2x + 2y + z - 5 = 0, N(1; 2; -2)$

b) $(P): x + y + 5z - 14 = 0, N(1; -4; -2)$

c) $(P): 6x - 2y + 3z + 12 = 0, N(3; 1; -2)$

d) $(P): 2x - 4y + 4z + 3 = 0, N(2; -3; 4)$

e) $(P): x - y + z - 4 = 0, N(2; 1; -1)$

f) $(P): 3x - y + z - 2 = 0, N(1; 2; 4)$

VẬN DỤNG 2

Tìm điểm M trên trục Ox (Oy, Oz) cách đều hai mặt phẳng:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y + 4z + 5 = 0 \\ 3x + 5y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - y + 4z + 5 = 0 \\ 3x + 5y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - y + 4z + 5 = 0 \\ 3x + 5y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - y + 4z + 5 = 0 \\ 3x + 5y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

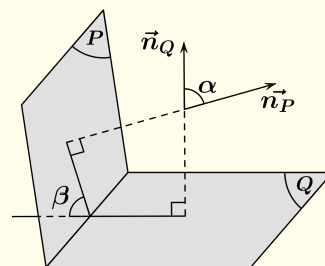
Dạng 6. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho 2 mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và

$$(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

Góc giữa (P) và (Q) bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\vec{n}_P, \vec{n}_Q$.

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|A_1.A_2 + B_1.B_2 + C_1.C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$



VÍ DỤ 10

Tính góc giữa hai mặt phẳng $(P) : x + y - z + 1 = 0$, $(Q) : x - y + z - 5 = 0$.

BÀI GIẢI

(P) có VTPT $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$, (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (1; -1; 1)$.

Góc giữa 2 mặt phẳng (P) và (Q) : $\cos((P), (Q)) = \frac{|1.1 + 1.(-1) + (-1).1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}$

$$\text{Suy ra } \widehat{((P), (Q))} = 70^{\circ}31'$$

Bài 1. Tính góc giữa hai mặt phẳng:

• Ta có $\frac{6}{12} = \frac{-4}{-8} = \frac{-6}{-12} \neq \frac{5}{-5}$. Nên $(P) \nparallel (Q)$.

Bài 1. Xét vị trí tương đối của các cặp mặt phẳng sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (P) : 3x - 2y - 6z - 23 = 0 \\ (Q) : 3x - 2y - 6z + 33 = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (P) : 3x - 2y - 6z - 23 = 0 \\ (Q) : 3x - 2y - 6z + 33 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} (P) : 3x - 2y - 6z - 23 = 0 \\ (Q) : 3x - 2y - 6z + 33 = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} (P) : 6x - 4y - 6z + 5 = 0 \\ (Q) : 12x - 8y - 12z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} (P): 2x - 2y - 4z + 5 = 0 \\ (Q): 5x - 5y - 10z + \frac{25}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} (P) : 3x - 2y - 6z - 23 = 0 \\ (Q) : 3x - 2y - 6z + 33 = 0 \end{cases}$$

 **Lời giải.**

LUYỆN TẬP 1

Xác định m để các cặp mặt phẳng sau vuông góc với nhau

$$\text{a) } \begin{cases} (P) : 2x - 7y + mz + 2 = 0 \\ (Q) : 3x + y - 2z + 15 = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (P) : (2m-1)x - 3my + 2z + 3 = 0 \\ (Q) : mx + (m-1)y + 4z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} (P) : mx + 2y + mz - 12 = 0 \\ (Q) : x + my + z + 7 = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} (P) : 3x - (m-3)y + 2z - 5 = 0 \\ (Q) : (m+2)x - 2y + mz - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} (P) : 4x - 3y - 3z = 0 \\ (Q) : mx + 2y - 7z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} (P) : 3x - 5y + mz - 3 = 0 \\ (Q) : x + 3y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$$

LUYỆN TẬP 2

Xác định m, n để các cặp mặt phẳng sau:

a) song song

b) cắt nhau

c) trùng nhau

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + my - 2z - 7 = 0 \\ nx + 7y - 6z + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5x - 2y + mz - 11 = 0 \\ 3x + ny + z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - (m-3)y + 2z - 5 = 0 \\ (m+2)x - 2y + mz - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - (m-3)y + 2z - 5 = 0 \\ (m+2)x - 2y + mz - 10 = 0 \end{cases} \begin{cases} 2x + y + 3z - 5 = 0 \\ mx - 6y - 6z - 2 = 0 \end{cases}$$

f) $\begin{cases} 3x - 5y + mz - 3 = 0 \\ 2x + y - 3z + 1 = 0 \end{cases}$

$$\text{g) } \begin{cases} x + my - z + 2 = 0 \\ 2x + y + 4nz - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} 2x - ny + 2z - 1 = 0 \\ 3x - y + mz - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{k) } \begin{cases} 3x - (m-3)y + 2z - 5 = 0 \\ (m+2)x - 2y + mz - 10 = 0 \end{cases}$$

Dạng 8. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu

Cho $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$, mặt cầu $(S) : (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

- ✔ Xác định tâm mặt cầu $I(a; b; c)$, bán kính R
- ✔ Tính khoảng $h = d(I; (\alpha))$
 - Nếu $h < R$: (α) cắt (S)
 - Nếu $h = R$: (α) tiếp xúc (S)
 - Nếu $h > R$: (α) không cắt (S)

VÍ DỤ 12

Xét ví trí $(P) : 2x + 2y + z - 1 = 0$, $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$

BÀI GIẢI

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{3^2 + 1^2 + (-2)^2 - 5} = 3$. Khoảng cách từ tâm

$$I \text{ đến } (\alpha): h = \frac{|2.3 + 2.1 + 1.(-2) - 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{5}{3}.$$

Ta có $h < R$ nên (P) cắt (S) .

Bài 1. Xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \begin{cases} (P): z - 3 = 0 \\ (S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 16z + 22 = 0 \end{cases} & \text{b)} & \begin{cases} (P): z - 3 = 0 \\ (S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 16z + 22 = 0 \end{cases} \\ \text{c)} & \begin{cases} (P): z - 3 = 0 \\ (S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 16z + 22 = 0 \end{cases} & \text{d)} & \begin{cases} (P): z - 3 = 0 \\ (S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 16z + 22 = 0 \end{cases} \\ \text{e)} & \begin{cases} (P): z - 3 = 0 \\ (S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 16z + 22 = 0 \end{cases} & \text{f)} & \begin{cases} (P): z - 3 = 0 \\ (S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 16z + 22 = 0 \end{cases} \end{array}$$

 Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) cho trước:

a) $I(3; -5; -2), (P): 2x - y - 3z + 1 = 0$ b) $I(1; 4; 7), (P): 6x + 6y - 7Z + 42 = 0$
c) $I(1; 1; 2), (P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ d) $I(-2; 1; 1), (P): x + 2y - 2z + 5 = 0$

Dạng 9. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và có vectơ pháp tuyến cho trước

Cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó $(\alpha) : A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

VÍ DỤ 13

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; 1; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1; 1; 2)$.

BÀI GIẢI

Ta có phương trình mặt phẳng (P) là $-1(x - 3) + 1(y - 1) + 2(z - 1) = 0$

$\Leftrightarrow -x + y + 2z = 0 \Leftrightarrow x - y - 2z = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 7; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 0; 1)$.

Lời giải.

.....

.....

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4; -1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 3)$.

Lời giải.

.....

.....

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và có VTPT $\vec{n}$ cho trước:

a) $M(3; 1; 1), \vec{n} = (-1; 1; 2)$

b) $M(-2; 7; 0), \vec{n} = (3; 0; 1)$

c) $M(2; 1; -2), \vec{n} = (1; 0; 0)$

d) $M(3; 4; 5), \vec{n} = (1; -3; -7)$

e) $M(4; -1; -2), \vec{n} = (0; 1; 3)$

Dạng 10. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB}$.

VÍ DỤ 14

Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2; 1; 1)$ và $B(2; -1; -1)$.

BÀI GIẢI

Gọi I là trung điểm của AB , khi đó

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 0 \\ z_I = 0 \end{cases}$$

Mặt khác ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực đi qua điểm $I(2; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (0; -2; -2)$ nên có phương trình là $0(x - 2) - 2(y - 0) - 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow y + z = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1; -1; -4)$ và $B(2; 0; 5)$.

Lời giải.

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2; 3; -4)$ và $B(4; -1; 0)$.

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB cho trước, với:

a) $A(2; 1; 1), B(2; -1; -1)$

b) $A(1; -1; -4), B(2; 0; 5)$

c) $A(2; 3; -4), B(4; -1; 0)$

d) $A\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right), B\left(1; -\frac{1}{2}; 5\right)$

e) $A\left(1; \frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right), B\left(-3; \frac{1}{3}; 1\right)$

f) $A(2; -5; 6), B(-1; -3; 2)$

Dạng 11. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và có cặp vectơ chỉ phương cho trước

Mặt phẳng có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

VÍ DỤ 15

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 1; 2)$, $\vec{b} = (3; 2; -1)$.

BÀI GIẢI

Ta có vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-5; 8; 1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-5; 8; 1)$ nên có phương trình là $-5(x - 1) + 8(y - 2) + 1(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 8y - z + 8 = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; -1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3; 4)$.

Lời giải.

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(-1; 3; 4)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 2; 4)$.

Lời giải.

Bài 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(-4; 0; 5)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (6; -1; 3)$, $\vec{b} = (3; 2; 1)$.

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và có cặp VTCP $\vec{a}, \vec{b}$ cho trước, với:

- a) $M(1; 2; -3)$, $\vec{a} = (2; 1; 2)$, $\vec{b} = (3; 2; -1)$ b) $M(1; -2; 3)$, $\vec{a} = (3; -1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3; 4)$
 c) $M(-1; 3; 4)$, $\vec{a} = (2; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 2; 4)$ d) $M(-4; 0; 5)$, $\vec{a} = (6; -1; 3)$, $\vec{b} = (3; 2; 1)$

Dạng 12. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và song song mặt phẳng cho trước

Cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với (β) .

Khi đó vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)} = (A; B; C)$.

VÍ DỤ 16

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; -2; 1)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 3 = 0$.

BÀI GIẢI

Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)} = (2; -1; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $2(x - 1) - 1(y + 2) + 0(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(-1; 1; 0)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x - 2y + z - 10 = 0$.

Lời giải.

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(3; 6; -5)$ và song song với mặt phẳng $(\beta) : -x + z - 1 = 0$.

Lời giải.

Bài 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2; -3; 5)$ và song song với mặt phẳng $(\beta) : x + 2y - z + 5 = 0$.

Lời giải.

Bài 4. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và song song với mặt phẳng $(\beta) : 10x - 10y + 20z - 40 = 0$.

Lời giải.

Bài 5. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2; 1; 5)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) .

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (β) cho trước, với:

- | | |
|---|---|
| a) $M(2; 1; 5), (\beta) = (Oxy)$ | b) $M(1; -2; 1), (\beta) : 2x - y + 3 = 0$ |
| c) $M(-1; 1; 0), (\beta) : x - 2y + z - 10 = 0$ | d) $M(3; 6; -5), (\beta) : -x + z - 1 = 0$ |
| e) $M(2; -3; 5), (\beta) : x + 2y - z + 5 = 0$ | f) $M(1; 1; 1), (\beta) : 10x - 10y + 20z - 40 = 0$ |

LUYỆN TẬP 2

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và lần lượt song song với các mặt phẳng tọa độ, với:

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| a) $M(2; 1; 5)$ | b) $M(1; -2; 1)$ | c) $M(-1; 1; 0)$ | d) $M(3; 6; -5)$ |
| e) $M(2; -3; 5)$ | f) $M(1; 1; 1)$ | g) $M(-1; 1; 0)$ | h) $M(3; 6; -5)$ |

Dạng 13. Lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng

Cho ba điểm A, B, C phân biệt không thẳng hàng.

Khi đó mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$.

VÍ DỤ 17

Viết phương trình mặt phẳng (ABC) biết $A(1; -2; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và $C(-2; 1; -3)$.

BÀI GIẢI

Ta có $\vec{AB} = (2; 4; -5)$, $\vec{AC} = (-3; 3; -7)$.

Do đó $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-13; 29; 18)$. Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$-13(x - 1) + 29(y + 2) + 18(z - 4) = 0 \Leftrightarrow 13x - 29y - 18z + 1 = 0.$$

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) biết $A(0; 0; 0)$, $B(-2; -1; 3)$ và $C(4; -2; 1)$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) biết $A(0; 1; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và $C(-2; 2; 2)$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng cho trước, với:

- | | |
|---|--|
| a) $A(1; -2; 4), B(3; 2; -1), C(-2; 1; -3)$ | b) $A(0; 0; 0), B(-2; -1; 3), C(4; -2; 1)$ |
| c) $A(-1; 2; 3), B(2; -4; 3), C(4; 5; 6)$ | d) $A(3; -5; 2), B(1; -2; 0), C(0; -3; 7)$ |
| e) $A(2; -4; 0), B(5; 1; 7), C(-1; -1; -1)$ | f) $A(3; 0; 0), B(0; -5; 0), C(0; 0; -7)$ |

Dạng 14. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cho trước

Cho điểm M và đường thẳng d đi qua hai điểm phân biệt A, B .

Khi đó mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có $\vec{n} = \vec{AB}$.

VÍ DỤ 18

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; -2; 4)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; 2; -1)$, $B(-2; 1; -3)$.

BÀI GIẢI

Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} = \overrightarrow{AB} = (-5; -1; -2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-5(x - 1) - 1(y + 2) - 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow 5x + y + 2z - 11 = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; -1; 3)$, $B(4; 2; -1)$.

Lời giải.

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm $B(2; 3; 1)$ và $C(-2; 2; 2)$.

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm B, C cho trước, với:

- | | |
|---|--|
| a) $A(1; -2; 4), B(3; 2; -1), C(-2; 1; -3)$ | b) $A(0; 0; 0), B(-2; -1; 3), C(4; -2; 1)$ |
| c) $A(-1; 2; 3), B(2; -4; 3), C(4; 5; 6)$ | d) $A(3; -5; 2), B(1; -2; 0), C(0; -3; 7)$ |
| e) $A(2; -4; 0), B(5; 1; 7), C(-1; -1; -1)$ | f) $A(3; 0; 0), B(0; -5; 0), C(0; 0; -7)$ |

Dạng 15. Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau cho trước

Cho điểm M và hai mặt phẳng cắt nhau (β) và (γ) .

Khi đó mặt phẳng (α) đi qua điểm M , vuông góc với mặt phẳng (β) và (γ) có $\vec{n} = [\vec{n}_{(\beta)}, \vec{n}_{(\gamma)}]$.

VÍ DỤ 19

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z + 1 = 0$, $(\gamma): 2x - y + z = 0$.

BÀI GIẢI

Ta có $\vec{n}_{(\beta)} = (1; 1; -2)$, $\vec{n}_{(\gamma)} = (2; -1; 1)$.

Do đó $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{n}_{(\beta)}, \vec{n}_{(\gamma)}] = (-1; -5; -3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-1(x-1) - 5(y-2) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 3z - 8 = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(3; 4; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\beta) : 2x - y + 2z + 1 = 0$, $(\gamma) : x - y - z + 1 = 0$.

Lời giải.

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2; -1; 0)$, vuông góc với hai mặt phẳng $(\beta) : 3x - 2y - 4z + 1 = 0$, và (Oxy) .

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) cho trước, với:

- | | |
|--|--|
| a) $\begin{cases} A(3; -1; -2), B(-3; 1; 2) \\ (\beta) : 2x - 2y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ | b) $\begin{cases} A(3; -1; -2), B(-3; 1; 2) \\ (\beta) : 2x - 2y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ |
| c) $\begin{cases} A(3; -1; -2), B(-3; 1; 2) \\ (\beta) : 2x - 2y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} A(3; -1; -2), B(-3; 1; 2) \\ (\beta) : 2x - 2y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ |

Dạng 16. Lập phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm và vuông góc với một mặt phẳng cắt nhau cho trước

Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (β) .

Khi đó mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) có $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(\beta)}]$.

VÍ DỤ 20

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : 2x - y + 3z - 1 = 0$.

BÀI GIẢI

Ta có $\vec{AB} = (-1; -2; 5)$ và $\vec{n}_{(\beta)} = (2; -1; 3)$.

Do đó $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(\beta)}] = (-1; 13; 5)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-1(x-3) + 13(y-1) + 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 13y - 5z + 5 = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(-2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : 2x + 3y - 2z + 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; -1; -2)$ và $\vec{n}_{(\beta)} = (2; 3; -2)$.

Do đó $\vec{n}_{(\alpha)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(\beta)}] = (8; 8; 20)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $8(x + 2) + 8(y + 1) + 20(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + 5z - 9 = 0$.

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(-2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : 2x + 3y - 2z + 5 = 0$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2; -1; 3)$, $B(-4; 7; -9)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : 3x + 4y - 8z - 5 = 0$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng (β) , (γ) cho trước, với:

- $M(-1; -2; 5)$, $(\beta) : x + 2y - 3z + 1 = 0$, $(\gamma) : 2x - 3y + z + 1 = 0$
- $M(1; 0; -2)$, $(\beta) : 2x + y - z - 2 = 0$, $(\gamma) : x - y - z - 3 = 0$
- $M(2; -4; 0)$, $(\beta) : 2x + 3y - 2z + 5 = 0$, $(\gamma) : 3x + 4y - 8z - 5 = 0$
- $M(5; 1; 7)$, $(\beta) : 3x - 4y + 3z + 6 = 0$, $(\gamma) : 3x - 2y + 5z - 3 = 0$

Dạng 17. Lập phương trình mặt phẳng tiếp xúc với một cầu tại điểm cho trước

Cho mặt cầu (S) có tâm I .

Khi đó mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm H có $\vec{n} = \overrightarrow{IH}$.

VÍ DỤ 21

Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu $(S) : (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 24$ tại điểm $M(-1; 3; 0)$.

BÀI GIẢI

Ta có tâm của mặt cầu (S) là $I(3; 1; -2)$.

Khi đó $\vec{n}_{(\alpha)} = \overrightarrow{IM} = (-4; 2; 2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $-4(x+1) + 2(x-3) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z + 5 = 0$.

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ tại điểm $M(4; 3; 0)$.

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) cho trước:

- $(S) : (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$ tại $M(-1; 3; 0)$
- $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ tại $M(4; 3; 0)$
- $(S) : (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ tại $M(7; -1; 5)$
- $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ và song song với mặt phẳng $3x - 2y + 6z + 14 = 0$.
- $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z - 11 = 0$ và song song với mặt phẳng $4x + 3z - 17 = 0$.
- $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$ và song song với mặt phẳng $x + 2y + 2z + 5 = 0$.

Dạng 18. Viết phương trình của mặt phẳng liên quan đến mặt cầu và khoảng cách

Kiến thức cần nhớ

- Khoảng cách từ điểm đến mặt.
- Vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu.

VÍ DỤ 22

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q) : x + 2y - 2z + 1 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$.

BÀI GIẢI

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2 + 3} = 3$.

Do (P) song song với mặt phẳng (Q) nên phương trình của mặt phẳng (P) có dạng:

$$x + 2y - 2z + D = 0, D \neq 1.$$

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên

$$d(I, (P)) = R = 3 \Leftrightarrow \frac{|-1 + 4 - 2 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow |1 + D| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -10 \\ D = 8. \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x + 2y - 2z - 10 = 0$ và $x + 2y - 2z + 8 = 0$.

Bài 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với giá của véc tơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : x + 4y + z - 11 = 0$ và tiếp xúc với (S) .

Lời giải.

