

CHỦ ĐỀ 16: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

➤ Dạng 1. Viết phương trình đường thẳng khi biết vectơ chỉ phương

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ với vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ có:

- Phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- Phương trình chính tắc là: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ với điều kiện $abc \neq 0$

Phương pháp giải

■ Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d$ đã biết

■ Đường thẳng d song song đường thẳng Δ , suy ra $\vec{u}_d = \vec{u}_\Delta$.

■ Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) , suy ra $\vec{u}_d = \vec{n}_P$.

Ví dụ 1: Trong không gian tọa độ Oxyz, phương trình đường thẳng qua điểm $A(1; -2; 3)$ và trung điểm của BC với $B(2; 1; -3)$ và $C(2; 3; 5)$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}$.

Lời giải

Trung điểm của BC là $M(2; 2; 1) \Rightarrow \vec{u} = \overrightarrow{AM} = (1; 4; -2) \Rightarrow d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{-2}$. **Chọn C.**

Ví dụ 2: Trong không gian tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0; -1; 2); B(-2; 3; 5); C(4; 0; -7)$. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $S_{ABM} = 2S_{ACM}$. Phương trình đường thẳng AM là:

A. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{3}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-5}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{5}$.

Lời giải

Ta có $S_{ABM} = 2S_{ACM}$ và M thuộc cạnh BC nên $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$

$$\Leftrightarrow (x_M + 2; y_M - 3; z_M - 5) = 2(4 - x_M; -y_M; -7 - z_M) \Rightarrow M(2; 1; -3) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2; 2; -5)$$

Phương trình đường thẳng AM là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-5}$. **Chọn C.**

Dạng 2. Viết phương trình đường thẳng khi biết cặp vectơ pháp tuyến

Nếu đường thẳng d có cặp vector pháp tuyến là $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tức là $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{a} \\ \vec{u}_d \perp \vec{b} \end{cases}$ thì $\vec{u}_d = [\vec{a}; \vec{b}]$.

Một số các trường hợp thường gặp:

■ Đường thẳng d vuông góc hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 , suy ra $\vec{u}_d = [\vec{u}_{\Delta_1}; \vec{u}_{\Delta_2}]$.

■ Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và (Q) , suy ra $\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q]$.

■ Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng Δ , suy ra $\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{u}_\Delta]$.

■ Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng (Q) , suy ra $\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q]$.

■ Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng Δ , suy ra $\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{u}_\Delta]$.

Ví dụ 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1; -2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d .

Lời giải

$$\text{Do } \begin{cases} \Delta // (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = (2; 5; -3)$$

$$\text{Suy ra phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}.$$

Ví dụ 2: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + y + z + 1 = 0, (Q): x - y + z - 2 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$.

Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng cần tìm song song với (P) và (Q) nên $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = 2(1; 0; -1)$.

$$\text{Do đó } d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases} \text{ . Chọn A.}$$

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 0; 2)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 6z + 4 = 0$ và $(Q): z + y - 2x + 4 = 0$

A. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$	B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$	C. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$	D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$
---	--	--	---

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{n_p} = (2; -3; 6) \\ \overrightarrow{n_Q} = (1; 1; -2) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{n_p}; \overrightarrow{n_Q}] = (0; 10; 5)$

Đường thẳng d qua A(-1; 0; 2) và nhận $[\overrightarrow{n_p}; \overrightarrow{n_Q}] = (0; 10; 5)$ là một VTCP

$\Rightarrow d: \begin{cases} x = -1 \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ **Chọn D.**

Ví dụ 4: Cho mặt phẳng (P): $4x - y - z - 1 = 0$ và đường thẳng d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A(1; 2; 3) song song với (P) đồng thời vuông góc với d là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$	B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$	D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{u_d} = (2; -2; 1); \overrightarrow{n_{(P)}} = (4; -1; -1)$. Suy ra $\overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_p}] = (3; 6; 6) = 3(1; 2; 2)$

Do vậy $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$. **Chọn B.**

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(1; 3; 2); B(1; 2; 1); C(1; 1; 3). Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua Δ trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC)

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases}$	B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$	C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$	D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$
--	---	--	--

Lời giải

Giả sử $G(x_G; y_G; z_G)$. Khi đó:
$$\begin{cases} x_G = \frac{1+1+1}{3} = 1 \\ y_G = \frac{3+2+1}{3} = 2 \\ z_G = \frac{2+1+3}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(1; 2; 2)$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; -1; -1); \overrightarrow{AC} = (0; -2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-3; 0; 0) = -3(1; 0; 0)$

Đường thẳng qua G và nhận $\overrightarrow{u_\Delta}$ là vtcp $\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$. **Chọn D.**

Ví dụ 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}; \Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ' ?

A. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

Các vtcp của Δ và Δ' lần lượt là: $\overrightarrow{u_1} = (3; 2; 1); \overrightarrow{u_2} = (1; 3; -2) \Rightarrow$ vtcp của đường thẳng cần tìm là: $\overrightarrow{u} = [\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}] = (-7; 7; 7) = 7(-1; 1; 1)$. **Chọn D.**

Ví dụ 7: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0, (Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với $(P), (Q)$?

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải

Các vtpt của (P) và (Q) là: $\overrightarrow{n_1} = (1; 1; 1); \overrightarrow{n_2} = (1; -1; 1)$, vtcp của đường thẳng cần tìm là: $\overrightarrow{u} = [\overrightarrow{n_1}; \overrightarrow{n_2}] = (2; 0; -2) = 2(1; 0; -1)$. **Chọn D.**

Ví dụ 8: Cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y}{4} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình đường thẳng đi qua $A(-2; 3; 0)$ và vuông góc với cả d_1 và d_2 ?

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$

B. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{1}$

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{4}$

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{4}$

Lời giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có: $\begin{cases} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_{d_1}} \\ \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{u_{d_2}} \end{cases}$

Khi đó $\overrightarrow{u} = [\overrightarrow{u_{d_1}}; \overrightarrow{u_{d_2}}] = (3; -6; 12) = 3(1; -2; 4) \Rightarrow d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{4}$. **Chọn D.**

Dạng 3: Lập phương trình đường thẳng d' qua A cắt d và vuông góc với Δ (hoặc song song với (P))

Phương pháp giải

Giả sử d' cắt d tại điểm B , gọi tọa độ điểm $B \in d$ theo tham số, ta có $\overrightarrow{AB} \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Rightarrow$ tọa độ điểm B , phương trình đường thẳng cần tìm là AB .

Chú ý: Trong trường hợp $d' \parallel (P)$ ta có $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} = 0$

Ví dụ 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;1;-1)$. Gọi $H(1+2t; -1+t; -t) \in \Delta$ là giao điểm của d và Δ

Suy ra $\overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$, do $\overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0$

$$\Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - (-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \frac{1}{3}(1; -4; -2)$$

Do đó $d \equiv MH: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}$.

Ví dụ 2: Cho điểm $A(1;2;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{2}$. Phương trình đường thẳng qua A cắt và vuông góc với d là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{2}$

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-2}$

Lời giải

Gọi $H(2+2t; 1+t; 3+2t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (1+2t; t-1; 4+2t)$

Ta có: $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 4t+2+t-1+4t+8 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(0;0;1) \Rightarrow AH: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-2}$. **Chọn D.**

Ví dụ 3: [Đề thi THPT Quốc gia năm 2018] Trong không gian tọa độ, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng qua A , vuông góc với d và cắt Ox có phương trình là :

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$	B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$	C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$	D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$
---	---	---	---

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, ta có $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(x; 0; 0)$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x-1; -2; -3), \overrightarrow{u_d} = (2; 1; -2)$

Do $\Delta \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 2(x-1) - 2 + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow B(-1; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2; -2; -3)$

Vậy $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. **Chọn A.**

Ví dụ 4: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 0; 2)$, vuông góc và cắt d .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Lời giải

Gọi $H(1+t; t; -1+2t) \in d$ là hình chiếu của điểm A trên đường thẳng d

Ta có : $\overrightarrow{AH} = (t; t; 2t-3)$ suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_d} = t + t + 4t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(2; 1; 1); \overrightarrow{AH} = (1; 1; -1)$

Suy ra $\Delta \equiv AH: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$. **Chọn B.**

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm M , cắt và vuông góc với Δ là

A. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Giả sử d cắt và vuông góc với Δ tại $H(1+2t; -1+t; -t) \in \Delta$

Khi đó: $\overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$, do $\overrightarrow{MH} \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 2(2t-1) + t - 2 + t = 0$

$\Leftrightarrow 6t = 4 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{u_{MH}} = (1; -4; -2)$

Vậy $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$. **Chọn A.**

Ví dụ 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng (d) qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) , đồng thời cắt trục Oz . Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) .

