

Tuyển tập

30 ĐỀ THI THPT QUỐC GIA

THEO CHƯƠNG TRÌNH MỚI NHẤT CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

môn TOÁN HỌC



Câu 1 (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$.

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$.

Câu 3 (1,0 điểm) a) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 2$.

b) Giải bất phương trình: $\log_2(2x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \leq 1$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian Oxyz, cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có A(1; 1; 1), B(1; 2; 1), C(1; 1; 2) và A'(2; 2; 1). Tìm tọa độ các đỉnh B', C' và viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, A'.

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Cho $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos 2\alpha$

b) Trong đợt ứng phó với dịch Zika, WHO chọn 3 nhóm bác sĩ đi công tác (mỗi nhóm 2 bác sĩ gồm 1 nam và 1 nữ). Biết rằng WHO có 8 bác sĩ nam và 6 bác sĩ nữ thích hợp trong đợt công tác này. Hãy cho biết WHO có bao nhiêu cách chọn.

Câu 7 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt đáy (ABCD), đáy ABCD là hình chữ nhật có $AD = 3a$, $AC = 5a$, góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (ABCD) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC).

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A, B và $AD = 2BC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường chéo BD và E là trung điểm của đoạn HD. Giả sử

$H(-1; 3)$, phương trình đường thẳng $AE: 4x + y + 3 = 0$ và $C\left(\frac{5}{2}; 4\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B và D của hình thang ABCD.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải bất phương trình $\sqrt{x+1} \geq \frac{x^2 - x - 2\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}$ trên tập hợp số thực.

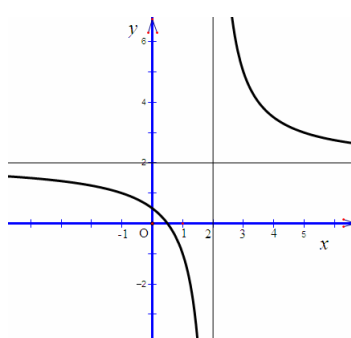
Câu 10 (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a^2b^2 + c^2b^2 + 1 \leq 3b$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{4b^2}{(1+2b)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$

----- Hết -----

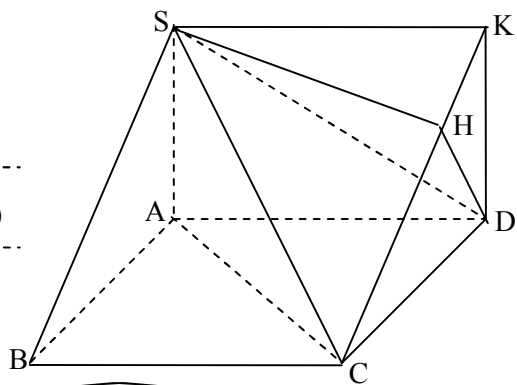
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

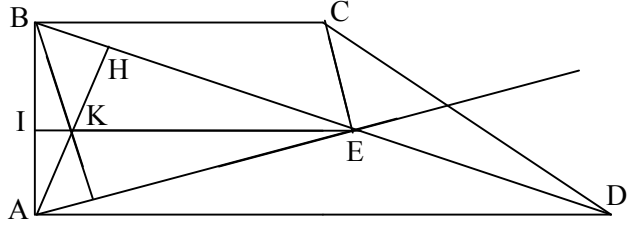
Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$	1,0												
	1. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ 2. Sự biến thiên. $y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \quad \forall x \in D$ Suy ra hàm số nghịch biến trong các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ Hàm số không có cực trị	0,5												
	Các giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ Suy ra $x = 2$ là tiệm cận đứng, $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị.	0,25												
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$-\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$-$</td><td></td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$-\infty$	y'	$-$		$-$	y	2		2	0,25
	x	$-\infty$	2	$-\infty$										
y'	$-$		$-$											
y	2		2											
3. Đồ thị: Giao với trục Ox tại $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, giao với trục Oy tại $\left(0; \frac{1}{2}\right)$, đồ thị có tâm đối xứng là điểm $I(2; 2)$ 	0,25													
2	Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$	1,0												
	Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$	0,25												
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [2; 5] \\ x = 3 \end{cases}$	0,25												
	Có $f(2) = 3; f(3) = 2; f(5) = 3$	0,25												
	Vậy $\max_{[2; 5]} f(x) = f(2) = f(5) = 3; \min_{[2; 5]} f(x) = f(3) = 2$	0,25												
3	a) Gọi $z = x + yi, \quad x, y \in \mathbb{R}$, ta có $ zi - (2 + i) = 2 \Leftrightarrow -y - 2 + (x-1)i = 2$	0,25												
	$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R=2$.	0,25												
	b)- ĐK: $x > 2$ - Khi đó bất phương trình có dạng: $\log_2(2x-1) + \log_2(x-2) \leq 1$	0,25												
	$\Leftrightarrow \log_2[(2x-1)(x-2)] \leq 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$													

Câu	Đáp án	Điểm
	- Kết hợp điều kiện ta có: $x \in \left(2; \frac{5}{2}\right]$	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-2)e^x dx$.	1,0
	Đặt $\begin{cases} u = x-2 \\ dv = e^x dx \end{cases}$ ta được $\begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$	0,5
	Do đó: $I = (x-2)e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = -e + 2 - e^x \Big _0^1 = 3 - 2e$	0,5
5	Tìm tọa độ điểm và...	1,0
	- Do ABC.A'B'C' là hình lăng trụ nên $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow B'(2; 3; 1)$	0,25
	Tương tự: $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C'(2; 2; 2)$	0,25
	- Gọi phương trình mặt cầu (S) cần tìm dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0, a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ Do A, B, C và A' thuộc mặt cầu (S) nên: $\begin{cases} 2a + 2b + 2c + d = -3 \\ 2a + 4b + 2c + d = -6 \\ 2a + 2b + 4c + d = -6 \\ 4a + 4b + 2c + d = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c = -\frac{3}{2} \\ d = 6 \end{cases}$	0,25
	- Do đó phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 6 = 0$	0,25
6	a) Ta có: $P = \frac{1 + \cos \alpha}{2} - (2 \cos^2 \alpha - 1)$	0,25
	$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{5}\right) - \left(2 \cdot \frac{9}{25} - 1\right) = \frac{27}{25}$	0,25
	b) Số cách chọn bác sĩ nam là $C_8^3 = 56$ Số cách chọn bác sĩ nữ là $C_6^3 = 20$	0,25
	Với 3 nam và ba nữ được chọn, ghép nhóm có 3! cách Vậy có $56 \cdot 20 \cdot 3! = 6720$ cách	0,25
7	Tính thể tích và...	1,0
	- Tính thể tích +) Ta có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 4a$ +) Mà $\left(\widehat{(SCD)}, \widehat{(ABCD)}\right) = \widehat{SDA} = 45^\circ$ nên $SA = AD = 3a$ Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 12a^3$ (đvtt)	0,25
	- Tính góc... +) Dựng điểm K sao cho $\overrightarrow{SK} = \overrightarrow{AD}$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên CK, khi đó: $DK \perp (SBC)$. Do đó: $\left(\widehat{(SD)}, \widehat{(SBC)}\right) = \widehat{DSH}$	0,25
	+) Mặt khác $DH = \frac{DC \cdot DK}{KC} = \frac{12a}{5}$, $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = 3a\sqrt{2}$ $SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = \frac{3a\sqrt{34}}{5}$	0,25



Câu	Đáp án	Điểm
	Do đó: $\widehat{(SD, (SBC))} = \widehat{DSH} = \arccos \frac{SH}{SD} = \arccos \frac{\sqrt{17}}{5} \approx 34^{\circ}27'$	
8	Tìm tọa độ các đỉnh...  - Qua E dựng đường thẳng song song với AD cắt AH tại K và cắt AB tại I Suy ra: +) K là trực tâm của tam giác ABE, nên $BK \perp AE$. +) K là trung điểm của AH nên $KE \parallel \frac{1}{2} AD$ hay $KE \parallel BC$ Do đó: $CE \perp AE \Rightarrow CE: 2x - 8y + 27 = 0$ Mà $E = AE \cap CE \Rightarrow E\left(-\frac{3}{2}; 3\right)$, mặt khác E là trung điểm của HD nên $D(-2; 3)$ - Khi đó BD: $y - 3 = 0$, suy ra AH: $x + 1 = 0$ nên $A(-1; 1)$. - Suy ra AB: $x - 2y + 3 = 0$. Do đó: $B(3; 3)$. KL: $A(-1; 1)$, $B(3; 3)$ và $D(-2; 3)$	1,0 0,25 0,25 0,25 0,25
9	Giải bất phương trình... - ĐK: $x \geq -1, x \neq 13$ - Khi đó: $\sqrt{x+1} \geq \frac{x^2 - x - 2\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{2x+1} - 3} \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + 2 \geq \frac{x^2 - x - 6}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}$ $\Leftrightarrow 1 \geq \frac{(x+2)(\sqrt{x+1} - 2)}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}, (*)$ - Nếu $\sqrt[3]{2x+1} - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 13$ (1) thì (*) $\Leftrightarrow (2x+1) + \sqrt[3]{2x+1} \geq (x+1)\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}$ Do hàm $f(t) = t^3 + t$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$, mà (*): $f(\sqrt[3]{2x+1}) \geq f(\sqrt{x+1}) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x+1} \geq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x^3 - x^2 - x \leq 0$ Suy ra: $x \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[0; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right] \xrightarrow{DK(1)} \text{VN}$ - Nếu $\sqrt[3]{2x+1} - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 \leq x < 13$ (2) thì (2*) $\Leftrightarrow (2x+1) + \sqrt[3]{2x+1} \leq (x+1)\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}$ Do hàm $f(t) = t^3 + t$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$, mà (2*): $f(\sqrt[3]{2x+1}) \leq f(\sqrt{x+1}) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x+1} \leq \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} < x < 13 \\ (2x+1)^2 \leq (x+1)^3 \end{cases}$ Suy ra: $x \in [-1; 0] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right) \xrightarrow{DK(2)} x \in [-1; 0] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 13\right)$ -KL: $x \in [-1; 0] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 13\right)$	1,0 0,25 0,25 0,25 0,25

Câu	Đáp án	Điểm
10	Tìm giá trị nhỏ nhất...	1,0
	- Ta có: $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{4b^2}{(1+2b)^2} + \frac{8}{(c+3)^2} = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2b}+1\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$ - Đặt $d = \frac{1}{b}$, khi đó ta có: $a^2b^2 + c^2b^2 + 1 \leq 3b$ trở thành $a^2 + c^2 + d^2 \leq 3d$	0,25
	Mặt khác: $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{\left(\frac{d}{2}+1\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2} \geq \frac{8}{\left(a+\frac{d}{2}+2\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$ $\geq \frac{64}{\left(a+\frac{d}{2}+c+5\right)^2} = \frac{256}{(2a+d+2c+10)^2}$	0,25
	- Mà: $2a+4d+2c \leq a^2+1+d^2+4+c^2+1 = a^2+d^2+c^2+6 \leq 3d+6$ Suy ra: $2a+d+2c \leq 6$	0,25
	- Do đó: $P \geq 1$ nên GTNN của P bằng 1 khi $a=1, c=1, b=\frac{1}{2}$	0,25

Câu 1 (2 điểm) Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.
b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

Câu 2 (1 điểm) Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2015]$ của phương trình:

$$\sin 2x + 1 = 6 \sin x + \cos 2x.$$

Câu 3 (1 điểm) Tính tích phân sau $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$.

Câu 4 (1 điểm)

- a) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ..
b) Tìm quỹ tích các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$.

Câu 5 (1 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 1; 3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}.$$
Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường

thẳng d. Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$.

Câu 6 (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a.

Câu 7 (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 4)$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D, đường phân giác trong của $\widehat{ADB}$ có phương trình $x - y + 2 = 0$, điểm $M(-4; 1)$ thuộc cạnh AC. Viết phương trình đường thẳng AB.

Câu 8 (1 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2} - y = 5y + 4 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1 \end{cases}.$$

Câu 9 (1 điểm) Cho a, b, c là các số dương và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

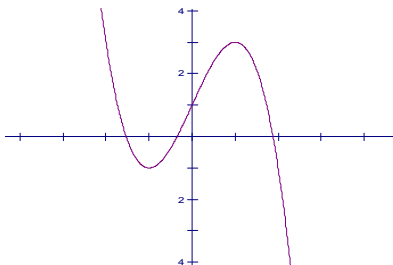
$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a + bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b + ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c + ab}}.$$

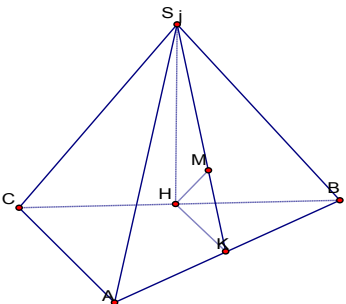
----- Hết -----

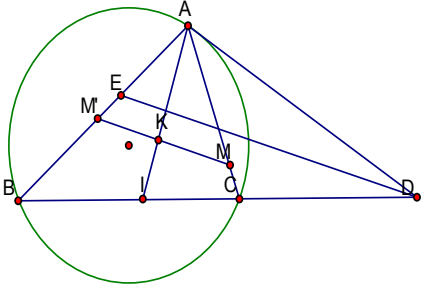
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Điểm																		
1	a. (1,0 điểm)																			
	Với $m=1$ hàm số trở thành: $y = -x^3 + 3x + 1$. TXĐ: $D = R$ $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$	0.25																		
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{CD} = 3$, đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{CT} = -1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	0.25																		
	* Bảng biến thiên	0.25																		
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-1</td><td>$\nearrow$</td><td>3</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																
y'	+	0	-	0	+															
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$													
Đồ thị:		0.25																		
B. (1,0 điểm)																				
	$y' = -3x^2 + 3m = -3(x^2 - m) \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0(*)$	0.25																		
	Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0(**)$	0.25																		
	Khi đó 2 điểm cực trị $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m})$, $B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$	0.25																		
	$\triangle OAB$ vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (TM (**)). Vậy $m = \frac{1}{2}$	0,25																		
2.	(1,0 điểm)																			
	$\sin 2x + 1 = 6 \sin x + \cos 2x \Leftrightarrow (\sin 2x - 6 \sin x) + (1 - \cos 2x) = 0$	0.25																		
	$\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3) + 2 \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3 + \sin x) = 0$	0.25																		
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x + \cos x = 3(Vn) \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in Z.$	0.25																		
	Vậy tổng các nghiệm cần tìm là: $S = 0 + \pi + 2\pi + \dots + 641\pi = 205761\pi$	0.25																		
3	(1,0 điểm)																			
	$I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$	0.25																		
	Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$. Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$. Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$ Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$	0.25																		

Câu	Nội dung	Điểm
	$J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x _1} = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$	0.25
	Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0.25
4.	(1,0 điểm)	
	a,(0,5điểm) $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$	0.25
	Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1 + C_5^1.C_6^2 = 135$ Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$.	0.25
	b,(0,5điểm) Lời giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có: $2 z - i = z - \bar{z} + 2i \Leftrightarrow 2 x + (y-1)i = (2+2y)i $	0.25
	$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(2+2y)^2} \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x^2$. Vậy quỹ tích cần tìm là Parabol $y = \frac{1}{4}x^2$.	0.25
5.	(1,0 điểm)	
	Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$. Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ làm VTPT	0.25
	Vậy PT mặt phẳng (P) là: $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$	0.25
	Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t; 1+t; -3+3t)$ $AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=\frac{3}{7} \end{cases}$ Vậy $B(-7; 4; 6)$ hoặc $B(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7})$	0.25
6.	(1,0 điểm)	
	 Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK \perp AB$ (1) Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $\widehat{SKH} = 60^\circ$ Ta có $SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0.25
	Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$	0.25
	Vì $IH // SB$ nên $IH // (SAB)$. Do đó $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$ Từ H kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$	0.25

Câu	Nội dung	Điểm
	Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.	0,25
7.	 Gọi AI là phân giác trong của $\widehat{BAC}$ Ta có : $\widehat{AID} = \widehat{ABC} + \widehat{BAI}$ $\widehat{IAD} = \widehat{CAD} + \widehat{CAI}$ Mà $\widehat{BAI} = \widehat{CAI}$, $\widehat{ABC} = \widehat{CAD}$ nên $\widehat{AID} = \widehat{IAD}$ $\Rightarrow \triangle DAI$ cân tại D $\Rightarrow DE \perp AI$	0,25
	PT đường thẳng AI là : $x + y - 5 = 0$	0,25
	Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AI $\Rightarrow$ PT đường thẳng MM' : $x - y + 5 = 0$ Gọi $K = AI \cap MM' \Rightarrow K(0;5) \Rightarrow M'(4;9)$	0,25
	VTCP của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AM'} = (3;5) \Rightarrow$ VTPT của đường thẳng AB là $\vec{n} = (5;-3)$ Vậy PT đường thẳng AB là: $5(x-1) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0$	0,25
8.	(1,0 điểm). $\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2 - y} = 5y + 4(1) \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y-1} = x - 1(2) \end{cases} \quad \text{Đk: } \begin{cases} xy + x - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 \\ y - 1 \geq 0 \end{cases}$ Ta có (1) $\Leftrightarrow x - y + 3\sqrt{(x-y)(y+1)} - 4(y+1) = 0$. Đặt $u = \sqrt{x-y}, v = \sqrt{y+1}$ ($u \geq 0, v \geq 0$) Khi đó (1) trở thành : $u^2 + 3uv - 4v^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u = -4v(vn) \end{cases}$	0.25
	Với $u = v$ ta có $x = 2y + 1$, thay vào (2) ta được : $\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y-1} = 2y$	0.25
	$\Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y - 1) + (\sqrt{y-1} - 1) = 0$	0.25
	$\frac{2(y-2)}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y-2}{\sqrt{y-1} + 1} = 0$ $\Leftrightarrow (y-2) \left(\frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} \right) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow y = 2 \text{ (vì } \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} > 0 \forall y \geq 1)$ Với $y = 2$ thì $x = 5$. Đối chiếu Đk ta được nghiệm của hệ PT là $(5;2)$	0.25
9.	(1,0 điểm).	

Câu	Nội dung	Điểm
	Vì $a + b + c = 3$ ta có $\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$ Vì theo BĐT Cô-Si: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow b = c$	0,25
	Tương tự $\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$ và $\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left(\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)$	0,25
	Suy ra $P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}$,	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Vậy $\max P = \frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$.	0,25

Câu 1: (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x}$.

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m-1)x^2 + mx + 5$ có 2 điểm cực trị.

Câu 3: a) (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log\left(\frac{2 \cdot 3^x + 2^{x+1}}{3^x - 2^x}\right) = 1$.

b) (0,5 điểm) Tìm môđun của số phức z , biết rằng $|z - \bar{z}| = 1$ và $z + \bar{z} = 0$.

Câu 4: (1,0 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot e^{\sin x} \cdot dx$

Câu 5: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) lần lượt có

phương trình $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$ và $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm M của (Δ_1) và (Δ_2) . Viết phương

trình đường thẳng (Δ) đi qua M đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) .

Câu 6: (1,0 điểm) a) Cho $\tan a = -2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{2 \sin a - \cos a}{\sin^3 a - 8 \cos^3 a}$.

b) (0,5 điểm) Có hai hộp đựng bút. Hộp thứ nhất đựng 15 cây bút trắng, 9 cây bút đỏ và 10 cây bút xanh. Hộp thứ hai đựng 10 cây bút trắng, 7 cây bút đỏ và 6 cây bút xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một cây bút. Tính xác suất để 2 cây bút lấy ra có cùng một màu.