Bài 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(3; 1; -1)$ vuông góc với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Lời giải.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y - 6z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1; 1; 2)$ vuông góc với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Lời giải.

VẬN DỤNG 3

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$.

VẬN DỤNG 4

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z - 1 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $x - y - 2 = 0, 2x - z - 6 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 1$.

VẬN DỤNG 5

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x + 2y - z + 17 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) song song với (α) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $2p = 6\pi$.

Bài 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó b, c dương và mặt phẳng $(P) : y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$ và $(Q) : x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng $\sqrt{2}$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q) : x + 2y - 2z + 1 = 0$ và cách (Q) một khoảng bằng 3.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q) : x + y + z = 0$ và cách điểm $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải.

VẬN DỤNG 6

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$ và điểm $A(4; 4; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) biết B thuộc (S) và tam giác OAB đều.

VẬN DỤNG 7

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P)

LUYỆN TẬP 1

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q) : x + 2y - 2z + 1 = 0$ và (P) cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng bằng 3.

LUYỆN TẬP 2

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1; 1; 0)$, $N(0; 0; -2)$, $I(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và N , đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$.

LUYỆN TẬP 3

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -1; 2)$, $B(1; 3; 0)$, $C(-3; 4; 1)$, $D(1; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) .

LUYỆN TẬP 4

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -1; 2)$, $B(1; 3; 0)$, $C(-3; 4; 1)$, $D(1; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) .

LUYỆN TẬP 5

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P) .

LUYỆN TẬP 6

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(-1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$.

LUYỆN TẬP 7

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0; -1; 2)$, $B(1; 0; 3)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 2$.

C Bài tập trắc nghiệm

1. Tích có hướng và ứng dụng

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Tìm mệnh đề **đúng**.

- ☐ A Hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương.
- ☐ B Hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
- ☐ C Hai véc-tơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.
- ☐ D $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- ☐ A $\vec{n} = (-1; 0; -1)$.
- ☐ B $\vec{n} = (3; -1; 2)$.
- ☐ C $\vec{n} = (3; -1; 0)$.
- ☐ D $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c} \neq \vec{0}$. Chọn đáp án **sai**?

- ☐ A $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{a} = 0$.
- ☐ B $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.
- ☐ C $||[\vec{a}, \vec{b}]||$ là một số.
- ☐ D $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c}$ là một số.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- ☐ A $(1; 7; 5)$.
- ☐ B $(-2; 1; 0)$.
- ☐ C $(-2; 0; 0)$.
- ☐ D $(-2; 2; -5)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

- ☐ A $2\sqrt{87}$.
- ☐ B $\frac{\sqrt{349}}{2}$.
- ☐ C $\sqrt{349}$.
- ☐ D $\sqrt{87}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}(1; 1; 2)$, $\vec{v}(-1; m; m-2)$. Khi đó $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = \sqrt{14}$ thì

- ☐ A $m = 1$, $m = -\frac{11}{5}$.

- ☐ B $m = -1$, $m = -\frac{11}{5}$.

- ☐ C $m = 1$, $m = -3$.

- ☐ D $m = 1$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, C . Tính độ dài đường cao AH của hình chóp $A.BCD$.

- ☐ A $3\sqrt{2}$.
- ☐ B $2\sqrt{2}$.
- ☐ C $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- ☐ D $\frac{3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (m; 1; 0)$, $\vec{b} = (2; m-1; 1)$, $\vec{c} = (1; m+1; 1)$. Tìm m để ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng.

- ☐ A $m = \frac{3}{2}$.
- ☐ B $m = -2$.
- ☐ C $m = -\frac{1}{2}$.
- ☐ D $m = -1$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

- ☐ A $\frac{\sqrt{11}}{2}$.
- ☐ B $\frac{\sqrt{7}}{2}$.
- ☐ C $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
- ☐ D $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC là

- ☐ A $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
- ☐ B $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- ☐ C $\frac{\sqrt{10}}{2}$.
- ☐ D $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

- ☐ A 40.
- ☐ B 60.
- ☐ C 50.
- ☐ D 30.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{35}$. Biết $B(1; -1; 2)$, $C(0; 1; 1)$, $D(-1; 0; -1)$. Đường cao AH của tứ diện bằng

- ☐ A 3.
- ☐ B 6.
- ☐ C 12.
- ☐ D 2.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm

$A(2; 3; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(1; 1; -2)$. H là trực tâm của tam giác ABC , độ dài đoạn OH bằng

- A** $\frac{\sqrt{870}}{12}$. **B** $\frac{\sqrt{870}}{14}$. **C** $\frac{\sqrt{870}}{15}$. **D** $\frac{\sqrt{870}}{16}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(1; -1; 2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

- A** $\sqrt{11}$. **B** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C** $\frac{\sqrt{11}}{2}$. **D** $\sqrt{6}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng

- A** 3. **B** 1. **C** 2. **D** $\frac{1}{2}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (a; b; c)$, $\vec{v} = (x; y; z)$. Tích có hướng $[\vec{u}; \vec{v}]$ có tọa độ là

- A** $(bz - cy; cx - az; ay - bx)$.
B $(bz + cy; cx + az; ay + bx)$.
C $(by + cz; ax + cz; by + cz)$.
D $(bz - cy; az - cx; ay - bx)$.

Câu 17. Cho $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-2; -1; 3)$. Tính $\vec{a} \wedge \vec{b}$.

- A** $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5; 1; -3)$.
B $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5; 1; 3)$.
C $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5; -1; -3)$.
D $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5; -1; 3)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, các điểm nào sau đây cùng thuộc một mặt phẳng?

- A** $A(0; 2; -1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; -1)$, $D(1; 1; 1)$.
B $I(0; 0; 1)$, $K(1; 1; 5)$, $L(1; 0; 2)$, $M(5; 3; 4)$.
C $N(-1; 5; -8)$, $P(1; 1; 0)$, $Q(0; 1; -2)$, $R(5; 3; 6)$.
D $E(3; 0; 1)$, $F(0; 2; 1)$, $G(3; 2; 0)$, $H(-1; -1; 1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây vuông góc với cả hai véc-tơ $\vec{u}(-1; 0; 2)$, $\vec{v}(4; 0; -1)$?

- A** $\vec{w}(0; 7; 1)$. **B** $\vec{w}(1; 7; 1)$.
C $\vec{w}(0; -1; 0)$. **D** $\vec{w}(-1; 7; -1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 4)$, $B(5; -1; 3)$, $C(2; 2; m)$, $D(3; 1; 5)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A , B , C , D là bốn đỉnh của một hình tứ diện.

- A** $m > 6$.
C $m \neq 6$.

- B** $m < 6$.
D $m = 6$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{u} = (x; y; z)$, $\vec{v} = (x'; y'; z')$. Xác định mệnh đề đúng.

- A** $\vec{u} - \vec{v} = (x' - x; y' - y; z' - z)$.
B $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.
C $\vec{u} + \vec{v} = (x' - x; y' - y; z' - z)$.
D $[\vec{u}, \vec{v}] = (xx'; yy'; zz')$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 1; 0)$, $B(1; 1; 2)$, $D(1; 0; 2)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ bằng

- A** 4. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(4; 3; 2)$, $C(5; 2; 1)$. Diện tích của tam giác ABC là

- A** $2\sqrt{42}$. **B** $\frac{\sqrt{42}}{4}$. **C** $\sqrt{42}$. **D** $\frac{\sqrt{42}}{2}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$, $D(1; 1; 1)$. Đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh D bằng

- A** $\frac{1}{2}$. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

2. Xác định VTPT

2.1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A** $\vec{n}_3(2; 1; 0)$. **B** $\vec{n}_2(0; 2; 1)$.
C $\vec{n}_1(2; 1; -1)$. **D** $\vec{n}_4(2; 0; 1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A** $(3; -3; 0)$. **B** $(1; -1; 3)$.
C $(1; -1; 0)$. **D** $(-1; 1; 0)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A** $\vec{n} = (2; -1; 0)$. **B** $\vec{n} = (2; 0; 1)$.
C $\vec{n} = (2; -1; 1)$. **D** $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ

Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vec-tơ pháp tuyến là

- (A) $(1; -2; 3)$. (B) $(1; 2; -3)$.
(C) $(-1; 2; -3)$. (D) $(1; 2; 3)$.

Câu 5. Trong không gian Oxy, cho mặt phẳng (P): $2x + 3y + 4z + 5 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{u} = (4; 3; 2)$. (B) $\vec{v} = (3; 4; 5)$.
(C) $\vec{w} = (2; 3; 4)$. (D) $\vec{u} = (5; 4; 3)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x + y - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

- (A) $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. (B) $\vec{n} = (2; 1; -1)$.
(C) $\vec{n} = (1; 2; 0)$. (D) $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - y + 3z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- (A) $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. (B) $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$.
(C) $\vec{n}_3 = (2; 3; -2)$. (D) $\vec{n}_4 = (1; -1; 3)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho (P): $3x - y - 2 = 0$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

- (A) $(3; 1; 2)$. (B) $(3; -1; -2)$.
(C) $(3; 1; 0)$. (D) $(3; -1; 0)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. (B) $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.
(C) $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. (D) $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x - y - 2 = 0$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

- (A) $(3; 1; 2)$. (B) $(3; -1; -2)$.
(C) $(3; 1; 0)$. (D) $(3; -1; 0)$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - y + 3z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- (A) $\vec{n}_4 = (1; -1; 3)$. (B) $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.
(C) $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$. (D) $\vec{n}_3 = (2; 3; -2)$.

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n} = (1; 2; 3)$. (B) $\vec{n} = (2; -3; -1)$.
(C) $\vec{n} = (1; 2; -3)$. (D) $\vec{n} = (3; 1; 2)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- (A) $(1; -2; 3)$. (B) $(1; 2; -3)$.
(C) $(-1; 2; -3)$. (D) $(1; 2; 3)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P): $2x - 4y + 6z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- (A) $\vec{n} = (1; -2; 3)$. (B) $\vec{n} = (2; 4; 6)$.
(C) $\vec{n} = (1; 2; 3)$. (D) $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

Câu 15. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- (A) $\vec{n}_1 = (1; 1; -2)$. (B) $\vec{n}_2 = (-2; 1; -1)$.
(C) $\vec{n}_3 = (1; -2; 1)$. (D) $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$.

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

- (A) $\vec{n} = (1; 2; 2)$. (B) $\vec{n} = (2; 2; -3)$.
(C) $\vec{n} = (1; -2; 2)$. (D) $\vec{n} = (1; 2; -2)$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. (B) $\vec{n} = (2; 3; 6)$.
(C) $\vec{n} = (6; 3; 2)$. (D) $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

Câu 18. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$. (B) $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.
(C) $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$. (D) $\vec{n}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 19. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

- (A) $\vec{n} = (2; -3; -2)$. (B) $\vec{n} = (-2; 3; 2)$.
(C) $\vec{n} = (2; -3; 0)$. (D) $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Câu 20. Trong không gian Oxyz, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 3 = 0$ có tọa độ là

- (A) $(1; -2; -3)$. (B) $(1; -2; 1)$.
(C) $(1; 1; -3)$. (D) $(-2; 1; -3)$.

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 4z - 5 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- ☐ A $\vec{n} = (1; 0; -2)$. ☐ B $\vec{n} = (2; -4; -5)$.
☐ C $\vec{n} = (0; 2; -4)$. ☐ D $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$?

- ☐ A $\vec{n} = (2; 2; -1)$. ☐ B $\vec{n} = (4; 4; 2)$.
☐ C $\vec{n} = (4; 4; 1)$. ☐ D $\vec{n} = (4; 2; 1)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là

- ☐ A $(1; 1; 1)$. ☐ B $(0; 1; 0)$.
☐ C $(1; 0; 0)$. ☐ D $(0; 0; 1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- ☐ A $\vec{n}_3 = (-2; 1; 2)$. ☐ B $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.
☐ C $\vec{n}_4 = (2; -2; 1)$. ☐ D $\vec{n}_1 = (2; 1; -2)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- ☐ A $\vec{n} = (2; 0; 1)$. ☐ B $\vec{n} = (2; 0; -1)$.
☐ C $\vec{n} = (2; -1; 1)$. ☐ D $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; 3)$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .

- ☐ A $\vec{n} = (6; 3; 2)$. ☐ B $\vec{n} = (1; 2; 3)$.
☐ C $\vec{n} = (-6; 1; 3)$. ☐ D $\vec{n} = (-1; -2; 6)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- ☐ A $\vec{n} = (3; 0; -1)$. ☐ B $\vec{n} = (3; -1; 2)$.
☐ C $\vec{n} = (-1; 0; -1)$. ☐ D $\vec{n} = (3; -1; 0)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- ☐ A $\vec{n} = (3; 2; 1)$. ☐ B $\vec{n} = (1; -2; 3)$.
☐ C $\vec{n} = (6; -4; 1)$. ☐ D $\vec{n} = (-3; 2; -1)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 6z - 6 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- ☐ A $\vec{n} = (3; 2; 1)$. ☐ B $\vec{n} = (2; 3; 6)$.
☐ C $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. ☐ D $\vec{n} = (6; 3; 2)$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- ☐ A $\vec{n}_1(2; -3; 5)$. ☐ B $\vec{n}_2(2; -3; 0)$.
☐ C $\vec{n}_3(2; 0; -3)$. ☐ D $\vec{n}_4(0; 2; -3)$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y - z + 3 = 0$ có 1 vectơ pháp tuyến là

- ☐ A $\vec{a} = (-6; 8; 2)$. ☐ B $\vec{m} = (3; 4; -1)$.
☐ C $\vec{n} = (3; 4; 1)$. ☐ D $\vec{b} = (-3; 4; -1)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x - 4z + 7 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

- ☐ A $(3; -4; 7)$. ☐ B $(-3; 0; 4)$.
☐ C $(3; -4; -7)$. ☐ D $(3; 0; 7)$.

Câu 33. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): -x + 3y + 2z + 11 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- ☐ A $\vec{n}_3 = (3; 2; 11)$. ☐ B $\vec{n}_1 = (1; 3; 2)$.
☐ C $\vec{n}_4 = (-1; 2; 11)$. ☐ D $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- ☐ A $\vec{n} = (1; -4; 3)$. ☐ B $\vec{n} = (1; 4; 3)$.
☐ C $\vec{n} = (0; -4; 3)$. ☐ D $\vec{n} = (-4; 3; -2)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 4 = 0$. Biết $\vec{n} = (1; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) . Tổng $b + c$ bằng

- ☐ A 2. ☐ B 1. ☐ C 4. ☐ D 0.

Câu 36. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- ☐ A 2^{34} . ☐ B A_{34}^2 . ☐ C 34^2 . ☐ D C_{34}^2 .

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- ☐ A $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. ☐ B $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$.
☐ C $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. ☐ D $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- ☐ A $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. ☐ B $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$.

(C) $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$. (D) $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$. (B) $\vec{n}_3 = (1; 3; 2)$.
(C) $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$. (D) $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$. (B) $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$.
(C) $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. (D) $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x + 3y - 2z + 1 = 0$. Tìm tọa độ của một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

(A) $\vec{a} = (5; 3; -2)$. (B) $\vec{b} = (5; 3; 2)$.
(C) $\vec{c} = (5; -3; -2)$. (D) $\vec{d} = (-5; -3; 1)$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

(A) $\vec{n} = (-1; 1; 0)$. (B) $\vec{n} = (-1; -1; 1)$.
(C) $\vec{n} = (-1; 1; -1)$. (D) $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

(A) $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$. (B) $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$.
(C) $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$. (D) $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 7 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n} = (-1; 2; -3)$. (B) $\vec{n} = (1; 2; -3)$.
(C) $\vec{n} = (-1; 2; 3)$. (D) $\vec{n} = (1; -4; 3)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

(A) $\vec{n} = (3; 2; 1)$. (B) $\vec{n} = (-2; 3; 1)$.
(C) $\vec{n} = (3; 2; -1)$. (D) $\vec{n} = (3; -2; -1)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

(A) $\vec{n} = (2; -1; -1)$. (B) $\vec{n} = (2; 0; -1)$.
(C) $\vec{n} = (2; -1; 0)$. (D) $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 4 = 0$. Véc-tơ nào trong số các véc-tơ sau là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

(A) $\vec{n} = (2; 1; 1)$. (B) $\vec{n} = (1; -3; 1)$.
(C) $\vec{n} = (1; -3; 4)$. (D) $\vec{n} = (0; -3; 1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 1), B(2; -2; 0), C(7; 2; -1)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận véc-tơ nào trong các véc-tơ sau đây làm véc-tơ pháp tuyến?

(A) $\vec{n} = (1; 1; 1)$. (B) $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.
(C) $\vec{n} = (1; -1; 1)$. (D) $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x + 6y + 2018z - 2019 = 0$ là

(A) $\vec{n} = (3; -6; 2018)$. (B) $\vec{n} = (3; 6; -2018)$.
(C) $\vec{n} = (-3; 6; 2018)$. (D) $\vec{n} = (3; 6; 2018)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 4 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

(A) $\vec{n}_4 = (1; 2; 0)$. (B) $\vec{n}_2 = (1; 4; 2)$.
(C) $\vec{n}_1 = (1; 0; 2)$. (D) $\vec{n}_3 = (1; 2; 4)$.

2.2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(2; 0; 0), N(0; -3; 0), P(0; 0; 4)$ là

(A) $(2; -3; 4)$. (B) $(-6; 4; -3)$.
(C) $(-6; -4; 3)$. (D) $(-6; 4; 3)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với (d) có véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}(1; 2; 3)$. (B) $\vec{n}(2; -1; 2)$.
(C) $\vec{n}(1; 4; 1)$. (D) $\vec{n}(2; 1; 2)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1), B(-1; 3; 3), C(2; -4; 2)$. Một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là

(A) $\vec{n} = (-1; 9; 4)$. (B) $\vec{n} = (9; 4; -1)$.
(C) $\vec{n} = (4; 9; -1)$. (D) $\vec{n} = (9; 4; 1)$.

Câu 4. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}e^x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ là

- ☐ A $\frac{\pi e^2}{4}$. ☐ B $\frac{\pi}{4}(e^4 - 1)$.
☐ C $\frac{\pi}{4}(e^2 + 1)$. ☐ D $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 4; -2)$, $C(0; 1; -1)$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

- ☐ A $\vec{n}(-1; -1; 1)$. ☐ B $\vec{n}(1; 2; -1)$.
☐ C $\vec{n}(-1; 1; 0)$. ☐ D $\vec{n}(-1; 1; -1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z = 0$, biết $\vec{n} = (1; b; c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Tính $2b + c$.

- ☐ A 5. ☐ B 7. ☐ C 10. ☐ D 9.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 5 = 0$ nhận véc-tơ nào trong các véc-tơ sau làm véc-tơ pháp tuyến?

- ☐ A $\vec{n} = (1; 2; 5)$. ☐ B $\vec{n} = (1; 2; -5)$.
☐ C $\vec{n} = (0; 1; 2)$. ☐ D $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

- ☐ A $\vec{n} = (1; 2; 2)$. ☐ B $\vec{n} = (1; -2; 2)$.
☐ C $\vec{n} = (1; 8; 2)$. ☐ D $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- ☐ A $\vec{n} = (2; 3; 6)$. ☐ B $\vec{n} = (6; 3; 2)$.
☐ C $\vec{n} = (1; 2; 3)$. ☐ D $\vec{n} = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- ☐ A $\vec{n} = (3; 6; -2)$. ☐ B $\vec{n} = (2; -1; 3)$.
☐ C $\vec{n} = (-3; -6; -2)$. ☐ D $\vec{n} = (-2; -1; -3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

- ☐ A $-2x - y + 9z - 36 = 0$.
☐ B $2x - y - z = 0$.
☐ C $6x + 9y + z + 8 = 0$.
☐ D $6x + 9y + z - 8 = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; a; b)$. Tính $a + b$.