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

Giả sử đường thẳng cắt trục Oz tại $B(0;0;a)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; a-3)$

Mà d song song với $(P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) - 4(a-3) = 0 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow B(0;0;2)$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -1) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **Chọn B.**

Ví dụ 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 :

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{5}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với $d_1 \Rightarrow \vec{n}_P = (2; -1; 1) \Rightarrow (P): 2x - y + z - 3 = 0$

Khi đó gọi $B = (P) \cap d_2$. Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ PT sau:

$$\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow B(2; -1; -2)$$

Đường thẳng cần lập chính là đường thẳng AB : qua $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}_{AB} = (1; -3; -5)$

$\Delta \equiv AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ là đường thẳng cần tìm. **Chọn D.**

Chú ý: Đối với bài toán viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d ta làm như sau :

■ **Bước 1:** Tìm giao điểm A của d và mặt phẳng (P)

■ **Bước 2:** Do $\begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_d} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_d}]$, đường thẳng cần tìm đi qua A và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}$

Ví dụ 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng có phương trình $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$

Lời giải

Gọi $M = (\Delta) \cap (d) \Rightarrow M \in d \Rightarrow M(2t-1; t; 3t-2)$

Mà $M \in (P) \Leftrightarrow 2t-1+2t+3t-2-4=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1; 1; 1)$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_d} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_d}] = (5; -1; -3) \Rightarrow$ phương trình $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **Chọn A.**

Ví dụ 9: [Đề thi THPT Quốc gia năm 2018] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và đường thẳng có phương trình $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2+4t \\ z = 2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t \\ z = 2-3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2+6t \\ z = 2+t \end{cases}$

Lời giải

Gọi $M = (\Delta) \cap (d) \Rightarrow M \in d \Rightarrow M(-1+2t; -t; -2+2t)$

Mà $M \in (P) \Leftrightarrow (-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0 \Rightarrow t=2 \Rightarrow M(3; -2; 2)$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_d} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_d}] = (-1; 4; 3) \Rightarrow$ phương trình $\Delta: \begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t \\ z = 2-3t \end{cases}$. **Chọn C.**

Ví dụ 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Đường thẳng nào dưới đây nằm trong (α) , đồng thời vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$

B. $\frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$

$$\text{C. } \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$$

Lời giải

Gọi d' là đường thẳng cần tìm, gọi $A = d \cap (\alpha) \Rightarrow A \in d'$

$$\text{Ta có } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases} \Rightarrow A(t+1; 2t+2; t+3)$$

$$\text{Mà } A \in (\alpha) \Rightarrow (t+1) + (2t+2) - (t+3) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(2; 4; 4)$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} \overrightarrow{u_d} = (1; 2; 1) \\ \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (1; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_{(\alpha)}}] = (-3; 2; -1) \text{ là một VTCP của } d'$$

$$\text{Kết hợp với } d' \text{ qua } A(2; 4; 4) \Rightarrow d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{-1} \Leftrightarrow \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}. \text{ Chọn A.}$$

Dạng 4: Lập phương trình đường thẳng Δ cắt d_1 và d_2 đồng thời song song với d (hoặc vuông góc với (P) , hoặc đi qua điểm M).

Phương pháp giải

Giả sử Δ cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A và B , ta tham số hóa 2 điểm $A \in d_1; B \in d_2$ theo ẩn t và u .

$$\text{Do } \Delta // d \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = k \cdot \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{u_d} \Rightarrow t; u \Rightarrow \text{tọa độ các điểm } A, B.$$

Phương trình đường thẳng cần tìm là AB .

Chú ý:

$$\boxed{\text{Trường hợp: } \Delta \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} \Rightarrow t \text{ và } u.}$$

$$\boxed{\text{Trường hợp: } \Delta \text{ đi qua điểm } M \Rightarrow M, A, B \text{ thẳng hàng ta giải } \overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MB} \Rightarrow t; u \text{ và } k.}$$

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng

$$(P): (P): x + y + z - 1 = 0 \text{ đồng thời cắt cả hai đường thẳng } d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{Lấy } M \in d_1 \Rightarrow M(1+2t; -1-t; t); N \in d_2 \Rightarrow N(-1+u; -1; -u)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = (u-2t-2; t; -u-t)$$

$$\text{Do } d \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = k \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} \Rightarrow \frac{u-2t-2}{1} = \frac{t}{1} = \frac{-u-t}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{4}{5} \\ t = -\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{5}; \frac{-3}{5}; \frac{-2}{5}\right)$$

Phương trình đường thẳng d là: $d_1: \frac{x - \frac{1}{5}}{1} = \frac{y + \frac{3}{5}}{1} = \frac{z + \frac{2}{5}}{1}$

Ví dụ 2: phương trình đường thẳng d đi qua $A(1; -1; 1)$ biết d cắt cả hai đường $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 3t \end{cases}$$

