

Họ, tên thí sinh:..... SBD.....

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{17a}{2}$

B. $R = 6a$

C. $R = \frac{13a}{2}$

D. $R = \frac{5a}{2}$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1; 3; 2)$

B. $(2; 6; 4)$

C. $(2; -1; 5)$

D. $(4; -2; 10)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			$+\infty$

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

D. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) là:

A. $\mathbb{R}$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 5: Hàm số $y = x \ln x$ đồng biến trên khoảng:

A. $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 6: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m < 6$

B. $m \geq 6$

C. $m > 6$

D. $m \leq 6$

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22.

B. 17.

C. 12.

D. 250.

Câu 8: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$

là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Câu 9: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = a^3$.

Câu 10: Hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ có tập xác định là:

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; 3)$.

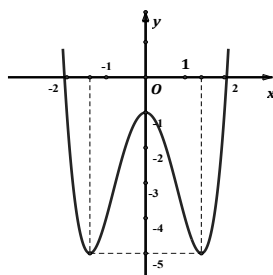
Câu 11: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A. $\min_{x \in [-1; 2]} y = -2, \max_{x \in [-1; 2]} y = 10$. B. $\min_{x \in [-1; 2]} y = -10, \max_{x \in [-1; 2]} y = 2$.
C. $\min_{x \in [-1; 2]} y = -7, \max_{x \in [-1; 2]} y = 1$. D. $\min_{x \in [-1; 2]} y = -10, \max_{x \in [-1; 2]} y = -2$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(3; 5; 1)$. B. $(3; 4; 1)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(-1; -2; 3)$.

Câu 13: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + 4x^2 - 1$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = x^4 - 4x^2 - 1$.

Câu 14: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

- A. 2^{34} B. A_{34}^2 C. 34^2 D. C_{34}^2

Câu 15: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = 3\sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. D. $V = a^3$.

Câu 16: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 + x^2 - 2x - 1$. B. $y = x - \cos x$.
C. $y = x^3 + 3x - 4$. D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 + x - 3$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.
B. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
C. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.
D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.
C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Câu 19: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có hai điểm cực trị A và B . Khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng:

- A. $2\sqrt{5}$. B. 5. C. 20. D. 2.

Câu 20: Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}, x = 1$. B. $y = 1, x = 2$. C. $y = 2, x = 1$. D. $y = 1, x = \frac{1}{2}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

- A. Hàm số có tiệm cận đứng là $y = 1$. B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số có tiệm cận ngang là $x = 2$. D. Hàm số không có cực trị.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = x - \frac{4}{x}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.
C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào?

x		1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x$. B. $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$. D. $y = x^3 + 3x^2 - 3x$.

Câu 24: Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ có nghiệm là:

- A. vô nghiệm. B. $x = 1; x = 4$. C. $x = -1; x = 4$. D. $x = 2$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường cong $y = \frac{4x^2 - m}{x^2 - 4x + 3}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. $m \notin \{4; 36\}$. B. $m \notin \{3; 4\}$. C. $m \neq -1$. D. $m \notin \{2; 1\}$.

Câu 26: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 12\pi$ B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$ C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$ D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng.

- A. $-\frac{2}{15}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $-\frac{19}{36}$ D. $-\frac{35}{36}$

Câu 28: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$

Câu 29: Nếu $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$ thì:

A. $0 < a < 1, b > 1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $a > 1, 0 < b < 1$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Câu 30: Số nghiệm của phương trình: $\log_2 x \cdot \log_3 (2x-1) = 2 \cdot \log_2 x$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 31: Tìm giá trị của biểu thức sau: $A = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \cos \frac{\pi}{12}$

A. 3.

B. -2.

C. -1.

D. 2.

Câu 32: Ba bạn An, Bình, Công mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1027}{6859}$.

B. $\frac{2539}{6859}$.

C. $\frac{2287}{6859}$.

D. $\frac{109}{323}$.

Câu 33: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{6-8x}{x^2+1}$ trên tập xác định của hàm số là:

A. -2.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 8.

D. 10.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM} = 2$

B. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$

C. $\frac{AM}{BM} = 3$

D. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$

Câu 35: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$.