- ☐ A $a + b = 2$. ☐ B $a + b = 0$.
☐ C $a + b = -3$. ☐ D $a + b = 3$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- ☐ A $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. ☐ B $\vec{n} = (2; 1; -1)$.
☐ C $\vec{n} = (1; 2; 0)$. ☐ D $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- ☐ A $\vec{n} = (0; 1; 1)$. ☐ B $\vec{n} = (1; -1; 0)$.
☐ C $\vec{n} = (1; -1; 2)$. ☐ D $\vec{n} = (0; 1; -1)$.

Câu 15. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x - y + 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

- ☐ A $\vec{n}_1(1; 7; 3)$. ☐ B $\vec{n}_2(1; -7; 3)$.
☐ C $\vec{n}_3(-1; -7; 3)$. ☐ D $\vec{n}_4(1; -1; 3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -3; 7)$ và $B(2; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- ☐ A $x + 2y + 2z + 15 = 0$.
☐ B $x - 2y + 2z + 15 = 0$.
☐ C $x + 2y + 2z - 15 = 0$.
☐ D $x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- ☐ A $\vec{n}_1 = (2; -5; 1)$. ☐ B $\vec{n}_2 = (2; -5; 0)$.
☐ C $\vec{n}_3 = (2; 5; 0)$. ☐ D $\vec{n}_4 = (-2; 5; 1)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- ☐ A $\vec{n}_3 = (1; 8; 2)$. ☐ B $\vec{n}_1 = (1; 2; 0)$.
☐ C $\vec{n}_4 = (1; -2; 2)$. ☐ D $\vec{n}_2 = (1; 2; 2)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q) : x + 2y - 5z + 1 = 0$.
 (B) Điểm $A(-1; -1; 5)$ thuộc (P) .
 (C) (P) song song với trục Oz .
 (D) Véc-tơ $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

3. Viết phương trình mặt phẳng

3.1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- (A) $z = 0$. (B) $x + y + z = 0$.
 (C) $y = 0$. (D) $x = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $(abc \neq 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

- (A) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. (B) $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$.
 (C) $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$. (D) $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- (A) $x = 0$. (B) $y = 0$.
 (C) $z = 0$. (D) $x + y = 0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của (ABC) ?

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. (B) $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$.
 (C) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$. (D) $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

- (A) $(Q) : 2x - y + z - 5 = 0$.
 (B) $(Q) : 2x - y + z = 0$.
 (C) $(Q) : x + y + z - 2 = 0$.
 (D) $(Q) : 2x + y - z + 1 = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình

- (A) $x = 0$. (B) $z = 0$.
 (C) $x + y + z = 0$. (D) $y = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua $M(1; 2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (1; 1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

- (A) $x + 2y + 3z = 0$. (B) $x + y + z = 0$.
 (C) $x + y - z = 0$. (D) $x + y + z - 6 = 0$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

- (A) $x - y + 2z + 12 = 0$.
 (B) $x - y + 2z - 12 = 0$.
 (C) $3x - y + 4z - 12 = 0$.
 (D) $3x - y + 4z + 12 = 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ là

- (A) $4x - 3y + 6z + 12 = 0$.
 (B) $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
 (C) $4x + 3y - 6z + 12 = 0$.
 (D) $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

- (A) $x + y + z - 2 = 0$.
 (B) $2x - y + z - 5 = 0$.
 (C) $2x + y - z + 1 = 0$.
 (D) $2x - y + z = 0$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- (A) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.
 (B) $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.
 (C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.
 (D) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

Câu 12. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $M(-1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; -3)$ có phương trình là

- (A) $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.
 (B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
 (C) $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = -1$.

D $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1.$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(2; 0; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A** $x + y - z = 0.$ **B** $x - y - z - 2 = 0.$
C $x + y + z - 4 = 0.$ **D** $x - y - z + 2 = 0.$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

- A** $x = y.$ **B** $y = z.$ **C** $z = 0.$ **D** $y = 0.$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 0; 6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (α).

- A** (β): $x + 2y + 2z - 13 = 0.$
B (β): $x + 2y + 2z - 15 = 0.$
C (β): $x + 2y + 2z + 15 = 0.$
D (β): $x + 2y + 2z + 13 = 0.$

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 5)$ có phương trình là

- A** $15x + 5y + 3z + 15 = 0.$
B $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} + 1 = 0.$
C $x + 3y + 5z = 1.$
D $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1.$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8; -2; 4)$. Gọi A , B , C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox , Oy , Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A , B và C là

- A** $x - 4y + 2z - 8 = 0.$
B $x - 4y + 2z - 18 = 0.$
C $x + 4y + 2z - 8 = 0.$
D $x + 4y - 2z - 8 = 0.$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng Oxy có phương trình là

- A** $x = 0.$ **B** $y + x = 0.$
C $y = 0.$ **D** $z = 0.$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1; 2; 0)$ và nhận $\vec{n} = (-1; 0; 2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

- A** $-x + 2y - 5 = 0.$ **B** $x + 2z - 5 = 0.$
C $-x + 2y - 5 = 0.$ **D** $x - 2z + 1 = 0.$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$ là

- A** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$
B $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1.$
C $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0.$
D $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A** $z = 0.$ **B** $y = 0.$
C $y + z = 0.$ **D** $x = 0.$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A** $2x - y - 1 = 0.$ **B** $-y + 2z - 3 = 0.$
C $2x - y + 1 = 0.$ **D** $y + 2z - 5 = 0.$

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8; 0; 0)$; $N(0; -2; 0)$; $P(0; 0; 4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

- A** $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0.$
B $x - 4y + 2z - 8 = 0.$
C $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$
D $x - 4y + 2z = 0.$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α).

- A** $x + 2y - z - 2 = 0.$
B $x + 2y + 3z - 2 = 0.$
C $x + 2y - z = 0.$
D $x + 2y + 3z = 0.$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$.

- A** $4x - 3y + 6z - 12 = 0.$
B $4x + 3y - 6z + 12 = 0.$
C $4x - 3y + 6z + 12 = 0.$
D $4x + 3y + 6z - 12 = 0.$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0; -1; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$ là

- ☐ A $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$
☐ B $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0.$
☐ C $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$
☐ D $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 1)$, $B(1; 2; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- ☐ A $(P): 2x - 3y - 3z - 16 = 0.$
☐ B $(P): 2x - 3y - 3z - 6 = 0.$
☐ C $(P): -2x + 3y + 3z - 6 = 0.$
☐ D $(P): -2x + 3y + 3z - 16 = 0.$

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (Ozx) ?

- ☐ A $x = 0.$
☐ B $y - 1 = 0.$
☐ C $y = 0.$
☐ D $z = 0.$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- ☐ A $z = 0.$
☐ B $x + y + z = 0.$
☐ C $x = 0.$
☐ D $y = 0.$

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

- ☐ A $3x - y + z + 11 = 0.$
☐ B $3x - y + z + 12 = 0.$
☐ C $3x - y + z - 12 = 0.$
☐ D $3x - y + z - 11 = 0.$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$, $C(0; 0; 2)$.

- ☐ A $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$
☐ B $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1.$
☐ C $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$
☐ D $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ là

- ☐ A $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1.$
☐ B $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1.$
☐ C $\frac{x}{-3} - \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1.$
☐ D $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1.$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với trục Oz ?

- ☐ A $x = 1.$
☐ B $x + y = 0.$
☐ C $y + z = 1.$
☐ D $z = 1.$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 0; 0)$ và véc-tơ $\vec{n} = (0; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ và đi qua điểm A là

- ☐ A $(\alpha): y + z = 0.$
☐ B $(\alpha): 2x - y - z = 0.$
☐ C $(\alpha): x = 0.$
☐ D $(\alpha): y + z + 2 = 0.$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- ☐ A $z = 0.$
☐ B $x + y + z = 0.$
☐ C $y = 0.$
☐ D $x = 0.$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- ☐ A $z = 0.$
☐ B $y = 0.$
☐ C $y + z = 0.$
☐ D $x = 0.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (β) đi qua gốc O và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -7; 5)$ thì phương trình của (β) là

- ☐ A $-2x - 7y + 5z = 0.$
☐ B $2x - 7y + 5z = 0.$
☐ C $2x - 7y - 5z = 0.$
☐ D $2x + 7y + 5z = 0.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- ☐ A $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 0.$
☐ B $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} - 1 = 0.$
☐ C $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} - 1 = 0.$
☐ D $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} + 1 = 0.$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 5; 1)$ và $B(1; -3; -5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

- ☐ A $2x - 4y - 3z + 12 = 0.$
☐ B $2x - 4y - 3z = 0.$
☐ C $2x - 4y - 3z + 29 = 0.$
☐ D $2x - 4y - 3z - 12 = 0.$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- (A) $3x - y - z - 6 = 0$.
 (B) $x + 3y + z - 5 = 0$.
 (C) $3x - y - z + 6 = 0$.
 (D) $x + 3y + z - 6 = 0$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$, $B(3; 5; -2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính tổng $a + b + c$.

- (A) -2 . (B) -4 . (C) -3 . (D) 2 .

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-5}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z - 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- (A) 2 . (B) 0 . (C) 1 . (D) Vô số.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và nhận véc-tơ $\vec{v} = (2; 1; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến.

- (A) $2x + y - z + 3 = 0$.
 (B) $2x + y - z - 3 = 0$.
 (C) $2x - y - 3 = 0$.
 (D) $2x - y + 3 = 0$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -5; 6)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxz) . Tọa độ điểm H là

- (A) $H(1; 0; 6)$. (B) $H(0; -5; 0)$.
 (C) $H(6; 0; 1)$. (D) $H(1; 0; 0)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$ có phương trình là

- (A) $2x + 3y + 4z - 14 = 0$.
 (B) $2x - 3y - 4z + 6 = 0$.
 (C) $2x + 3y - 4z - 4 = 0$.
 (D) $2x + 3y - 4z + 4 = 0$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

- (A) $3x + 3y + z - 8 = 0$.
 (B) $3x - 3y + z - 14 = 0$.

- (C) $3x - 2y + z - 8 = 0$.
 (D) $2x + 3y - z + 8 = 0$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- (A) $z = 0$. (B) $x + y + z = 0$.
 (C) $y = 0$. (D) $x = 0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; -1)$ và $B(-5; 4; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

- (A) $4x - y + z + 7 = 0$.
 (B) $4x + y - z + 1 = 0$.
 (C) $4x - y - z + 7 = 0$.
 (D) $4x + y + z - 1 = 0$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Oxz ?

- (A) $y = 0$. (B) $x = 0$.
 (C) $z = 0$. (D) $y - 1 = 0$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- (A) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.
 (B) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.
 (C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.
 (D) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1$.

3.2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2)$; $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là

- (A) $3x - 2y - z - 3 = 0$.
 (B) $x + y + z - 2 = 0$.
 (C) $-x + y = 0$.
 (D) $3x - 2y - z + 3 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau.

- (A) (P) đi qua gốc tọa độ O .
 (B) (P) song song với (Oxy) .
 (C) (P) vuông góc với trục Oz .

D (P) song song với trục Oy .

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1; -3; 2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + 3 = 0$, $(\beta): z - 2 = 0$ có phương trình là

- A** $y + 3 = 0$. **B** $y - 2 = 0$.
C $2y - 3 = 0$. **D** $2x - 3 = 0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 5)$, $B(0; 0; 1)$. Mặt phẳng chứa A , B và song song với Oy có phương trình là

- A** $2x + z - 3 = 0$. **B** $x - 4z + 2 = 0$.
C $4x - z + 1 = 0$. **D** $4x - z - 1 = 0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

- A** $3x - y + 3z - 25 = 0$.
B $2x - 3y - z + 8 = 0$.
C $3x - y + 3z - 13 = 0$.
D $2x - 3y - z - 20 = 0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 1)$ và điểm $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A** $a + b + c = 5$. **B** $a + b + c = 15$.
C $a + b + c = -5$. **D** $a + b + c = -15$.

Câu 7. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 5$ tại điểm $M(3; -1; 3)$ là

- A** $x + 4y + 1 = 0$. **B** $2x - y - 7 = 0$.
C $x + 3y - 5 = 0$. **D** $2x + y - 5 = 0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

- A** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$.
B $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = -1$.
C $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1$.
D $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A** $3x - y - z - 6 = 0$.
B $3x - y - z + 6 = 0$.
C $x + 3y + z - 5 = 0$.
D $x + 3y + z - 6 = 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(1; 1; -2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của N trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A** $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 0$.
B $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.
C $x + y - 3z = 0$.
D $x + y - 2z - 1 = 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

- A** $(P): 2x + 2y - z = 0$.
B $(P): 2x + 2y - z - 9 = 0$.
C $(P): 2x + 4y + 3z - 19 = 0$.
D $(P): 2x + 4y + 3z - 10 = 0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (α) qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

- A** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 0$.
B $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1$.
C $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$.
D $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = -1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 1)$ và $B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A** $x + 2y - 5 = 0$.
B $2x + y - z + 2 = 0$.
C $2x + y - z - 4 = 0$.
D $2x + y - z - 10 = 0$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$, $C(0; 0; 6)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A** $(ABC): z - 6 = 0$.
B $(ABC): 3x - 2y + z - 6 = 0$.
C $(ABC): y + 3 = 0$.
D $(ABC): x - 2 = 0$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 2)$, $B(3; 5; -4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- ☐ A $x + y - 3z - 9 = 0$.
☐ B $x + y - 3z + 9 = 0$.
☐ C $x + y - 3z + 2 = 0$.
☐ D $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+4}{-3}$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$ mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

- ☐ A $2x + 5y + 3z - 9 = 0$.
☐ B $2x + y - 3z - 7 = 0$.
☐ C $2x + y - z - 5 = 0$.
☐ D $x - 2y - z - 6 = 0$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 0; 7)$, $C(0; 3; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- ☐ A $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$.
☐ B $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 0$.
☐ C $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$.
☐ D $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} + 1 = 0$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, nếu ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

- ☐ A $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1$.
☐ B $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
☐ C $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 0$.
☐ D $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Câu 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- ☐ A $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$.
☐ B $3x - 2y + 6z = 6$.
☐ C $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0$.
☐ D $3x - 2y + 6z - 12 = 0$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với hai mặt phẳng

$(P), (Q)$ đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của (α) là

- ☐ A $x + y + z - 3 = 0$.
☐ B $x + y + z + 3 = 0$.
☐ C $-2x + z + 6 = 0$.
☐ D $-2x + z - 6 = 0$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB .

- ☐ A $(\alpha): 4x + 2y + 12z + 7 = 0$.
☐ B $(\alpha): 4x - 2y + 12z + 17 = 0$.
☐ C $(\alpha): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.
☐ D $(\alpha): 4x - 2y - 12z - 17 = 0$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; -1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

- ☐ A $2x + y - z - 3 = 0$.
☐ B $x + y - z + 3 = 0$.
☐ C $x + y - z - 3 = 0$.
☐ D $x - y - z - 3 = 0$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ là

- ☐ A $x + y - 3z - 1 = 0$.
☐ B $2x + 2y - 5z - 2 = 0$.
☐ C $x - 2y - 6z + 2 = 0$.
☐ D $x + y - z - 1 = 0$.

Câu 24. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- ☐ A $2x - y + z = 0$.
☐ B $x + \frac{y}{2} - z = 1$.
☐ C $x - 2y + z = 0$.
☐ D $x - y + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận $\vec{u} = (3; 2; 1)$, $\vec{v} = (-3; 0; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương là

- ☐ A $x - y - z - 12 = 0$.
☐ B $x + y + z - 3 = 0$.
☐ C $3x + 3y - z = 0$.
☐ D $x - 3y + 3z - 15 = 0$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 5)$, $B(3; 1; 3)$, $C(2; 6; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- ☐ A $2x - z - 6 = 0$.

- B** $2x + y - 10 = 0$.
C $4x + 4y - 3z - 5 = 0$.
D $2x - z - 3 = 0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) là

- A** $2x + y - z - 5 = 0$.
B $2x + 5y + 3z - 9 = 0$.
C $x + 2y - z - 6 = 0$.
D $2x + y - 3z - 7 = 0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; -2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A** $-x - 2y + z = 0$. **B** $x + 2y + z = 0$.
C $-x + 2y + z = 0$. **D** $-x + 2y - z = 0$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 1)$, $B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A** $x + 2y - z + 2 = 0$.
B $x + 2y - z - 4 = 0$.
C $x + 2y - z - 3 = 0$.
D $x + 2y + z - 4 = 0$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(3; -2; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

- A** $2x - 2y - z + 4 = 0$.
B $2x + 2y - z = 0$.
C $2x + 2y - z + 4 = 0$.
D $2x - 2y - z = 0$.

3.3. Mức độ vận dụng

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

- A** $y - 2z + 2 = 0$. **B** $x + 2z - 3 = 0$.
C $2y - z + 1 = 0$. **D** $x + y - z = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (α) qua các điểm A, B, C lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz sao cho $H(1; 2; -2)$ là trực tâm của tam giác ABC .

- A** $(\alpha): x - 2y + 2z - 11 = 0$.

- B** $(\alpha): x + 2y - 2z - 11 = 0$.
C $(\alpha): x - 2y - 2z - 9 = 0$.
D $(\alpha): x + 2y - 2z - 9 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = 2OB = 3OC \neq 0$?

- A** 3. **B** 4. **C** 2. **D** 6.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(1; 1; -2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của điểm N trên các trục Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A** $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 0$.
B $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.
C $x + y - 3z = 0$.
D $x + y - 2z - 1 = 0$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 4; -1)$, $B(1; 1; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A** $3x - y - 3z + 7 = 0$.
B $3x - y - 3z - 13 = 0$.
C $3x + y - 3z - 1 = 0$.
D $3x - y - 3z - 1 = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

- A** 3. **B** 1. **C** 4. **D** 8.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = 2OB = 3OC \neq 0$?

- A** 4. **B** 6. **C** 4. **D** 2.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) chứa điểm $H(1; 2; 2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A** $x + 2y - 2z - 9 = 0$.
B $2x + y + z - 6 = 0$.
C $2x + y + z - 2 = 0$.
D $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 2; 3)$. Gọi $(P): px + qy + rz + 1 = 0$ ($p, q, r \in \mathbb{R}$) là mặt phẳng qua G và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính $T = p + q + r$.

- ☐ A $T = -\frac{11}{18}$. ☐ B $T = \frac{11}{18}$.
☐ C $T = 18$. ☐ D $T = -18$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng qua $M(2; 1; 9)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC đều. Điểm có tọa độ nào dưới đây thuộc (P) ?

- ☐ A $(-1; 5; 8)$. ☐ B $(3; 2; -7)$.
☐ C $(1; -7; -6)$. ☐ D $(5; 5; 5)$.

4. Tìm tọa độ điểm liên quan đến mặt phẳng

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$?

- ☐ A $Q(1; -2; 2)$. ☐ B $P(2; -1; -1)$.
☐ C $M(1; 1; -1)$. ☐ D $N(1; -1; -1)$.

Câu 2. Tọa độ giao điểm của mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 2 = 0$ với trục hoành là

- ☐ A $(2; 0; 0)$. ☐ B $(-2; 0; 0)$.
☐ C $(0; 0; 2)$. ☐ D $(0; -1; 0)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- ☐ A $I(2; 0; -2)$. ☐ B $N(1; 0; -2)$.
☐ C $M(1; -1; 1)$. ☐ D $P(3; 0; 0)$.