Lời giải

Gọi $B(1+2u; -3-u; -1+2u) \in d_1$ và $C(2-t; t; 3t) \in d_2$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2u; u-2; 2u-2); \overrightarrow{AC} = (1-t; t+1; 3t-1)$

Do A, B, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} 2u = k(1-t) \\ u-2 = k(t+1) \\ 2u-2 = k(3t-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u - k + kt = 0 \\ u - k - kt = 2 \\ 2u + k - 3kt = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ k = -1 \\ kt = -1 \end{cases}$

Suy ra $u = 0; t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = (0; 1; 1) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Ví dụ 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$

và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

Lời giải

Giả sử đường thẳng d cắt d_1, d_2 lần lượt tại

$M, N \Rightarrow M(1-t_1; 3-2t_1; -2+t_1), N(5-3t_2; -1+2t_2; 2+t_2)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (t_1 - 3t_2 + 2; 2t_1 + 2t_2 - 4; -t_1 + t_2 + 4)$ và $\overrightarrow{n_p} = (1; 2; 3)$

Mà d vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{MN} = k \cdot \overrightarrow{n_p} \Rightarrow \begin{cases} t_1 - 3t_2 + 2 = k \\ 2t_1 + 2t_2 - 4 = 2k \\ -t_1 + t_2 + 4 = 3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \\ k = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1; -1; 0) \\ N(2; 1; 3) \end{cases}$

$\overrightarrow{MN} = (1; 2; 3) \Rightarrow d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. **Chọn A.**

Ví dụ 4: Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$$

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$

Lời giải

Gọi $A(-1+2t; -1+t; 2-t) \in d_1; B(1-u; 2+u; 3+3u) \in d_2$

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (2-u-2t; 3+u-t; 1+3u+t)$

$$\text{Do } AB // d \Rightarrow d: \frac{2-u-2t}{1} = \frac{3+u-t}{1} = \frac{1+3u+t}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ u=-1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 0; 1) \Rightarrow (\Delta): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$$

Chọn B.

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình lần lượt là

$$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1} \text{ và } \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R}). \text{ Phương trình đường thẳng vuông góc với } (P): 7x + y - 4z = 0 \text{ và}$$

cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\frac{x}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}$

B. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$

C. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-4}$

D. $\frac{x+\frac{1}{2}}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-4}$

Lời giải

Giả sử $d \cap d_1 = A \Rightarrow A \in d_1$ nên $A(2u; 1-u; u-2)$

$d \cap d_2 = B \Rightarrow B \in d_2$ nên $B(2t-1; t+1; 3)$

Vì thế $\overrightarrow{AB} = (2t-2u-1; t+u; 5-u)$ là vectơ chỉ phương của d .

Do $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{AB} // \vec{n} = (7; 1; -4)$ ở đây $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mp (P)

$$\text{Từ đó có hệ phương trình } \frac{2t-2u-1}{7} = \frac{t+u}{1} = \frac{5-u}{-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-2u-1 = 7t+7u \\ 4(t+u) = u-5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ u = 1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-7; -1; 4) \text{ và đường thẳng } d \text{ đi qua điểm } A(2; 0; -1) \text{ nên}$$

(d): $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$. **Chọn B.**

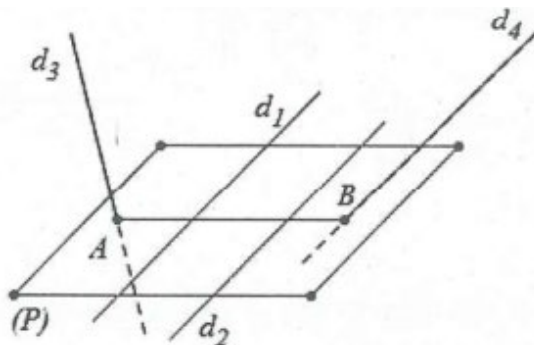
Ví dụ 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}; d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-4}; d_3: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}; d_4: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$$

Gọi Δ là đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của Δ ?

- A. $\vec{n} = (2; 1; 1)$ B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$ C. $\vec{n} = (2; 0; -1)$ D. $\vec{n} = (1; 2; -2)$

Lời giải



Ta có $\vec{u}_{(d_1)} = (1; 2; -2)$ và $\vec{u}_{(d_2)} = (2; 4; -4)$ suy ra $\vec{u}_{(d_2)} = 2\vec{u}_{(d_1)} \Rightarrow (d_1) // (d_2)$

Phương trình mặt phẳng (P) chứa $(d_1), (d_2)$ là $y + z - 2 = 0$

Gọi $A = (d_3) \cap (P) \Rightarrow A\left(1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và $B = (d_4) \cap (P) \Rightarrow B(4; 2; 0) \rightarrow \vec{AB} = \left(3; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

Khi đó $\vec{AB}$ và $\vec{u}_{(d_1)}$ không cùng phương $\Rightarrow AB$ cắt đường thẳng $(d_1), (d_2)$

Vậy $\vec{u}_{(\Delta)} = \frac{2}{3}\vec{AB} = (2; 1; -1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng cắt $(d_1), (d_2), (d_3), (d_4)$.