Câu 36: Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là:

A. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

D. a^3 .

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 38: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

A. $4\pi rl$

B. πrl

C. $2\pi rl$

D. $\frac{4}{3} \pi rl$

Câu 39: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi,

theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

C. $m = \frac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

D. $m = \frac{100.1,03}{3}$ (triệu đồng)

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Trong hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$

A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$

B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$

C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$

Câu 42: Số đỉnh của khối bát diện đều là:

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Câu 43: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa SC với đáy là 45° . Gọi N là trung điểm SA , h là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $N.ABC$. Biểu thức liên hệ giữa R và h là

A. $R = \frac{4}{5\sqrt{5}}h$.

B. $4R = \sqrt{5}h$.

C. $\sqrt{5}R = 4h$.

D. $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}h$.

Câu 45: Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H . Gọi T là giao điểm của tia HO với (S) , tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C) .

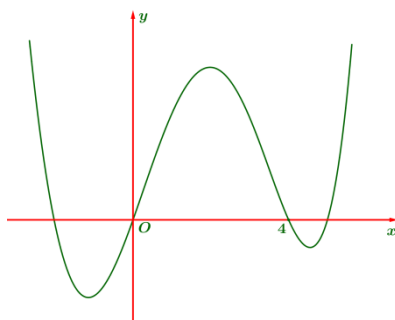
A. $V = \frac{32\pi}{3}$

B. $V = 32\pi$

C. $V = 16\pi$

D. $V = \frac{16\pi}{3}$

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



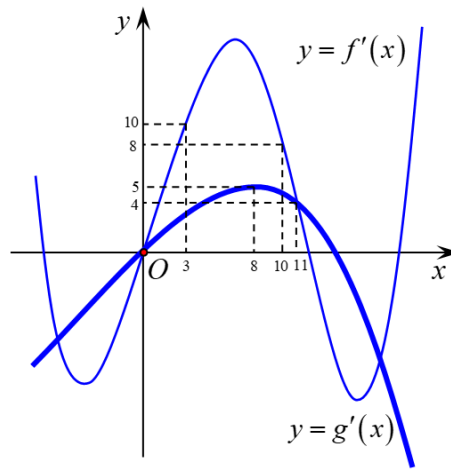
A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 11.

Câu 47: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó **đường cong đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f(x+4) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$ B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$ C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$ D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = -1$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

- A. 4. B. 2019. C. 2020. D. 6.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ THI MÔN TOÁN

Mã đề 101		Mã đề 102		Mã đề 103		Mã đề 104		Mã đề 105		Mã đề 106	
1	C	1	C	1	A	1	C	1	A	1	D
2	C	2	B	2	D	2	B	2	B	2	D
3	D	3	A	3	A	3	D	3	C	3	C
4	B	4	D	4	A	4	C	4	D	4	C
5	A	5	A	5	D	5	B	5	C	5	D
6	A	6	D	6	B	6	C	6	C	6	B
7	B	7	A	7	C	7	A	7	D	7	A
8	B	8	C	8	B	8	C	8	B	8	A
9	C	9	D	9	D	9	B	9	A	9	B
10	D	10	C	10	D	10	B	10	B	10	A
11	B	11	A	11	A	11	C	11	C	11	C
12	C	12	A	12	C	12	C	12	B	12	A
13	D	13	B	13	A	13	D	13	D	13	A
14	D	14	D	14	D	14	D	14	C	14	B
15	D	15	D	15	B	15	A	15	A	15	A
16	A	16	B	16	B	16	C	16	A	16	B
17	B	17	D	17	B	17	B	17	A	17	D
18	B	18	B	18	A	18	B	18	A	18	B
19	A	19	C	19	C	19	A	19	B	19	D
20	C	20	A	20	A	20	C	20	D	20	A
21	D	21	C	21	C	21	A	21	B	21	C
22	B	22	C	22	D	22	D	22	C	22	C
23	A	23	D	23	D	23	A	23	C	23	A
24	D	24	B	24	A	24	C	24	D	24	B
25	A	25	A	25	B	25	C	25	B	25	C
26	B	26	D	26	C	26	A	26	A	26	C
27	B	27	C	27	C	27	D	27	D	27	D
28	A	28	B	28	D	28	B	28	C	28	B
29	A	29	D	29	C	29	A	29	D	29	A
30	D	30	B	30	B	30	B	30	A	30	D
31	C	31	B	31	A	31	D	31	A	31	C
32	C	32	A	32	D	32	A	32	B	32	D
33	C	33	D	33	A	33	D	33	C	33	A
34	D	34	C	34	A	34	D	34	D	34	C
35	D	35	D	35	D	35	A	35	A	35	B