Câu 4. Trong không gian $(Oxyz)$, cho $(P): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng (P) .

- ☐ A $Q(1; -2; 2)$. ☐ B $N(1; 1; 1)$.
☐ C $P(2; -1; -1)$. ☐ D $M(1; 1; -1)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- ☐ A $(1; -3; 5)$. ☐ B $(1; -3; 0)$.
☐ C $(1; -3; 1)$. ☐ D $(1; -3; 2)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- ☐ A $P(0; 2; 0)$. ☐ B $N(1; 2; 3)$.
☐ C $M(1; 0; 0)$. ☐ D $Q(0; 0; 3)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

- ☐ A $(3; 1; 1)$. ☐ B $(1; -3; 1)$.
☐ C $(-1; 0; 0)$. ☐ D $(1; 0; 0)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

- ☐ A $(0; 2; 3)$. ☐ B $(-1; -2; -3)$.
☐ C $(-1; 2; 3)$. ☐ D $(1; 2; -3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?

- ☐ A $M(2; 0; 1)$. ☐ B $Q(2; 1; 1)$.
☐ C $P(2; -1; 1)$. ☐ D $N(1; 0; 1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z + 1 = 0$. Trong những điểm có tọa độ cho ở các đáp án A, B, C, D sau đây, điểm nào không thuộc (α) ?

- ☐ A $(0; 0; 2)$. ☐ B $(0; 1; 0)$.
☐ C $(-1; 2; 1)$. ☐ D $(-1; 0; 0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- ☐ A $M(1; 1; -1)$. ☐ B $N(-1; -1; 1)$.
☐ C $P(1; 1; 1)$. ☐ D $Q(-1; 1; 1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $3x - 5y + z - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

- ☐ A $M(1; 2; -1)$. ☐ B $N(1; 1; -1)$.
☐ C $P(2; 0; -3)$. ☐ D $Q(1; 0; -1)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- ☐ A $(Q): x - 1 = 0$.
☐ B $(R): x + y - 7 = 0$.
☐ C $(P): z - 2 = 0$.
☐ D $(S): x + y + z + 5 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- ☐ A $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right)$. ☐ B $N\left(1; -1; -\frac{3}{2}\right)$.

C $P(1; 6; 1)$.

D $Q(0; 3; 0)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A $P(2; -1; 1)$.

B $M(-1; 1; -1)$.

C $Q(1; -1; -1)$.

D $N(1; -1; 1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 4 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $Q(1; -2; -2)$.

B $N(8; 0; -2)$.

C $P(8; 0; 4)$.

D $M(8; 0; 2)$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $P(1; -2; 0)$.

B $M(2; -1; 1)$.

C $N(0; 1; -2)$.

D $Q(1; -3; -4)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x - z - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A $M(-1; -3; -1)$.

B $N(-4; 6; -2)$.

C $P(2; 0; -3)$.

D $Q(1; 4; -1)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 2 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (P) ?

A $M(2; 1; 3)$.

B $N(2; 3; 1)$.

C $H(3; 1; -2)$.

D $E(3; 2; 1)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A $M(2; -1; -3)$.

B $N(2; -1; -2)$.

C $P(2; -1; -1)$.

D $Q(3; -1; 2)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$?

A $Q(1; -2; 2)$.

B $N(1; -1; -1)$.

C $P(2; -1; -1)$.

D $M(1; 1; -1)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ?

A $x - 2y + 3z = 0$.

B $x - 2018 = 0$.

C $y + 1 = 0$.

D $z + 12 = 0$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

A $M(-2; 1; -8)$.

B $Q(1; 2; -5)$.

C $P(3; 1; 3)$.

D $4; 2; 1$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 2 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau thuộc mặt phẳng (P) ?

A $M(2; 1; 3)$.

B $N(2; 3; 1)$.

C $H(3; 1; -2)$.

D $K(3; 2; 1)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$?

A $N(2; 0; 1)$.

B $M(1; -2; -1)$.

C $P(1; 2; -3)$.

D $Q(2; -1; 1)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 10 = 0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P) ?

A $(1; 2; 0)$.

B $(2; 2; 0)$.

C $(2; -2; 0)$.

D $(2; 1; 2)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z - 4 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A $A(0; 0; 4)$.

B $B(-1; 2; 3)$.

C $C(1; -2; 5)$.

D $D(-5; -2; 1)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A $N(0; 0; -1)$.

B $M(-10; 15; -1)$.

C $E(1; 0; -4)$.

D $F(-1; -2; -6)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (α) ?

A $Q(1; 2; -5)$.

B $P(3; 1; 3)$.

C $M(-2; 1; -8)$.

D $N(4; 2; 1)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A $(R): x + y - 7 = 0$.

B $(S): x + y + z + 5 = 0$.

C $(Q): x - 1 = 0$.

D $(P): z - 2 = 0$.

Câu 31. Ba mặt phẳng $x + 2y - z - 6 = 0$, $2x - y + 3z + 13 = 0$, $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm A . Tọa độ của A là

- ☐ A $(-1; 2; -3)$. ☐ B $A(1; -2; 3)$.
☐ C $A(-1; -2; 3)$. ☐ D $A(1; 2; 3)$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là

- ☐ A $A(1; -2; 3)$. ☐ B $A(1; -2; 0)$.
☐ C $A(1; 0; 3)$. ☐ D $A(0; -2; 3)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- ☐ A $M(3; 0; 0)$. ☐ B $P(0; -1; 0)$.
☐ C $Q(0; 0; 1)$. ☐ D $N(3; -1; 0)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1)$ và $B(2; 0; -3)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để 2 điểm A và B nằm về cùng một phía so với mặt phẳng $x + y - 3mz + 5 = 0$.

- ☐ A $m \in \left(-\frac{7}{9}; \frac{5}{3}\right)$.
☐ B $m \in \left(-\infty; -\frac{7}{9}\right) \cup \left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$.
☐ C $m \in \left[-\frac{7}{9}; \frac{5}{3}\right]$.
☐ D $m \in \left(-\infty; -\frac{7}{9}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì tung độ của M bằng

- ☐ A -1 . ☐ B -3 . ☐ C -21 . ☐ D -5 .

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- ☐ A $M(1; 1; 6)$. ☐ B $N(-5; 0; 0)$.
☐ C $P(0; 0; -5)$. ☐ D $Q(2; -1; 5)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 6 = 0$ cắt các trục tọa độ lần lượt tại A, B, C . Tính thể tích tứ diện $OABC$.

- ☐ A 18 . ☐ B 72 . ☐ C 24 . ☐ D 12 .

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

- ☐ A $M(-2; 1; -8)$. ☐ B $N(4; 2; 1)$.
☐ C $P(3; 1; 3)$. ☐ D $Q(1; 2; -5)$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- ☐ A $P(0; 0; -5)$. ☐ B $N(-5; 0; 0)$.
☐ C $Q(2; -1; 5)$. ☐ D $M(1; 1; 6)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 7; -9)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P) .

- ☐ A $(2; 1; 1)$. ☐ B $(4; 0; 1)$.
☐ C $(1; 0; 0)$. ☐ D $(-1; 1; 0)$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và $C(0; 1; 1)$.

- ☐ A $2x - y + z - 1 = 0$.
☐ B $x + 2z - 1 = 0$.
☐ C $x + z - 1 = 0$.
☐ D $2x - y + z - 1 = 0$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 6 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Ox sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

- ☐ A $M(0; 0; 21)$.
☐ B $M(3; 0; 0)$.
☐ C $M(0; 0; -15)$.
☐ D $M(0; 0; 3), M(0; 0; -15)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

- ☐ A $N(0; -1; 2)$. ☐ B $N(3; 1; -2)$.
☐ C $N(-3; -1; 2)$. ☐ D $N(0; 1; -2)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 4)$ và $B(2; 3; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

- ☐ A $Q(2; 2; 1)$. ☐ B $M(1; 1; -1)$.
☐ C $P(-2; 1; 0)$. ☐ D $N(5; -2; 1)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 10 = 0$ khẳng định nào dưới đây **sai**?

- ☐ A Điểm $B(2; 2; 2)$ thuộc mặt phẳng (P) .
☐ B Điểm $A(-2; 1; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

- C** Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.
- D** Giao điểm của mặt phẳng (P) với trục Oz là $C(0; 0; 10)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) . Điểm nào sau đây không nằm trên mặt phẳng (Q) ?

- A** $K(3; 1; -8)$. **B** $N(2; 1; -1)$.
C $I(-1; 2; 1)$. **D** $M(1; 0; -5)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$ cắt ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Lúc đó thể tích V của khối tứ diện $OABC$ là

- A** 6. **B** 3. **C** 12. **D** 18.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A** $(1; 0; 3)$. **B** $(1; -2; 0)$.
C $(0; -2; 3)$. **D** $(1; 0; 0)$.

Câu 49. Điểm nào sau đây thuộc cả 2 mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$?

- A** $M(1; 1; 0)$. **B** $N(0; 2; 1)$.
C $P(0; 0; 3)$. **D** $Q(2; 1; 0)$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$

- A** $Q(1; -2; 2)$. **B** $N(1; -1; -1)$.
C $P(2; -1; -1)$. **D** $M(1; 1; -1)$.

5. Góc

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; 2)$. Biết rằng H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) . Tính số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x - y - 11 = 0$.

- A** 60° . **B** 30° . **C** 45° . **D** 90° .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P); (Q)$ có các véc tơ pháp tuyến là $\vec{a} = (a_1; b_1; c_1); \vec{b} = (a_2; b_2; c_2)$. Góc α là góc giữa hai mặt phẳng đó $\cos \alpha$ là biểu thức nào sau đây

- A** $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

- B** $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$.
C $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}$.
D $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 3y + (2m + 3)z - 2 = 0$. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là

- A** $m = -1$. **B** $m = 1$.
C $m = 0$. **D** $m = 2$.

Câu 4. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$ và $(Q): x - z + 2 = 0$.

- A** 45° . **B** 30° . **C** 90° . **D** 60° .

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m + 1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$ với m là tham số thực. Tìm m để (P) vuông góc với (Q) .

- A** $m = -5$. **B** $m = 1$.
C $m = 3$. **D** $m = -1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2018 = 0, (Q): x + my + (m - 1)z + 2017 = 0$ (với m là tham số thực). Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm M nào dưới đây nằm trong (Q) ?

- A** $M(-2017; 1; 1)$. **B** $M(0; 0; 2017)$.
C $M(0; -2017; 0)$. **D** $M(2017; 1; 1)$.

Câu 7. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2; 1; 2)$, điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$ là

- A** 90° . **B** 30° . **C** 60° . **D** 45° .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

- A** 45° . **B** 60° . **C** 30° . **D** 90° .

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa

độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

- (A) 45° . (B) 60° . (C) 30° . (D) 90° .

6. Khoảng cách

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

- (A) 1. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- (A) 2. (B) $\frac{5}{3}$. (C) $\frac{4}{3}$. (D) 5.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách từ $M(-1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- (A) $\frac{4}{9}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $-\frac{4}{3}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

- (A) $\frac{4}{3}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 5. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; -1; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$.

- (A) 3. (B) $2\sqrt{5}$. (C) $\frac{10}{\sqrt{3}}$. (D) $\frac{10}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -1; 2)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 2 = 0$ bằng

- (A) $\frac{5}{\sqrt{14}}$. (B) $\frac{1}{\sqrt{14}}$. (C) $\frac{3}{\sqrt{14}}$. (D) $\frac{2}{\sqrt{14}}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

- (A) $\frac{\sqrt{26}}{13}$. (B) $\sqrt{8}$. (C) $\frac{17}{\sqrt{26}}$. (D) $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

- (A) $\frac{17}{\sqrt{26}}$. (B) $\frac{4\sqrt{26}}{13}$. (C) $\frac{\sqrt{26}}{13}$. (D) $\sqrt{8}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- (A) $d = \frac{7}{3}$. (B) $d = \frac{7}{9}$.
(C) $d = \frac{\sqrt{14}}{2}$. (D) $d = 1$.

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-5; -3; -4)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng Oxy là

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) $5\sqrt{2}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

- (A) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) 3. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng Oyz .

- (A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x - 3y + 12z - 6 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (P) .

- (A) $d = \frac{11}{13}$. (B) $d = \frac{7}{13}$.
(C) $d = \frac{13}{7}$. (D) $d = 1$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; 4; 26)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y + 1 = 0$ là

- (A) $2\sqrt{5}$. (B) 2. (C) $\sqrt{5}$. (D) 1.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$, $(\beta): 2x + 3y - z + 16 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là

- (A) 15. (B) $\sqrt{14}$. (C) $\sqrt{23}$. (D) 0.

Câu 16. Cho điểm $H(-3; -4; 6)$ và mặt phẳng (Oxz) . Hỏi khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (Oxz) bằng bao nhiêu?

- (A) $d(H; (Oxz)) = 4$. (B) $d(H; (Oxz)) = 3$.
(C) $d(H; (Oxz)) = 6$. (D) $d(H; (Oxz)) = 8$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách từ O đến (P) .

- (A) 3. (B) $\frac{2}{3}$. (C) -2. (D) 2.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- ☐ A $d = \frac{5}{9}$. ☐ B $d = \frac{5}{29}$.
☐ C $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. ☐ D $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 4; 3)$. Độ dài của đoạn AB là

- ☐ A 3. ☐ B $\sqrt{6}$. ☐ C $2\sqrt{3}$. ☐ D $2\sqrt{13}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(-1; 0; -2)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 9 = 0$ bằng

- ☐ A $\frac{2}{3}$. ☐ B 4. ☐ C $\frac{10}{3}$. ☐ D $\frac{4}{3}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; -5)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) .

- ☐ A $\sqrt{30}$. ☐ B $\sqrt{5}$. ☐ C 25. ☐ D 5.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 5 = 0$ và điểm $A(1; -3; 1)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- ☐ A $d = \frac{8}{9}$. ☐ B $d = \frac{8}{29}$.
☐ C $d = \frac{8}{\sqrt{29}}$. ☐ D $d = \frac{3}{\sqrt{29}}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

- ☐ A $d = \frac{11}{25}$. ☐ B $d = 55$.
☐ C $d = \frac{22}{5}$. ☐ D $d = \frac{13}{25}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P) .

- ☐ A $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. ☐ B $d = \frac{5}{9}$.
☐ C $d = \frac{5}{29}$. ☐ D $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

- ☐ A $d = \frac{4}{3}$. ☐ B $d = \frac{7}{3}$.
☐ C $d = \frac{10}{3}$. ☐ D $d = 4$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 3x - 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách từ A đến (P) .

- ☐ A $\frac{\sqrt{5}}{3}$. ☐ B $\frac{5}{\sqrt{29}}$. ☐ C $\frac{21}{\sqrt{29}}$. ☐ D $\frac{5}{9}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $M(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

- ☐ A $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. ☐ B $d = \frac{5}{29}$.
☐ C $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. ☐ D $d = \frac{5}{9}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P) .

- ☐ A $\frac{4}{3}$. ☐ B $-\frac{4}{3}$. ☐ C $\frac{2}{3}$. ☐ D $\frac{4}{9}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 2 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -1; 3)$ đến mặt phẳng (P) bằng:

- ☐ A 3. ☐ B $\frac{1}{3}$. ☐ C $\frac{1}{9}$. ☐ D 1.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- ☐ A $\frac{8}{3}$. ☐ B $\frac{7}{3}$. ☐ C 3. ☐ D $\frac{4}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $A(1; 0; -1)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 6 = 0$ bằng

- ☐ A 1. ☐ B 3. ☐ C $\frac{7}{3}$. ☐ D $\frac{7}{9}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

- ☐ A $\frac{2}{9}$. ☐ B 1. ☐ C $\frac{2}{3}$. ☐ D $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- ☐ A $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

- ☐ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$
☐ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$
☐ $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là

- ☐ $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z+17=0.$
☐ $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z-17=0.$
☐ $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z+17=0.$
☐ $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z-17=0.$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình hai mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$ và $(Q): 2x-y-2z+6=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- ☐ $\frac{5}{3}.$ ☐ $\frac{4}{3}.$ ☐ $2.$ ☐ $\frac{3}{5}.$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ tâm I của mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=4$ đến mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+3=0$ bằng

- ☐ $\frac{2}{9}.$ ☐ $\frac{2}{3}.$ ☐ $\frac{3}{2}.$ ☐ $2.$

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi ba đỉnh A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; -2)$ lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

- ☐ $\frac{\sqrt{6}}{3}.$ ☐ $\frac{2\sqrt{3}}{3}.$ ☐ $\frac{\sqrt{6}}{6}.$ ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

- ☐ $6x+3y+2z-24=0.$
☐ $6x+3y+2z-12=0.$
☐ $6x+3y+2z=0.$
☐ $6x+3y+2z-36=0.$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và điểm $D(1; 0; 3)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách D một khoảng bằng $\sqrt{6}$ có phương trình là

- ☐ $x+2y+z+2=0.$
☐ $\begin{cases} x+2y+z+2=0 \\ x+2y+z-10=0 \end{cases}$

- ☐ $\begin{cases} x+2y-z-10=0 \\ x+2y-z+2=0 \end{cases}$
☐ $x+2y+z-10=0.$

Câu 40. Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y-z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α) . Khoảng cách giữa (α) và (β) là

- ☐ $\frac{3}{\sqrt{14}}.$ ☐ $-\frac{9}{\sqrt{21}}.$
☐ $\frac{9}{21}.$ ☐ $\frac{9}{\sqrt{14}}.$

7. Vị trí tương đối

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ $|a|=1.$ ☐ $a+b+c=1.$
☐ $|b|=1.$ ☐ $|c|=1.$

Câu 2. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+3=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- ☐ $(S): x^2+y^2+z^2-2x+y+z-3=0.$
☐ $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0.$
☐ $(S): x^2+y^2+z^2-2x+y+z+1=0.$
☐ $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+1=0.$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

- ☐ $(\alpha): z=0.$
☐ $(P): x+y=0.$
☐ $(Q): x+11y+1=0.$
☐ $(\beta): z=1.$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$.

- ☐ $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5.$
☐ $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3.$
☐ $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25.$
☐ $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+mz-2=0$ và $(\beta): x+ny+2z+8=0$. Tính $S=m+n$ để (α) song song với (β) .

- ☐ A $\frac{9}{2}$. ☐ B $\frac{17}{4}$. ☐ C $\frac{9}{4}$. ☐ D $\frac{5}{2}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 5 = 0$ có phương trình là

- ☐ A $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 4$.
☐ B $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 1$.
☐ C $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$.
☐ D $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (Oxz) ?

- ☐ A $(P): x - 3 = 0$.
☐ B $(Q): y - 2 = 0$.
☐ C $(R): z + 1 = 0$.
☐ D $(S): x + z + 3 = 0$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- ☐ A $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$.
☐ B $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.
☐ C $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.
☐ D $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $O(0; 0; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z - 6 = 0$. Tính bán kính của (S) .

- ☐ A 1. ☐ B 3. ☐ C 2. ☐ D 6.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- ☐ A $m = 1$. ☐ B Không tồn tại m .
☐ C $m = -2$. ☐ D $m = 2$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- ☐ A $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$. ☐ B $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$.
☐ C $m = 2$. ☐ D $m = -5$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$;

$(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$. Vị trí tương đối của (P) , (Q) là

- ☐ A song song.
☐ B cắt nhau nhưng không vuông góc.
☐ C vuông góc.
☐ D trùng nhau.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) . Điểm nào trong các điểm sau đây **không** thuộc mặt phẳng (Q) ?