Câu 7: (1,0 điểm) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = 3a$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa AB và SC bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và tính góc tạo bởi mặt phẳng (SBD) với mặt đáy $(ABCD)$.

Câu 8: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có $A(1;4)$, $M(-3;-1)$ thuộc BC . Các điểm $I(4;0)$, $J(3;1)$ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp ΔABC . Tìm tọa độ các đỉnh B , C .

Câu 9: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình trên $\mathbb{R}$: $\begin{cases} 3^{\log(x^2-x+1)} - (2016y+1)3^y = \log_{0,1}(x^2-x+1)^{224 \cdot 3^{y+2}} \\ 3^{\log(x^2-x+1)} + 3 \cdot 2^{y-1} = 9y-3 \end{cases}$

Câu 10: Cho ba số thực dương a, b, c thỏa $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh rằng:

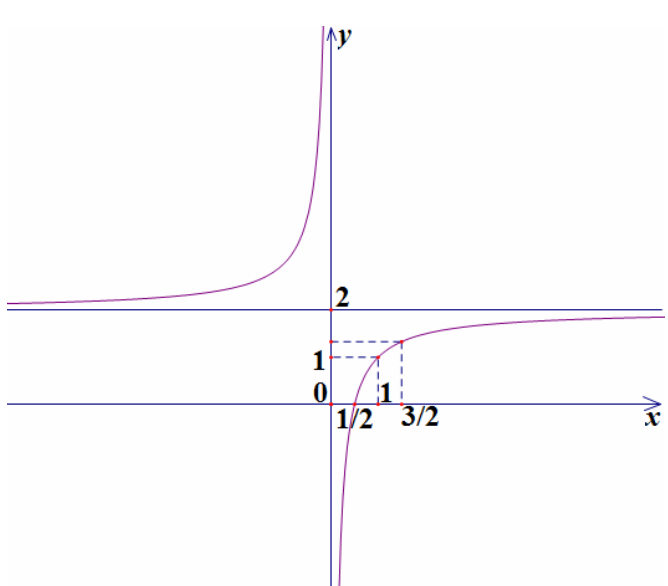
$$\frac{a}{b^2+c^2} + \frac{b}{c^2+a^2} + \frac{c}{a^2+b^2} > \left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

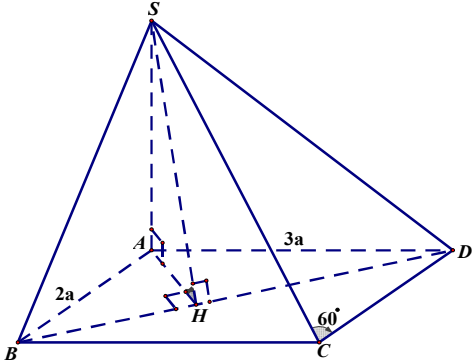
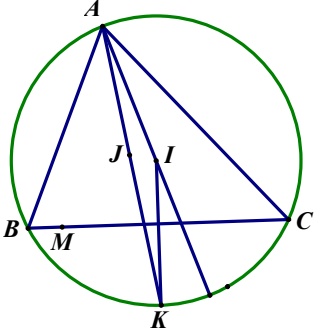
----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Ý	Đáp án	Điểm												
1		* Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ Đồ thị h.số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty \Rightarrow$ DT h.số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$	0,25												
		* $y' = \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in D$	0,25												
		* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td align="center" colspan="2">+</td><td align="center">+</td></tr><tr><td>y</td><td align="center">2</td><td align="center">$+\infty$ $-\infty$</td><td align="center">2</td></tr></table> Hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$; H.số không có cực trị.	x	$-\infty$	x	$+\infty$	y'	+		+	y	2	$+\infty$ $-\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	x	$+\infty$											
	y'	+		+											
y	2	$+\infty$ $-\infty$	2												
	* Đồ thị:  Đồ thị có tâm đối xứng là $I(0;2)$	0,25													
2		* Tập xác định: $D = \mathbb{R}$	0,25												
		* $y' = x^2 - 2(m-1)x + m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m = 0, (1)$	0,25												
		* Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt	0,25												
		* $\Leftrightarrow (m-1)^2 - m^2 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$	0,25												
3	a)	* ĐK: $x > 0$. Phương trình tương đương $\frac{2.3^x + 2^{x+1}}{3^x - 2^x} = 10 \Leftrightarrow 12.2^x = 8.3^x$	0,25												
		* $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = 1$	0,25												
	b)	* $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $z + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow a = 0 \Rightarrow z = bi$	0,25												
		* $z - \bar{z} = 1 \Leftrightarrow b^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$	0,25												
4		* $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.e^{\sin x}.dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x.e^{\sin x} \cos x.dx$	0,25												
		* Đặt $t = \sin x \Rightarrow I = \int_0^1 2t.e^t dt$	0,25												

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
		* Đặt $\begin{cases} u = 2t \\ dv = e^t \cdot dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dt \\ v = e^t \end{cases}$	0,25
		* $I = 2t \cdot e^t \Big _0^1 - \int_0^1 2e^t dt = 2e - (2e^t) \Big _0^1 = 2e - (2e - 2) = 2$	0,25
5		* $M \in (\Delta_2) \Rightarrow M(-2+t; -2-t; 3+2t)$	0,25
		* $M \in (\Delta_2) \Leftrightarrow \frac{-2+t+2}{2} = \frac{-2-t-1}{-1} = \frac{3+2t}{3} \Leftrightarrow t = -6 \Rightarrow M(-8; 4; -9)$	0,25
		* $(\Delta): \begin{cases} \text{qua } M(-8; 4; -9) \\ \text{co VTCP } [\overrightarrow{u_{(\Delta_1)}}, \overrightarrow{u_{(\Delta_2)}}] = (1; -1; -1) \end{cases}$	0,25
		* $(\Delta): \frac{x+8}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+9}{-1}$	0,25
6		* $P = \frac{2 \sin a - \cos a}{\sin^3 a - 8 \cos^3 a} = \frac{2 \tan a (1 + \tan^2 a) - (1 + \tan^2 a)}{\tan^3 a - 8}$	0,25
		* $P = \frac{-4(1+4) - (1+4)}{-8-8} = \frac{25}{16}$	0,25
b		* Gọi Ω là không gian mẫu $\Rightarrow \Omega = 34 \cdot 23 = 782$. Gọi A là biến cố: “Hai cây bút lấy ra từ mỗi hộp có cùng một màu” $\Rightarrow A = C_{15}^1 \cdot C_{10}^1 + C_9^1 \cdot C_7^1 + C_{10}^1 \cdot C_6^1 = 273$	0,25
		* $P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{273}{782}$	0,25
7			0,25
		* $SD = CD \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3} \Rightarrow SA = \sqrt{12a^2 - 9a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3 \sqrt{3}$	0,25
		* Vẽ AH vuông góc BD tại H $\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHA}$	0,25
		* $AH = \frac{a\sqrt{13}}{13}; \tan(\widehat{SHA}) = \frac{SA}{AH} = \sqrt{39} \Rightarrow \widehat{SHA} \approx 81^\circ$	0,25
8		 * Phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC: $(x-4)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 9 = 0$	0,25

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
		* Phương trình AJ và tìm tọa độ K	0,25
		* Viết phương trình BC qua M và vuông góc với IK.	0,25
		* B, C là giao điểm của BC và (C).	0,25
9		* Hệ phương trình tương đương: $\begin{cases} 3^{\log(x^2-x+1)-y} + 2016[\log(x^2-x+1)-y] = 1 \\ 3^{\log(x^2-x+1)-1} + 2^{y-1} = 3y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log(x^2-x+1) = y \\ 3^{y-1} + 2^{y-1} = 3(y-1) + 2 \end{cases}$	0,25
		* $\Leftrightarrow \begin{cases} \log(x^2-x+1) = y \\ y-1 = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} \log(x^2-x+1) = y \\ y-1 = 1 \end{cases}$	0,25
		* $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-9 = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x^2-x-99 = 0 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
		* Kết luận nghiệm của hệ.	0,25
10		* $\frac{a}{1-a^2} \geq 3a - \frac{\sqrt{3}}{2}$	0,25
		* $\frac{a}{1-a^2} + \frac{b}{1-b^2} + \frac{c}{1-c^2} \geq 3(a+b+c) - \frac{3\sqrt{3}}{2}$	0,25
		* $a+b+c > a^2+b^2+c^2 = 1$	0,25
		* Suy ra điều cần chứng minh.	0,25

Câu 1.(1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$

Câu 2. (1,0 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 3.(1,0 điểm) a) Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm mô đun của số phức $w = 3z - \bar{z}$.

b) Giải phương trình: $3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0$

Câu 4.(1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 x(2 + x \ln x) dx$

Câu 5.(1,0 điểm) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z + 13 = 0$ và điểm $A(-2; 1; 3)$.

Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P).

Câu 6.(1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\cos 3x \cdot \cos x = 1$

b) Một đội ứng phó với tình hình khô hạn của một tỉnh, có 30 thanh niên tình nguyện đến từ ba huyện trong đó có 12 người huyện A, 10 người huyện B và 8 người huyện C. Chọn ngẫu nhiên 2 người để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để hai người được chọn thuộc hai huyện khác nhau.

Câu 7.(1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm I với $AB = 2a\sqrt{3}$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm H của đoạn DI. Góc hợp bởi SB với mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC).

Câu 8.(1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đường phân giác trong góc $\widehat{ABC}$ đi qua trung điểm M của cạnh AD, đường thẳng BM có phương trình $x - y + 2 = 0$, điểm D nằm trên đường thẳng (Δ) có phương trình $x + y - 9 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết đỉnh B có hoành độ âm và điểm $E(-1; 2)$ nằm trên cạnh AB.

Câu 9.(1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^3 - 4x^2 + 3x - 1 = 2x^3(2-y)\sqrt{3-2y} & (1) \\ \sqrt{x+2} = \sqrt[3]{14-x\sqrt{3-2y}+1} & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10.(1,0 điểm) Cho các số thực x, y thỏa điều kiện $(x+y)^3 + 4xy \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3(x^2 + y^2)^2 - 2(x+y)^2 - xy(3xy-4) + 1$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
NỘI DUNG

CÂU

ĐIỂM

a) (1,0đ) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ (1)

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

0,25

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

Hàm số không có cực trị

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \Rightarrow TCN : y = 1;$$

0,25

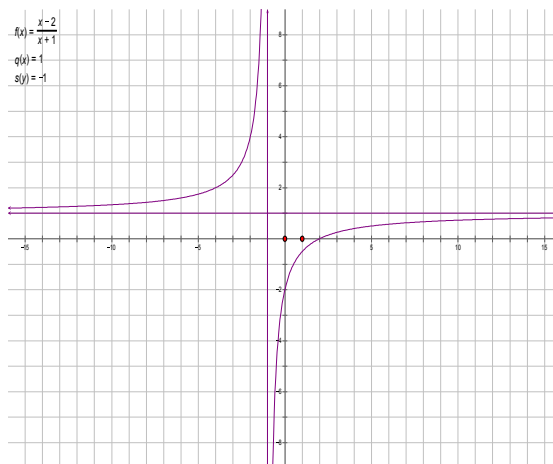
$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-2}{x+1} = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x-2}{x+1} = +\infty \Rightarrow TCD : x = -1$$

BBT

1
(1,0đ)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		1
	1		$-\infty$		

0,25



0,25

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

Ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -\frac{7}{4}$

0,25

2
(1,0đ)

$$y' = x^3 - 4x \Rightarrow y'(1) = -3$$

0,25

$$\Rightarrow pttt : y + \frac{7}{4} = -3(x - 1)$$

0,25

$$\Rightarrow y = -3x + \frac{5}{4}$$

0,25

a) Giải phương trình: $\cos 3x \cdot \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos 4x + \cos 2x = 2$

3
(1,0đ)

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x + \cos 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -\frac{3}{2} \text{ (pt vn)} \end{cases}$$

0,25

$$\Leftrightarrow 2x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

0,25

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Vậy pt có nghiệm $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)	
	b) Giải phương trình: $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ Đặt $t = 3^x, t > 0$	
	Ta được $3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (\text{nhận}) \\ t = \frac{1}{3} & (\text{nhận}) \end{cases}$	0,25
	$+t = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$	
	$+t = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1$	0,25
	Vậy pt có nghiệm $x = -1, x = 0$	
	Tính tích phân $I = \int_1^2 x(2 + x \ln x) dx = \int_1^2 2x dx + \int_1^2 x^2 \ln x dx$	0,25
	Tính $I_1 = \int_1^2 2x dx = x^2 \Big _1^2 = 3$	
	Tính $I_2 = \int_1^2 x^2 \ln x dx$	
4 (1,0đ)	Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$	
	$\Rightarrow I_2 = \frac{x^3}{3} \ln x \Big _1^2 - \frac{1}{3} \int_1^2 x^2 dx$	0,25
	$= \frac{x^3}{3} \ln x \Big _1^2 - \frac{x^3}{9} \Big _1^2 = \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = 3 + \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9} = \frac{8}{3} \ln 2 + \frac{20}{9}$	0,25
	Trong kg Oxyz, cho điểm $A(-2;1;3)$ và mp(P): $x - 3y + 2z + 13 = 0$ * Viết pt đường thẳng (d) qua A và vuông góc với (P).	
	(d) có VTCP $\vec{a_d} = \vec{n_P} = (1; -3; 2)$	0,25
	$\Rightarrow \text{ptts}(d): \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$	0,25
5 (1,0đ)	*Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mp(P). Gọi H là hình chiếu của A trên mp(P) $\Rightarrow H = (d) \cap (P)$ $\Rightarrow H \in d \Rightarrow H(-2+t; 1-3t; 3+2t)$ Và $H \in (P) \Rightarrow -2+t-3(1-3t)+2(3+2t)+13=0$ $\Leftrightarrow t = -1$ $\Rightarrow H(-3; 4; 1)$	0,25 0,25
6 (1,0đ)	a) Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm mô đun của số phức $w = 3z - \bar{z}$. Ta có $w = 3z - \bar{z} = 3(3+2i) - (3-2i) = 6 + 8i$ $\Rightarrow w = \sqrt{36 + 64} = 10$	0,25 0,25
	b) Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^2 = 435$	0,25

Gọi A là biến có cần tìm xác suất $\Rightarrow n(A) = C_{12}^1 \cdot C_{10}^1 + C_{12}^1 \cdot C_8^1 + C_{10}^1 \cdot C_8^1 = 296$

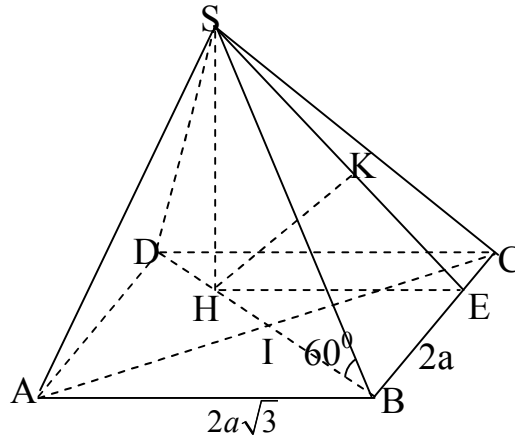
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{296}{435} \quad 0,25$$

$$S_{ABCD} = 4a^2\sqrt{3}$$

$$SH = HB \tan 60^\circ$$

$$\text{Với } HB = \frac{3}{4}BD = \frac{3}{4}\sqrt{12a^2 + 4a^2} = 3a$$

$$\Rightarrow SH = 3a\sqrt{3}$$



0,25

7
(1,0đ)

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3}4a^2\sqrt{3} \cdot 3a\sqrt{3} = 12a^3 \text{ (đvtt)}$$

0,25

$$\text{Ta có } \begin{cases} DH \cap (SBC) = B \\ DB = \frac{4}{3}HB \end{cases} \Rightarrow d(D, (SBC)) = \frac{4}{3}d(H, (SBC))$$

0,25

Kẻ $HE \perp BC$ ($E \in BC$) và $HK \perp SE$ ($K \in SE$)

$$\Rightarrow d(D, (SBC)) = \frac{4}{3}HK$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{5}{27a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$$

0,25

$$\Rightarrow d(D, (SBC)) = \frac{4a\sqrt{15}}{5}$$

Kẻ đường thẳng đi qua E và vuông góc với BM tại H và cắt BC tại F.

$\Rightarrow H$ là trung điểm của EF

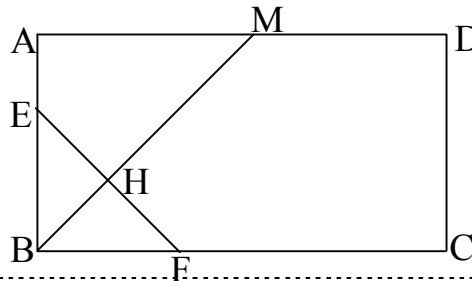
$\Rightarrow$ pt EF: $x + y - 1 = 0$

Toạ độ điểm H là nghiệm hpt

8
(1,0đ)

$$\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Vì H là trung điểm EF nên $F(0;1)$



0,25

$B \in BM$ nên gọi $B(b; b+2)$, $b < 0 \Rightarrow \overrightarrow{BE} = (-1-b; -b)$, $\overrightarrow{BF} = (-b; -1; -b)$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BF} = 0 \Leftrightarrow b^2 + b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \text{ (loại)} \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow B(-1;1)$$

0,25

Đường thẳng AB có VTCP $\overrightarrow{EB} = (0; -1) \Rightarrow VTPT \overrightarrow{n_{AB}} = (1; 0)$

$$\Rightarrow \text{pt AB: } 1(x+1) + 0(x-1) = 0 \Leftrightarrow x+1=0$$

0,25

$A \in AB$ nên gọi $A(-1; a)$, $a \neq 1$ và $D \in \Delta$ nên gọi $D(d; 9-d)$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-1+d}{2}; \frac{a-d+9}{2}\right)$$

$$\text{Mặt khác } M \in BM \Rightarrow \frac{-1+d}{2} - \frac{a-d+9}{2} + 2 = 0 \Leftrightarrow -a + 2d - 6 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (0; 1-a), \overrightarrow{AD} = (d+1; 9-a-d)$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow (1-a)(9-a-d) = 0 \Leftrightarrow 9-a-d = 0 \quad (2) \text{ (vì } a \neq 1)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hpt } \begin{cases} -a+2d-6=0 \\ -a-d+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \Rightarrow A(-1;4) \\ d=5 \Rightarrow D(5;4) \end{cases} \quad 0,25$$

$$\text{Do } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow C(5;1)$$

$$\text{Vậy } A(-1;4), B(-1;1), C(5;1), D(5;4)$$

$$\text{ĐK } \begin{cases} x \geq -2 \\ y \leq \frac{3}{2} \end{cases} \quad (*)$$

Ta thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của hệ pt nên ta chia hai của (1) cho x^3 , ta

$$\text{được } (1) \Leftrightarrow 2 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} - \frac{1}{x^3} = 2(2-y)\sqrt{3-2y} \quad 0,25$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) = (3-2y)\sqrt{3-2y} + \sqrt{3-2y} \quad (3)$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^3 + t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t$$

$$\Rightarrow f(t) \text{ luôn đồng biến trên } \mathbb{R}. \quad 0,25$$

9
(1,0đ)

$$\text{Do đó, từ (3) } \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x} = \sqrt{3-2y} \quad (4)$$

$$\text{Thay (4) vào (2) ta được } \sqrt{x+2} = \sqrt[3]{15-x} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} - 3 + 2 - \sqrt[3]{15-x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7) \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}+3} + \frac{1}{4+2\sqrt[3]{15-x}+(\sqrt[3]{15-x})^2} \right) = 0 \quad 0,25$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow y = \frac{111}{98}$$

$$\text{Vậy hệ pt có nghiệm } \left(7; \frac{111}{98}\right) \quad 0,25$$

Với mọi số thực x, y ta có:

$$(x+y)^2 \geq 4xy \Rightarrow (x+y)^3 + (x+y)^2 \geq (x+y)^3 + 4xy \geq 2$$

$$\Rightarrow (x+y)^3 + (x+y)^2 - 2 \geq 0 \Rightarrow x+y \geq 1$$

10
(1,0đ)

$$\text{Ta có } P = \frac{3}{2}(x^2+y^2)^2 + \frac{3}{2}(x^2+y^2)^2 - 2(x^2+y^2+2xy) - xy(3xy-4) + 1$$

$$= \frac{3}{2}(x^2+y^2)^2 + \frac{3}{2}(x^4+y^4) - 2(x^2+y^2) + 1$$

$$\text{Vì } x^4+y^4 \geq \frac{(x^2+y^2)^2}{2} \text{ nên } \Rightarrow P \geq \frac{3}{2}(x^2+y^2)^2 + \frac{3}{4}(x^2+y^2)^2 - 2(x^2+y^2) + 1$$

$$\Leftrightarrow P \geq \frac{9}{4}(x^2+y^2)^2 - 2(x^2+y^2) + 1 \quad 0,25$$

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Đặt $t = x^2 + y^2, t \geq \frac{1}{2} \left(\text{do } x + y \geq 1 \right) \Rightarrow P \geq \frac{9}{4}t^2 - 2t + 1$ Xét hàm số $f(t) = \frac{9}{4}t^2 - 2t + 1 \left(t \geq \frac{1}{2} \right)$ $\Rightarrow f'(t) = \frac{9}{2}t - 2 > 0, \forall t \geq \frac{1}{2} \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$ $\Rightarrow \min_{\left[\frac{1}{2}; +\infty \right)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{16}$	0,25
	Vậy $P_{\min} = \frac{9}{16}$ khi $x = y = \frac{1}{2}$	0,25

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm GTLN- GTNN của hàm số $y = \sqrt{4-x^2} + x$.