Chọn B.

Ví dụ 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 3; -2)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}. \text{ Đường thẳng } d \text{ qua } M \text{ và cắt } d_1, d_2 \text{ lần lượt tại } A \text{ và } B. \text{ Độ}$$

dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 3 B. 2 C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{5}$

Lời giải

Gọi $A(1+t; 2+3t; t) \in d_1; B(-1-u; 1+2u; 2+4u) \in d_2$

Ta có: $\vec{MA} = k \cdot \vec{MB} \Rightarrow \begin{cases} t-2 = k(-u-4) \\ 3t-1 = k(2u-2) \\ t+2 = k(4u+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+4k+ku = 2 \\ 3t+2k-2ku = 1 \\ t-4k-4ku = -2 \end{cases}$

$$\text{Giải hệ với ẩn } t; k \text{ và } ku \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ k = \frac{1}{2} \\ ku = 0 \end{cases} \Rightarrow t = 0; u = 0 \Rightarrow A(1; 2; 0); B(-1; 1; 2) \Rightarrow AB = 3. \text{ Chọn A.}$$

➤ Dạng 5: Viết phương trình đường phân giác của 2 đường thẳng

Phương pháp giải

Giả sử cần viết phương trình đường phân giác d' của góc nhọn tạo bởi d và Δ

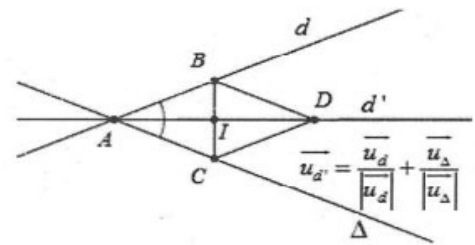
- **Bước 1:** Tìm giao điểm $A = d \cap \Delta$

Tính $\vec{u}_d \Rightarrow |\vec{u}_d|$ và $\vec{u}_\Delta \Rightarrow |\vec{u}_\Delta|$

Kiểm tra góc giữa $(\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d)$, nếu $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d > 0 \Rightarrow \cos(\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d) > 0 \Rightarrow (\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d)$ là góc nhọn và nếu $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d < 0 \Rightarrow \cos(\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d) < 0 \Rightarrow (\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d)$ là góc tù.

- **Bước 2:** Nếu $(\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d)$ là góc nhọn thì $\vec{u}_{d'} = \frac{\vec{u}_d}{|\vec{u}_d|} + \frac{\vec{u}_\Delta}{|\vec{u}_\Delta|}$

Nếu $(\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d)$ là góc tù thì $\vec{u}_{d'} = \frac{\vec{u}_d}{|\vec{u}_d|} - \frac{\vec{u}_\Delta}{|\vec{u}_\Delta|}$



Cách 2: Lấy điểm B thuộc d , tìm điểm C trên Δ sao cho $AB = AC$

Ta được 2 điểm $C \in \Delta$ thỏa mãn $AB = AC$

Chọn điểm C sao cho $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0 \Rightarrow \widehat{BAC}$ là góc nhọn, đường thẳng d' qua trung điểm I của BC và có vector chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Ví dụ 1: [Đề thi THPT Quốc gia năm 2018] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng qua } A(1; 1; 1) \text{ và có vector chỉ phương } \vec{u} = (1; -2; 2)$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là :

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng d và Δ cắt nhau tại $A(1; 1; 1)$

Ta có: $\vec{u}_d = (3; 4; 0) \Rightarrow |\vec{u}_d| = 5$ và $\vec{u}_\Delta = (1; -2; 2) \Rightarrow |\vec{u}_\Delta| = 3$

Do $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = -5 < 0 \Rightarrow \cos(\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d) < 0 \Rightarrow (\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d)$ là góc tù

Một VTCP của đường phân giác d' cần lập là:

$$\vec{u}_{d'} = \frac{\vec{u}_d}{|\vec{u}_d|} - \frac{\vec{u}_\Delta}{|\vec{u}_\Delta|} = \frac{(3; 4; 0)}{5} - \frac{(1; -2; 2)}{3} = \frac{-2}{15}(-2; 11; -5)$$