36	B	36	C	36	B	36	A	36	C	36	D
37	A	37	A	37	C	37	A	37	C	37	D
38	C	38	B	38	B	38	C	38	B	38	B
39	B	39	C	39	C	39	B	39	D	39	B
40	C	40	A	40	A	40	D	40	C	40	A
41	C	41	B	41	C	41	D	41	C	41	D
42	A	42	A	42	B	42	D	42	B	42	C
43	A	43	A	43	D	43	C	43	D	43	A
44	B	44	B	44	B	44	B	44	B	44	C
45	A	45	B	45	C	45	A	45	D	45	D
46	C	46	A	46	B	46	D	46	D	46	A
47	B	47	C	47	C	47	D	47	D	47	A
48	B	48	D	48	A	48	B	48	A	48	C
49	D	49	A	49	A	49	A	49	A	49	A
50	A	50	B	50	B	50	B	50	B	50	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU VD - VDC

Câu 1: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

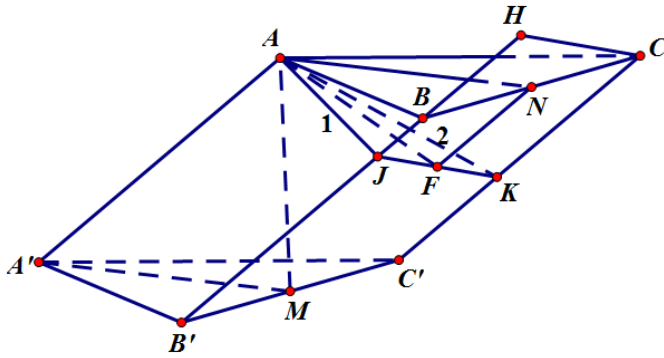
A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Lời giải



Gọi J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC' , H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'

Ta có $AJ \perp BB'$ (1).

$AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BB' \perp (AJK) \Rightarrow BB' \perp JK \Rightarrow JK \parallel CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.

Xét $\triangle AJK$ có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5$ suy ra $\triangle AJK$ vuông tại A .

Gọi F là trung điểm JK khi đó ta có $AF = JF = FK = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC , xét tam giác vuông ANF ta có:

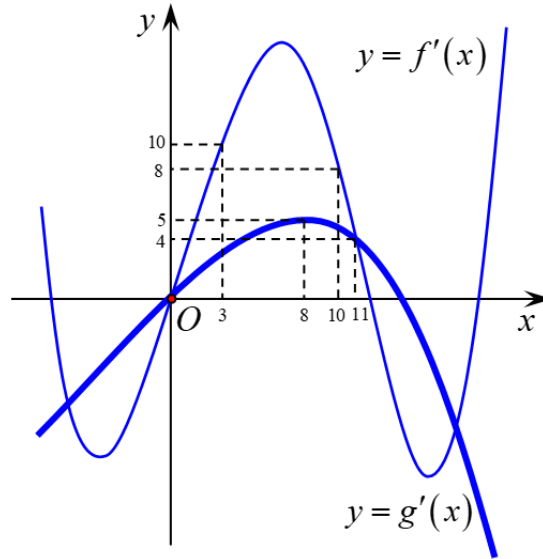
$$\cos \widehat{NAF} = \frac{AF}{AN} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ. (AN = AM = \sqrt{5} \text{ vì } AN \parallel AM \text{ và } AN = AM).$$