Câu 3 (1,0 điểm). a) Giải phương trình: $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x+4) = 1$.

b) Cho số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = 8 - 4i$. Tìm mô đun của số phức $\omega = z - 10$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(2 + \sin 2x) dx$.

Câu 5: (1,0đ) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-2; 3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 3.

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$.

b) Cho đa giác đều 12 đỉnh, trong đó có 7 đỉnh tô màu đỏ và 5 đỉnh tô màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có các đỉnh là 3 trong 12 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông

góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của đoạn AD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (T) có phương trình: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Đường tròn đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC, biết đường thẳng MN có phương trình: $20x - 10y - 9 = 0$ và điểm H có hoành độ nhỏ hơn tung độ.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y - 2 + \sqrt{xy - y^2} + x - y = 0 \\ 3\sqrt{8-x} - 4\sqrt{y+1} = x^2 - 14y - 12 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức $P = \frac{2}{3+ab+bc+ca} + \sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$

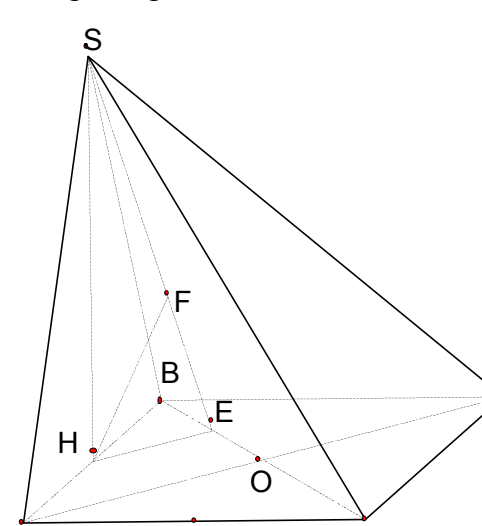
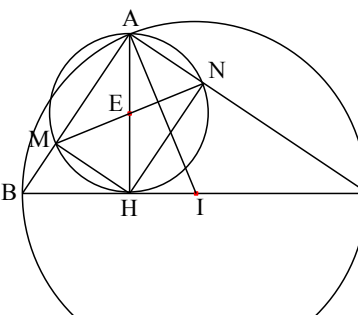
----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm												
1 (1đ)	♥ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ♥ Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-5}{(x-3)^2}$; $y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.	0,25												
	♥ - Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng: $x = 3$	0,25												
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	3	$+\infty$	y'	-		-	y	2	$+\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	3	$+\infty$										
	y'	-		-										
y	2	$+\infty$	2											
♥ Đồ thị: + Giao điểm với các trục: $Oy : x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} : \left(0; \frac{1}{3}\right)$ và $Ox : y = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2}; 0\right)$ Đồ thị cắt các trục tọa độ tại $\left(0; \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}; 0\right)$. + Tính đối xứng: Đồ thị nhận giao điểm $I(3; 2)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.	0,25													
2 (1đ)	Tập xác định $D = [-2; 2]$, $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} + 1$	0.25												
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} + 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$	0.25												
	Ta có: $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$; $f(2) = 2$; $f(-2) = -2$, $f(3) = 7$	0.25												
	Vậy: $\text{Max}_{y_{[-2;2]}} = 2\sqrt{2}$ khi $x = \sqrt{2}$; $\text{Min}_{y_{[-2;2]}} = -2$ khi $x = -2$	0.25												
3a (0.5đ)	a) Giải phương trình $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 4) = 1$.													

6b (0.5đ)			
	Gọi A là biến cố chọn được tam giác có 3 đỉnh cùng màu. Số kết quả thuận lợi cho A là: $ \Omega_A = C_7^3 + C_5^3 = 45$. Xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{9}{44}$.		0,25
7 (1đ)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD.  Từ giả thiết ta có SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$ và $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2} = a$		0,25
8 (1đ)	Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC. (T) có tâm $I(3;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$. Do $IA = IC \Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ICA}$ (1) Đường tròn đường kính AH cắt BC tại $M \Rightarrow MH \perp AB \Rightarrow MH \parallel AC$ (cùng vuông góc góc AB) $\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{ICA}$ (2) Ta có: $\widehat{ANM} = \widehat{AHM}$ (chắn cung AM) (3) Từ (1), (2), (3) : Suy ra: AI vuông góc MN $\widehat{IAC} + \widehat{ANM} = \widehat{ICA} + \widehat{AHM} = \widehat{MHB} + \widehat{AHM} = 90^\circ$  $\Rightarrow$ phương trình đường thẳng IA là: $x + 2y - 5 = 0$ Giả sử $A(5 - 2a; a) \in IA$. Mà $A \in (T) \Leftrightarrow (5 - 2a)^2 + a^2 - 6(5 - 2a) - 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow 5a^2 - 10a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$ Với $a = 2 \Rightarrow A(1; 2)$ (thỏa mãn vì A, I khác phía MN) Với $a = 0 \Rightarrow A(5; 0)$ (loại vì A, I cùng phía MN) 0.25 0.25 Gọi E là tâm đường tròn đường kính AH $\Rightarrow E \in MN \Rightarrow E \left(t; 2t - \frac{9}{10} \right)$ 0.25		

	$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(2t - 2; 4t - \frac{58}{10} \right), \overrightarrow{IH} = \left(2t - 4; 4t - \frac{48}{10} \right)$ $\text{Vì } AH \perp HI \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{IH} = \vec{0} \Leftrightarrow 20t^2 - \frac{272}{5}t + \frac{896}{25} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ (thỏa mãn)} \\ t = \frac{28}{25} \Rightarrow H\left(\frac{31}{25}; \frac{17}{25}\right) \text{ (loại)} \end{cases}$ $\text{Với } t = \frac{8}{5} \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ (thỏa mãn) Tacó: } \overrightarrow{AH} = \left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5} \right)$	
	$\Rightarrow BC \text{ nhận } \vec{n} = (2; 1) \text{ là VTPT} \Rightarrow \text{phương trình BC là: } 2x + y - 7 = 0$	0.25
9	$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + \sqrt{(x - y)(y + 1)} - 2(y + 1) = 0 & (1) \\ 3\sqrt{8 - x} - 4\sqrt{y + 1} = x^2 - 14y - 12 & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x \leq 8, y \geq -1, (x - y)(y + 1) \geq 0$ (*) Nếu $(x; y)$ là nghiệm của hệ (I) thì $y > -1$. Suy ra $x - y \geq 0$.	0.25
	Do đó: $(1) \Leftrightarrow \frac{x - y}{y + 1} + \sqrt{\frac{x - y}{y + 1}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{x - y}{y + 1}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x - y}{y + 1} = 1 \Leftrightarrow x = 2y + 1$	0.25
	Thay $x = 2y + 1$ vào (2) ta được: $3\sqrt{7 - 2y} - 4\sqrt{y + 1} = (2y + 1)^2 - 14y - 12 \Leftrightarrow 4\sqrt{y + 1} - 3\sqrt{7 - 2y} + 4y^2 - 10y - 11 = 0$ $\Leftrightarrow 4(\sqrt{y + 1} - 2) - 3(\sqrt{7 - 2y} - 1) + 4y^2 - 10y - 6 = 0$ $\Leftrightarrow (y - 3) \left(\frac{2}{\sqrt{y + 1} + 2} + \frac{3}{\sqrt{7 - 2y} + 1} + 2y + 1 \right) = 0 \quad (3)$	0.25
	Vì $-1 < y \leq \frac{7}{2}$ nên $\frac{2}{\sqrt{y + 1} + 2} \geq \frac{2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{7 - 2y} + 1} > \frac{3}{4}, 2y + 1 > -1$ $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{y + 1} + 2} + \frac{3}{\sqrt{7 - 2y} + 1} + 2y + 1 > 0. \text{ Do đó: } (3) \Leftrightarrow y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = 3$ $\Rightarrow x = 7$ (thỏa (*)). Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(x; y) = (7; 3)$.	0.25
10	Áp dụng Bất đẳng thức $(x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ ta có: $(ab + bc + ca)^2 \geq 3abc(a + b + c) = 9abc > 0 \Rightarrow ab + bc + ca \geq 3\sqrt{abc}$ Ta có: $(1 + a)(1 + b)(1 + c) \geq \left(1 + \sqrt[3]{abc}\right)^3, \forall a, b, c > 0$. Thật vậy: $(1 + a)(1 + b)(1 + c) = 1 + (a + b + c) + (ab + bc + ca) + abc \geq$ $1 + 3\sqrt[3]{abc} + 3\sqrt{(abc)^2} + abc = \left(1 + \sqrt[3]{abc}\right)^3$	0,25
	Khi đó $P \leq \frac{2}{3(1 + \sqrt{abc})} + \frac{\sqrt[3]{abc}}{1 + \sqrt[3]{abc}} = Q \quad (1)$ Đặt $\sqrt[3]{abc} = t$. Vì $a, b, c > 0$ nên $0 < abc \leq \left(\frac{a + b + c}{3}\right)^3 = 1$	0,25
	Xét hàm số	0,25

	$Q = \frac{2}{3(1+t^3)} + \frac{t^2}{1+t^2}, \quad t \in (0;1] \Rightarrow Q'(t) = \frac{2t(t-1)(t^5-1)}{(1+t^3)^2(1+t^2)^2} \geq 0, \quad \forall t \in (0;1]$ Do hàm số đồng biến trên $(0;1]$ nên $Q = Q(t) \leq Q(1) = \frac{5}{6}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $P \leq \frac{5}{6}$	
	Vậy $\max P = \frac{5}{6}$, đạt được khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$.	0,25

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

Câu 2 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có đồ thị là (C_m), m là tham số. Xác định m để đồ thị (C_m) của hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Giải bất phương trình $9^x - 8.3^x - 9 = 0$

b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - zi + z$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với (d). Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2.

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Cho góc lượng giác α , biết $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\cos 2\alpha - 3}{\sin^2 \alpha}$

b) Một nhóm gồm 6 học sinh có tên khác nhau đi xem phim Hậu Duệ Mặt Trời, trong đó có hai học sinh tên là Minh và Lan. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh đó vào 1 dãy ghế hàng ngang. Tính xác suất sao cho hai học sinh Minh và Lan ngồi cạnh nhau.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang với đáy lớn là AD; các đường thẳng SA, AC và CD đôi một vuông góc với nhau; $SA = AC = CD = a\sqrt{2}$ và $AD = 2BC$. Tính thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Điểm D thuộc tia đối của tia AC sao cho $GD = GC$. Biết điểm G thuộc đường thẳng $d: 2x + 3y - 13 = 0$ và tam giác BDG nội tiếp đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 12y + 27 = 0$. Tìm tọa độ điểm B và viết phương trình đường thẳng BC, biết điểm B có hoành độ âm và tọa độ điểm G là số nguyên.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ:
$$\begin{cases} (2y+1)\sqrt{x+1} - \sqrt{(9x+2)(y^2+1)} = 3y^2 - 2x + y - 3 \\ (8x+10)(2y - \sqrt{x+1}) = (5 + \sqrt{x-1})(y^2 + 10\sqrt{x-1} + 24) \end{cases}$$

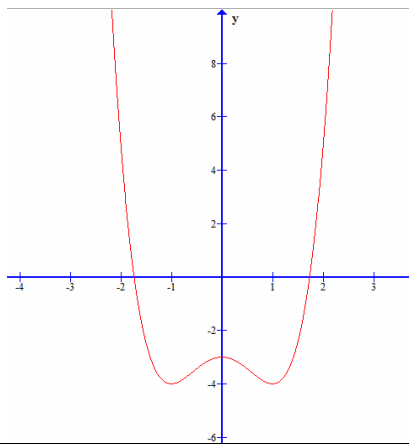
Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 3(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + 3(ab + bc + ca) + 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

----- Hết -----

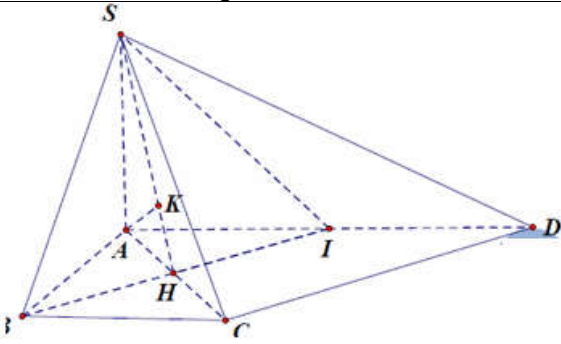
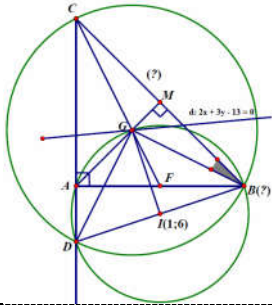
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm																					
1 (1,0 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$																						
	TXĐ: $\mathbb{R}$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																					
	Sự biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = -3 \\ x = \pm 1 \rightarrow y = -4 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$	0,25																					
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table> 	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$			1		-4	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																		
y'	-	0	+	0	-	0	+																
y	$+\infty$			1		-4	$+\infty$																
2 (1,0 điểm)	Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có đồ thị là (Cm), m là tham số. Xác định m để đồ thị (Cm) của hàm số đã cho có ba điểm cực trị.																						
	$y' = 4x^3 + 2mx$ $y' = 4x^3 + 2mx = 0 \Leftrightarrow 2x(2x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-m}{2} \end{cases}$	0,5																					
	Đề (Cm) có 3 cực trị thì $\frac{-m}{2} > 0 \Leftrightarrow m < 0$ Vậy $m < 0$	0,5																					
3 (1,0 điểm)	a) Giải bất phương trình $9^x - 8.3^x - 9 = 0$ b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - zi + z$																						
	3a/ Đặt $t = 3^x$ Phương trình trở thành: $t^2 - 8t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(l) \\ t = 9(n) \end{cases}$	0,25																					
	$t = 9 \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$ Vậy phương trình có một nghiệm $x = 2$.	0,25																					
	3b/ $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1+3i}{1+i} = 2+i$ $\Rightarrow w = 1 - zi + z = 1 - (2-i)i + 2 + i = 2 - i$	0,25																					

Câu	Đáp án	Điểm
	Phần thực: 2 ; phần ảo -1	
4 (1,0 điểm)	$I = \int_1^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$	
	Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = dx$	0,25
	Đổi cận: $\begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=\sqrt{2} \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow I = \int_{\sqrt{2}}^2 2(t^2 - 1) dt$	
	$\Rightarrow I = \left(\frac{2}{3} t^3 - 2t \right) \Big _{\sqrt{2}}^2$	0,25
	$\Rightarrow I = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{3}$	0,25
5 (1,0 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d: $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với (d). Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2.	
	Mphẳng (Q) đi qua gốc tọa độ O(0;0;0) và vuông góc với (d) nên có $\vec{n}_Q = \vec{u}_d = (1; 2; 3)$ VTPT	0,25
	Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $x + 2y + 3z = 0$	0,25
	Chuyển (d) về dạng tham số $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \Rightarrow M(t; -1 + 2t; -2 + 3t) \in (d)$	0,25
	$d(M; P) = \frac{ t + 2(-1 + 2t) - 2(-2 + 3t) + 3 }{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{ -t - 3 }{3} = 2$ Ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} -t - 3 = 6 \\ -t - 3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -9 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-9; -19; -25) \\ M(3; 5; 11) \end{cases}$	0,25
6 (1,0 điểm)	a) Cho góc lượng giác α , biết $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\cos 2\alpha - 3}{\sin^2 \alpha}$	
	$P = \frac{\cos 2\alpha - 3}{\sin^2 \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha - 4}{1 - \cos^2 \alpha}$	0,25
	$\tan \alpha = 2 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow P = \frac{-9}{2}$	0,25
	b) Một nhóm gồm 6 học sinh có tên khác nhau đi xem phim Hậu Duệ Mặt Trời, trong đó có hai học sinh tên là Minh và Lan. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh đó vào 1 dãy ghế hàng ngang. Tính xác suất sao cho hai học sinh Minh và Lan ngồi cạnh nhau.	
	Mỗi cách xếp ngẫu nhiên 6 học sinh vào một dãy ghế hàng ngang là một hoán vị của 6 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 6! = 720$	0,25
7	Gọi A là biến cố “Minh và Lan ngồi cạnh nhau” $\Rightarrow n(A) = 5!2! = 240$ $\Rightarrow P(A) = \frac{240}{720} = \frac{1}{3}$	0,25
	Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang với đáy lớn là AD; các đường thẳng SA, AC và CD đôi một vuông góc với nhau; $SA = AC = CD = a\sqrt{2}$ và $AD = 2BC$. Tính thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.	