Vậy phương trình đường phân giác cần tìm là: $d': \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 11t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$. **Chọn C.**

Ví dụ 2: [Đề thi THPT Quốc gia năm 2018] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng qua } A(1; 2; 3) \text{ và có vectơ chỉ phương } \vec{u} = (0; -7; -1)$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là :

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 + 11t \\ z = 3 + 8t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = -2 + t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng d và Δ cắt nhau tại $A(1; 2; 3)$

$$\text{Ta có: } \vec{u}_d = (1; 1; 0) \Rightarrow |\vec{u}_d| = \sqrt{2} \text{ và } \vec{u}_\Delta = (0; -7; -1) \Rightarrow |\vec{u}_\Delta| = 5\sqrt{2}$$

Do $\cos(\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d) = -7 < 0 \Rightarrow \widehat{(\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d)}$ là góc tù

Một VTCP của đường phân giác d' cần lập là:

$$\vec{u}_{d'} = \frac{\vec{u}_d}{|\vec{u}_d|} - \frac{\vec{u}_\Delta}{|\vec{u}_\Delta|} = \frac{(1; 1; 0)}{\sqrt{2}} - \frac{(0; -7; -1)}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}(5; 12; 1)$$

Vậy phương trình đường phân giác cần tìm là: $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 + 12t \\ z = 3 + t \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **Chọn B.**

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường phân giác Δ của góc nhọn tạo

bởi hai đường thẳng cắt nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$

$$\text{A. } \Delta: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{B. } \Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\text{C. } \Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{D. } \Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Lời giải

Để thấy d_1, d_2 cắt nhau tại $A(2; -1; 1)$. Lấy điểm $B(4; 1; 2) \in d_1$ khi đó $AB = 3$

Gọi $C(2 + 2t; -1 - 2t; 1 + t) \in d_2$. Giải $AB = AC \Rightarrow 9t^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(4; -3; 2) \\ C(0; 1; 0) \end{cases}$

Ta lấy điểm $C(4; -3; 2) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}(2; 2; 1) \\ \overrightarrow{AC}(2; -2; 1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 > 0$ nên $\widehat{CAB}$ nhọn (như vậy trường hợp $C(0; 1; 0)$ sẽ bị loại)

Trung điểm của BC là $I(4; -1; 2)$ suy ra phân giác góc nhọn $\widehat{CAB}$ là $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **Chọn B.**

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (P) . Lập phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 nằm trong mặt phẳng (P)

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 \end{cases}$$

Lời giải

Gọi $A(1; 1; 1)$ là giao điểm của $(\Delta_1), (\Delta_2)$

Ta có: $\vec{u}_1 = (1; 2; 2) \Rightarrow |\vec{u}_1| = 3$ và $\vec{u}_2 = (1; 2; -2) \Rightarrow |\vec{u}_2| = 3$

Do $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 1 > 0 \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (2; 4; 0) = 2(1; 2; 0)$

Phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 \end{cases}$. **Chọn D.**

Dạng 6: Viết phương trình đường thẳng liên quan đến góc và khoảng cách

Phương pháp giải

- Giả sử đường thẳng cần lập có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$
- Đường thẳng d song song với (P) hoặc vuông góc với Δ

Khi đó ta có
$$\begin{cases} \vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \\ \vec{u}_d \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \end{cases} \Rightarrow F(a; b; c) = 0 \Rightarrow a = f(b; c)$$

- Từ các dữ liệu về góc, khoảng cách ta được một phương trình đẳng cấp bậc hai theo các ẩn a, b, c

Thay $a = f(b, c)$ vào phương trình này, giải ra được $b = m.c$ hoặc $b = n.c$

Chọn $c = 1$, từ đó tìm được các giá trị tương ứng của a và $b \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) cần lập.

Chú ý: Phương trình đẳng cấp bậc hai là phương trình có dạng

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = 0 \Leftrightarrow A\left(\frac{x}{y}\right)^2 + B\left(\frac{x}{y}\right) + C = 0 \Rightarrow \frac{x}{y} = t \Leftrightarrow x = t.y$$

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-9; 0; 0)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 9 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

Lời giải

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a; b; c), (a^2 + b^2 + c^2 > 0)$

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ có tâm $I(2; -1; 0), R = 3$

Do $\Delta \in (P) \Leftrightarrow \vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow a + 2b - 2c = 0 \Rightarrow a = 2c - 2b \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (2c - 2b; b; c)$