- ☐ A $K(3; 1; -8)$. ☐ B $N(2; 1; -1)$.
☐ C $I(0; 2; -1)$. ☐ D $M(1; 0; -5)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$.

- ☐ A $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.
☐ B $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
☐ C $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
☐ D $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

- ☐ A $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.
☐ B $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
☐ C $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
☐ D $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) song song và cách đều (P) và (Q) .

- ☐ A $(\alpha): 3x - y + 4z + 10 = 0$.
☐ B $(\alpha): 3x - y + 4z + 5 = 0$.
☐ C $(\alpha): 3x - y + 4z - 10 = 0$.
☐ D $(\alpha): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m + 1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc với nhau thì giá trị thực của m bằng bao nhiêu?

- ☐ A $m = -5$. ☐ B $m = 1$.
☐ C $m = 3$. ☐ D $m = -1$.

Câu 18. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- (A) $3x - 2y + 2z + 6 = 0$.
 (B) $2x + 2y - z - 1 = 0$.
 (C) $x + y + z + 1 = 0$.
 (D) $x - 2y - z - 3 = 0$.

Câu 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

- (A) $\sqrt{11}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\sqrt{7}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu có tâm là $I(2; 1; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$.

- (A) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 8z - 4 = 0$.
 (B) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.
 (C) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.
 (D) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 4 = 0$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 3)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = m^2 + 4$. Tập các giá trị của m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

- (A) $\{\sqrt{5}\}$. (B) $\{\pm\sqrt{5}\}$.
 (C) $\{0\}$. (D) $\emptyset$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 3y + (2m + 3)z - 2 = 0$. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là

- (A) $m = -1$. (B) $m = 0$.
 (C) $m = 2$. (D) $m = 1$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- (A) $m = -4$. (B) $m = -1$.
 (C) $m = -2$. (D) $m = -3$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; 5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$ là

- (A) $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 10z + 21 = 0$.
 (B) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 10z + 21 = 0$.

- (C) $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 10z - 21 = 0$.
 (D) $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y - 5z - 21 = 0$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$. Xác định bán kính r của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

- (A) $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$. (B) $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.
 (C) $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$. (D) $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Biết thiết diện của mặt phẳng (P) với khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng π . Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- (A) $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 8$.
 (B) $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 3$.
 (C) $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.
 (D) $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ có bán kính bằng

- (A) $\frac{4}{3}$. (B) 4. (C) 2. (D) 9.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$.
 (C) $m = -6$. (D) $m = 6$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$.

- (A) -16. (B) -8. (C) 0. (D) 8.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

- (A) $m = -3$. (B) $m = -2$.
 (C) $m = 3$. (D) $m = 2$.

Bài 3

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

A

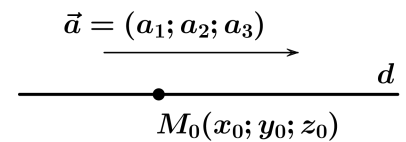
Tóm tắt lý thuyết

1. Phương trình tham số của đường thẳng

☑ Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$

và có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$



☑ Phương trình chính tắc:

$$d : \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $d : \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và $d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1t' \\ y = y'_0 + a'_2t' \\ z = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$

Vị trí	Điều kiện	Hình minh họa
$d \parallel d'$	$\begin{cases} \vec{a}, \vec{a'} \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \notin d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}, \vec{a'}] = \vec{0} \\ [\vec{a}, \overrightarrow{M_0M'_0}] \neq \vec{0} \end{cases}$	
$d \equiv d'$	$\begin{cases} \vec{a}, \vec{a'} \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \in d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}, \vec{a'}] = \vec{0} \\ [\vec{a}, \overrightarrow{M_0M'_0}] = \vec{0} \end{cases}$	
d cắt d'	$\begin{cases} \vec{a}, \vec{a'} \text{ không cùng phương} \\ \vec{a}, \vec{a'}, \overrightarrow{M_0M'_0} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}, \vec{a'}] \neq \vec{0} \\ [\vec{a}, \vec{a'}] \cdot \overrightarrow{M_0M'_0} = 0 \end{cases}$	
d chéo d'	$\vec{a}, \vec{a'}, \overrightarrow{M_0M'_0}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{a'}] \cdot \overrightarrow{M_0M'_0} \neq 0$	
$d \perp d'$	$\vec{a} \perp \vec{a'} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{a'} = 0$	

3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho $d : \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ (1) và mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$

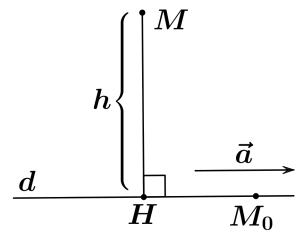
Xét phương trình: $A(x_0 + a_1t) + B(y_0 + a_2t) + C(z_0 + a_3t) + D = 0$ (ẩn t) (*)

- ☑ $d \parallel (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm.
- ☑ d cắt $(\alpha) \Leftrightarrow (*)$ đúng 1 nghiệm.
- ☑ $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô số nghiệm.

4. Khoảng cách từ 1 điểm đến đường thẳng

Cho đường thẳng d đi qua M_0 và có VTCP: $\vec{a}$ và điểm M

$$d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{[M_0M, \vec{a}]}|}{|\vec{a}|}$$

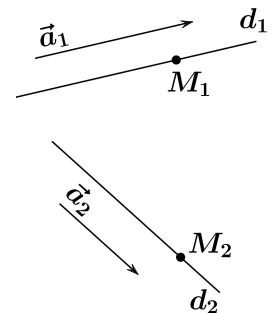


5. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau

Cho 2 đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2

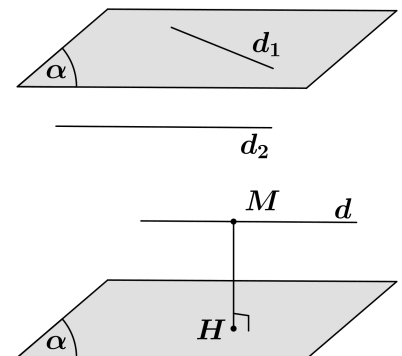
- ☑ d_1 đi qua điểm M_1 và có VTCP $\vec{a}_1$
- ☑ d_2 đi qua điểm M_2 và có VTCP $\vec{a}_2$
- ☑ Khoảng cách giữa d_1 và d_2

$$h = d(d_1, d_2) = \frac{|\overrightarrow{[a_1, a_2]} \cdot \overrightarrow{M_1M_2}|}{|\overrightarrow{[a_1, a_2]}|}$$



⚠ Lưu ý:

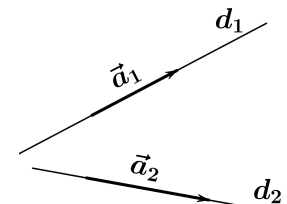
- ☑ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau** d_1 và d_2 bằng khoảng cách giữa d_2 với mặt phẳng (α) chứa d_1 và song song với d_2
- ☑ **Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song** Khoảng cách giữa đường thẳng d với mặt phẳng (α) song song với nó bằng khoảng cách từ một điểm M bất kì trên d đến mặt phẳng (α) .



6. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có VTCP $\vec{a}_1, \vec{a}_2$.

Góc giữa d_1, d_2 bằng hoặc bù với góc giữa $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ $\cos(\vec{a}_1, \vec{a}_2) = \frac{|\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2|}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|}$

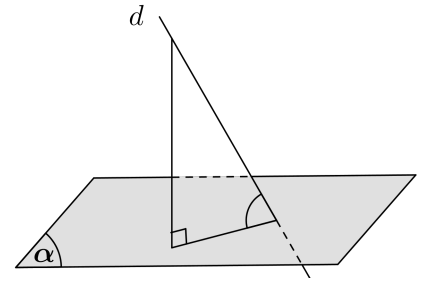


7. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Đường thẳng d có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$

Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α)

$$\sin(\widehat{(d, (\alpha))}) = \frac{|A.a_1 + B.a_2 + C.a_3|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}$$



B

Các dạng toán

Dạng 1. Viết phương trình đường thẳng khi biết một điểm thuộc nó và một véc-tơ chỉ phương

Đường thẳng d có $\begin{cases} \text{qua điểm } M_0(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP } \vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$

☑ Phương trình tham số d : $\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

☑ Phương trình chính tắc d : $\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$

VÍ DỤ 1

Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ .

BÀI GIẢI

Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2) = 2(2; -3; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ nên

$$\text{PTTS của } \Delta : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

VÍ DỤ 2

Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1, 2, 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 3; 2)$.

BÀI GIẢI

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{a} = (1; 3; 2) \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 2t. \end{cases}$$

VÍ DỤ 3

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của trục Oz .

BÀI GIẢI

Trục Oz đi qua gốc tọa độ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$ nên có phương trình là

$$d : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t. \end{cases}$$

VÍ DỤ 4

Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 4)$ và $C(0; 0; 1)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng qua điểm C và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ chỉ phương.

BÀI GIẢI

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$. Suy ra phương trình chính tắc là: $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2; -1; 3)$. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{i}$.

Lời giải.

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; -2; 3)$, $B(3; 0; -3)$ và $C(-1; 2; 3)$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Lời giải.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc đường thẳng qua $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, biết $\vec{a} = (0; 2; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; -4)$, $\vec{c} = (2; -1; 0)$.

Lời giải.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số đường thẳng qua $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{ON}$, với O là gốc tọa độ và N là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxz) .

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm M và có VTCP $\vec{a}$ cho trước:

a) $M(1; 2; -3)$, $\vec{a} = (-1; 3; 5)$

b) $M(0; -2; 5)$, $\vec{a} = (0; 1; 4)$

c) $M(1; 3; -1)$, $\vec{a} = (1; 2; -1)$

d) $M(3; -1; -3)$, $\vec{a} = (1; -2; 0)$

e) $M(3; -2; 5)$, $\vec{a} = (-2; 0; 4)$

f) $M(4; 3; -2)$, $\vec{a} = (-3; 0; 0)$

Dạng 2. Viết phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm cho trước

- ☑ Phương trình đường thẳng đi qua điểm A hoặc B và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$ hoặc véc-tơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

VÍ DỤ 5

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$.

BÀI GIẢI

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$ nên phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số đường thẳng đi qua hai điểm O và $M(1; 2; 3)$ (với O là gốc tọa độ).

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; -4)$. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm G của tam giác ABC .

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

LUYỆN TẬP 2

Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A, B cho trước:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $A(2; 3; -1), B(1; 2; 4)$ | b) $A(1; -1; 0), B(0; 1; 2)$ |
| c) $A(3; 1; -5), B(2; 1; -1)$ | d) $A(2; 1; 0), B(0; 1; 2)$ |
| e) $A(1; 2; -7), B(1; 2; 4)$ | f) $A(-2; 1; 3), B(4; 2; -2)$ |

Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M cho trước và vuông góc với mặt phẳng (α) cho trước

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm M và có một véc-tơ chỉ phương là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

VÍ DỤ 6

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) .

BÀI GIẢI

Mặt phẳng tọa độ (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$ nên đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Vậy phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : 2x - 3y + 6z + 19 = 0$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : x + 3y - z + 5 = 0$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) các mặt phẳng tọa độ

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc đường thẳng đi qua điểm $A(3; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) 2x - 5y + 4 = 0$ các mặt phẳng tọa độ

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc đường thẳng đi qua điểm $A(2; -3; 6)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ các mặt phẳng tọa độ

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

LUYỆN TẬP 1

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; -4)$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

LUYỆN TẬP 2

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .

LUYỆN TẬP 3

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; -4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Viết phương trình tham số của đường thẳng OH .

Dạng 4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và song song với một đường thẳng cho trước

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm M và có một véc-tơ chỉ phương là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đã cho.

VÍ DỤ 7

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với trục Oz .

BÀI GIẢI

Trục Oz có véc-tơ chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Do đó có phương trình tham số của đường thẳng qua M và song song với trục Oz là
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

VÍ DỤ 8

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số đường thẳng đi qua $A(3; 5; 7)$ và song song với $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

BÀI GIẢI

Gọi Δ là đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán. Ta có Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; 4)$ và qua $A(3; 5; 7) \Rightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 7 + 4t. \end{cases}$

Bài 1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ cho trước:

a) $A(3; 2; -4), \Delta \equiv Ox$

b) $A(2; -5; 3), \Delta$ đi qua $M(5; 3; 2), N(2; 1; -2)$

c) $A(2; -5; 3), \Delta: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3t - 1 \end{cases}$

d) $A(4; -2; 2), \Delta: \frac{x+2}{4} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{3}$

e) $A(1; -3; 2), \Delta: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3t - 1 \end{cases}$

f) $A(5; 2; -3), \Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{4}$

 Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng $\Delta : \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

LUYỆN TẬP 2

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC .

Dạng 5. Đường thẳng d đi qua điểm M và song song với hai mặt phẳng cắt nhau (P) và (Q)

Phương pháp. VTPT của (P) , (Q) lần lượt là $\vec{n}_1, \vec{n}_2$. Lúc này ta được VTCP của đường thẳng d là $[\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.

VÍ DỤ 9

Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P) : x + y - 3z - 1 = 0$ và $(Q) : -2x + y - 4z + 1 = 0$.

BÀI GIẢI

Mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; -3)$ và $\vec{n}_2 = (-2; 1; -4)$. Vì d song song với (P) và (Q) nên véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-1; 10; 3)$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 10; 3)$, nên d có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + 10t \\ z = 1 + 3t. \end{cases}$$

Bài 1. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với hai mặt phẳng

$(P) : x - y + 2z + 1 = 0$ và $(Q) : 3x - 2y + 4z - 2018 = 0$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(0; 1; -1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P) : -2x + 3y - z = 0$ và $\text{mp}(Oxy)$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Viết phương trình đường thẳng d . Biết d đi qua giao điểm của hai đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1}$ và $\Delta' : \frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{7}$. Và song song với hai mặt phẳng

$$(P) : 7x - 10y + 5z + 1 = 0$$

$$(Q) : 3x + 6y - 2z - 2018 = 0$$

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 6t \\ z = -7 + t \end{cases}$ và ba mặt phẳng $(P) : x + 2y - 3z - 16 = 0$, $(Q) : x + y + z + 1 = 0$, $(R) : -x + 2y - z + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của Δ và (P) , đồng thời song song với hai mặt phẳng $(Q), (R)$.

 **Lời giải.**

VẬN DỤNG 1

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $D(3; 1; 0)$, $A'(1; 0; 2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua B' và song song với $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

VẬN DỤNG 2

Cho mặt cầu $(S) : (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P) : -x + 2y + 3z + 1 = 0$, và mặt phẳng (Q) tiếp xúc với (S) tại tiếp điểm $A(0; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của (S) và song song với mặt phẳng (P) , (Q) .

Dạng 6. Đường thẳng d qua M song song với mp(P) và vuông góc với d' (d' không vuông góc với Δ)

Phương pháp. Đường thẳng d' có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}'$, mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}$. Lúc này ta được véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $[\vec{u}', \vec{n}]$.

VÍ DỤ 10

Cho điểm $A(2; -5; -1)$ và mặt phẳng $(P) : x - y - z + 9 = 0$, đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$. Lập phương trình của đường thẳng Δ qua A , song song với (P) và vuông góc với d .

BÀI GIẢI

Ta có (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; -1)$, đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 3)$, nên đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-2; -5; 3)$. Suy ra Δ có phương trình $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z+1}{3}$.

Bài 1. Cho điểm $A(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P) : -x + 3y - 4z - 5 = 0$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 + 5t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lập phương trình của đường thẳng Δ qua A , song song với (P) và vuông góc với d .

Lời giải.

Bài 2. Cho điểm $A(-2; 1; -6)$ và hai mặt phẳng $(P) : 2x + 3y - z + 12 = 0$, $(Q) : x - 2y + 2z - 1 = 0$. Lập phương trình của đường thẳng Δ qua A , song song với (P) và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q) .

 Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $A(1; -2; 3)$, vuông góc với đường thẳng $(\Delta) :$

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$$
 và song song với mặt phẳng $(P) : 2x + y + 3z - 5 = 0$

LUYỆN TẬP 2

Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua $A(1; 1; -2)$, vuông góc với đường thẳng $(d) : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và song song với mặt phẳng $(P) : x - y - z + 3 = 0$

LUYỆN TẬP 3

Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua $M(2; 2; 4)$, vuông góc với đường thẳng $(d) : \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và song song với mặt phẳng $(P) : x + 3y + 2z + 3 = 0$.

LUYỆN TẬP 4

Trong không gian cho các điểm $A(1; 1; -1); B(2; -1; 3); C(1; 2; 2); D(-1; -2; 1)$. Viết phương trình của đường thẳng (d) đi qua A , vuông góc với AB và song song với mặt phẳng (BCD) .

LUYỆN TẬP 5

Trong không gian cho điểm $M(2; 2; 4)$, đường thẳng $(d) : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P) : x + 3y + 2z + 2 = 0$. Hãy lập phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm M , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng (d) .

LUYỆN TẬP 6

Trong không gian cho điểm $M(3; -1; 4)$, đường thẳng $(d) : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Hãy lập phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm M , song song với mặt phẳng (Oxy) và vuông góc với đường thẳng (d) .

Dạng 7. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2

Thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ của các đường thẳng $(d_1), (d_2)$

Bước 2. Gọi $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng (d) ta có:

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2]$$

Bước 3. Viết phương trình (d) đi qua M và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}$

VÍ DỤ 11

Trong không gian cho đường thẳng $(d_1) : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$ và $(d_2) : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$.

Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với cả hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

BÀI GIẢI

Véc tơ chỉ phương của (d_1) và (d_2) lần lượt là : $\vec{u}_1 = (1; -4; 6)$ và $\vec{u}_2 = (2; 1; -5)$.

Gọi $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của (d) , ta có :

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (14; 17; 9).$$

Khi đó, đường thẳng (d) thỏa mãn:

$$(d) : \begin{cases} \text{qua } M(1; -1; 2) \\ \text{có VTCP } \vec{u} = (14; 17; 9) \end{cases} \Leftrightarrow (d) : \begin{cases} x = 1 + 14t \\ y = -1 + 17t \\ z = 2 + 9t \end{cases}$$

Bài 1. Trong không gian cho đường thẳng $(d_1) : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và $(d_2) : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$.

Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với cả hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 2. Trong không gian cho đường thẳng $(d_1) : \begin{cases} x = 1 + 8t \\ y = -2 + t \\ z = t \end{cases}$ và (d_2) là giao tuyến của hai mặt phẳng

$(P) : x + y - z + 2 = 0$ và $(Q) : x + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $A(0; 1; 1)$ và vuông góc với hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

Lời giải.

Bài 3. Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(1; 1; 3)$ và vuông góc với cả hai đường thẳng (d_1) và (d_2) , biết :

$$(d_1) : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-6}{6} \text{ và } (d_2) : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}.$$

Lời giải.

Bài 4. Trong không gian cho các điểm $A(1; 1; -1); B(2; -1; 3); C(1; 2; 2); D(-1; -2; 1)$. Lập phương trình của đường thẳng (d) đi qua O , vuông góc với AB và CD .

Lời giải.

LUYỆN TẬP 1

Trong không gian cho đường thẳng $(d_1) : \begin{cases} x = 1 \\ y = 10 + 2t \\ z = t \end{cases}$ và $(d_2) : \begin{cases} x = 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 \end{cases}$.

Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(6; -1; 2)$ và vuông góc với cả hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

LUYỆN TẬP 3

Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(0; 4; 2)$ và vuông góc với cả hai đường thẳng (d_1) và (d_2).