Câu	Đáp án	Điểm
(1,0 điểm)	 Ta có: $SA \perp AC; SA \perp CD \Rightarrow SA \perp (ABCD)$ ΔACD vuông cân tại C $\Rightarrow AD = 2A \Rightarrow BC = A$ Gọi I là trung điểm AD $\Rightarrow AI = BC, AI // BC; CI \perp AD \Rightarrow ABCI$ là hình vuông $\Rightarrow AB \perp AD$	0,25
	Do đó: $S_{ABCD} = \frac{(AD + BC)AB}{2} = \frac{3a^2}{2}$ Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \frac{3a^2}{2} a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$	0,25
	Ta có: $CD // BI \Rightarrow CD // (SBI) \Rightarrow d(SB; CD) = d(CD, (SBI)) = d(C, (SBI))$ Gọi $H = AC \cap BI; AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SBI) \Rightarrow d(A, (SBI)) = AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}$	0,25
	Vì H là trung điểm AC nên $d(C, (SBI)) = d(A, (SBI)) = AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}$ Vậy $d(CD, SB) = \frac{a\sqrt{10}}{5}$	0,25
8 (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Điểm D thuộc tia đối của tia AC sao cho $GD = GC$. Biết điểm G thuộc đường thẳng $d: 2x + 3y - 13 = 0$ và tam giác BDG nội tiếp đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 12y + 27 = 0$. Tìm tọa độ điểm B và viết phương trình đường thẳng BC, biết điểm B có hoành độ âm và tọa độ điểm G là số nguyên. 	
	Lý luận được $BG \perp GD \Rightarrow IG = \sqrt{10}; IG \perp BD$ Vì $G \in (d) \Rightarrow G(m; \frac{13-2m}{3})$ $\Rightarrow G(2;3)$ Phương trình đường thẳng BD đi qua I và vuông góc IG là: $x-3y+17=0$ B, D là giao điểm của BD và (C) nên B(-2;5)	0,25
	Lý luận suy ra $\widehat{CosGBM} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là VTPT của BC	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{BG}; \overrightarrow{BC}) = \left \cos(\overrightarrow{n_{BG}}; \overrightarrow{n}) \right \Leftrightarrow \frac{ \overrightarrow{n_{BG}} \cdot \overrightarrow{n} }{ \overrightarrow{n_{BG}} \overrightarrow{n} } \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ 7a-b=0 \end{cases}$ Vậy phương trình BC là: $\begin{cases} x+y-3=0 \\ x+7y-33=0 \end{cases}$ Vì D và G cùng nằm về một phía đối với đường thẳng BC nên phương trình BC thỏa mãn là: $x+y-3=0$ và $B(-2;5)$	
9 (1,0 điểm)	$\begin{cases} (2y+1)\sqrt{x+1} - \sqrt{(9x+2)(y^2+1)} = 3y^2 - 2x + y - 3 \\ (8x+10)(2y-\sqrt{x+1}) = (5+\sqrt{x-1})(y^2+10\sqrt{x-1}+24) \end{cases}$ Điều kiện: $x \geq 1$ $(1) \Leftrightarrow (2y+1)(\sqrt{x+1}-y) + (x+2-\sqrt{(x+2)(y^2+1)}) - y^2 + x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (2y+1) \frac{x+1-y^2}{\sqrt{x+1}+y} + \frac{(x+2)(x+1-y^2)}{x+2+\sqrt{(x+2)(y^2+1)}} + (-y^2+x+1) = 0$ $\Leftrightarrow (x+1-y^2) \left(\frac{2y+1}{\sqrt{x+1}+y} + \frac{(x+2)}{x+2+\sqrt{(x+2)(y^2+1)}} + 1 \right) = 0(*)$	0,25
	$(2) \Leftrightarrow 2y - \sqrt{x+1} = \frac{(5+\sqrt{x-1})(y^2+10\sqrt{x-1}+24)}{8x+10} > 0 \Rightarrow 2y > \sqrt{x+1}$ $(*) \Leftrightarrow x+1-y^2=0 \Leftrightarrow y=\sqrt{x+1}$	0,25
	thay vào (2) ta được: $(2\sqrt{x+1})^2 + (2\sqrt{x+1}) = (5+\sqrt{x-1})^3 + (5+\sqrt{x-1})$ Xét hàm $f(t) = t^3 + t$ luôn đồng biến	0,25
	$\Rightarrow (2\sqrt{x+1}) = (5+\sqrt{x-1}) \Leftrightarrow x = \frac{110+20\sqrt{19}}{9}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(\frac{110+20\sqrt{19}}{9}; \sqrt{\frac{119+20\sqrt{19}}{9}})$	0,25
10 (1,0 điểm)	Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực không âm a,b,c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 3(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + 3(ab+bc+ca) + 2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ Đặt $t=ab+bc+ca$ ($t \geq 0$), ta có $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$ $\Rightarrow 1=(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \geq 3(ab+bc+ca)=3t$ $\Rightarrow a^2+b^2+c^2=1-2t \text{ với } t \leq \frac{1}{3}$ Theo bất đẳng thức Cô-si $T^2=(ab+bc+ca)^2 \leq 3(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ Do đó $M \geq t^2+3t+2\sqrt{1-2t}$	0,25

<i>Câu</i>	<i>Đáp án</i>	<i>Điểm</i>
	Xét hàm số $f(t) = t^2 + 3t + 2\sqrt{1-2t}$ trên tập $D = \left[0; \frac{1}{3}\right]$, $f'(t) = 2t + 3 - \frac{2}{\sqrt{1-2t}}$ $f''(t) = 2 - \frac{2}{\sqrt{(1-2t)^3}} \leq 0 \forall t \in D$ $\Rightarrow f'(t)$ nghịch biến trên D $\Rightarrow f'(t) \geq f'(1/3) = \frac{11}{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên D $\Rightarrow f(t) \geq f(0) = 2$	0,5
	Vậy min $M = 2$ đạt được khi $t=0$, tức là với a,b,c không âm thỏa mãn $\begin{cases} a + b + c = 1 \\ ab = bc = ca \\ ab + bc + ca = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow a, b, c$ là một trong các bộ số $(0;0;1), (0;1;0), (1;0;0)$	0,25

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Xác định m để đường thẳng d: $y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm phần thực, phần ảo của số phức z biết: $z + (1-i)\bar{z} = 8-3i$

b) Giải phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân: $\int_1^2 \frac{xdx}{1+\sqrt{x-1}}$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 1 = 0$ và đường

thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P)

bằng 3.

Câu 6. (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos 2x - \cos x = \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x)$

b) Một đội văn nghệ có 15 người gồm 10 nam và 5 nữ. Tính xác suất để chọn ra nhóm đồng ca gồm 8 người trong đó phải có ít nhất là 3 nữ.

Câu 7. (1,0 điểm). Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SMN).

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có đỉnh A(1,0) và hai đường thẳng lần lượt chứa các đường cao vẽ từ B và C có phương trình tương ứng là $x - 2y + 1 = 0$ và $3x + y - 1 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $x + 2\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2+8x-7} + 1$

Câu 10. (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a + b + c = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức: $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$

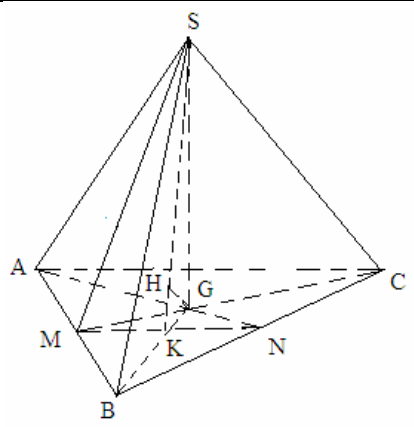
----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm
1	(1,0 điểm)	
(2,0đ)	TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$	0,25
	$y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in D$ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định	
	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ tiệm cận ngang: $y = 1$	0,25
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ tiệm cận đứng $x = 1$	
	BBT	0,25
	Đồ thị	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	Pthđđ: $2x^2 - (3-m)x - m - 1 = 0$; $x \neq 1(*)$	0,25
	Phương trình này luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\forall m$ nên d luôn cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A,B.	0,25
	$Y_{cbt} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A \neq x_B \\ \frac{-2}{(x_A-1)^2} = \frac{-2}{(x_B-1)^2} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A \neq x_B \\ x_A + x_B = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A \neq x_B \\ \frac{3-m}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$	0,25
2	a) Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) theo giả thiết ta có hệ $\begin{cases} 2a - b = 8 \\ -a = -3 \end{cases}$	0,25
(1,0đ)	$\Rightarrow a = 3; b = -2$ Vậy phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu là $C_{15}^8 = 6435$	0,25
	Số phần tử của biến cố “ trong 8 người có ít nhất 3 nữ”	0,25
	$C_5^3 \cdot C_{10}^5 + C_5^4 \cdot C_{10}^4 + C_5^5 \cdot C_{10}^3 = 3690$. Vậy xác suất là $p = \frac{3690}{6453}$	
3	$3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$	0,5
	$p_T \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$	0,25
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = -x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	0,25
4	Đặt $t = \sqrt{x-1} \Rightarrow t^2 = x-1 \Rightarrow 2tdt = dx$,	0,25
(1,0đ)	Đổi cận ta được $t=1; t=0$	0,25
	Suy ra $\int_0^1 2 \frac{t^3+t}{t+1} dt = \int_0^1 (t^2 - t + 2 - \frac{2}{t+1}) dt = \frac{11}{3} - 4 \ln 2$	0,5
5	$M(1+3t, 2-t, 1+t) \in d$.	0,25

	Ta có $d(M, (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{ 2(1+3t) - 2(2-t) + 1 + t + 1 }{3} = 3 \Leftrightarrow t = \pm 1$	0,5
	Suy ra, có hai điểm thỏa bài toán là $M_1(4, 1, 2)$ và $M_2(-2, 3, 0)$	0,25
	Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên ABC là tam giác đều tâm G và $SG \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC}$ Tam giác ABC đều cạnh a nên $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ Có AG là hình chiếu của AS trên (ABC) nên góc giữa cạnh bên SA với đáy là $(SA, AG) = \widehat{SAG} = 60^\circ$ (vì $SG \perp AG \Rightarrow \widehat{SAG}$ nhọn) 	0,25
6 (1,0đ)	Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $AG = \frac{2}{3} AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Trong tam giác SAG có $SG = AG \cdot \tan 60^\circ = a$ Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$	0,25
	Do G là trọng tâm tam giác ABC nên C, G, M thẳng hàng và $CM = 3GM$ mà $M \in (SMN)$ nên $d_{(C, (SMN))} = 3d_{(G, (SMN))}$ Ta có tam giác ABC đều nên tại K $SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp MN$ $\Rightarrow MN \perp (SGK).$ Trong (GKH), kẻ $GH \perp SK \Rightarrow GH \perp MN \Rightarrow GH \perp (SMN), H \in SK$ $\Rightarrow d_{(G, (SMN))} = GH$	0,25
	Ta có $BK = \frac{1}{2} AN; BG = AG = \frac{2}{3} AN \Rightarrow GK = \frac{2}{3} AN - \frac{1}{2} AN = \frac{1}{6} AN = \frac{a\sqrt{3}}{12}$ Trong tam giác vuông SGK có GH là đường cao nên $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{48}{a^2} = \frac{49}{a^2} \Rightarrow GH = \frac{a}{7}$ Vậy $d_{(C, (SMN))} = 3GH = \frac{3a}{7}$	0,25
7 (1,0đ)	AC có pt: $2x + y - 2 = 0$, AB có pt: $x - 3y - 1 = 0$ $\Rightarrow B(-5; -2), C(-1; 4)$ H là chân đường cao hạ từ C xuống AB, tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + y - 1 = 0 \\ x - 3y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2}{5}; \frac{-1}{5}\right)$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \frac{7}{5}\sqrt{10} = 14$	0,25 0,25 0,25
8 (1,0đ)	Đk: $1 \leq x \leq 7$, pt $\Leftrightarrow x - 1 - 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{7-x} - \sqrt{(x-1)(7-x)} = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-1}(\sqrt{x-1} - 2) - \sqrt{7-x}(\sqrt{x-1} - 2) = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x-1} - 2)(\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 2 \\ \sqrt{x-1} = \sqrt{7-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 4 \end{cases} \text{ thỏa mãn đk}$	0,25 0,25 0,5
9	áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có	

(1,0đ)

0,25

	$(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \geq 3\sqrt[3]{xyz} \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z} \quad (*)$ áp dụng (*) ta có $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}} \geq \frac{9}{\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a}}$	
	áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có $\sqrt[3]{(a+3b)1.1} \leq \frac{a+3b+1+1}{3} = \frac{1}{3}(a+3b+2)$ $\sqrt[3]{(b+3c)1.1} \leq \frac{b+3c+1+1}{3} = \frac{1}{3}(b+3c+2)$ $\sqrt[3]{(c+3a)1.1} \leq \frac{c+3a+1+1}{3} = \frac{1}{3}(c+3a+2)$	0,25
	Suy ra $\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a} \leq \frac{1}{3}[4(a+b+c)+6] \leq \frac{1}{3}\left[4 \cdot \frac{3}{4} + 6\right] = 3$ Do đó $P \geq 3$	0,25
	Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = \frac{3}{4} \\ a+3b = b+3c = c+3a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c = \frac{1}{4}$	0,25

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2).e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + 2\overline{z}$.

b) Giải phương trình $4^{x^2-x+1} = 8^x$, ($x \in \mathbb{R}$)

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{(2x^2+1)^3} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-2; 3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 3.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{3}$. Tính giá trị của $\cos 2\alpha$

b) Để chuẩn bị tiêm phòng dịch Sởi- Rubella cho học sinh khối 10, 11 và 12. Bệnh viện tỉnh điều động 12 bác sỹ đến trường THPT Võ Lai để tiêm phòng dịch gồm 7 bác sỹ nam và 5 bác sỹ nữ. Ban chỉ đạo chọn ngẫu nhiên ra 3 bác sỹ phụ trách khối 12. Tính xác suất để 3 bác sỹ được chọn có cùng giới tính.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABCD là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm BC. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC theo a .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x-3y-2+\sqrt{xy-y^2+x-y}=0 \\ 3\sqrt{8-x}-4\sqrt{y+1}=x^2-14y-12 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, phương trình đường thẳng AH là $3x-y+3=0$, trung điểm của cạnh BC là $M(3; 0)$. Gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ B và C đến AC và AB, phương trình đường thẳng EF là $x-3y+7=0$. Tìm tọa độ điểm A, biết A có hoành độ dương.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{4a}{b} \left(1 + \frac{2c}{b}\right) + \frac{b}{a} \left(1 + \frac{c}{a}\right) = 6$.

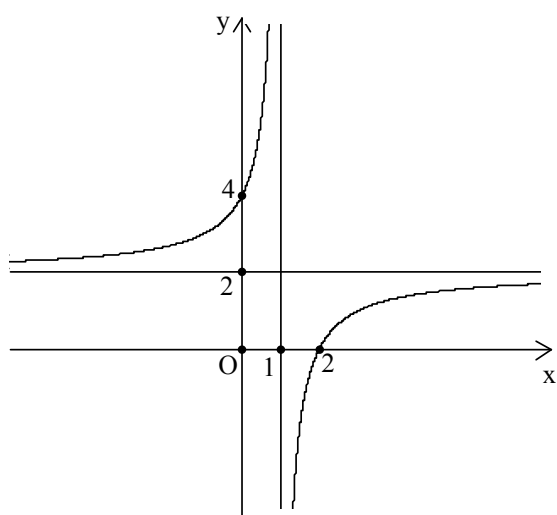
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{bc}{a(b+2c)} + \frac{2ca}{b(c+a)} + \frac{2ab}{c(2a+b)}$.

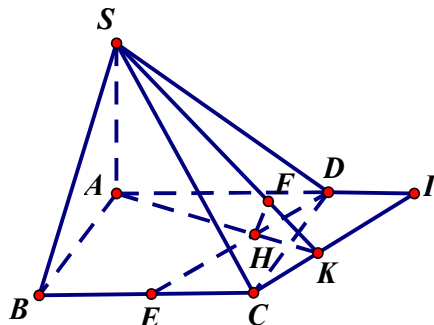
----- Hết -----

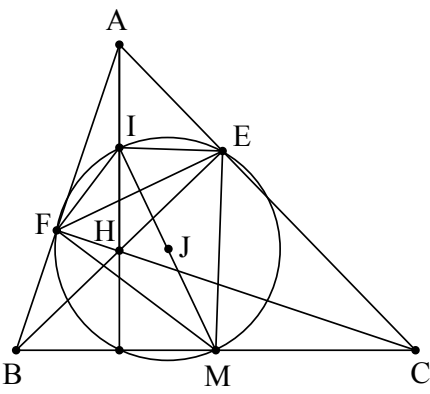
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1 (1,0 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$.													
	* Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ * Sự biến thiên: $y' = \frac{2}{(x-1)^2}$ Vì $y' > 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty ; 1), (1 ; +\infty)$. Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$; tiệm cận đứng $x = 1$. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$.	0,25												
	Bảng biến thiên <table><tr><td>X</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>Y</td><td colspan="2"> </td><td> </td></tr></table>	X	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	+		+	Y				0,25
	X	$-\infty$	1	$+\infty$										
	y'	+		+										
Y														
* Đồ thị : 	0,25													
Câu 2 (1,0 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2).e^{2x}$ trên đoạn $[-1 ; 2]$.													
	Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1 ; 2]$, $f'(x) = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}$	0,25												
	$\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in (-1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ x \in (-1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$	0,25												
	$f(1) = -e^2, f(-1) = \frac{-1}{e^2}, f(2) = 2e^4.$	0,25												
	GTLN của $f(x)$ trên đoạn $[-1 ; 2]$ bằng $2e^4$, khi $x = 2$, GTLN của $f(x)$ trên đoạn $[-1 ; 2]$ bằng $-e^2$, khi $x = 1$.	0,25												
Câu 3 (1,0 điểm)	a) (0,5) Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z = 4 - 3i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + 2\bar{z}$													
	$(2 + i)z = 4 - 3i \Leftrightarrow z = 1 - 2i$	0,25												
	$w = iz + 2\bar{z} = i(1 - 2i) + 2(1 + 2i) = 4 + 5i$. Vậy $ w = \sqrt{41}$	0,25												
	b) (0,5) Giải phương trình $4^{x^2-x+1} = 8^x$ (1).													
	$4^{x^2-x+1} = 8^x \Leftrightarrow 2^{2x^2-2x+2} = 2^{3x}$	0,25												
$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = 2$.	0,25													