$$\text{Vậy ta có } S_{\triangle AJK} = \frac{1}{2} AJ \cdot AK = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \Rightarrow S_{\triangle AJK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AJK}}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{Xét tam giác } AMA' \text{ vuông tại } M \text{ ta có } \widehat{MAA'} = \widehat{AMF} = 30^\circ \text{ hay } AM = A'M \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AM.S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{15}}{3}.2 = \frac{2\sqrt{15}}{3}$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó **đường cong đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$.



Hàm số $h(x) = f\left(x+4\right) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$

B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$

C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$

D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$

Lời giải

Ta có $h'(x) = f'(x+4) - 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right)$.

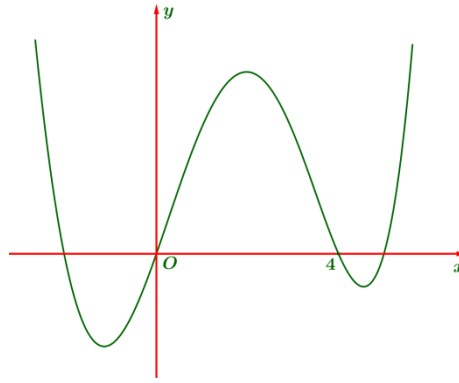
Hàm số $h(x) = f\left(x+4\right) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến $\Leftrightarrow h'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(x+4) - 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow f'(x+4) \geq 2g'\left(2x - \frac{3}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x+4 \leq 8 \\ 3 \leq 2x - \frac{3}{2} \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ 3 + \frac{3}{2} \leq 2x \leq 8 + \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{9}{2} \leq 2x \leq \frac{19}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{9}{4} \leq x \leq \frac{19}{4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \frac{9}{4} \leq x \leq \frac{19}{4}$.

Câu 3. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 11.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Ta có $g(x) = f(x^3 + 3x^2) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 6x) \cdot f'(x^3 + 3x^2)$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = a; a < 0 \\ x^3 + 3x^2 = b; 0 < b < 4 \\ x^3 + 3x^2 = c; c > 4 \end{cases}$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 6x$. Cho $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$h(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$

Ta có đồ thị của hàm $h(x) = x^3 + 3x^2$ như sau

Từ đồ thị ta thấy:

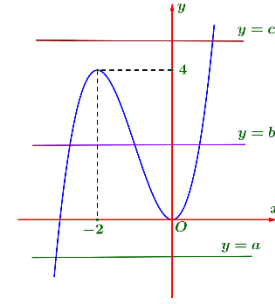
Đường thẳng $y = a$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y = b$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm.

Đường thẳng $y = c$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Như vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ có 7 cực trị.



Câu 4: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

C. $m = \frac{100 \cdot 1,03}{3}$ (triệu đồng)

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

Lời giải

Cách 1: Công thức: Vay số tiền A lãi suất $r\%$ / tháng. Hỏi trả số tiền a là bao nhiêu để n tháng hết nợ

$$a = \frac{A \cdot r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{100 \cdot 0,01 \cdot (1+0,01)^3}{(1+0,01)^3 - 1}.$$

Cách 2: Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

Hoàn nợ lần 1:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là : $100 \cdot 0,01 + 100 = 100,1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền dư : $100,1,01 - m$ (triệu đồng)

Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$(100,1,01 - m) \cdot 0,01 + (100,1,01 - m) = (100,1,01 - m) \cdot 1,01 = 100 \cdot (1,01)^2 - 1,01 \cdot m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100 \cdot (1,01)^2 - 1,01 \cdot m - m$ (triệu đồng)

Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$\left[100.(1,01)^2 - 1,01.m - m \right].1,01 = 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m$ (triệu đồng)

$$\Rightarrow 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3 . (1,01 - 1)}{\left[(1,01)^2 + 1,01 + 1 \right] . (1,01 - 1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 5. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019 .