LUYÊN TẬP 4

(P) : $x + 2y - z + 1 = 0$ và (Q) : $y - z + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A(2; 1; 4) và vuông góc với hai đường thẳng (d_1) và (d_2).

LUYỆN TẬP 5

$$(d_1) : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{2} \text{ và } (d_2) : \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{5}.$$

Trong không gian cho các điểm $A(1; 1; -1); B(2; -1; 3); C(1; 2; 2); D(-1; -2; 1)$. Lập phương trình của đường thẳng (d) đi qua $M(1; 1; 5)$, vuông góc với AC và BD .

Dạng 8. Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng

Bài 1. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước:

$$\text{e) } d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-3}{4}; d_2: \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{1}$$

 **Lời giải.**

LUYỆN TẬP 1

Chứng tỏ rằng các cặp đường thẳng sau đây chéo nhau.

$$a) d_1: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases}$$

$$b) d_1: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases}$$

$$c) d_1: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases}$$

$$d) d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}; d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$$

LUYỆN TẬP 2

Tìm giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 :

$$a) d_1: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 - 3t' \end{cases}$$

$$b) d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}; d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$$

Dạng 9. Vị trí tương đối giữa đường và mặt

Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ (1) và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét phương trình: $A(x_0 + a_1t) + B(y_0 + a_2t) + C(z_0 + a_3t) + D = 0$ (ẩn t) (*)

☑ $d \parallel (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm.

☑ d cắt $(\alpha) \Leftrightarrow (*)$ đúng 1 nghiệm.

☑ $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô số nghiệm.

Bài 1. Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tìm giao điểm (nếu có) của chúng:

$$a) d: \begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = 1 - 4t \\ z = 4t - 5 \end{cases} \quad (P): x + y + z - 10 = 0 \quad b) d: \begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = 1 - 4t \\ z = 4t - 5 \end{cases} \quad (P): 4x - 3y - 6z - 5 = 0$$

$$c) d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}; (P): 3x + 5y - z - 2 = 0 \quad d) d: \frac{x+11}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}; (P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$$

$$e) d: \frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3} \quad (P): x + 2y - 4z + 1 = 0$$

🗨️ Lời giải.

Dạng 10. Khoảng cách

Bài 1. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d :

a) $A(1; 0; 0), d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$

b) $A(2; 3; 1), d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$

c) $A(1; -1; 1), d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$

d) $A(2; 3; -1), d: \begin{cases} 2x + y - z + 2 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$

 **Lời giải.**

$$\begin{array}{ll} \text{a) } d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases} & d_2: \begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 + t' \\ z = 3 - 2t' \end{cases} & \text{b) } d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -t \end{cases} & d_2: \begin{cases} x = 2t' \\ y = 5 - 3t' \\ z = 4 \end{cases} \\ \text{c) } d_1: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4t - 2 \end{cases} & d_2: \begin{cases} x = 2 + 3t' \\ y = 4 - t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases} & \text{d) } d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}; & d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4} \\ \text{e) } d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}; & d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3} & \text{f) } d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}; & d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1} \end{array}$$
$$\text{a) } d: \begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = 1 - 4t \\ z = 4t - 5 \end{cases} \quad (P): 4x - 3y - 6z - 5 = 0 \quad \text{b) } d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (P): x + z + 8 = 0$$

CHƯƠNG 3. PHƯƠNG PHÁP TOA TOA TRONG KHÔNG GIAN



$$a) d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

$$b) d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}; \quad d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{6} = \frac{z+4}{-2}$$

$$c) d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1} \text{ và } d_2 \text{ là các trục tọa độ.}$$

Lời giải.

$$\text{Bài 2. Tính góc giữa } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{3} \text{ và } (P): 2x - y - 2z - 10 = 0$$

Lời giải.

$$\text{Bài 3. Tính góc giữa } d: \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases} \text{ và } (P): x - y - 2z - 1 = 0$$

Lời giải.

Dạng 12. Tọa độ hình chiếu của điểm lên đường-mặt phẳng

Bài 1. Tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (P) và điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (P) :

$$a) (P): 2x - y + 2z - 6 = 0, \quad M(2; -3; 5)$$

$$b) (P): x + y + 5z - 14 = 0, \quad M(1; -4; -2)$$

$$c) (P): 6x - 2y + 3z + 12 = 0, \quad M(3; 1; -2)$$

$$d) (P): 2x - 4y + 4z + 3 = 0, \quad M(2; -3; 4)$$

$$e) (P): x - y + z - 4 = 0,$$

$$f) (P): 3x - y + z - 2 = 0,$$

Lời giải.

Bài 2. Tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M trên đường thẳng d và điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d .

a) $M(1; 2; -6), \quad d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$

b) $M(2; 3; 1), \quad d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$

c) $M(2; 1; -3), \quad d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$

d) $M(1; 2; -1), \quad d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$

e) $M(1; 2; -1), \quad d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{2}$

f) $M(2; 5; 2), \quad d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

Lời giải.



Bài tập trắc nghiệm

1. Xác định VTCP

1.1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $(-1; -3; 2)$. (B) $(1; 3; 2)$.
(C) $(1; -3; -2)$. (D) $(-1; 3; 2)$.

Câu 2. Véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; -5)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

- (A) $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$
(C) $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = -5 + 6t \end{cases}$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

- (A) $(1; -2; 1)$. (B) $(1; 2; 1)$.
(C) $(-1; -2; 1)$. (D) $(-1; 2; 1)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{n} = (1; -2; 1)$. (B) $\vec{n} = (1; 2; 1)$.
(C) $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. (D) $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. (B) $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$.
(C) $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$. (D) $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào

dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$. (B) $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$.
(C) $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$. (D) $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ

nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u}_1 = (0; 3; -1)$. (B) $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$.
(C) $\vec{u}_3 = (1; -3; -1)$. (D) $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $(1; -2; 1)$. (B) $(1; 2; 1)$.
(C) $(-1; -2; 1)$. (D) $(-1; 2; 1)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

- (A) $(1; -2; 1)$. (B) $(1; 2; 1)$.
(C) $(-1; -2; 1)$. (D) $(-1; 2; 1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z - 3$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$. (B) $\vec{u}_2 = (3; 2; 0)$.
(C) $\vec{u}_3 = (3; 2; 3)$. (D) $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-7}{1}$ nhận véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương?

- (A) $(-2; -4; 1)$. (B) $(2; 4; 1)$.
(C) $(1; -4; 2)$. (D) $(2; -4; 1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. (B) $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

☐ $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0.$
☐ $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 3 - 2t \end{cases} ?$$

☐ $\vec{u} = (1; 4; 3).$
☐ $\vec{u} = (1; 4; -2).$
☐ $\vec{u} = (1; 0; -2).$
☐ $\vec{u} = (1; 0; 2).$

Câu 14. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$?

☐ $(-2; 1; -3).$
☐ $(2; 1; 3).$
☐ $(-3; 2; 1).$
☐ $(3; -2; 1).$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

☐ $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t. \\ z = t \end{cases}$
☐ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t. \\ z = t \end{cases}$
☐ $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - 3t. \\ z = t \end{cases}$
☐ $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + 3t. \\ z = t \end{cases}$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2z+3=0$. Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

☐ $\vec{b}(2; -1; 0).$
☐ $\vec{v}(1; 2; 3).$
☐ $\vec{a}(1; 0; 2).$
☐ $\vec{u}(2; 0; -1).$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (2; 1; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương?

☐ $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}.$
☐ $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}.$
☐ $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}.$
☐ $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}.$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+2}{-5}$ có một véc-tơ chỉ phương là

☐ $\vec{u} = (1; 5; -2).$
☐ $\vec{u} = (3; 2; -5).$
☐ $\vec{u} = (-3; 2; -5).$
☐ $\vec{u} = (2; 3; -5).$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 2t. \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

☐ $\vec{u} = (-2; 2; 1).$
☐ $\vec{u} = (1; -2; 1).$
☐ $\vec{u} = (2; -2; 1).$
☐ $\vec{u} = (-2; -2; 1).$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \\ z = 3 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Một véc-tơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

☐ $(-3; -2; -1).$
☐ $(1; 2; 3).$
☐ $(3; 2; 1).$
☐ $(1; 0; 3).$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ là

☐ $(1; 4; 2).$
☐ $(-4; 1; 2).$
☐ $(1; -4; 2).$
☐ $(-3; 2; -1).$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Tọa độ một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

☐ $(3; -2; -1).$
☐ $(-3; 2; 0).$
☐ $(-1; 2; -1).$
☐ $(1; -2; 1).$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0), B(3; 2; -8)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

☐ $\vec{u} = (1; 2; -4).$
☐ $\vec{u} = (2; 4; 8).$
☐ $\vec{u} = (-1; 2; -4).$
☐ $\vec{u} = (1; -2; -4).$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

☐ $\vec{u} = (2; 1; 1).$
☐ $\vec{u} = (-1; 2; 0).$
☐ $\vec{u} = (-1; 2; 1).$
☐ $\vec{u} = (2; 1; 0).$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-8} = \frac{z+13}{9}$ có một véc-tơ chỉ phương là

☐ $\vec{u}_1 = (2; -8; 9).$
☐ $\vec{u}_4 = (2; 8; 9).$

Ⓒ $\vec{u}_2 = (-5; 7; -13)$. Ⓓ $\vec{u}_3 = (5; -7; -13)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - 6t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 9t \end{cases}$$

Ⓐ $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. Ⓑ $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$.
Ⓒ $(2; 1; 0)$. Ⓓ $(4; -6; 0)$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) :
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là

Ⓐ $\vec{u}_1 = (0; -1; -1)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.
Ⓒ $\vec{u}_3 = (2; -3; -1)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (2; -1; -1)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\frac{x+4}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z}{3}$$
. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_1(2; 1; -3)$. Ⓑ $\vec{u}_1(4; -5; 0)$.
Ⓒ $\vec{u}_1(-2; 1; 3)$. Ⓓ $\vec{u}_1(-4; 5; 3)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$$
 Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

Ⓐ $\vec{u} = (1; 2; 5)$. Ⓑ $\vec{u} = (1; -3; -1)$.
Ⓒ $\vec{u} = (0; 3; -1)$. Ⓓ $\vec{u} = (1; 3; -1)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(0; 1; 2)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_1 = (1; 3; 1)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (1; -1; -1)$.
Ⓒ $\vec{u}_3 = (1; -1; 5)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (1; -3; 1)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$
 có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. Ⓑ $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$.
Ⓒ $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. Ⓓ $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d :
$$\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$$
 có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$. Ⓑ $\vec{u}_4 = (1; -1; 2)$.
Ⓒ $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$. Ⓓ $\vec{u}_3 = (1; -1; -2)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$$
. Tìm tọa độ một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Ⓐ $\vec{a} = (2; -1; 3)$. Ⓑ $\vec{b} = (2; 1; 3)$.
Ⓒ $\vec{c} = (3; 1; -5)$. Ⓓ $\vec{d} = (-3; 1; 5)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình
$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z - 3$$
. Véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

Ⓐ $\vec{u} = (3; 2; 3)$. Ⓑ $\vec{u} = (1; 2; 3)$.
Ⓒ $\vec{u} = (3; 2; 0)$. Ⓓ $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$$
. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

Ⓐ $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$. Ⓑ $\vec{u}_4 = (2; -1; -3)$.
Ⓒ $\vec{u}_1 = (0; 2; -1)$. Ⓓ $\vec{u}_3 = (-2; -1; 3)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$$
. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$.
Ⓒ $\vec{u}_3 = (1; 3; 1)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là
$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+4}{5}$$
. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

Ⓐ $\vec{u} = (-2; -7; 4)$. Ⓑ $\vec{u} = (1; 2; 5)$.
Ⓒ $\vec{u} = (-1; 2; 5)$. Ⓓ $\vec{u} = (2; 7; -4)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{5}$$
. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_4 = (-2; 1; -5)$. Ⓑ $\vec{u}_1 = (2; -1; -5)$.
Ⓒ $\vec{u}_2 = (2; 1; 5)$. Ⓓ $\vec{u}_3 = (1; 2; 3)$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng d :
$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$$
. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u} = (-2; 1; -3)$. Ⓑ $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.
Ⓒ $\vec{u} = (2; 1; 1)$. Ⓓ $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (2; 1; 1)$. (B) $\vec{u} = (2; 1; 0)$.
(C) $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. (D) $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Đường

thẳng d' song song với d có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (-2; 3; 0)$. (B) $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.
(C) $\vec{u} = (2; 3; 1)$. (D) $\vec{u} = (-2; -3; 1)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. (B) $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.
(C) $\vec{n} = (1; -2; 1)$. (D) $\vec{n} = (1; 2; 1)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = 2 \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u}_1 = (3; -1; 0)$. (B) $\vec{u}_2 = (2; 5; 0)$.
(C) $\vec{u}_3 = (-3; 1; 2)$. (D) $\vec{u}_4 = (3; -1; 2)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z-3$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{u} = (2; 3; 1)$. (B) $\vec{u} = (2; 3; 0)$.
(C) $\vec{u} = (1; 2; 3)$. (D) $\vec{u} = (1; -2; 3)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- (A) $N(-1; 2; 0)$. (B) $P(3; 0; 6)$.
(C) $Q(1; 1; 3)$. (D) $M(2; -1; 3)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$. Tìm một

véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

- (A) $\vec{u} = (0; 1; -1)$. (B) $\vec{u} = (0; 2; 0)$.
(C) $\vec{u} = (0; 1; 1)$. (D) $\vec{u} = (0; 2; -1)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{-1}$. Chọn khẳng định sai?

- (A) Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = \left(-1; -2; \frac{1}{2}\right)$.
(B) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -3; 0)$.
(C) Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{v} = (2; 4; -1)$.
(D) Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(1; -3; 1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d song song với trục Oy . Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u}_1 = (-2; 0; 0)$. (B) $\vec{u}_2 = (0; 3; 0)$.
(C) $\vec{u}_3 = (0; 0; 2018)$. (D) $\vec{u}_4 = (1; 0; 1)$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ có tọa độ là

- (A) $(-1; 0; 1)$. (B) $(2; 3; -1)$.
(C) $(-2; -3; -1)$. (D) $(2; 3; 1)$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z-3$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- (A) $\vec{u}_3 = (3; 2; 3)$. (B) $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$.
(C) $\vec{u}_2 = (3; 2; 0)$. (D) $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$.

1.2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(3; -2; 0)$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- (A) $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. (B) $\vec{u} = (1; 2; -1)$.
(C) $\vec{u} = (2; -4; 2)$. (D) $\vec{u} = (2; 4; -2)$.

Câu 2. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Đường thẳng Δ đi

qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta(1; a; b)$. Tính $a + b$.

- (A) $a + b = 1$. (B) $a + b = -1$.
(C) $a + b = -2$. (D) $a + b = 2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây **không** phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng?

- (A) $(6; -4; 2)$. (B) $(3; -2; 1)$.
(C) $(-3; 2; -1)$. (D) $(-3; 2; 1)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 3; 2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương?

- (A) $\vec{a} = (1; 1; 0)$. (B) $\vec{c} = (-1; 2; 1)$.
(C) $\vec{b} = (-2; 2; 2)$. (D) $\vec{d} = (-1; 1; 0)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng $d: \frac{x-3}{19} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-2018}{1987}$ có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (3; -6; 2018)$.
(B) $\vec{u} = (19; -3; 1987)$.
(C) $\vec{u} = (3; 6; 2018)$.
(D) $\vec{u} = (19; 3; 1987)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{5}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (2; 1; 5)$. (B) $\vec{u} = (1; 2; 3)$.
(C) $\vec{u} = (-2; 1; -5)$. (D) $\vec{u} = (2; -1; -5)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{3-x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{3}$.

- (A) $\vec{v} = (2; -1; 3)$. (B) $\vec{m} = (3; 1; -4)$.
(C) $\vec{n} = (-2; 1; -3)$. (D) $\vec{u} = (-2; -1; 3)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): (m^2+1)x - (2m^2-2m+1)y + (4m+2)z - m^2 + 2m = 0$ luôn chứa một đường thẳng Δ cố định khi m thay đổi. Đường thẳng d đi qua $M(1; -1; 1)$ vuông góc (Δ) và cách O một khoảng lớn nhất có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; b; c)$. Tính $b^2 - c^2$.

- (A) 2. (B) 23. (C) 19. (D) -1.

Câu 9. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{3} = \frac{z+1}{-2}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

- (A) $\vec{u} = (2; 3; -2)$. (B) $\vec{u} = (2; -3; -2)$.
(C) $\vec{u} = (-2; -3; -2)$. (D) $\vec{u} = (2; -3; 2)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1; 1; 0)$ thuộc đường thẳng AC . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC ?

- (A) $\vec{u}(1; 2; 3)$. (B) $\vec{u}(0; -2; 6)$.
(C) $\vec{u}(0; 1; -3)$. (D) $\vec{u}(0; 1; 3)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (0; 1; 3)$. (B) $\vec{u} = (0; 1; -3)$.
(C) $\vec{u} = (2; 1; -3)$. (D) $\vec{u} = (2; 0; 0)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (0; 1; 3)$. (B) $\vec{u} = (0; 1; -3)$.
(C) $\vec{u} = (2; 1; -3)$. (D) $\vec{u} = (2; 0; 0)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$;

$\Delta_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z}{-1}$ và điểm $M(0; 3; 0)$. Đường thẳng d đi qua M , cắt Δ_1 và vuông góc với Δ_2 có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; a; b)$. Tính $T = a + b$

- (A) $T = -2$. (B) $T = 4$.
(C) $T = -4$. (D) $T = 2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- ☐ A $\vec{u}_4 = (-2; 4; 1)$. ☐ B $\vec{u}_1 = (2; 4; 0)$.
☐ C $\vec{u}_2 = (1; -2; 0)$. ☐ D $\vec{u}_3 = (1; -2; 1)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. Gọi Δ' là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua (Oxy) . Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ' .

- ☐ A $\vec{u} = (-1; 3; -1)$. ☐ B $\vec{u} = (1; 2; -1)$.
☐ C $\vec{u} = (1; 3; 0)$. ☐ D $\vec{u} = (1; 3; 1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): -x - 2y + 5z - 2017 = 0$, $(Q): 2x - y + 3z + 2018 = 0$. Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q) . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

- ☐ A $\vec{u}(-1; 3; 5)$. ☐ B $\vec{u}(-1; 13; 15)$.
☐ C $\vec{u}(1; 13; 5)$. ☐ D $\vec{u}(-1; 13; 5)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các véc-tơ sau,

véc-tơ nào là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- ☐ A $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$. ☐ B $\vec{a}_2 = (2; 3; 3)$.
☐ C $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$. ☐ D $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

- ☐ A $(4; -2; 1)$. ☐ B $(4; 2; -1)$.
☐ C $(4; -2; -1)$. ☐ D $(4; 2; 1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{1-y}{2} = \frac{z}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- ☐ A $\vec{m} = (-1; 2; 1)$. ☐ B $\vec{n} = (1; 2; 1)$.
☐ C $\vec{p} = (-1; 2; -1)$. ☐ D $\vec{q} = (1; 2; -1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

- ☐ A $\vec{n} = (1; -2; 1)$. ☐ B $\vec{n} = (1; 2; 1)$.
☐ C $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. ☐ D $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

2. Viết phương trình đường thẳng

2.1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$ và $B(2; 1; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là

- ☐ A $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. ☐ B $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$.
☐ C $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$. ☐ D $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$, $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây không phải phương trình đường thẳng AB ?