Câu 4 (1,0 điểm)	Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{(2x^2 + 1)^3} dx$.		
	Đặt $t = 2x^2 + 1 \Rightarrow dt = 4xdx$	0,25	
	$x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 3$	0,25	
	Khi đó $I = \frac{1}{4} \int_1^3 \frac{1}{t^3} dt = \frac{-1}{8t^2} \Big _1^3 = \frac{1}{9}$	0,5	
Câu 5 (1,0 điểm)	Cho điểm A(-2 ; 3 ; 1) và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 3.		
	Một vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2;1;-2)$.	0.25	
	Mặt phẳng (P) qua A và nhận vector $\vec{u} = (2;1;-2)$ làm vector pháp tuyến nên phương trình của nó là $2(x + 2) + y - 3 - 2(z - 1) = 0$ hay $2x + y - 2z + 3 = 0$.	0.25	
	Vì M thuộc d nên M(3 + 2t; 2 + t; 1 - 2t). Khoảng cách từ M đến (P) là: $d(M,(P)) = \frac{ 2(3+2t) + 2 + t - 2(1-2t) + 3 }{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 3t + 3 $	0.25	
	$d(M,(P)) = 3 \Leftrightarrow 3t + 3 = 3 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = -2$. Vậy M(3 ; 2 ; 1) hoặc M(-1 ; 0 ; 5).	0.25	
Câu 6 (1,0 điểm)	a) (0,5) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{3}$. Tính giá trị của $\cos 2\alpha$		
	Ta có $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{3} \Rightarrow 1 - \sin \alpha = \frac{16}{9} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{7}{9}$	0,25	
	Vậy $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = -\frac{17}{81}$	0,25	
	b) (0,5) Để chuẩn bị tiêm phòng dịch Sởi- Rubella cho học sinh khối 10 , 11 và khối 12. Bệnh viện tỉnh điều động 12 bác sỹ đến trường THPT Võ Lai để tiêm phòng dịch gồm 7 bác sỹ nam và 5 bác sỹ nữ. Ban chỉ đạo chọn ngẫu nhiên ra 3 bác sỹ phụ trách khối 12. Tính xác suất để 3 bác sỹ được chọn có cùng giới tính.		
	Số phần tử của không gian mẫu là: $ \Omega = C_{12}^3 = 220$	0,25	
	Gọi A là biến cố chọn được 3 bác sỹ có cùng giới tính. Số kết quả thuận lợi cho A là: $ \Omega_A = C_7^3 + C_5^3 = 45$. Xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{9}{44}$.	0,25	
Câu 7 (1điểm)	 $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên (ABCD) $\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^0$ ΔSAC vuông cân tại A $A \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$		0,25
	$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$		0,25
	*Tính d(DE,SC)		0.25

	Dựng $CI \parallel DE$, suy ra $DE \parallel (SCI)$. Dựng $AK \perp CI$ cắt DE tại H và cắt CI tại K Trong (SAK) dựng $HF \perp SK$, do $CI \perp (SAK) \Rightarrow HF \perp (SCI)$ $AK = \frac{CD \cdot AI}{CI} = \frac{3a}{\sqrt{5}}, HK = \frac{1}{3} AK = \frac{a}{\sqrt{5}}$	
	Khi đó $d(DE, SC) = d(H, (SCI)) = HF = \frac{SA \cdot HK}{SK} = \frac{a\sqrt{38}}{19}$	0,25
Câu 8 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình (I) $\begin{cases} x-3y-2+\sqrt{xy-y^2+x-y}=0 \\ 3\sqrt{8-x}-4\sqrt{y+1}=x^2-14y-12. \end{cases}$	
	(I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x-y+\sqrt{(x-y)(y+1)}-2(y+1)=0 & (1) \\ 3\sqrt{8-x}-4\sqrt{y+1}=x^2-14y-12 & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x \leq 8, y \geq -1, (x-y)(y+1) \geq 0$ (*) Nếu $(x; y)$ là nghiệm của hệ (I) thì $y > -1$. Suy ra $x - y \geq 0$.	0.25
	Do đó: (I) $\Leftrightarrow \frac{x-y}{y+1} + \sqrt{\frac{x-y}{y+1}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{x-y}{y+1}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x-y}{y+1} = 1 \Leftrightarrow x = 2y + 1$	0.25
	Thay $x = 2y + 1$ vào (2) ta được: $3\sqrt{7-2y} - 4\sqrt{y+1} = (2y+1)^2 - 14y - 12 \Leftrightarrow 4\sqrt{y+1} - 3\sqrt{7-2y} + 4y^2 - 10y - 11 = 0$ $\Leftrightarrow 4(\sqrt{y+1} - 2) - 3(\sqrt{7-2y} - 1) + 4y^2 - 10y - 6 = 0$ $\Leftrightarrow (y-3) \left(\frac{2}{\sqrt{y+1}+2} + \frac{3}{\sqrt{7-2y}+1} + 2y+1 \right) = 0$ (3)	0.25
	Vì $-1 < y \leq \frac{7}{2}$ nên $\frac{2}{\sqrt{y+1}+2} \geq \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{7-2y}+1} > \frac{3}{4}, 2y+1 > -1$ $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{y+1}+2} + \frac{3}{\sqrt{7-2y}+1} + 2y+1 > 0$. Do đó: (3) $\Leftrightarrow y-3=0 \Leftrightarrow y=3$ $\Rightarrow x=7$ (thỏa (*)). Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(x; y) = (7; 3)$.	0.25
Câu 9 (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, phương trình đường thẳng AH là $3x - y + 3 = 0$, trung điểm của cạnh BC là $M(3; 0)$. Gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ B và C đến AC và AB, phương trình đường thẳng EF là $x - 3y + 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm A, biết A có hoành độ dương.	
		
	Gọi I trung điểm AH. Tứ giác AEHF nội tiếp và bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn nên $IM \perp EF$ (đoạn nối tâm vuông góc với dây chung). Ta có: $\widehat{IEF} = \widehat{ABE}$ (cùng phụ góc A hoặc cùng phụ góc EHF) và: $\widehat{ABE} = \frac{1}{2} \widehat{EMF} = \widehat{IME}$	0.25

	$\Rightarrow \widehat{MEI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MFI} = \widehat{MEI} = 90^\circ$. Do đó tứ giác MEIF nội tiếp đường tròn đường kính IM, tâm là trung điểm J của IM. (Đường tròn (J) là đường tròn Euler). Đường thẳng IM qua M và vuông góc EF nên có phương trình: $3x + y - 9 = 0$. I là giao điểm của AH và IM nên tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y + 3 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow I(1; 6)$.	0.25
	Đường tròn đường kính IM có tâm J(2 ; 3) và bán kính $r = JM = \sqrt{10}$ nên có phương trình: $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$. Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 3y + 7 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 7 \\ (y - 3)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow E(5; 4) \text{ hoặc } E(-1; 2).$	0.25
	Vì A $\in$ AH nên A(a ; 3a + 3) Ta có: $IA = IE \Leftrightarrow IA^2 = IE^2 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (3a - 3)^2 = 20 \Leftrightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$ Vì A có hoành độ dương nên $A(1 + \sqrt{2}; 6 + 3\sqrt{2})$.	0.25
Câu 10 (1,0 điểm)	Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{4a}{b}\left(1 + \frac{2c}{b}\right) + \frac{b}{a}\left(1 + \frac{c}{a}\right) = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{bc}{a(b + 2c)} + \frac{2ca}{b(c + a)} + \frac{2ab}{c(2a + b)}$. Đặt $x = \frac{2}{a}, y = \frac{4}{b}, z = \frac{1}{c}$ (x, y, z > 0). Điều kiện đã cho trở thành: $\frac{x^3 + y^3}{xyz} + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) = 6$ (*)	
	Ta có: $x^3 + y^3 \geq \frac{(x + y)^3}{4}$ và $(x + y)^2 \geq 4xy$ Do đó: $\frac{x^3 + y^3}{xyz} \geq \frac{(x + y)^3}{4xyz} \geq \frac{4xy(x + y)}{4xyz} = \frac{x + y}{z}$ Mặt khác $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ nên $6 = \frac{x^3 + y^3}{xyz} + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \geq \frac{x + y}{z} + 4 \Rightarrow 0 < \frac{x + y}{z} \leq 2$.	0.25
	Ta có: $P = \frac{x}{y + 2z} + \frac{y}{2z + x} + \frac{4z}{x + y} = \frac{x^2}{xy + 2zx} + \frac{y^2}{2yz + xy} + \frac{4z}{x + y}$ $\geq \frac{(x + y)^2}{2xy + 2z(x + y)} + \frac{4z}{x + y} \geq \frac{(x + y)^2}{\frac{(x + y)^2}{2} + 2z(x + y)} + \frac{4z}{x + y} = \frac{2(x + y)}{x + y + 4z} + \frac{4z}{x + y}$	0.25
	Suy ra: $P \geq \frac{2\frac{x + y}{z}}{\frac{x + y}{z} + 4} + \frac{4}{\frac{x + y}{z}}$. Đặt $t = \frac{x + y}{z}$, $0 < t \leq 2$. Ta có $P \geq \frac{2t}{t + 4} + \frac{4}{t}$. Xét hàm số $f(t) = \frac{2t}{t + 4} + \frac{4}{t}$ ($0 < t \leq 2$).	0.25

	$f'(t) = \frac{4(t^2 - 8t - 16)}{t^2(t+4)^2} < 0, \forall t \in (0; 2] \Rightarrow f(t) \text{ nghịch biến trên } (0; 2].$	
	Suy ra: $P \geq f(t) \geq f(2) = \frac{8}{3}$. $P = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ \frac{x+y}{z} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z \Leftrightarrow 2a = b = 4c$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{8}{3}$, khi $2a = b = 4c$.	0.25

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $z + 2\bar{z} = (1 + 5i)^2$. Tính mô đun của z .

b) Giải phương trình $7^x + 2 \cdot 7^{1-x} - 9 = 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{8x+1}{4x-1} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Cho góc α thỏa mãn: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \sin 2\alpha - \cos 2\alpha.$$

b) Một lọ hoa chứa 20 bông hoa giống nhau gồm 12 bông hoa đỏ và 8 bông hoa xanh. Lấy đồng thời ngẫu nhiên 3 bông hoa. Tính xác suất để có ít nhất 1 bông hoa màu xanh.

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y - 4z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) , tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) .

Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ góc tạo bởi mặt phẳng $(A'BC)$ và đáy là 60° . Gọi M là trung điểm của CC' . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'MB)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $D(-7; 0)$. Một điểm M nằm trong hình bình hành sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{MCB}$. Phương trình đường thẳng chứa MB, MC lần lượt là $\Delta_1: x + y - 2 = 0$; $\Delta_2: 2x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A , biết rằng A thuộc đường thẳng $d: y = 3x$ và A có hoành độ nguyên.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình: $x^3 - 3x + 1 = \sqrt{8 - 3x^2}$ trên tập số thực.

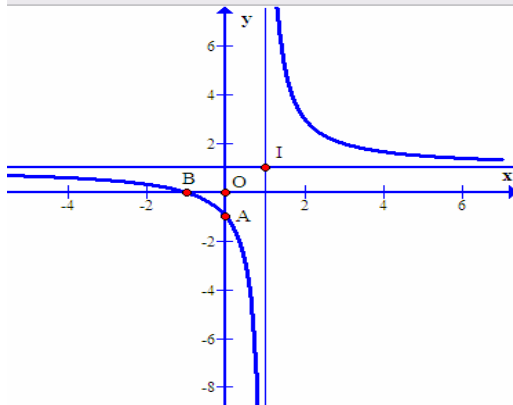
Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là 3 số thực dương và thỏa mãn điều kiện $abc + a + c = b$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \frac{2}{1+a^2} - \frac{2}{1+b^2} + \frac{3}{1+c^2}$.

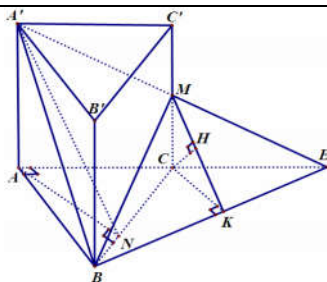
----- Hết -----

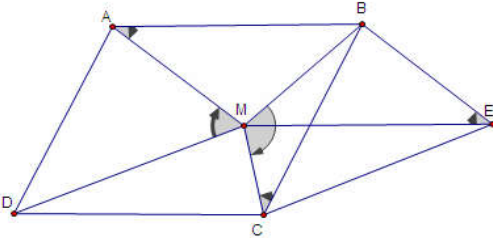
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Điểm												
	• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ • Sự biến thiên: - Đạo hàm: $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}; y' < 0, \forall x \in D$. - Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$	0.25												
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng. - Hàm số không có cực trị.	0.25												
	- Bảng biến thiên:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>$+\infty$</td><td>1</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		-	-	y	1	$+\infty$	1	0.25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'		-	-											
y	1	$+\infty$	1											
	• Đồ thị: - Đồ thị cắt trục Ox tại B(-1;0), Oy tại A(0;-1) và nhận giao điểm hai đường tiệm cận có tọa độ I(1;1) làm tâm đối xứng. 	0.25												
2 (1,0đ)	Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành có hoành độ là nghiệm của phương trình: $x^3 + 2x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 3x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0.25												
	$\forall x \in \mathbb{R}$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 4x^2 + 1$	0.25												
	$f'(1) = 3.1^2 + 4.1^2 + 1 = 8$	0.25												
	Phương trình tiếp tuyến là : $y = f'(1)(x-1) + f(1) = 8(x-1) + 0 = 8x - 8$	0.25												
3a (0,5đ)	Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó $\bar{z} = a - bi$. Ta có $z + 2\bar{z} = (1+5i)^2 \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = -24 + 10i \Leftrightarrow 3a - bi = -24 + 10i$	0.25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -24 \\ -b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = -10 \end{cases} \Rightarrow z = -8 - 10i \Rightarrow z = \sqrt{(-8)^2 + (-10)^2} = 2\sqrt{41}$	0.25												
3b (0,5đ)	$7^x + 2.7^{1-x} - 9 = 0 \Leftrightarrow 7^x + 2.\frac{7}{7^x} - 9 = 0 \Leftrightarrow 7^{2x} - 9.7^x + 14 = 0$	0.25												
	$\Leftrightarrow (7^x - 7).(7^x - 2) = 0$													
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 7^x = 7 \\ 7^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_7 2 \end{cases}$	0.25												
4 (1,0đ)	$I = \int_1^2 \frac{8x+1}{4x-1} dx = \int_1^2 \left(2 + \frac{3}{4x-1} \right) dx = \int_1^2 2dx + \int_1^2 \frac{3}{4x-1} dx$													

	$\int_1^2 2x dx = 2x _1^2 = 2$	0.25
	$\int_1^2 \frac{3}{4x-1} dx = \frac{3}{4} \int_1^2 \frac{1}{4x-1} d(4x-1) = \frac{3}{4} (\ln 4x-1) _1^2 = \frac{3}{4} \ln \frac{7}{3}$	0.25
	$I = 2 + \frac{3}{4} \ln \frac{7}{3}$	0.25
5a (0,5đ)		
	Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$, suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$	0.25
	Do đó $A = \sin 2\alpha - \cos 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha - (1 - 2\sin^2 \alpha)$ $= 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2\right) = -\frac{1 + 4\sqrt{5}}{9}$	0.25
5b (0,5đ)	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$. Gọi A là biến cố “Chọn được 3 bông hoa có ít nhất 1 bông hoa màu xanh”. Thì $\bar{A}$ là biến cố “Chọn được 3 bông hoa màu đỏ” $n(\bar{A}) = C_{12}^3 = 220 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}$ Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$	0.25
6 (1,0đ)	Mặt cầu (S) có tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính $R = d(M; (P)) = \frac{ 1 + 2 - 12 + 3 }{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2}} = \sqrt{2}$	0.25
	Phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$	0.25
	Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 1; -4)$ nên có phương trình: $x-1 = y-2 = \frac{z-3}{-4}$	0.25
	Gọi H là tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) . Tọa độ H là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 4z + 3 = 0 \\ x - 1 = y - 2 = \frac{z - 3}{-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{7}{3} \\ z = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{5}{3}\right)$	0.25
7 (1,0đ)	 Trong mp(ABC), từ A kẻ $AN \perp BC, N \in BC \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \widehat{ANA'} = 60^\circ$ $AN = \frac{AC \cdot AB}{\sqrt{AC^2 + AB^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \tan 60^\circ = \frac{3}{2}a.$	0.25
		0.25

	$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \quad V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3}{2} a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}.$	
	Trong mặt phẳng $(AA'C'C)$, gọi $E = AC \cap A'M$ thì C là trung điểm của AE $d(A, (A'BM)) = d(A, (A'BE)) = 2d(C, (MBE))$ Kẻ $CK \perp BE, CH \perp MK \Rightarrow CH \perp (MBE) \Rightarrow d(C, (MBE)) = CH$	0.25
	Trong tam giác vuông MCK ta có $CH = \frac{CK \cdot CM}{\sqrt{CK^2 + CM^2}}$, với $CM = \frac{1}{2}CC' = \frac{3}{4}a$ và $CK = \frac{1}{2} \frac{AE \cdot AB}{\sqrt{AE^2 + AB^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{13} \cdot a} = \frac{a\sqrt{39}}{13} \Rightarrow CH = \frac{3a\sqrt{55}}{55}$ Vậy khoảng cách từ A đến $(A'BM)$ là $\frac{6a\sqrt{55}}{55}$.	0.25
8 (1,0đ)	 Tọa độ M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1)$	0.25
	Dựng E sao cho $ABEM$ là hình bình hành, khi đó $DCEM$ cũng là hình bình hành. Ta có $\begin{cases} \widehat{MAB} = \widehat{MEB} \\ \widehat{MCB} = \widehat{MAB} \end{cases} \Rightarrow \widehat{MEB} = \widehat{MCB} \Rightarrow BECM$ nội tiếp đường tròn. $\Rightarrow \widehat{BEC} + \widehat{BMC} = 180^\circ$ Mặt khác: $\triangle BEC = \triangle AMD$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{AMD}$ Suy ra $\Rightarrow \widehat{AMD} + \widehat{BMC} = 180^\circ$	0.25
	Gọi $A(a; 3a) \in d, a \in \mathbb{Z}$, khi đó $\overrightarrow{MA} = (a-1; 3a-1); \overrightarrow{MD} = (-8; -1)$ Δ_1, Δ_2 có các vecto pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 1), \vec{n}_2 = (2; -1)$ $ \cos \widehat{AMD} = \cos \widehat{BMC} \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MD}) = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) $ $\Leftrightarrow \frac{ -8(a-1) - (3a-1) }{\sqrt{(a-1)^2 + (3a-1)^2} \cdot \sqrt{65}} = \frac{ 2-1 }{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}$	0.25
	$\Leftrightarrow 13(5a^2 - 4a + 1) = (11a - 9)^2 \Leftrightarrow 28a^2 - 73a + 34 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{28} \text{ (loại)} \\ a = 2 \end{cases}$ Vậy $A(2; 6)$.	0.25
9 (1,0đ)	Điều kiện $-\frac{2\sqrt{6}}{3} \leq x \leq \frac{2\sqrt{6}}{3}$ $x^3 - 3x + 1 = \sqrt{8-3x^2} \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 - (-x+2) - \sqrt{8-3x^2} + (-x+2) = 0$ $\Leftrightarrow x^3 - 2x - 1 + \frac{(-x+2)^2 - (8-3x^2)}{\sqrt{8-3x^2} + (-x+2)} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 1 + 4 \frac{x^2 - x - 1}{\sqrt{8-3x^2} + 2 - x} = 0$	0.25