B. 6 .

C. 2020 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có: $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1) + x+1 = 2y + 3^{2y}$. (1)

Đặt $\log_3(x+1) = t \Rightarrow x+1 = 3^t$.

Phương trình (1) trở thành: $t + 3^t = 2y + 3^{2y}$ (2)

Xét hàm số $f(u) = u + 3^u$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(u) = 1 + 3^u \ln 3 > 0, \forall u \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó (2) $\Leftrightarrow f(t) = f(2y) \Leftrightarrow t = 2y \Rightarrow \log_3(x+1) = 2y \Leftrightarrow x+1 = 9^y \Leftrightarrow x = 9^y - 1$

Vì $0 \leq x \leq 2020 \Rightarrow 0 \leq 9^y - 1 \leq 2020 \Leftrightarrow 1 \leq 9^y \leq 2021 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_9 2021$

($\log_3 2021 \approx 3,464$)

Do $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3\}$, có 4 giá trị của y nên cũng có 4 giá trị của x

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x; y)$.

Cách 2:

Ta có: $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1) + x+1 = 2y + 3^{2y}$

Xét hàm số $f(x) = \log_3(x+1) + x+1$ với $x \in [0; 2020]$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x+1)\ln 3} + 1 > 0, \forall x \in x \in [0; 2020] \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 2020]$.

Suy ra $f(0) \leq f(x) = \log_3(x+1) + x+1 \leq f(2020) \Leftrightarrow 1 \leq f(x) \leq \log_3 2021 + 2021$

$\Rightarrow 1 \leq 2y + 9^y \leq \log_3 2021 + 2021 < 2028$

Nếu $y < 0 \Rightarrow 2y + 9^y < 9^y < 9^0 = 1 \Rightarrow y \geq 0$

Khi đó $y \in \mathbb{N} \Rightarrow (2y + 9^y) \in \mathbb{N} \Rightarrow 2y + 9^y \leq 2027 \Rightarrow 9^y \leq 2027 - 2y \leq 2027$

$$\Rightarrow y \leq \log_9 2027 \approx 3,465 \Rightarrow y \leq 3 \Rightarrow 0 \leq y \leq 3$$

$\Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3\}$. Do $f(x)$ là hàm số luôn đồng biến nên với mỗi giá trị của y chỉ cho 1 giá trị của x .

$$+) y = 0 \Rightarrow \log_3(x+1) + x + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

$$+) y = 1 \Rightarrow \log_3(x+1) + x + 1 = 11 \Leftrightarrow \log_3(x+1) + x = 10 \Leftrightarrow x = 8$$

$$+) y = 2 \Rightarrow \log_3(x+1) + x + 1 = 85 \Leftrightarrow \log_3(x+1) + x = 84 \Leftrightarrow x = 80$$

$$+) y = 3 \Rightarrow \log_3(x+1) + x + 1 = 735 \Leftrightarrow \log_3(x+1) + x = 734 \Leftrightarrow x = 729$$

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x; y)$.

CÂU 6 : Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đặt. } \begin{cases} 3^{x^2-3x+2} = u \\ 3^{4-x^2} = v \end{cases} \Rightarrow u \cdot v = 3^{6-3x}. \text{ Khi đó phương trình trở thành}$$

$$mu + v = uv + m \Leftrightarrow m(u-1) - v(u-1) = 0 \Leftrightarrow (u-1)(m-v) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-3x+2} = 1 \\ 3^{2-x^2} = m (m > 0) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ 4 - x^2 = \log_3 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x^2 = 4 - \log_3 m \end{cases}$$

Để phương trình có ba nghiệm thì $x^2 = 4 - \log_3 m$ có một nghiệm khác 1; 2. Tức

$$\begin{cases} 4 - \log_3 m = 0 \Leftrightarrow m = 81 \\ 4 - \log_3 m = 1 \Leftrightarrow m = 27 \\ 4 - \log_3 m = 4 \Leftrightarrow m = 1 \end{cases} \text{ .Chọn C.}$$