- ☐ A $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{5}$.
☐ B $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.
☐ C $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.
☐ D $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 4; -7)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- ☐ A $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-7}{-2}$.
☐ B $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-7}$.
☐ C $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.
☐ D $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 2)$. Đường thẳng đi qua M song song với Oy có phương trình là

- ☐ A $\begin{cases} x = -1 \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.
☐ B $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

$$\begin{aligned} \text{C} \quad & \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}, (t \in \mathbb{R}). \\ \text{D} \quad & \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}). \end{aligned}$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 1)$ và hai mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có phương trình là $x - 3z + 1 = 0$, $2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua I và song song với mặt phẳng (P) , (Q) có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{5}. \\ \text{B} \quad & \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}. \\ \text{C} \quad & \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-5}. \\ \text{D} \quad & \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng d đi qua $M(0; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - 1 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{A} \quad d: & \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} & \text{B} \quad d: & \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases} \\ \text{C} \quad d: & \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} & \text{D} \quad d: & \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d' ?

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & \vec{u} = (2; 3; 0). & \text{B} \quad & \vec{u} = (2; 3; 1). \\ \text{C} \quad & \vec{u} = (-2; 3; 0). & \text{D} \quad & \vec{u} = (2; -3; 0). \end{aligned}$$

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 7 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{-7}. \\ \text{B} \quad & \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-7}. \\ \text{C} \quad & \frac{x}{-2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-10}{7}. \\ \text{D} \quad & \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{7}. \end{aligned}$$

Câu 9. Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng

$x + z - 5 = 0$ và $x - 2y - z + 3 = 0$ thì có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}. \\ \text{B} \quad & \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}. \\ \text{C} \quad & \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}. \\ \text{D} \quad & \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}. \end{aligned}$$

Câu 10. Mặt phẳng (P) đi qua $A(3; 0; 0)$, $B(0; 0; 4)$ và song song với trục Oy có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & 4x + 3z - 12 = 0. & \text{B} \quad & 3x + 4z - 12 = 0. \\ \text{C} \quad & 4x + 3z + 12 = 0. & \text{D} \quad & 4x + 3z = 0. \end{aligned}$$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M , vuông góc với d và song song với (P) .

$$\begin{aligned} \text{A} \quad \Delta: & \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}. \\ \text{B} \quad \Delta: & \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}. \\ \text{C} \quad \Delta: & \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}. \\ \text{D} \quad \Delta: & \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}. \end{aligned}$$

Câu 12. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 8 = 0$, $(Q): x - 4y + z - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với cả hai mặt phẳng (P) , (Q) .

$$\begin{aligned} \text{A} \quad d: & \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 - t \\ z = 3 \end{cases} & \text{B} \quad d: & \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 \\ z = 3 - t \end{cases} \\ \text{C} \quad d: & \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 \\ z = 3 + t \end{cases} & \text{D} \quad d: & \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases} & \text{B} \quad & \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1; 1; -1)$, $Q(2; 3; 2)$.

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2} \\ \textcircled{B} \quad & \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3} \\ \textcircled{C} \quad & \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1} \\ \textcircled{D} \quad & \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3} \end{aligned}$$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với (d) là

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3} \\ \textcircled{B} \quad & \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3} \\ \textcircled{C} \quad & \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3} \\ \textcircled{D} \quad & \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2} \end{aligned}$$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(2; 4; 6)$. Phương trình nào sau đây **không** phải là của đường thẳng Δ ?

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \begin{cases} x = -5 - 2t \\ y = -10 - 4t \\ z = -15 - 6t \end{cases} \quad \textcircled{B} \quad \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases} \\ \textcircled{C} \quad & \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 6t \end{cases} \quad \textcircled{D} \quad \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc mặt phẳng (P) có phương trình là

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 7 + 3t \end{cases} \\ \textcircled{B} \quad & \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 7t \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{C} \quad & \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 7t \end{cases} \\ \textcircled{D} \quad & \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 7t \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1} \\ \textcircled{B} \quad & d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1} \\ \textcircled{C} \quad & d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1} \\ \textcircled{D} \quad & d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2} \end{aligned}$$

Câu 19. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4} \\ \textcircled{B} \quad & \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6} \\ \textcircled{C} \quad & \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2} \\ \textcircled{D} \quad & \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6} \end{aligned}$$

Câu 20. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường vuông góc chung Δ của hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = -3t \\ y = t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2} \\ \textcircled{B} \quad & \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1} \\ \textcircled{C} \quad & \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1} \\ \textcircled{D} \quad & \frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{1} \end{aligned}$$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 3 \end{cases} & \text{B} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases} \\ \text{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 3 + t \end{cases} & \text{D} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t. \\ z = -3 \end{cases} \end{array}$$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 3)$, $B(-10; -5; -1)$, $C(-3; -9; 10)$. Phương trình đường phân giác kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là

$$\begin{array}{l} \text{A} \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3} \\ \text{B} \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{7} \\ \text{C} \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1} \\ \text{D} \frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-3}{1} \end{array}$$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1, -1, 2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t, \\ z = 6 + 6t \end{cases}$

$d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

$$\begin{array}{l} \text{A} \frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9} \\ \text{B} \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z+2}{9} \\ \text{C} \frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14} \\ \text{D} \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9} \end{array}$$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

$$\begin{array}{l} \text{A} \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7} \\ \text{B} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7} \\ \text{C} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7} \\ \text{D} \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7} \end{array}$$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có

phương trình là

$$\begin{array}{l} \text{A} \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1} \\ \text{B} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1} \\ \text{C} \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1} \\ \text{D} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1} \end{array}$$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; 3)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ . Phương trình đường thẳng } \Delta$$

đi qua A , vuông góc và cắt đường thẳng d là

$$\begin{array}{l} \text{A} \Delta: \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-2} \\ \text{B} \Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2} \\ \text{C} \Delta: \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2} \\ \text{D} \Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2} \end{array}$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng vuông góc với d ?

$$\begin{array}{ll} \text{A} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1} & \text{B} \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1} \\ \text{C} \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1} & \text{D} \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1} \end{array}$$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}, \quad d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 1. \end{cases}$$

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với cả d_1 và d_2 .

$$\begin{array}{ll} \text{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t. \\ z = 3 - t \end{cases} & \text{B} \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t. \\ z = 3 + 3t \end{cases} \\ \text{C} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - t. \\ z = 3 + t \end{cases} & \text{D} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t. \\ z = 3 - 3t \end{cases} \end{array}$$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) là

$$\begin{aligned} \text{A } d: & \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t. \\ z = 1 + t \end{cases} & \text{B } d: & \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 2t. \\ z = 1 + 2t \end{cases} \\ \text{C } d: & \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t. \\ z = 1 + 3t \end{cases} & \text{D } d: & \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t. \\ z = 1 + t \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là

$$\begin{aligned} \text{A } \frac{x-2}{3} &= \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-7}. \\ \text{B } \frac{x-1}{3} &= \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}. \\ \text{C } \frac{x-1}{1} &= \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}. \\ \text{D } \frac{x+1}{1} &= \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}. \end{aligned}$$

2.2. Mức độ vận dụng

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A } \frac{x+1}{-1} &= \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}. \\ \text{B } \frac{x-1}{3} &= \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}. \\ \text{C } \frac{x-1}{1} &= \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}. \\ \text{D } \frac{x-1}{1} &= \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}. \end{aligned}$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$, các đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và $\Delta': \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua A , cắt đường thẳng Δ và tạo với đường thẳng Δ' một góc α sao cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{A } d: & \begin{cases} x = 2 + 12t \\ y = 1 + 12t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ hoặc } d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} \\ \text{B } d: & \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C } d: & \begin{cases} x = 2 + 12t \\ y = -1 + 12t \\ z = 1 - t \end{cases} \text{ hoặc } d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} \\ \text{D } d: & \begin{cases} x = 2 + 12t \\ y = 1 + 12t. \\ z = 1 + t \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A } \frac{x-1}{2} &= \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{7}. \\ \text{B } \frac{x-1}{2} &= \frac{y+1}{7} = \frac{z-1}{4}. \\ \text{C } \frac{x-1}{7} &= \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}. \\ \text{D } \frac{x-1}{7} &= \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}. \end{aligned}$$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 1)$ và hai mặt phẳng $(P), (Q)$ lần lượt có phương trình là $x - 3z + 1 = 0$, $2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua I và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A } \frac{x-1}{-2} &= \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{5}. \\ \text{B } \frac{x-1}{6} &= \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}. \\ \text{C } \frac{x-1}{2} &= \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-5}. \\ \text{D } \frac{x-1}{6} &= \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$, $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A } \frac{x-1}{1} &= \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}. \\ \text{B } \frac{x-2}{1} &= \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}. \\ \text{C } \frac{x-3}{1} &= \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}. \\ \text{D } \frac{x-1}{3} &= \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}. \end{aligned}$$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên

mặt phẳng (Oxz). Tìm phương trình tham số của Δ trong các phương trình sau:

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
- (B) $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
- (C) $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 0 \\ z = 6 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
- (D) $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt và vuông góc với đường thẳng d là

- (A) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}.$
- (B) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}.$
- (C) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}.$
- (D) $\frac{x-2}{-3} = \frac{-y+1}{-4} = \frac{z}{-2}.$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxz). Tìm phương trình tham số của Δ trong các phương trình sau

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
- (B) $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
- (C) $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 0 \\ z = 6 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$
- (D) $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

- (A) $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{3}.$
- (B) $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}.$
- (C) $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-1}{4}.$
- (D) $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}.$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

- (A) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}.$
- (B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}.$
- (C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}.$
- (D) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}.$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2; 1; 0)$, $B(3; 0; 2)$, $C(4; 3; -4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A .

- (A) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 0. \end{cases}$
- (B) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = t. \end{cases}$
- (C) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 0. \end{cases}$
- (D) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = t. \end{cases}$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng (α): $2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ đi qua M , nằm trên mặt phẳng (α) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài AB lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng Δ .

- (A) $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}.$
- (B) $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}.$
- (C) $\frac{x+3}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{8}.$
- (D) $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}.$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-3}{2}$. Viết phương trình đường phân giác của những góc tù tạo bởi d_1, d_2 .

- A** $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-3}{4}$.
B $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.
C $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.
D $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm

$A(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm

phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của cạnh MN .

- A** $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.
B $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
C $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.
D $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$.
C $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại B sao cho diện tích OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

- A** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$.
C $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 3 + t' \\ z = 0 \end{cases}$. Phương

trình đường thẳng đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

- A** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$.
B $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.
C $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$.
D $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1)$, $B(-3; 2; 0)$, $C(2; 2; 3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A** $P(-1; 2; -2)$. **B** $M(-1; 3; 4)$.
C $N(0; 3; -2)$. **D** $Q(-5; 3; 3)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

- A** $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$ **B** $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$
C $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$ **D** $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - 2z + 12 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình là

- A** $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-2}$.
B $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{2}$.
C $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$.
D $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-2}$.

3. Tìm tọa độ điểm liên quan đến đường thẳng

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A** $Q(2; -1; 2)$. **B** $M(-1; -2; -3)$.

C $P(1; 2; 3)$.

D $N(-2; 1; -2)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ là

A $(0; 2; 3)$.

B $(0; 0; -2)$.

C $(0; 0; 2)$.

D $(0; -2; -3)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $(2; 1; 3)$.

B $(3; 1; 2)$.

C $(3; 2; 3)$.

D $(3; 1; 3)$.

Câu 4. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$. Điểm M nằm trên Δ thì tọa độ của M có dạng nào sau đây?

A $M(a+x_0t; b+y_0t; c+z_0t)$.

B $M(at; bt; ct)$.

C $M(x_0+at; y_0+bt; z_0+ct)$.

D $M(x_0t; y_0t; z_0t)$.

Câu 5. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$ tại điểm $I(a; b; c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A 7.

B 3.

C 9.

D 5.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A $M(3; -2; -4)$.

B $N(1; -1; -2)$.

C $P(-1; 0; 0)$.

D $Q(-3; 1; -2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $(1; -1; 2)$.

B $(-3; 2; 1)$.

C $(3; 2; 1)$.

D $(3; -2; -1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$?

A $P(3; -2; -1)$.

B $N(2; 1; 5)$.

C $M(1; -3; 4)$.

D $Q(4; 1; 3)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng d không đi qua điểm nào sau đây?

A $Q(-1; -1; 6)$.

B $N(2; 3; -1)$.

C $P(3; 5; 4)$.

D $M(1; 2; 5)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua điểm nào sau đây?

A $M(2; 1; -2)$.

B $P(4; 1; -4)$.

C $Q(3; 1; -5)$.

D $N(0; 1; 4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A ?

A $\Delta_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

B $\Delta_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C $\Delta_3: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

D $\Delta_4: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A $M(1; 2; -1)$.

B $N(3; 2; -1)$.

C $P(3; -2; -1)$.

D $Q(-3; -2; 1)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A $(3; -1; 4)$.

B $(-1; 1; 2)$.

C $(1; 0; 3)$.

D $(3; -1; 2)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Trong các điểm có tọa độ dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng Δ ?

A $(1; 4; -5)$.

B $(-1; -4; 3)$.

(C) $(2; 1; 1)$.

(D) $(-5; -2; -8)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(-2; 3; 1)$.

(B) $M(4; 7; 0)$.

(C) $P(1; 5; 2)$.

(D) $N(-5; 1; 0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(-1; 2; 2)$.

(B) $M(-1; 0; 3)$.

(C) $M(0; 2; -1)$.

(D) $M(1; -2; -2)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$?

(A) $P(1; 1; 2)$.

(B) $N(2; -1; 2)$.

(C) $Q(-2; 1; -2)$.

(D) $M(-2; -2; 1)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

(A) $P(1; 2; 5)$.

(B) $N(1; 5; 2)$.

(C) $Q(-1; 1; 3)$.

(D) $M(1; 1; 3)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

(A) $M(-1; -2; 0)$.

(B) $M(-1; 1; 2)$.

(C) $M(2; 1; -2)$.

(D) $M(3; 3; 2)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M_1(1; 5; 4)$.

(B) $M_2(-1; -2; -5)$.

(C) $M_3(0; 3; -1)$.

(D) $M_4(1; 2; -5)$.

Câu 21. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$?

(A) $M(0; -3; -1)$.

(B) $M(3; 0; 2)$.

(C) $M(2; 3; 1)$.

(D) $M(6; -3; 2)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

(A) $A(-2; 2; 0)$.

(B) $B(2; 2; 0)$.

(C) $C(-3; 0; 3)$.

(D) $D(3; 0; 3)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d ?

(A) $E(2; -2; 3)$.

(B) $N(1; 0; 1)$.

(C) $F(3; -4; 5)$.

(D) $M(0; 2; 1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm có tọa độ?

(A) $P(-1; 0; 0)$.

(B) $Q(0; 2; 3)$.

(C) $K(0; 2; 0)$.

(D) $E(0; 0; 3)$.

Câu 25. Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $A(-1; 2; 0)$.

(B) $(-1; -3; 1)$.

(C) $(3; -1; -1)$.

(D) $(1; -2; 0)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

(A) $(-1; 2; -3)$.

(B) $(1; -2; 3)$.

(C) $(-3; 4; 5)$.

(D) $(3; -4; -5)$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (ABC) . Độ dài đoạn thẳng OM bằng

(A) $2\sqrt{2}$.

(B) 3.

(C) $\sqrt{6}$.

(D) $\sqrt{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

(A) $(6; -7; 0)$.

(B) $(3; -2; -1)$.

(C) $(-3; 8; -3)$.

(D) $(0; 3; -2)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 0; 1)$

lên đường thẳng (Δ) : $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ là

- (A) $(2; 4; 6)$. (B) $(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$.
(C) $(0; 0; 0)$. (D) $(\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7})$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -1)$ lên mặt phẳng (α) : $x + y + z = 0$ là

- (A) $(-2; 1; 1)$. (B) $(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3})$.
(C) $(1; 1; -2)$. (D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4})$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1; 0; 3)$ theo phương véc-tơ $\vec{v} = (1; -2; 1)$ trên mặt phẳng (P) : $x - y + z + 2 = 0$ có tọa độ là

- (A) $(2; -2; -2)$. (B) $(-1; 0; 1)$.
(C) $(-2; 2; 2)$. (D) $(1; 0; -1)$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng d : $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- (A) $Q(-2; -4; 7)$. (B) $N(4; 0; -1)$.
(C) $M(1; -2; 3)$. (D) $P(7; 2; 1)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d : $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng (P) : $x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của MN . Một véc-tơ chỉ phương của Δ là.

- (A) $\vec{u} = (2; 3; 2)$. (B) $\vec{u} = (1; -1; 2)$.
(C) $\vec{u} = (-3; 5; 1)$. (D) $\vec{u} = (4; 5; -13)$.

Câu 34. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của A trên Δ là

- (A) $M(3; -1; 2)$. (B) $H(11; -17; 18)$.
(C) $K(2; 1; 0)$. (D) $N(1; 3; -2)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 6)$, $B(-3; 1; -2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- (A) 2. (B) 3. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 36. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng (d) : $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$.

- (A) $(0; 1; 1)$. (B) $(2; 1; 2)$.
(C) $(2; -1; -2)$. (D) $(2; -2; -1)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1; 1; 1)$ lên đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$.

- (A) $H(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3})$. (B) $H(1; 1; 1)$.
(C) $H(0; 0; -1)$. (D) $H(1; 1; 0)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 2)$, $B(-1; 2; 4)$ và đường thẳng d : $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm $M(a; b; c) \in d$ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$. Tính $a + b + c$.

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d : $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d .

- (A) $(-1; 0; 4)$. (B) $(7; 1; -1)$.
(C) $(2; 1; -2)$. (D) $(0; 2; -5)$.

Câu 40. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; -1)$ là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) . Tổng $a + b$ bằng

- (A) 3. (B) -1. (C) -3. (D) 2.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d : $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$, $A(2; 1; 4)$. Gọi $H(a; b; c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T = a^3 + b^3 + c^3$.

- (A) $T = 8$. (B) $T = 62$.
(C) $T = 13$. (D) $T = 45$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Trục tâm của tam giác ABC có tọa độ là

- (A) $(2; 1; 2)$. (B) $(4; 2; 4)$.
(C) $(\frac{4}{9}; \frac{2}{9}; \frac{4}{9})$. (D) $(\frac{2}{9}; \frac{1}{9}; \frac{2}{9})$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d : $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm

$A(-1; 3; 1)$, $B(0; 2; -1)$. Gọi $C(m; n; p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của $T = m + n + p$ bằng

- (A) $T = 0$. (B) $T = -1$.
(C) $T = -2$. (D) $T = 3$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + z - 3 = 0$. Biết rằng đỉnh C có cao độ âm. Tìm hoành độ của đỉnh A .

- (A) $\frac{3}{2}$. (B) 3 . (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{5}{2}$.

Câu 45. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P) . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI = 4\sqrt{14}$.

- (A) $M(4; 7; -11)$, $M(-3; -7; 13)$.
(B) $M(5; 9; -11)$, $M(-3; -7; 13)$.
(C) $M(5; 9; -11)$, $M(3; 7; -13)$.
(D) $M(5; 9; -11)$.

4. Góc

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- (A) 60° . (B) 30° . (C) 120° . (D) 45° .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- (A) 30° . (B) 60° . (C) 150° . (D) 120° .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - z \sin \alpha + \cos \alpha = 0$, $(Q): y - z \cos \alpha - \sin \alpha = 0$, $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$. Góc giữa (d) và trục Oz là

- (A) 30° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 90° .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, góc tạo bởi

đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 1 = 0$ có số đo bằng

- (A) 30° . (B) 60° . (C) 90° . (D) 45° .