	$\Leftrightarrow (x^2 - x - 1) \left(x + 1 + \frac{4}{\sqrt{8 - 3x^2} + 2 - x} \right) = 0$													
	Xét hàm số $f(x) = \sqrt{8 - 3x^2} + 2 - x$, với $x \in \left[\frac{-2\sqrt{6}}{3}; \frac{2\sqrt{6}}{3} \right]$ $f'(x) = \frac{-3x}{\sqrt{8 - 3x^2}} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{6}}{3}$, vì $x < 0$.	0.25												
	Ta có bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$\frac{-2\sqrt{6}}{3}$</td><td>$\frac{-\sqrt{6}}{3}$</td><td>$\frac{2\sqrt{6}}{3}$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\frac{6 + 2\sqrt{6}}{3}$</td><td>$\frac{6 + 4\sqrt{6}}{3}$</td><td>$\frac{6 - 2\sqrt{6}}{3}$</td></tr></table> Từ bảng biến thiên ta có $0 < f(x) \leq \frac{6 + 4\sqrt{6}}{3}$	x	$\frac{-2\sqrt{6}}{3}$	$\frac{-\sqrt{6}}{3}$	$\frac{2\sqrt{6}}{3}$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$\frac{6 + 2\sqrt{6}}{3}$	$\frac{6 + 4\sqrt{6}}{3}$	$\frac{6 - 2\sqrt{6}}{3}$	0.25
x	$\frac{-2\sqrt{6}}{3}$	$\frac{-\sqrt{6}}{3}$	$\frac{2\sqrt{6}}{3}$											
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$	$\frac{6 + 2\sqrt{6}}{3}$	$\frac{6 + 4\sqrt{6}}{3}$	$\frac{6 - 2\sqrt{6}}{3}$											
	Do đó $x + 1 + \frac{4}{\sqrt{8 - 3x^2} + 2 - x} = x + 1 + \frac{4}{f(x)} \geq -\frac{2\sqrt{6}}{3} + 1 + \frac{12}{6 + 4\sqrt{6}} = \frac{-3 + 2\sqrt{6}}{15} > 0$ Vậy phương trình đã cho tương đương $x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$	0.25												
10 (1,0đ)	Ta có $abc + a + c = b \Rightarrow b(1 - ac) = a + c > 0 \Rightarrow \begin{cases} a < \frac{1}{c} \\ b = \frac{a + c}{1 - ac} \end{cases}$ $S = \frac{2}{1 + a^2} - \frac{2}{1 + b^2} + \frac{3}{1 + c^2} = \frac{2}{1 + a^2} + \frac{2(a + c)^2}{(1 + a^2)(1 + c^2)} - 2 + \frac{3}{1 + c^2}$	0,25												
	Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{1 + x^2} + \frac{(x + c)^2}{(1 + x^2)(1 + c^2)} - 1$, với $0 < x < \frac{1}{c}$ Khi đó $f'(x) = \frac{-2c(x^2 + 2cx - 1)}{(1 + x^2)^2(1 + c^2)} = 0$ có 1 nghiệm duy nhất $x_0 = -c + \sqrt{1 + c^2} \in \left(0; \frac{1}{c} \right)$ Ta có bảng biến thiên sau: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>x_0</td><td>$1/c$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$f(x_0)$</td><td></td></tr></table> Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \leq f(x_0) = \frac{c}{\sqrt{1 + c^2}}$	x	0	x_0	$1/c$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$		$f(x_0)$		0,25
x	0	x_0	$1/c$											
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$		$f(x_0)$												

	Khi đó $S = 2f(a) + \frac{3}{1+c^2} \leq \frac{2c}{\sqrt{1+c^2}} + \frac{3}{1+c^2} = g(c)$ Ta có $g'(c) = \frac{2(1-8c^2)}{(1+c^2)^2 \cdot (3c + \sqrt{1+c^2})} = 0 \Leftrightarrow c = c_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \in (0; +\infty)$	0,25												
	<table border="1"><tr><td>c</td><td>0</td><td>c_0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(c)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(c)$</td><td colspan="3"> $\nearrow$ $g(c_0)$ $\searrow$ </td></tr></table> Từ bảng biến thiên suy ra $g(c) \leq g(c_0) \Rightarrow S \leq g(c) \leq g(c_0) = \frac{10}{3}$ Với $c = \frac{1}{2\sqrt{2}}, a = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = \sqrt{2}$ thì giá trị lớn nhất của S là $\frac{10}{3}$.	c	0	c_0	$+\infty$	$g'(c)$	+	0	-	$g(c)$	$\nearrow$ $g(c_0)$ $\searrow$			0,25
c	0	c_0	$+\infty$											
$g'(c)$	+	0	-											
$g(c)$	$\nearrow$ $g(c_0)$ $\searrow$													

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số : $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 2 (1,0 điểm).Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 3$ tại giao điểm của nó với trục tung.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm môđun của số phức z biết $3z + 2\bar{z} = (4 - i)^2$

b) Giải bất phương trình : $3.9^x + 2.3^x - 1 > 0$ ($x \in \mathbb{R}$)

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + x) \cdot \cos x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;0;2), B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 4 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB và viết phương trình của mặt cầu (S) có tâm I nằm trên đường thẳng AB , bán kính bằng 4 và tiếp xúc với mặt phẳng (P) ; biết tâm I có hoành độ dương.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\cos x = \sqrt{2} \sin 2x + \sin x$.

b) Từ các chữ số 0,1,2,3,4 ta lập được tập A chứa các số có 3 chữ số đôi một khác nhau, lấy ngẫu nhiên 4 số từ A. Tính xác suất để trong 4 số lấy ra có đúng 1 số chia hết cho 5.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm AD. Tính theo a thể tích khối chóp SABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AB.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I; có đỉnh A thuộc đường thẳng d: $x + y - 2 = 0$, D(2; -1) là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ đỉnh A. Gọi điểm E(3; 1) là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AI; điểm P(2;1) thuộc đường thẳng AC. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 + x - 4y + 2 = 0 \\ x^3 + x - 3 = 2\sqrt{x+2} + y \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số dương và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}$$

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1	- TXĐ: $D = \mathbb{R}$ - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 \left(1 - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) = +\infty$ - Sự biến thiên: +) Ta có: $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$ +) Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr></table> y $+\infty$ 0 1 0 $+\infty$ 0 1 0 $+\infty$ Suy ra: * Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1), (0; 1)$ và hàm đồng biến trên các khoảng $(-1; 0), (1; +\infty)$. * Cực trị: $x_{\text{CĐ}} = 0, y_{\text{CĐ}} = 1$ $x_{\text{CT}} = \pm 1, y_{\text{CT}} = 0$ - Đồ thị:	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		1đ
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$													
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$										
2	Giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 3$ với trục tung là $M(0; 3)$ $y' = 3x^2 - 4 \Rightarrow y'(0) = -4$ Phương trình tiếp tuyến cần tìm : $y = -4x + 3$	0.5 0.25 0.25																
3	a)Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$ -Ta có: $3z + 2\bar{z} = (4 - i)^2 \Leftrightarrow 3(a + bi) + 2(a - bi) = 15 - 8i \Leftrightarrow 5a + bi = 15 - 8i$ Giải được: $a = 3; b = -8 \Rightarrow z = 3 - 8i \Rightarrow z = \sqrt{73}$ b) Giải phương trình: $3.9^x + 2.3^x - 1 > 0 \quad (x \in \mathbb{R})$	0.25 0.25 0.25																

	Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$); ta có : $3t^2 + 2t - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -1(\text{loại}) \\ t > \frac{1}{3} \end{cases}$ Ta có : $3^x > \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^x > 3^{-1} \Leftrightarrow x > -1$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -1$	0.25
4	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$	0.25
	$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = e - 1$	0.25
	$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx = x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$	0.25
	$I = I_1 + I_2 = e + \frac{\pi}{2} - 2$	0.25
5	-Vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ 	0.25
	-Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ -----	0.25
	Gọi tâm $I(1+t; t; 2-t) \in AB$; ($t > -1$) (S) tiếp xúc mp (P) $\Leftrightarrow d(I, (P)) = 4 \Leftrightarrow 5t + 2 = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} 5t + 2 = 12 & t = 2(\text{nhân}) \\ 5t + 2 = -12 & t = -\frac{14}{5}(\text{loại}) \end{cases}$ Phương trình mặt cầu (S) cần tìm : $(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$	0.25
6	a)Giải phương trình: $\cos x = \sqrt{2} \sin 2x + \sin x \Leftrightarrow \cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin 2x \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin 2x = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ 	0.25
	Tìm và kết luận nghiệm: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$	0.25
	b)Tìm được tập A có 48 số có 3 chữ số đôi một khác nhau Tìm được số phần tử của không gian mẫu : $n(\Omega) = C_{48}^4 = 194580$ Tìm được trong 48 số có 12 số chia hết cho 5 và 36 số không chia hết cho 5 Số kết quả thuận lợi cho biến cố đề bài là : $C_{12}^1 \cdot C_{36}^3 = 85680$	0.25
	Xác suất cần tìm là $P = \frac{476}{1081}$	0.25

	Tọa độ của B thỏa hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y - 8 = 0 \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{7} \\ y = -\frac{5}{7} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{17}{7}; -\frac{5}{7}\right)$. Ta có $\{C\} = AC \cap BD$, nên Tọa độ của C thỏa hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{26}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{26}{7}; \frac{1}{7}\right).$ Kết luận : $A(0; 2)$, $B\left(\frac{17}{7}; -\frac{5}{7}\right)$, $C\left(\frac{26}{7}; \frac{1}{7}\right)$.	0.25
Câu 9	$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 + x - 4y + 2 = 0 & (1) \\ x^3 + x - 3 = 2\sqrt{x+2} + y & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x \geq -2$. $(1) \Leftrightarrow x^3 + x + 2 = y^3 - 3y^2 + 4y \Leftrightarrow x^3 + x + 2 = (y-1)^3 + (y-1) + 2$.	0.25
	Xét hàm số $f(t) = t^3 + t + 2$ trên $[-2; +\infty)$. Ta có: $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in [-2; +\infty)$. Mà $f(t)$ liên tục trên $[-2; +\infty)$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[-2; +\infty)$. Do đó: $x = y - 1$.	0.25
	Thay $y = x + 1$ và phương trình (2) ta được: $x^3 - 3 = 2\sqrt{x+2} + 1$ $\Leftrightarrow x^3 - 8 = 2(\sqrt{x+2} - 2) \Leftrightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 4) = \frac{2(\sqrt{x+2} - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}{(\sqrt{x+2} + 2)}$ $\Leftrightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 4) = \frac{2(x-2)}{(\sqrt{x+2} + 2)} \Leftrightarrow (x-2) \left[x^2 + 2x + 4 - \frac{2}{(\sqrt{x+2} + 2)} \right] = 0$	0.25
	$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$ $x^2 + 2x + 4 - \frac{2}{(\sqrt{x+2} + 2)} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = \frac{2}{(\sqrt{x+2} + 2)} \quad (*)$ Ta có $VT = x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3; VP = \frac{2}{\sqrt{x+2} + 2} \leq 1, \forall x \in [-2; +\infty)$ Do đó phương trình (*) vô nghiệm. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$.	0.25
10	Với $a + b + c = 3$ ta có $\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$ Theo BĐT Cô-Si: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow b = c$	0.25
	Tương tự $\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$ và $\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left(\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)$	0.25

	Suy ra $P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}$	0.25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Vậy $\max P = \frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$.	0.25

Câu 1:(1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 2:(1,0 điểm) Chứng minh rằng đường thẳng (d): $x + 3y + m = 0$ luôn cắt đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{x+1} \text{ tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị thực của } m.$$

Câu 3:(1,0 điểm) a) Cho số phức z thỏa mãn $z - 2\bar{z} = \frac{5-i}{-1-i}$. Tính mô đun của số phức z^2 .

b) Giải phương trình sau trên tập số thực: $\log_3(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - x) = -1$

Câu 4:(1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{3x+1}} dx$.

Câu 5:(1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(-2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;2). Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA = MB = MC$.

Câu 6:(1,0 điểm) a) Giải phương trình sau: $\sin 2x - 2\cos^2 x = \cos x - \sin x$.

b) Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp. Tính xác suất để trong 5 viên bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

Câu 7:(1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABCD). Gọi K là trung điểm của cạnh CD, góc giữa hai mặt phẳng (SBK) và (ABCD) bằng 60° . Chứng minh rằng đường thẳng BK vuông góc với mặt phẳng (SAC) và tính thể tích khối tứ diện SBCK theo a.

Câu 8:(1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng

(d): $3x + 4y - 12 = 0$. Gọi A, B là hai giao điểm của (E) và (d). Tìm trên (E) điểm C sao cho diện tích tam giác ABC bằng 6 (đvdt).

Câu 9:(1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+3) = 3(x^2+y^2)+2 \\ 4\sqrt{x+2} + \sqrt{16-3y} = x^2+8 \end{cases}; x, y \in \mathbb{R}$$

Câu 10:(1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{c}} + \frac{c}{\sqrt{a}}$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm
1 1,0đ	TXĐ : $D = \mathbb{R}$ SBT: + Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ HS nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$, HS đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$ + Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$; $y_{cd} = y(-1) = 3$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$; $y_{ct} = y(1) = -1$ + Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$. + Lập bảng biến thiên đúng. + Vẽ đồ thị đúng	0,25 0,25 0,25 0,25
2. 1,0đ	PT hoành độ giao điểm : $\frac{x-1}{x+1} = \frac{-x-m}{3}$ $\Leftrightarrow x^2 + (4+m)x + m - 3 = 0, x \neq -1. (1)$ Đặt $f(x) = x^2 + (4+m)x + m - 3$. Ta có: $f(-1) = -6 \neq 0$ và $\Delta = m^2 + 4m + 28 = (m+2)^2 + 24 > 0$ với mọi m. Suy ra PT (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt. Vậy đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt với mọi m.	0,25 0,25 0,25 0,25
3.a 0,5đ	+ Đặt $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $z - 2\bar{z} = \frac{5-i}{-1-i} \Leftrightarrow -x + 3yi = -2 + 3i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy $z = 2 + i$. Ta có $z^2 = 3 + 4i$. Suy ra $z^2 = 5$.	0,25 0,25
3.b 0,5đ	ĐK: $x > 1$. Với đk trên, PT đã cho tương đương với PT: $\log_3 3(x-1) = \log_3 (x^2 - x)$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (\text{loại}) \\ x = 3 \end{cases}$ KL: PT đã cho có 1 nghiệm $x = 3$.	0,25 0,25
4 1,0đ	Đặt: $u = \sqrt{3x+1} \Rightarrow u^2 = 3x+1 \Rightarrow 2udu = 3dx$. Đổi cận: với $x = 0$ thì $u = 1$, với $x = 1$ thì $u = 2$. Ta có $I = \frac{2}{9} \int_1^2 u(u-1) du = \frac{2}{9} \left(\frac{u^3}{3} - \frac{u^2}{2} \right) \Big _1^2 = \frac{5}{27}$	0,25 0,25 0,50
5 1,0đ	+PTmp (ABC): $\frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x - y - 2z + 4 = 0$ + $M \in mp(Oyz)$, $M(0; y; z)$. Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} AM^2 = BM^2 \\ AM^2 = CM^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8y + 16 = 4 \\ -4z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ z = 0 \end{cases}$ Vậy $M(0; \frac{3}{2}; 0)$.	0,25 0,25 0,25 0,25

6.a 0.5đ	$\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(2 \cos x + 1) = 0$ +PT $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \\ 2 \cos x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	0,25 0,25
6.b 0.5đ	+Ta có: $n(\Omega) = C_{12}^5 = 792$. + Gọi A là biến cố: "5 viên bi lấy racó đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng". TH1: 1 đỏ, 1 vàng và 3 xanh Có $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_5^3 = 120$. TH2: 2 đỏ, 2 vàng và 1 xanh Có $C_3^2 \cdot C_4^2 \cdot C_5^1 = 90$. Suy ra: $n(A) = 120 + 90 = 210$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{210}{792} = \frac{35}{132}$	 0,25 0,25
7 1,0đ	Gọi $I = AC \cap BK$. +Lập luận và chứng minh được: $\begin{cases} BK \perp AC \\ BK \perp SA \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SAC)$ +X định đúng ((SBK),(ABCD))= $\widehat{SIA} = 60^\circ$ Ta có $V_{SBCK} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta BCK} \cdot SA$ Tính đúng: $S_{\Delta BCK} = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2}, SA = 2a\sqrt{2}$ KL đúng: $V_{SBCK} = \frac{2a^3}{3}$ (đvtt).	0,25 0,25 0,25 0,25
8 1,0đ	+Tìm đúng: A(0;3), B(4;0) hoặc A(4;0), B(0;3), $AB = 5$. +Gọi C(x;y) là điểm cần tìm. Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} C \in (E) \\ S_{\Delta ABC} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 + 16y^2 = 144 \\ 3x + 4y - 12 = 12 \end{cases}$ Giải hệ PT và KL đúng có 2 điểm C thỏa bài toán là: $C(2\sqrt{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2}), C(-2\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2})$	0,25 0,25 0,25 0,25
9 1,0đ	Đk: $x \geq -2, y \leq \frac{16}{3}$ PT(1) $\Leftrightarrow (x-1)^3 = (y+1)^3 \Leftrightarrow y = x-2$ Thay $y = x-2$ vào PT(2) ta có PT: $4\sqrt{x+2} + \sqrt{22-3x} = x^2 + 8$ $\Leftrightarrow 4 \frac{(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} = (x-2)(x+2) + \frac{3(x-2)}{\sqrt{22-3x}+4}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \frac{-4}{\sqrt{x+2}+2} + x + 2 + \frac{3}{\sqrt{22-3x}+4} = 0 \end{cases} \quad (*)$ Đặt $f(x) = VT(*)$ trên đoạn $\left[-2; \frac{22}{3}\right]$, ta có: $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến,	 0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm cực đại của (C).

Câu 2. (1,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\cos x + 2\sin x(1 - \cos x)^2 = 2 + 2\sin x$.
- b) Tìm số phức z sao cho $(1 + 2i)z$ là số thuần ảo và $|2z - \bar{z}| = \sqrt{13}$.

Câu 3. (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_4 x + \log_2(4x) = 5$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^3 + 6x^2 - 171x - 40(x+1)\sqrt{5x-1} + 20 = 0, x \in \mathbb{R}$

Câu 5. (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_1^4 (\sqrt{x} + \ln(x+1)) dx$.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB = BC = a$, $\widehat{BAD} = 90^\circ$, cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy, tam giác SCD vuông tại C . Gọi H là hình chiếu của A lên SB . Tính thể tích của tứ diện $SBCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; -2)$, trọng tâm $G(0; 1)$ và trực tâm $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. Tìm tọa độ của các đỉnh B, C và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 8. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d . Tìm trên d hai điểm A, B sao cho tam giác ABM đều.

Câu 9. (0,5 điểm) Một hộp có 5 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu vàng và 8 viên bi màu xanh. Cùng một lần lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tìm xác suất sao cho trong 3 viên bi lấy ra không có viên bi nào là màu đỏ.