Ta có $\vec{AI} = (11; -1; 0)$ và $[\vec{AI}, \vec{u}] = (-c; -11c; 9b + 2c)$

Điều kiện để Δ tiếp xúc với $(S): d(I; \Delta) = \frac{|\vec{AI} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} = R \Leftrightarrow \frac{\sqrt{c^2 + 121c^2 + (9b + 2c)^2}}{\sqrt{(2c - 2b)^2 + b^2 + c^2}} = 3$

$$\Leftrightarrow 81b^2 + 36bc + 126c^2 = 9(5b^2 - 8bc + 5c^2)$$

$$\Leftrightarrow 9c^2 + 12bc + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow (3c + 2b)^2 = 0 \Leftrightarrow 3c + 2b = 0 \Rightarrow b = 3; c = -2$$

Suy ra $\vec{u} = (-10; 3; -2)$, phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x+9}{-10} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình đường thẳng thuộc

mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó là

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$

B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$

C. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$

D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$

Lời giải

Để thấy $d//d'$, đường thẳng Δ cần tìm cách đều d và d' nên $\Delta//d \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (3;1;-2)$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-3;4)$, đường thẳng d' qua điểm $B(4;-1;0)$

Trung điểm của AB là: $I(3;-2;2)$

Khi đó Δ qua $I(3;-2;2)$ và có VTCP: $\vec{u}_\Delta = (3;1;-2)$ nên $\Delta: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$. **Chọn A.**

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ và điểm $A(1;0;-2)$. Phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A và tạo với trục Ox một góc α sao

cho $\cos\alpha = \frac{1}{3\sqrt{10}}$ là:

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-8} = \frac{z+2}{5}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{8} = \frac{z+2}{-5}$

C. $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-8} = \frac{z-2}{5}$

D. $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{8} = \frac{z-2}{5}$

Lời giải

Gọi $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$, $(a^2+b^2+c^2 \neq 0)$ là vector chỉ phương của đường thẳng Δ

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;0)$. Vì đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A nên:

$$\overrightarrow{IA}(2;-1;-2) \perp \vec{u}_\Delta \Leftrightarrow 2a - b - 2c = 0 \Leftrightarrow b = 2a - 2c \quad (1)$$

Mặt khác đường thẳng Δ tạo với trục Ox một góc α với $\cos\alpha = \frac{1}{3\sqrt{10}}$ nên

$$\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{3\sqrt{10}} \Leftrightarrow b^2 = 89a^2 - c^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình $85a^2 + 8ac - 5c^2 = 0 \quad (3)$

Với $c = 0$, suy ra $a = 0$, $b = 0$ (không thỏa mãn)

Với $c \neq 0$, ta có (3) $\Leftrightarrow 5\left(\frac{a}{c}\right)^2 + 8\frac{a}{c} - 5 = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{1}{5}$ hoặc $\frac{a}{c} = -\frac{5}{17}$

■ Với $\frac{a}{c} = \frac{1}{5}$, ta chọn $a = 1, c = 5 \Rightarrow b = -8$. Suy ra phương trình $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-8} = \frac{z+2}{5}$

■ Với $\frac{a}{c} = -\frac{5}{17}$, ta chọn $a = 5, c = -17 \Rightarrow b = 44$. Suy ra phương trình $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y}{44} = \frac{z+2}{-17}$

Chọn A.

Ví dụ 4: Trong không gian tọa độ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(2;0;-2)$. Phương trình đường thẳng d tiếp xúc với (S) tại M và tạo với mặt phẳng $(P): x + y - 3 = 0$ một góc 30° là :

A. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$	B. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = -2 - t \end{cases}$	C. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -t \\ z = -2 + t \end{cases}$	D. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -t \\ z = -2 - t \end{cases}$
--	--	---	---

Lời giải

Gọi $\vec{u}_d = (a; b; c), (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 0)$. Vì đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M nên:

Ta có: $\overline{IM} = (1; 2; -2) \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow a + 2b - 2c = 0 \Leftrightarrow a = 2c - 2b$

Mặt khác đường thẳng d tạo với mặt phẳng (P) một góc 30° nên:

Ta có: $\sin 30^\circ = \cos(\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}) = \frac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|2c-b|}{\sqrt{2}\sqrt{5b^2+5c^2-8bc}} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2(b-2c)^2 = 5b^2 + 5c^2 - 8bc \Leftrightarrow 3b^2 = 3c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ b = -c \end{cases}$

■ Với $b = c$ chọn $b = c = 1; a = 0$ ta có: $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$