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- (A) 60° . (B) 120° . (C) 150° . (D) 30° .

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x - y - 11 = 0$ bằng bao nhiêu?

- (A) 45° . (B) 30° . (C) 90° . (D) 60° .

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.
(B) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
(C) $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$.
(D) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\cos \alpha = \frac{4}{9}$. (B) $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$.
(C) $\sin \alpha = \frac{4}{9}$. (D) $\sin \alpha = -\frac{4}{9}$.

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x - 2y - 6z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Δ song song với (α) .
(B) Δ nằm trên (α) .
(C) Δ vuông góc với (α) .
(D) Δ cắt và không vuông góc với (α) .

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 + t \\ z = 4 + \sqrt{2}t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): x - y + \sqrt{2}z - 7 = 0$. Hãy xác định góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A** 90° . **B** 45° . **C** 30° . **D** 60° .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

- A** $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.
B $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.
C $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.
D $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O , nằm trên mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

- A** $\frac{2}{5}$. **B** $\frac{1}{5}$. **C** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3x-1}{x+2}$, $f(0) = 1$, $f(-4) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(2) + f(-3)$ bằng

- A** 12. **B** $3 - 20 \ln 2$.
C $\ln 2$. **D** $10 + \ln 2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + t' \\ y = 3 \\ z = 1 - t' \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 là

- A** $\vec{m} = (1; -1; 0)$. **B** $\vec{k} = (1; 1; 0)$.
C $\vec{p} = (2; -2; -4)$. **D** $\vec{q} = (1; 1; -2)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - z \cdot \sin \alpha + \cos \alpha = 0$ và $(Q): y - z \cdot \cos \alpha - \sin \alpha = 0$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Góc giữa d và trục Oz là

- A** 30° . **B** 45° . **C** 60° . **D** 90° .

5. Khoảng cách

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng d .

- A** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **B** $\sqrt{5}$. **C** $2\sqrt{5}$. **D** $3\sqrt{5}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 5z + 4 = 0$ và điểm $A(2; -1; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P) .

- A** $d = \frac{24}{\sqrt{30}}$. **B** $d = \frac{23}{\sqrt{11}}$.
C $d = \frac{20}{\sqrt{30}}$. **D** $d = \frac{24}{\sqrt{14}}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-1; 4; 2)$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BC .

- A** $\sqrt{6}$. **B** $\sqrt{2}$. **C** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$.

- A** $\frac{2\sqrt{110}}{55}$. **B** $\frac{\sqrt{110}}{23}$.
C $\frac{\sqrt{55}}{7}$. **D** $\frac{\sqrt{11}}{3}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) là

- A** $\frac{2}{3}$. **B** $\frac{8}{3}$. **C** $\frac{2}{9}$. **D** 1.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa trục Oz và mặt phẳng $(P): x - y - 2 = 0$ bằng

- A** $\frac{1}{2}$. **B** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C** $\sqrt{2}$. **D** 2.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ bằng

- Ⓐ $2\sqrt{3}$. Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Ⓒ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ $\sqrt{3}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ bằng}$$

- Ⓐ $\sqrt{6}$. Ⓑ $2\sqrt{14}$. Ⓒ $2\sqrt{6}$. Ⓓ $\sqrt{14}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$ và đường thẳng Δ có

$$\text{phương trình } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 4t \end{cases}. \text{ Khoảng cách giữa}$$

đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

- Ⓐ $-\frac{4}{3}$. Ⓑ $\frac{4}{3}$. Ⓒ $\frac{2}{3}$. Ⓓ $\frac{4}{9}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 4t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + t \end{cases}$ và

mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$ bằng

- Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d': \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Khoảng cách giữa d và d' bằng

- Ⓐ $\frac{3}{2}$. Ⓑ $\sqrt{2}$. Ⓒ $\sqrt{3}$. Ⓓ 2.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và mặt phẳng Oyz . Tính OM .

- Ⓐ $OM = 5$. Ⓑ $OM = 7$.
Ⓒ $OM = \sqrt{14}$. Ⓓ $OM = 3$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 6; 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M \in d$.

- Ⓐ $5\sqrt{3}$. Ⓑ 6. Ⓒ $4\sqrt{2}$. Ⓓ $\sqrt{30}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4; 3; 2)$ đến trục Ox là

- Ⓐ $h = 4$. Ⓑ $h = \sqrt{13}$.
Ⓒ $h = 3$. Ⓓ $h = 2\sqrt{5}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 5 = 0$ và điểm

$A(1; -3; 1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- Ⓐ $\frac{8}{9}$. Ⓑ $\frac{8}{29}$. Ⓒ $\frac{3}{\sqrt{29}}$. Ⓓ $\frac{8}{\sqrt{29}}$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; 1)$. Tính khoảng cách từ A đến trục Oy .

- Ⓐ 2. Ⓑ $\sqrt{10}$. Ⓒ 3. Ⓓ 10.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$$d': \begin{cases} x = 2t' \\ y = -1 + t' \\ z = t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}. \text{ Khoảng cách giữa hai}$$

đường thẳng d và d' là

- Ⓐ $\frac{1}{\sqrt{14}}$. Ⓑ $\sqrt{7}$. Ⓒ $\sqrt{14}$. Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{7}}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ A đến trục Oy bằng

- Ⓐ 10. Ⓑ $\sqrt{10}$. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Điểm A nào dưới đây thuộc d và thỏa mãn khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng 3?

- Ⓐ $A(4; -2; 1)$. Ⓑ $A(2; -1; 0)$.
Ⓒ $A(-2; 1; -2)$. Ⓓ $A(0; 0; -1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-4}{3}$ và trục Ox .

- Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến

$$\text{đường thẳng } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}.$$

- Ⓐ $\sqrt{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ $2\sqrt{2}$. Ⓓ 3.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$ và đường thẳng Δ

có phương trình tham số $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

A $-\frac{4}{3}$. **B** $\frac{4}{3}$. **C** $\frac{2}{3}$. **D** $\frac{4}{9}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 6 = 0$, điểm $A(2; 4; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng MA .

- A** $M(-1; 3; 2)$.
B $M(1; 2; 3)$ hoặc $M(17; 6; 11)$.
C $M(17; -6; 11)$.
D $M(1; 2; 3)$ hoặc $(17; -6; 11)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục hoành bằng

- A** $\sqrt{13}$. **B** $\sqrt{5}$. **C** $\sqrt{10}$. **D** 1.

Câu 25. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 4)$, $B(3; -3; 2)$. Gọi K là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) . Tính tỉ số $t = \frac{KA}{KB}$.

- A** $t = 1$. **B** $t = \frac{3}{2}$. **C** $t = 2$. **D** $t = \frac{2}{3}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$;

$d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao

cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S .

- A** -11. **B** 12. **C** -12. **D** 11.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Biết điểm $A(a; b; c)$, $(c < 0)$ là điểm nằm trên đường thẳng d và cách (P) một khoảng bằng 1. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A** $S = 2$. **B** $S = -\frac{2}{5}$.
C $S = 4$. **D** $S = \frac{12}{5}$.

6. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α) .

- A** $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$.
B $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$.
C $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$.
D $d_4: \begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

- A** $M(0; 2; 3)$. **B** $M(0; 0; -2)$.
C $M(0; 0; 2)$. **D** $M(0; -2; -3)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm M , nhận véc-tơ $\vec{a}$ làm véc-tơ chỉ phương và đường thẳng d' đi qua điểm M' , nhận véc-tơ $\vec{a}'$ làm véc-tơ chỉ phương. Điều kiện để đường thẳng d song song với d' là

- A** $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}$.
B $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \in d' \end{cases}$.
C $\begin{cases} \vec{a} = \vec{a}' \\ M \in d' \end{cases}$.
D $\begin{cases} \vec{a} \neq k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây vuông góc với đường thẳng d .

- A** $(T): x + y + 2z + 1 = 0$.
B $(P): x - 2y + z + 1 = 0$.
C $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.
D $(R): x + y + z + 1 = 0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $(\alpha) \parallel (Oxy)$. (B) $(\alpha) \parallel Oz$.
(C) $Oz \subset (\alpha)$. (D) $Oy \subset (\alpha)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d ?

- (A) $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.
(B) $(P): x - 2y + z + 1 = 0$.
(C) $(R): x + y + z + 1 = 0$.
(D) $(T): x + y + 2z + 1 = 0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): z - 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) $(\alpha) \parallel (Oxy)$. (B) $(\alpha) \perp Oy$.
(C) $(\alpha) \parallel Ox$. (D) $(\alpha) \perp Oz$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P) .
(B) $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P) .
(C) d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.
(D) d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{4}$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) d cắt và không vuông góc với (P) .
(B) d vuông góc với (P) .
(C) d song song với (P) .
(D) d nằm trong (P) .

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và $d': \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$. Vị trí tương đối của d và d' là

- (A) song song. (B) trùng nhau.
(C) chéo nhau. (D) cắt nhau.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt

phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

- (A) $(P): x - y + 2z = 0$.
(B) $(P): x - 2y - 2 = 0$.
(C) $(P): x + y + 2z = 0$.
(D) $(P): x - y - 2z = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

- (A) $x + 2y - 5 = 0$.
(B) $2x + y - z + 4 = 0$.
(C) $-2x - y + z - 4 = 0$.
(D) $-2x - y + z + 4 = 0$.

Câu 13. Đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- (A) $(\alpha_1): 4x + 2y + 6z - 2018 = 0$.
(B) $(\alpha_2): 2x + y - 3z - 2017 = 0$.
(C) $(\alpha_3): 3x + y + 2z - 2017 = 0$.
(D) $(\alpha_4): 2x - y + 3z - 2018 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $\Delta': \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Δ trùng với Δ' .
(B) Δ và Δ' chéo nhau.
(C) Δ và Δ' song song với nhau.
(D) Δ cắt Δ' .

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và $d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

- (A) Chéo nhau. (B) Trùng nhau.
(C) Song song. (D) Cắt nhau.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0, (Q): 2x + y - z - 4 = 0$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $d \parallel (P)$. (B) $d \parallel (Q)$.
(C) $(P) \cap (Q) = d$. (D) $d \perp (P)$.

Câu 17. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-m}{1} = \frac{z+2}{-1}$ (với m là tham số).

Tìm m để hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau.

- (A) $m = 9$. (B) $m = 4$.
(C) $m = 5$. (D) $m = 7$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là

- (A) $2x - y + 2z + 7 = 0$.
(B) $2x - y + 2z - 7 = 0$.
(C) $2x - y + 2z + 9 = 0$.
(D) $2x - y + 2z - 9 = 0$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $(2; 3; 3)$. (B) $(5; 6; 8)$.
(C) $(0; 1; 3)$. (D) $(1; -2; 0)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ và $(d_2): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình là

- (A) $14x - 4y - 8z + 1 = 0$.
(B) $14x - 4y - 8z + 3 = 0$.
(C) $14x - 4y - 8z - 3 = 0$.
(D) $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

Câu 21. Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$. Khi đó tổng $T = a + b + c$ bằng

- (A) 5. (B) 4. (C) 6. (D) 2.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng

$(\alpha): 2x - 3y - z + 5 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng song song với mặt phẳng (α) ?

- (A) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$.
(B) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$.
(C) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$.
(D) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- (A) d cắt (P) . (B) $d \parallel (P)$.
(C) $d \subset (P)$. (D) $d \perp (P)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ bằng

- (A) $\frac{3}{\sqrt{14}}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$. (D) 0.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .
(B) Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
(C) Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
(D) Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): -x + m^2y + mz + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để d song song với (α) .

- (A) $m = 1$ hoặc $m = -\frac{2}{3}$.
(B) $m = 1$.
(C) $m = -\frac{2}{3}$.
(D) Không tồn tại m .

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa

độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(P): x+my+(m^2-1)z-7=0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$.
(C) $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$. (D) $m = 2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) d cắt (P) . (B) $d \subset (P)$.
(C) $d \parallel (P)$. (D) $d \perp (P)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) d song song với (P) .
(B) d nằm trong (P) .
(C) d cắt và không vuông góc với (P) .
(D) d vuông góc với (P) .

Câu 30. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x + (2m-1)y - m^2z - 1 = 0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d \parallel (\alpha)$ là

- (A) $\{-1; 3\}$. (B) $\{-1\}$.
(C) $\{3\}$. (D) $\emptyset$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

- (A) $2x - y + 3z + 3 = 0$.
(B) $x + 2y - z - 3 = 0$.
(C) $x + 2y - z + 3 = 0$.
(D) $2x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$

và $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng (Δ) . Một véc-tơ chỉ phương của (Δ) có tọa độ là

- (A) $\vec{u} = (0; -3; 3)$. (B) $\vec{u} = (1; 1; -1)$.
(C) $\vec{u} = (0; 1; 1)$. (D) $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Câu 33. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) d_1 và d_2 song song.
(B) d_1 và d_2 cắt nhau.
(C) d_1 và d_2 trùng nhau.
(D) d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 34. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 .
(B) Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .
(C) Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
(D) Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) $d \perp (P)$.
(B) $d \parallel (P)$.
(C) $d \subset (P)$.
(D) d hợp với P một góc 30° .

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- (A) d_1 và d_2 chéo nhau.
(B) d_1 và d_2 vuông góc với nhau.
(C) d_1 và d_2 cắt nhau.
(D) d_1 và d_2 trùng nhau.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + (m+3)y + (4m+3)z + 1 = 0$. Tìm giá trị của m sao cho $d \parallel (P)$.

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$.
(C) $m \neq -2$. (D) $m \in \emptyset$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 1)$ và $M(2; 1; 2)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) là

- (A) $\frac{15}{7}$. (B) 2. (C) $\frac{13}{7}$. (D) 3.

7. Bài toán liên quan giữa đường thẳng - mặt phẳng - mặt cầu

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

- (A) $2x - y + 3z + 8 = 0$.
(B) $2x + y - 3z + 8 = 0$.
(C) $2x - y + 3z - 8 = 0$.
(D) $2x + y - 3z - 8 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là

- (A) $x + y + z + 1 = 0$. (B) $x - y - z = 1$.
(C) $x + y + z = 1$. (D) $x + y + z = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(0; -3; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

- (A) $3x - 2y + z + 5 = 0$.
(B) $3x - 2y + z - 7 = 0$.
(C) $3x - 2y + z - 10 = 0$.
(D) $3x - 2y + z - 5 = 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d .

- (A) $(P): x - y - 2z = 0$.
(B) $(P): x - 2y - 2 = 0$.
(C) $(P): x + y + 2z = 0$.

(D) $(P): x - y + 2z = 0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{4}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y + z - 1 = 0$ là

- (A) $M(1; -1; 0)$. (B) $M(-1; 0; 1)$.
(C) $M(-1; 1; 0)$. (D) $M(1; 0; -1)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

- (A) $(P): x + 2y - 5 = 0$.
(B) $(P): 2x + y - z + 4 = 0$.
(C) $(P): -2x - y + z - 4 = 0$.
(D) $(P): -2x - y + z + 4 = 0$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

- (A) $x - y + z + 1 = 0$.
(B) $3x - y + 2z + 1 = 0$.
(C) $x + y + z - 1 = 0$.
(D) $3x + y - 2z - 1 = 0$.

Câu 8. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-2}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là

- (A) $(P): x + 4y + 3z - 12 = 0$.
(B) $(P): x + 8y + 5z + 16 = 0$.
(C) $(P): x + 8y + 5z - 16 = 0$.
(D) $(P): 2x + y - 6 = 0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

- (A) $(P): x - y + 2z = 0$.
(B) $(P): x - 2y - 2 = 0$.
(C) $(P): x - y - 2z = 0$.
(D) $(P): x + y + 2z = 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-2; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng qua A và d là

- A** $x + y - z + 4 = 0$.
B $2x - y + z + 2 = 0$.
C $x + y - z - 6 = 0$.
D $x + 2y + 3z - 9 = 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q) . Phương trình của $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$. Khi đó giá trị của m là

- A** 3. **B** $\frac{1}{3}$. **C** $-\frac{1}{3}$. **D** -3.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} =$

$$\frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Khoảng cách từ $A(-1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (P) là

- A** $\frac{13}{\sqrt{107}}$. **B** $\frac{5}{\sqrt{107}}$. **C** $\frac{\sqrt{15}}{3}$. **D** $\frac{13}{\sqrt{15}}$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

- A** $2x - 6y + 3z + 5 = 0$.
B $2x - 6y + 3z - 2 = 0$.
C $2x - 6y + 3z + 1 = 0$.
D $2x - 6y + 3z = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là

- A** $3x + 2y + z - 5 = 0$.
B $2x + y + 3z + 2 = 0$.
C $x + 2y + 3z + 1 = 0$.
D $2x + y + 3z - 2 = 0$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm

$P(3; 1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-2}{3}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng d ?

- A** $x - 4y + 3z + 3 = 0$.
B $x + 3y + 3z - 3 = 0$.
C $3x + y + 3z - 15 = 0$.
D $x + 3y + 3z - 15 = 0$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - y + 5z + 2 = 0$?

- A** $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{5}$.
B $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-3}$.
C $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{3}$.
D $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-5}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng (α) ?

- A** $2x - 3y - z - 7 = 0$.
B $x + y - z + 2 = 0$.
C $x + y + 2z - 4 = 0$.
D $2x - 3y - z + 7 = 0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đi qua hai điểm $A(-1; 2; 1), B(1; 3; 0)$. Bán kính của mặt cầu (S) là

- A** $R = \frac{2\sqrt{146}}{5}$. **B** $R = \frac{9\sqrt{6}}{5}$.
C $R = \frac{\sqrt{326}}{5}$. **D** $R = \frac{2\sqrt{66}}{5}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các điểm A, B . Độ dài đoạn thẳng AB là

- A** $3\sqrt{2}$. **B** $2\sqrt{6}$. **C** $2\sqrt{3}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân

biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

- A** 30. **B** 26. **C** 20. **D** 21.

Câu 21. Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Gọi Δ là hình chiếu của d trên (α) và $\vec{u}(1; a; b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b$.

- A** 0. **B** 1. **C** -1. **D** -2.

Câu 22. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 2 = 0$. Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) là

- A** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$ **B** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$
C $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$ **D** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

Câu 23. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1; 2; 1)$. Tìm bán kính của mặt cầu có tâm I nằm trên d , đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

- A** $R = 2$. **B** $R = 4$. **C** $R = 1$. **D** $R = 3$.

Câu 24. Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ cắt d tại các điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
B $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.
C $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
D $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a, b, c \in \mathbb{R}^+$. Biết mặt cầu (S) cắt 3 mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$ theo các giao tuyến

là các đường tròn có bán kính cùng bằng $\sqrt{13}$ và mặt cầu (S) đi qua $M(2; 0; 1)$. Tính $a + b + c$.

- A** 6. **B** 15. **C** 3. **D** 12.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x + ay + bz + c = 0$ ($c > 0$) song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A** 14. **B** 6. **C** -4. **D** -6.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0), B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

- A** $M(6; -4; -1)$. **B** $N(6; -4; 2)$.
C $P(6; -4; 3)$. **D** $Q(6; -4; 1)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 5; 3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10 + 2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S) ?

- A** $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 100$.
B $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 7$.
C $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$.
D $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 28$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3; 0; 0), B(0; 0; 3), C(0; -3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất. Khi đó tổng $a + 10b + 100c$ bằng

- A** 300. **B** -267. **C** 237. **D** -270.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm của MN , biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; 2)$. Khi đó tổng $a + b$ bằng

- A** 0. **B** 10. **C** 5. **D** -5.