Câu 10. (1,0 điểm) Cho 3 số thực a, b, c không âm, chứng minh rằng:

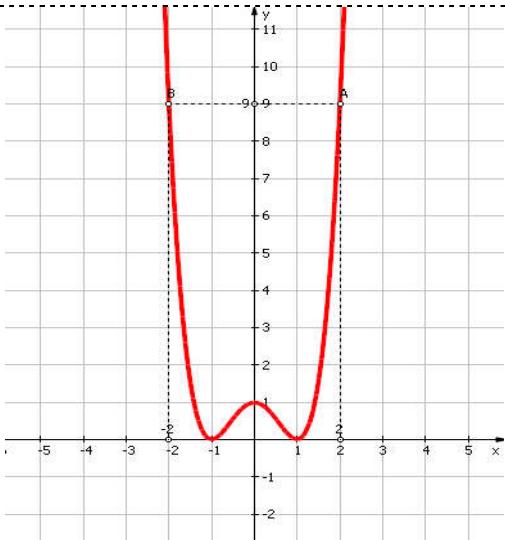
$$\sqrt{\frac{a^3}{a^3 + (b+c)^3}} + \sqrt{\frac{b^3}{b^3 + (c+a)^3}} + \sqrt{\frac{c^3}{c^3 + (a+b)^3}} \geq 1$$

----- Hết -----

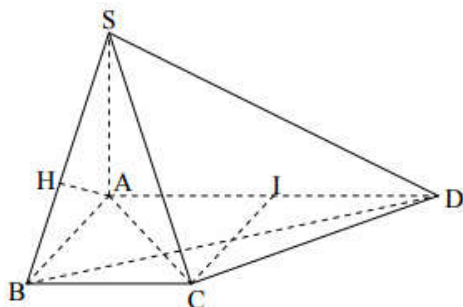
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm																								
Câu 1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm)																									
	- Tập xác định: $\mathbb{R}$. - Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$. Đồ thị (C) có không tiệm cận.	0,25																								
	- CBT: Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$. Dấu của y': $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$; $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ $\Rightarrow$ hàm số ĐB trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. NB trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(0; 1)$ - Hàm số có hai CT tại $x = \pm 1$; $y_{CT} = y(\pm 1) = 0$ và có một CĐ tại $x = 0$; $y_{CĐ} = y(0) = 1$.	0,25																								
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$			1				$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																				
y'		-	0	+	0	-	0	+																		
y	$+\infty$			1				$+\infty$																		
Đồ thị: Đồ thị cắt Oy tại (0;1). Điểm khác (± 2; 9) Đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng. 	0,25																									
Câu 2 (1,0 điểm)	b) (1,0 điểm)																									
	Điểm cực đại (0; 1), hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm CĐ của đồ thị đã cho là $y'(0) = 0$	0,5																								
	Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm CĐ là: $y = 1$.	0,5																								
Câu 3 (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm)																									
	Phương trình $\cos x + 2\sin x(1 - \cos x)^2 = 2 + 2\sin x$. $\Leftrightarrow \cos x + 2\sin x(1 + \cos^2 x - 2\cos x) - 2 - 2\sin x = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 2)(1 + \sin 2x) = 0$ (*)	0,25																								
	Do $\cos x - 2 \neq 0$ nên (*) $\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.	0,25																								
	b) (0,5 điểm)																									
	Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), khi đó $(1 + 2i)z = (1 + 2i)(a + bi) = (a - 2b) + (2a + b)i$ $(1 + 2i)z$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a - 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b$	0,25																								
Câu 4 (1,0 điểm)	$ 2.z - \bar{z} = a + 3bi = 2b + 3bi = \sqrt{13b^2} = \sqrt{13} \Leftrightarrow b = \pm 1$ Có hai số phức thỏa mãn đề bài: $z = 2 + i$; $z = -2 - i$	0,25																								
	Điều kiện: $x > 0$. Khi đó, phương trình tương đương với																									

(0,5 điểm)	$\frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 x + \log_2 4 = 5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\log_2 x = 3$ $\Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (t/m)}$ Vậy phương trình có 1 nghiệm là: $x = 4$.	0,25 0,25																										
Câu 4 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{5}$ Khi đó phương trình tương đương với $(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) - (3x + 6) = [8(5x - 1)\sqrt{5x - 1} + 36(5x - 1) + 54\sqrt{5x - 1} + 27] - (6\sqrt{5x - 1})$ $\Leftrightarrow (x + 2)^3 - 3(x + 2) = (2\sqrt{5x - 1} + 3)^3 - 3(2\sqrt{5x - 1} + 3)$ Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ Phương trình (1) có dạng $f(x + 2) = f(2\sqrt{5x - 1} + 3)$ Ta có: $f'(t) = 3t^2 - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$ <table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>↗</td><td>↘</td><td>↗</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(t)$		+	0	-	0	+				↗	↘	↗					4				0,25
t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																								
$f'(t)$		+	0	-	0	+																						
			↗	↘	↗																							
			4																									



$$\bullet V_{SBCD} = V_{S.ABCD} - V_{SABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} - \frac{a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \text{ (đvtt)}.$$

0,25

$$\bullet S_{SCD} = a^2\sqrt{2}; d(B, (SCD)) = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{SCD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6}}{a^2\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$$

$$(\text{hoặc } \frac{d(B, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{BK}{CK} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{a}{2})$$

0,5

$$\bullet \frac{d(H, (SCD))}{d(B, (SCD))} = \frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(H, (SCD)) = \frac{2}{3} d(B, (SCD)) = \frac{a}{3}$$

Cách khác: • Chứng minh $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Kẻ $AK \perp (SC) \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow (AKH) \perp (SCD)$.

Kéo dài AB và CD cắt nhau tại E. Kéo dài AH cắt SE tại M.

Có $(AMK) \perp (SCD)$ hay $(AMK) \perp (SED)$.

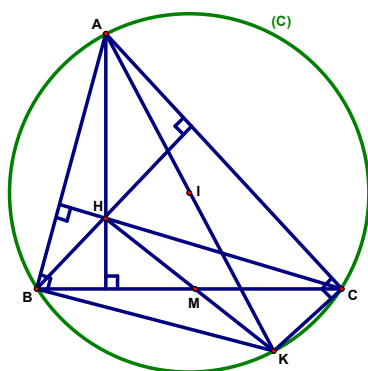
$AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HK \Rightarrow$ tam giác AHK vuông tại H.

Kẻ $HJ \perp MK$ có $HJ = d(H, (SCD))$.

• Tính AH, AM $\Rightarrow$ HM; Tính AK $\Rightarrow$ HK. Từ đó tính được $HJ = a/3$.

Hoặc có thể bằng phương pháp tọa độ.

Câu
7
(1,0
điểm)



Gọi M là trung điểm cạnh BC, ta có

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} \Rightarrow M \left(-1; \frac{5}{2} \right)$$

$$\overrightarrow{AH} = \left(\frac{-3}{2}; 3 \right) \text{ hay } \vec{n} = (1; -2) \text{ là pháp}$$

vector của đường thẳng BC.

0,25

$$\text{Phương trình } BC: x - 2y + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 6$$

Vì B và C đối xứng với nhau qua M nên gọi $B(2m - 6; m)$ thì có $C(4 - 2m; 5 - m)$

0,25

$$\overrightarrow{AB} = (2m - 8; m + 2); \overrightarrow{HC} = \left(\frac{7}{2} - 2m; 4 - m \right). \text{ Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = 0$$

$$\Rightarrow (m - 4)(5 - 5m) = 0 \Leftrightarrow m = 4; m = 1. \text{ Vậy có } B(2; 4), C(-4; 1) \text{ hoặc } B(-4; 1), C(2; 4)$$

0,25

Kẻ đường kính AK của đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC

Tứ giác BHCK có $BH \parallel KC$ và $BK \parallel HC$ nên BHCK là hình bình hành. Suy ra: HK và BC cắt nhau tại M là trung điểm của BC và M cũng là trung điểm của HK.

0,25

$$\text{Ta có } H \left(\frac{1}{2}; 1 \right), M \left(-1; \frac{5}{2} \right) \Rightarrow K \left(-\frac{5}{2}; 4 \right). \text{ Bán kính } R = \frac{1}{2} AK = \frac{15}{4}$$

	* <u>Ghi chú:</u> Có thể tìm tọa độ tâm I của đường tròn (C) bằng hệ thức $O-le$ $\overline{GH} = -2\overline{GI}$ (Thí sinh phải trình bày chứng minh hệ thức này). Sau đó tính $R = IA$	
Câu 8 (1,0 điểm)	Mp(P) qua $M(2;1;2)$ và $\perp (d)$ nhận vtcp $\vec{u_d} = (1;1;1)$ làm vtcp. Suy ra phương trình mp(P): $1.(x-2) + 1.(y-1) + 1.(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 5 = 0$	0,5
	Gọi H là hình chiếu của M trên d . Ta có: $MH = d(M, d) = \sqrt{\frac{8}{3}}$, $H\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{10}{3}\right)$. Tam giác ABM đều, nhận MH làm đường cao nên: $MA = MB = AB = MH \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$	0,25
	Do đó, tọa độ của A, B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1} \\ (x-\frac{4}{3})^2 + (y-\frac{1}{3})^2 + (z-\frac{10}{3})^2 = \frac{8}{9} \end{cases}$ Giải hệ này ta tìm được A, B là: $\left(\frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{10}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{9}\right), \left(\frac{4}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{10}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{9}\right)$.	0,25
Câu 9 (0,5 điểm)	Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$ phần tử Gọi A là biến cố: "Trong 3 viên bi lấy ra không có viên bi nào là màu đỏ", nghĩa là trong 3 viên bi lấy ra hoặc là toàn bi vàng, hoặc là toàn bi xanh, hoặc là có cả bi xanh và bi vàng	0,25
	Ta có $C_7^3 = 35$ cách lấy 3 viên bi vàng, có $C_8^3 = 56$ cách lấy 3 viên bi xanh, có $C_7^2 \cdot C_8^1 + C_7^1 \cdot C_8^2 = 364$ cách lấy 3 viên có cả vàng và xanh. Do đó: $P(A) = \frac{C_7^3 + C_8^3 + C_7^2 \cdot C_8^1 + C_7^1 \cdot C_8^2}{1140} = \frac{455}{1140} = \frac{91}{228}$	0,25
	<u>Cách khác gọn hơn:</u> Gọi A là biến cố: "Trong 3 viên bi lấy ra không có viên bi nào là màu đỏ", nghĩa là 3 viên bi được lấy ra từ 15 viên bi (vàng và xanh). Số cách chọn $C_{15}^3 = 455$ $P(A) = \frac{455}{1140} = \frac{91}{228}$	0,25 0,25
Câu 10 (1,0 điểm)	Xét BĐT: $\sqrt{1+x^3} \leq 1 + \frac{x^2}{2}, \forall x \geq 0$ Thật vậy, theo BĐT AM-GM, ta có: $\sqrt{1+x^3} = \sqrt{(1+x)(1-x+x^2)} \leq \frac{1+x+1-x+x^2}{2} = 1 + \frac{x^2}{2}$	0,25
	Áp dụng vào bài toán ta có: $\sqrt{\frac{a^3}{a^3+(b+c)^3}} = \sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{b+c}{a}\right)^3}} \geq \frac{1}{1+\frac{1}{2}\left(\frac{b+c}{a}\right)^2} \geq \frac{a^2}{a^2+b^2+c^2} \quad (1)$	0,25
	Tương tự, ta có: $\sqrt{\frac{b^3}{b^3+(c+a)^3}} \geq \frac{b^2}{a^2+b^2+c^2} \quad (2); \quad \sqrt{\frac{c^3}{c^3+(a+b)^3}} \geq \frac{c^2}{a^2+b^2+c^2} \quad (3)$	0,25
	Cộng vế với vế (1), (2), và (3) suy ra đpcm. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$	0,25

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm các giá trị thực m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 2}{x - m}$ có cực đại và cực tiểu.

Câu 3 (1,0 điểm).

a). Cho số phức z thỏa mãn : $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|\bar{z} - 1| = 2$. Xác định phần thực và phần ảo của z.

b). Giải phương trình $2 \log_2 \sqrt{x-1} - \log_{\frac{1}{2}}(x+2) = \frac{1}{4} \log_{\sqrt{2}} 1$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $J = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 27 = 0, \quad (P): x + 2y + 2z - 19 = 0$$

a). Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

b). Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mp(P) và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 6 (1,0 điểm).

a). Giải phương trình lượng giác: $\cos^2 2x - 2 \sin x \cos x + 1 = 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

b). Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân phối 6 vé xem phim “ Kong: Skull Island” cho 6 bạn trong lớp mà trong nhóm đi xem phim số bạn nữ nhiều hơn số bạn nam ?

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Cho $BC = a$, $AC = 2a$, tam giác SAB đều. Hình chiếu vuông góc của S lên mp(ABC) trùng với trung điểm M của cạnh AC. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho A(1;2), B(5;-2), C(1;-4). Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông MNPQ biết M, N lần lượt nằm trên đoạn AB, BC và P, Q nằm trên đoạn AC.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 8x^3 + 2y = \sqrt{3 - 5x^2 + y^2} \\ \left(3x + \sqrt{1 + 9x^2}\right)\left(y + \sqrt{1 + y^2}\right) = 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn

$$3(a^4 + b^4 + c^4) - 7(a^2 + b^2 + c^2) + 10 = 0$$

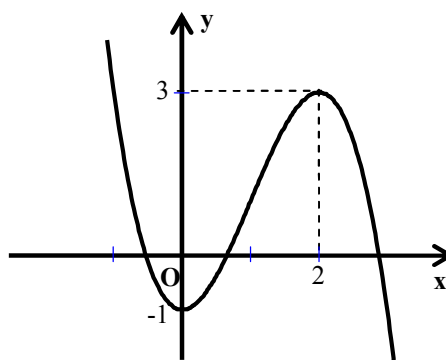
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2}{b+2c} + \frac{b^2}{c+2a} + \frac{c^2}{a+2b}$

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu, ý	Nội dung	Điểm																			
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$	1 đ																			
	- TXĐ: $D = \mathbb{R}$ - Sự biến thiên + Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. + Chiều biến thiên : $y' = -3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																			
	+ Bảng biến thiên : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-1</td><td>$\nearrow$</td><td>3</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
	y'	-	0	+	0	-															
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$														
+ Các khoảng nghịch biến : $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; khoảng đồng biến : $(0; 2)$ + Cực trị : Hàm số đạt cực đại tại $x = 2, y_{\text{CD}} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{\text{CT}} = -1$.	0,25																				
Đồ thị : Đồ thị đi qua các điểm CĐ, CT, $(1; 1), (-1; 3), (3; -1)$ 	0,25																				
2	Tìm các giá trị m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 2}{x - m}$ có cực đại và cực tiểu.	1 điểm																			
	TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{m\}$ $y' = \frac{x^2 - 2mx - m^2 + 2}{(x - m)^2}$;	0,25																			
	$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2mx - m^2 + 2 = 0(*) \\ x \neq m \end{cases}$ Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác m	0,25																			
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2m^2 - 2 > 0 \\ -2m^2 + 2 \neq 0 \end{cases}$	0,25																			
	$\Leftrightarrow m < -1$ hoặc $m > 1$ KL: Hàm số có CĐ và CT khi $m < -1$ hoặc $m > 1$. (Nếu không có điều kiện x khác m mà làm đúng thì chỉ được 0,5đ)	0,25																			
3a)	Xác định phần thực và phần ảo của z	0.5 đ																			

	Đặt : $z = a + ib$, với $a, b \in R$. Suy ra $\bar{z} = a - ib$ Tính $z \cdot \bar{z} = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1, \bar{z} - 1 = (a - 1) + i(-b)$ $\Rightarrow \bar{z} - 1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + (-b)^2} = 2 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + b^2 = 4$	0,25
	-Giải HPT: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ (a - 1)^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$ -Kết luận: Số phức z có phần thực bằng -1, phần ảo bằng 0	0.25
	Giải phương trình $2 \log_2 \sqrt{x - 1} - \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) = \frac{1}{4} \log_{\sqrt{2}} 1$	0.5 điểm
3b.	ĐK: $x > 1$ Biến đổi PT $\Leftrightarrow \log_2(x + 2) + \log_2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \log_2[(x + 2) \cdot (x - 1)] = \log_2 1$	0.25
	$\Leftrightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ So sánh đk chọn: $x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$	0.25
Câu 4.	Tính tích phân $J = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$	1đ
	Đặt $t = 1 + \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.	0,25
	$x = e \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1$	0,25
	$I = \int_1^2 \sqrt{t} dt = \int_1^2 t^{\frac{1}{2}} dt = \left[\frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \right]_1^2$	0,25
	$= \left(\frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{2} \right) - \left(\frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{2}{3} (2\sqrt{2} - 1)$	0,25
5 a)	a). (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 27 = 0$ + Viết lại pt (S): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 36$ + Kết luận: (S) có tâm I(1; 2; -2) và bán kính R = 6.	0,25 0,25
5b)	+ Vì (Q) // (P) nên (Q) có pt dạng : $x + 2y + 2z + d = 0$ (với $d \neq -19$) + Nêu được $d(I; (Q)) = R \Leftrightarrow d + 1 = 18 \Leftrightarrow d = 17$ (thỏa) hoặc $d = -19$ (loại) Kết luận: (Q) : $x + 2y + 2z + 17 = 0$	0,25 0,25
6a.	Giải phương trình lượng giác $\cos^2 2x - 2 \sin x \cos x + 1 = 0$ (1)	0.5
	PT(1) $\Leftrightarrow 1 - \sin^2 2x - \sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 2x + \sin 2x - 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z$	0,25
6b.	+ Số cách phân phối vé xem phim cho 2 nam, 4 nữ là $C_{10}^2 \cdot C_{15}^4$. Số cách phân phối vé xem phim cho 1 nam, 5 nữ là $C_{10}^1 \cdot C_{15}^5$. Số cách phân phối vé xem phim cho toàn nữ là C_{15}^6 .	0,25

	+ Vậy số cách phân phối vé xem phim mà trong nhóm đi xem phim số bạn nữ nhiều hơn số bạn nam là: $C_{10}^2.C_{15}^4 + C_{10}^1.C_{15}^5 + C_{15}^6 = 96460$. (Nếu HS chỉ nêu được 2 trường hợp cho 0,25đ)	0,25
7	Tam giác SAB đều nên $SA=SB=AB= \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$ Ta có $SM= \sqrt{SA^2 - AM^2} = a\sqrt{2}$ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ Do đó: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SM.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ Vẽ tia Ax // BC, Cy// AB. Gọi D=Ax ∩ Cy ⇒ ABCD là hình chữ nhật ⇒ BC // (SAD) Khi đó d(SA, BC) = d(BC, (SAD))= d(C, (SAD)) = 2 d(M, (SAD)) Gọi E là trung điểm AD ⇒ ME ⊥ AD ⇒ AD ⊥ (SME) Gọi K là hình chiếu của M lên SE ⇒ KM ⊥ (SAD) Do đó: d(M, (SAD)) = MK Ta có $\frac{1}{MK^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{ME^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow MK = \frac{a\sqrt{66}}{11}$ Vậy d(SA, BC) = d(C, (SAD)) = 2 d(M, (SAD))= $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$	0.25 0.25 0.25
8).	Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông MNPQ... + Gọi H là hình chiếu của B lên AC. Tìm được H(1;-2). + Ta có $\frac{MN}{AC} = \frac{MB}{AB} \Leftrightarrow \frac{MN}{6} = \frac{MB}{4\sqrt{2}} \quad (1)$ $\frac{MQ}{BH} = \frac{AM}{AB} \Leftrightarrow \frac{MQ}{4} = \frac{AM}{4\sqrt{2}} \quad (2)$ +Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{MN}{6} + \frac{MQ}{4} = \frac{MB}{4\sqrt{2}} + \frac{AM}{4\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow \frac{5}{12} MN = 1 \Leftrightarrow MN = \frac{12}{5} \quad (3)$ +Pt AB : $x + y - 3 = 0$. Vì M thuộc đoạn AB nên $M(x_M; 3-x_M)$ với $1 < x_M < 5$.	1,0
	0,25	

	$+Ta \text{ có } BM = \frac{8\sqrt{2}}{5} \Leftrightarrow (x_M - 5)^2 = \frac{64}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{17}{5} \\ x_M = \frac{33}{5} \text{ (loại)} \end{cases} \text{ suy ra } M\left(\frac{17}{5}; -\frac{2}{5}\right).$	
	$+Pt \text{ AC: } x = 1.$ $+Pt \text{ MQ: } 5y + 2 = 0.$ $+Ta \text{ có Q là giao điểm của AC và MQ nên } Q\left(1; -\frac{2}{5}\right).$	0,25
	$+Pt \text{ BC: } x - 2y - 9 = 0.$ $+Pt \text{ MN: } 5x - 17 = 0.$ $+Ta \text{ có N là giao điểm của MN và BC nên } N\left(\frac{17}{5}; -\frac{14}{5}\right).$	0,25
	$Ta \text{ có } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \text{ suy ra } P\left(1; -\frac{14}{5}\right).$ $Vậy M\left(\frac{17}{5}; -\frac{2}{5}\right), N\left(\frac{17}{5}; -\frac{14}{5}\right), P\left(1; -\frac{14}{5}\right), Q\left(1; -\frac{2}{5}\right).$	0,25
8	Giải hệ $\begin{cases} 8x^3 + 2y = \sqrt{3 - 5x^2 + y^2} & (1) \\ (3x + \sqrt{1 + 9x^2})(y + \sqrt{1 + y^2}) = 1 & (2) \end{cases}$	1,0
	$\text{ĐKXD: } 3 - 5x^2 + y^2 \geq 0.$ $Ta \text{ có } (2) \Leftrightarrow 3x + \sqrt{1 + 9x^2} = \frac{1}{y + \sqrt{1 + y^2}} \Leftrightarrow 3x + \sqrt{1 + 9x^2} = \sqrt{1 + (-y)^2} + (-y) \quad (3)$	0,25
	$\text{Xét hàm số } f(t) = t + \sqrt{1 + t^2}, t \in \mathbb{R}. \text{ Khi đó, Pt (3)} \Leftrightarrow f(3x) = f(-y).$ $Ta \text{ có } f'(t) = 1 + \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}} = \frac{\sqrt{1 + t^2} + t}{\sqrt{1 + t^2}} > \frac{ t + t}{\sqrt{1 + t^2}} \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}.$ $\text{Suy ra } f(t) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$ $\text{Do đó, } f(3x) = f(-y) \Leftrightarrow 3x = -y. \text{ Hay (2)} \Leftrightarrow 3x = -y.$	0,25
	$\text{Thay vào (1) ta được } 8x^3 - 6x = \sqrt{3 + 4x^2}. \text{ Đặt } u = 2x, \text{ ta được } u^3 - 3u = \sqrt{3 + u^2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u^3 - 3u \geq 0 \\ u^6 - 6u^4 + 9u^2 = 3 + u^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{3} \leq u \leq 0 \text{ hoặc } u \geq \sqrt{3} \\ u^6 - 6u^4 + 8u^2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} -\sqrt{3} \leq u \leq 0 \text{ hoặc } u \geq \sqrt{3} \\ u^2 = 1 \vee u^2 = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow u = -1 \vee u = -\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{13}}}{2} \vee u = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{13}}}{2}$	0,25
	$\text{Từ đó, hệ có 3 nghiệm } (x; y) \text{ (thỏa điều kiện) là:}$ $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{13}}}{4}; \frac{3\sqrt{10 - 2\sqrt{13}}}{4}\right), \left(\frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{13}}}{4}; -\frac{3\sqrt{10 + 2\sqrt{13}}}{4}\right)$	0,25
10	$Ta \text{ có } \frac{a^2}{b + 2c} + \frac{(b + 2c)a^2}{6} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b + 2c} \cdot \frac{(b + 2c)a^2}{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}a^2 \text{ (AM-GM)}$ $\text{Tương tự, ta có } \frac{b^2}{c + 2a} + \frac{(c + 2a)b^2}{6} \geq \frac{2}{\sqrt{6}}b^2$ $\frac{c^2}{a + 2b} + \frac{(a + 2b)c^2}{6} \geq \frac{2}{\sqrt{6}}c^2$	0,25

Suy ra $P \geq \frac{2}{\sqrt{6}}(a^2 + b^2 + c^2) - \frac{1}{6}[(b+2c)a^2 + (c+2a)b^2 + (a+2b)c^2]$ $= \frac{2}{\sqrt{6}}(a^2 + b^2 + c^2) - \frac{1}{6}[(a^2c + b^2a + c^2b) + (a^2b + b^2c + c^2a + a^2c + b^2a + c^2b)] \quad (1)$ Ta lại có $a^2c + b^2a + c^2b \leq \frac{a^3 + a^3 + c^3}{3} + \frac{b^3 + b^3 + a^3}{3} + \frac{c^3 + c^3 + b^3}{3} = a^3 + b^3 + c^3 \quad (2)$ (AM-GM) Từ (1) và (2), ta có $P \geq \frac{2}{\sqrt{6}}(a^2 + b^2 + c^2) - \frac{1}{6}(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2)$ $\geq \frac{2}{\sqrt{6}}(a^2 + b^2 + c^2) - \frac{1}{6}(a^2 + b^2 + c^2)\sqrt{3(a^2 + b^2 + c^2)}$ (vì $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3}$)	0,25
Đặt $t = \sqrt{3(a^2 + b^2 + c^2)}$ Từ giả thiết $7(a^2 + b^2 + c^2) - 10 = 3(a^4 + b^4 + c^4) \geq (a^2 + b^2 + c^2)^2$ (Vì $(a^2 + b^2 + c^2)^2 = a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2a^2c^2 \leq 3(a^4 + b^4 + c^4) : \text{AM-GM}$) $\Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 7(a^2 + b^2 + c^2) + 10 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$ Do đó ta được $P \geq \frac{2}{3\sqrt{6}}t^2 - \frac{1}{18}t^3, t \in [\sqrt{6}; \sqrt{15}] \quad (3)$ Xét hàm số $f(t) = \frac{2}{3\sqrt{6}}t^2 - \frac{1}{18}t^3, t \in [\sqrt{6}; \sqrt{15}]$	0,25
Đạo hàm $f'(t) = \frac{4t}{3\sqrt{6}} - \frac{t^2}{6}$ Lập bảng biến thiên, tìm được $\min_{[\sqrt{6}; \sqrt{15}]} f(t) = f(\sqrt{6}) = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (4)$ Từ (3) và (4), ta được $P \geq \frac{\sqrt{6}}{3}$ Suy ra $\min P = \frac{\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{\sqrt{6}}{3}$	0,25

Câu 1. (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 4x^2$.

Câu 2. (1,0 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -5 .

Câu 3. (1,0 điểm) a) Tìm số phức z biết $(z+1)^2 + |z-1|^2 - 10i = \bar{z} + 3$.

b) Giải phương trình: $5 \cdot 9^x - 2 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^x = 0$

Câu 4. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(4 + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}\right) dx$

Câu 5. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x + y - 2z - 2 = 0$ và đường thẳng d: $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-1}$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d. Viết phương trình mặt cầu có bán kính bằng 2, tiếp xúc với (P) và có tâm thuộc d.

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$.

b) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số lập từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Tính xác suất để tích 2 số đó là một số chẵn.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng chứa đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Cạnh bên SB tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

Câu 8. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD tâm I(1; -1). Điểm M nằm trên cạnh AB sao cho $MA = 2MB$. Đường thẳng CM: $2x - y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông ABCD biết đỉnh C có hoành độ nguyên.

Câu 9. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1 + 2x - 2x^2\sqrt{1+y} = 4x^3y + 7x^2 \\ x^2(xy+1) + (x+1)^2 = x^2y + 5x \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10. (1,0 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a \in [0;1], b \in [0;2], c \in [0;3]$.

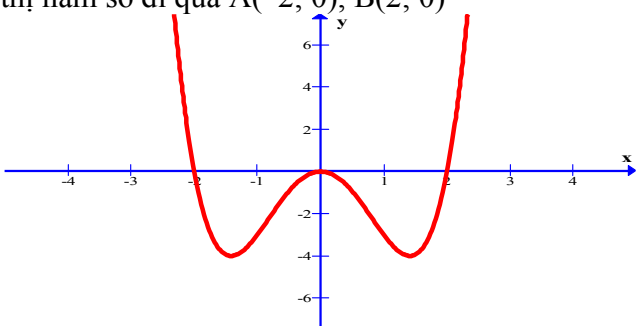
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2(2ab + ac + bc)}{1 + 2a + b + 3c} + \frac{8 - b}{b + c + b(a + c) + 8} + \frac{b}{\sqrt{12a^2 + 3b^2 + 27c^2 + 8}}$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU	ĐÁP ÁN	Điểm																		
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 4x^2$.	1,00																		
	<u>Tập xác định:</u> $D = \mathbb{R}$. <u>Sự biến thiên:</u> $y' = 4x^3 - 8x$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$	0,25																		
	<u>Chiều biến thiên:</u> Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$, $(0; \sqrt{2})$ <u>Cực trị:</u> Điểm cực đại: $(0; 0)$. Điểm cực tiểu: $(-\sqrt{2}; -4)$, $(\sqrt{2}; -4)$ <u>Giới hạn:</u> $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0,25																		
	<u>Bảng biến thiên:</u><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\sqrt{2}$</td><td>0</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$		0		$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$															
y'	-	0	+	0	-															
y	$+\infty$		0		$+\infty$															
	<u>Đồ thị:</u> Đồ thị hàm số đi qua $A(-2; 0)$, $B(2; 0)$	0,25																		
2	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -5	1,00																		
	Tiếp tuyến có hệ số góc bằng -5 nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình $y' = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-5}{(x-2)^2} = -5 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25																		
	Suy ra có hai tiếp điểm là $A(3; 7)$, $B(1; -3)$	0,25																		
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại $A(3; 7)$ là $y = -5x + 22$	0,25																		
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại $B(1; -3)$ là $y = -5x + 2$	0,25																		
3																				
	a) Tìm số phức z biết $(z+1)^2 + z-1 ^2 - 10i = \bar{z} + 3$ (1)	0,5																		
	Giả sử $z = a + bi$. (1) $\Leftrightarrow (2a^2 - a - 1) + (2ab + 3b - 10)i = 0$	0,25																		
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 - a - 1 = 0 \\ 2ab + 3b - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 5 \end{cases}$ Vậy $z = 1 + 2i$ hoặc $z = -\frac{1}{2} + 5i$	0,25																		
	b) Giải phương trình: $5 \cdot 9^x - 2 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^x = 0$ (1)	0,5																		
	Chia cả hai vế của phương trình (1) cho $4^x > 0$ ta được : $5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1\right] \left[5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3\right] = 0$ (2)	0,25																		
	Vì $5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình (2) tương đương với	0,25																		

	$\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 0$	
4	Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(4 + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}\right) dx$	0,5
	Ta có $I = \int_0^2 4dx + \int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$	0,25
	Tính $A = \int_0^2 4dx = 4x \Big _0^2 = 8$	0,25
	Tính $B = \int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$. Đặt $\sqrt{1+x^3} = t \Rightarrow 1+x^3 = t^2 \Rightarrow x^2 dx = \frac{2}{3} t dt$	0,25
	Đổi cận $x \Big _0^2 \Rightarrow t \Big _1^3$. Khi đó $B = \int_1^3 \frac{\frac{2}{3} t}{t} dt = \frac{2}{3} \int_1^3 dt = \frac{2}{3} t \Big _1^3 = \frac{4}{3}$	
	Vậy $I = A + B = 8 + \frac{4}{3} = \frac{28}{3}$	0,25
5	Hệ tọa độ Oxyz	1,00
	- d có PTTS: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t \\ z = -t \end{cases} \Rightarrow \text{VTCP: } \vec{u}_d = (1; 2; 1)$ - M là giao điểm của d và (P) $\Rightarrow M(1; 2; 1)$ - MP cần tìm qua $M(1; 2; 1)$, VTPT: $\vec{n} = \vec{u}_d = (1; 2; 1)$ có PT: $x - 2y - z + 4 = 0$.	0,5
	- Gọi I là tâm mặt cầu cần tìm. $I \in d \Rightarrow I(2+t; -2t; -t)$ - Ta có: $d(I, (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{ 2(2+t) - 2(-2t) - (-t) + 4 }{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \Rightarrow I(-2; 8; 4) \\ t = 2 \Rightarrow I(4; -4; -2) \end{cases}$ - Vậy có 2 mặt cầu: $(S_1): (x+2)^2 + (y-8)^2 + (z-4)^2 = 4$ $(S_2): (x-4)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 4$	0,5
6		1,00
	a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$.	0,5
	Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$. Do đó $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$	0,25
	Vậy $P = 2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1+4\sqrt{5}}{9}$	0,25
	b) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số lập từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Tính xác suất để tích 2 số đó là một số chẵn.	
	- Số phần tử của S là: $6 \cdot 7 = 42$ - Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{42}^2$	0,25
	- Gọi A là biến cố: “Tích 2 số từ tập S là một số chẵn”. - Tích 2 số từ tập S là một số chẵn khi và chỉ khi cả 2 số đó cùng chẵn hoặc có 1 số chẵn, 1 số lẻ. Trong 42 số của S có 18 số lẻ và 24 số chẵn.	0,25

	- Số cách chọn cả 2 số cùng chẵn là: C_{24}^2 - Số cách chọn 2 số có 1 số chẵn, 1 số lẻ là: $C_{24}^1 \cdot C_{18}^1$ - Số phần tử của A là: $n(A) = C_{24}^2 + C_{24}^1 \cdot C_{18}^1$ - Vậy xác suất cần tính là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{24}^2 + C_{24}^1 \cdot C_{18}^1}{C_{42}^2} = \frac{236}{287}$	
7	Hình học không gian	1,00
	Tính V_{SABCD}: + ΔABC đều, $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$, $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ + Gọi I là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow SI \perp (ABCD)$ + $(\overline{SB}, (\overline{ABCD})) = (\overline{SB}, \overline{IB}) = \widehat{SBI} = 60^\circ$ + $\Delta SBI \Rightarrow SI = BI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$ + $V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SI = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (đvtt)	0,5
	Tính $d(A, (SCD))$: + Gọi H là hình chiếu của I lên SC. + Chứng minh được $CD \perp IC, CD \perp SI \Rightarrow CD \perp IH$ mà $IH \perp SC \Rightarrow IH \perp (SCD)$ + $d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} d(I, (SCD)) = \frac{3}{2} IH$ + ΔSIC vuông tại I, IH là đường cao, $SI = a$, $IC = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IC^2} + \frac{1}{IS^2} = \frac{4}{a^2}$ + Suy ra $IH = \frac{a}{2}$. Vậy $d(A, (SCD)) = \frac{3}{2} IH = \frac{3a}{4}$	0,5
8	Hệ tọa độ Oxy	1,00
	+ Gọi H là hình chiếu của I lên CM + $IH = d(I, CM) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ + Gọi C' là điểm đối xứng C qua B, $K = CM \cap BD, J = CM \cap AC'$ + M là trọng tâm $\Delta ACC'$ $\Rightarrow J$ là trung điểm AC' $\Rightarrow K$ là trung điểm $IB \Rightarrow IK = \frac{1}{2} IC$	0,25
	+ ΔIKC vuông tại I $\Rightarrow \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IK^2} + \frac{1}{IC^2} \Rightarrow IC = 2$ + $C(c; 2c-5) \in CM$, $IC = 2 \Leftrightarrow (c-1)^2 + (2c-4)^2 = 2 \Rightarrow c = 1$ (Do $x_c \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow C(1; -3)$	0,25
	+ A đối xứng C qua I $\Rightarrow A(1; 1)$ + Đường thẳng BD qua I, vuông góc AC $\Rightarrow BD: y+1=0$ + $K = CM \cap BD \Rightarrow K(2; -1)$. B đối xứng I qua K $\Rightarrow B(3; -1)$	0,25
	+ D đối xứng B qua I $\Rightarrow D(-1; -1)$. + Vậy $A(1; 1)$, $B(3; -1)$, $C(1; -3)$, $D(-1; -1)$.	0,25
9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 1+2x-2x^2\sqrt{1+y}=4x^3y+7x^2 \\ x^2(xy+1)+(x+1)^2=x^2y+5x \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$	1,00
	ĐK: $y \geq -1$	0,25

	• $(2) \Leftrightarrow (x-1)(x^2y+2x-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2y+2x-1=0 \end{cases}$	
	• $x=1$ thay vào (1) ta được $3-2\sqrt{1+y}=4y+7 \Rightarrow y=-1$	0,25
	• $x^2y+2x-1=0 \Leftrightarrow y=\frac{1-2x}{x^2}$ (Do $x=0$ không là nghiệm) thay vào (1) ta được $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 2\left \frac{x-1}{x}\right = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$	0,25
	• Vậy phương trình có 3 nghiệm $(1;-1), (-1;3), \left(\frac{1}{3};3\right)$.	0,25
10	Cho $a \in [0;1], b \in [0;2], c \in [0;3]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{2(2ab+ac+bc)}{1+2a+b+3c} + \frac{8-b}{b+c+b(a+c)+8} + \frac{b}{\sqrt{12a^2+3b^2+27c^2}+8}.$	1,00
	• Ta có $a \in [0;1], b \in [0;2], c \in [0;3]$ $\Rightarrow \begin{cases} (1-a)(b+c) \geq 0 \\ (2-b)(a+c) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+c \geq ab+ac \\ 2a+2c \geq ab+bc \end{cases} \Rightarrow 2a+b+3c \geq 2ab+bc+ac \quad (1)$ $\Rightarrow \frac{2(2ab+ac+bc)}{1+2a+b+3c} \leq \frac{2(2ab+ac+bc)}{1+2ab+ac+bc}$	0,25
	• Mặt khác $b+c \geq a(b+c)$ vì $a \in [0;1]$, suy ra $\frac{8-b}{b+c+b(a+c)+8} \leq \frac{8-b}{a(b+c)+b(a+c)+8} = \frac{8-b}{2ab+bc+ac+8}$ • Với mọi số thực x, y, z ta có $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x^2+y^2+z^2) \geq 2xy+2yz+2zx$ $\Leftrightarrow 3(x^2+y^2+z^2) \geq (x+y+z)^2 \quad (2). \text{ Áp dụng (2) và (1) ta có}$ $\sqrt{12a^2+3b^2+27c^2} = \sqrt{3[(2a)^2+b^2+(3c)^2]} \geq \sqrt{(2a+b+3c)^2} = 2a+b+3c \geq 2ab+bc+ac$ $\Rightarrow \frac{b}{\sqrt{12a^2+3b^2+27c^2}+8} \leq \frac{b}{2ab+bc+ac+8}$	0,25
	• Suy ra $P \leq \frac{2(2ab+bc+ac)}{1+2ab+bc+ac} + \frac{8-b}{2ab+bc+ac+8} + \frac{b}{2ab+bc+ac+8}$ $\Rightarrow P \leq \frac{2(2ab+bc+ac)}{1+2ab+bc+ac} + \frac{8}{2ab+bc+ac+8}. \text{ Đặt } t = 2ab+bc+ac \text{ với } t \in [0;13].$ • Xét $f(t) = \frac{2t}{t+1} + \frac{8}{t+8}; t \in [0;13]$ có $f'(t) = \frac{2}{(t+1)^2} - \frac{8}{(t+8)^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6.$	0,25
	• $f(0)=1; f(6)=\frac{16}{7}; f(13)=\frac{47}{21} \Rightarrow f(t) \leq \frac{16}{7}, \forall t \in [0;13]$ và $f(t) = \frac{16}{7}$ khi $t = 6.$ • Do đó $P \leq \frac{16}{7}$. Khi $a=1; b=2; c=\frac{2}{3}$ thì $P = \frac{16}{7}$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{16}{7}$.	0,25