■ Với $b = -c$ chọn $b = -1; c = 1; a = 4$ ta có: $d: \begin{cases} x = 2 + 4u \\ y = -u \\ z = -2 + u \end{cases}$. **Chọn A.**

Ví dụ 5: Trong không gian tọa độ cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 12 = 0$ và đường thẳng $(d): x = 5 + 2t; y = 4; z = 7 + t$. Phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(5; 0; 1)$ và Δ tạo với d góc φ sao cho $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{7}}$ là:

A. $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -5t \\ z = 1 - t \end{cases}$	B. $d: \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 5t \\ z = 1 - t \end{cases}$	C. $d: \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -5t \\ z = 1 - t \end{cases}$	D. $d: \begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -5t \\ z = 1 + t \end{cases}$
---	---	--	--

Lời giải

Ta có $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 26 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(2; -1; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{26}$

$\overline{IM} = (3; 1; 4), \vec{u}_1 = (2; 0; 1)$ là 1 VTCP của d .

Giả sử $\vec{u}_2 = (a; b; c)$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ , $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$

Do Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M \Rightarrow \overline{IM} \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow 3a + b + 4c = 0 \Leftrightarrow b = -3a - 4c$ (1)

Mà góc giữa đường thẳng Δ và đường thẳng d bằng φ

$$\Rightarrow \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \cos \varphi \Leftrightarrow \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1}{\sqrt{7}} \Leftrightarrow \frac{|2a+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \quad (2)$$

Thay (1) và (2) ta được $\sqrt{7}|2a+c| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2+(3a+4c)^2+c^2}$

$$\Leftrightarrow 7(4a^2+4ac+c^2) = 5(a^2+9a^2+24ac+16c^2+c^2) \Leftrightarrow 22a^2+92ac+78c^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3c \\ a=-\frac{13}{11}c \end{cases}$$

Với $a=-3c$, do $a^2+b^2+c^2 \neq 0 \Rightarrow c \neq 0$. Chọn $c=-1 \Rightarrow a=3; b=-5 \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=5+3t \\ y=-5t \\ z=1-t \end{cases}$

Với $a=-\frac{13}{11}c$ chọn $c=-11 \Rightarrow a=13; b=5 \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=5+3t \\ y=5t \\ z=1-11t \end{cases}$. **Chọn C.**

Dạng 7: Viết phương trình đường thẳng vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau

Phương pháp giải

Giả sử lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1; d_2$. Ta thực hiện như sau:

■ Chuyển đường d_1 và d_2 về dạng tham số t và u

■ Tham số hóa 2 điểm $A \in d_1$ và $B \in d_2$ theo 2 ẩn t và u .

■ Do d là đường vuông góc chung của $d_1; d_2$ nên $\begin{cases} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{u}_{d_1} \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t \\ u \end{cases}$

Phương trình đường thẳng cần tìm là AB .

Ví dụ 1 : Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 biết

$$d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-5+t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x=0 \\ y=4-2u \\ z=5+3u \end{cases}$$

Lời giải

Vector chỉ phương của đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_{d_1} = (1; 0; 1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (0; -2; 3)$

Gọi $A(1+t; 0; -5+t) \in d_1$ và $B(0; 4-2u; 5+3u) \in d_2$ suy ra $\overrightarrow{AB}(-1-t; 4-2u; 10+3u-t)$

Do d là đường vuông góc chung của $d_1; d_2$ nên $\begin{cases} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{u}_{d_1} \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1-t+10+3u-t=0 \\ -8+4u+30+9u-3t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2t+3u=-9 \\ -3t+13t=-22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ u=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(4; 0; -2) \\ B(0; 6; 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4; -6; -4)$$

Phương trình đường thẳng AB là: $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{-2}$.

Ví dụ 2 : Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và

$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 là:

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

Vector chỉ phương của đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_{d_1} = (2; -1; 1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (1; -1; 1)$

Gọi $M(2+2t; 1-t; 2+t) \in d_1; N(u; 4-u; 1+u) \in d_2 \Rightarrow \overline{MN} = (u-2t-2; 3-u-t; -1+u-t)$

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(u-2t-2) + u+t-3+u-t-1 = 0 \\ u-2t-2+u+t-3+u-t-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M(2; 1; 2); N(2; 2; 3)$

Suy ra $\overline{MN}(0; 1; 1) \Rightarrow MN: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **Chọn C.**

Ví dụ 3 : Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ và

$d_2: \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 đi

qua điểm nào trong các điểm sau

A. $A(3; 1; -4)$ B. $B(1; -1; -4)$ C. $C(2; 0; 1)$ D. $D(0; -2; -5)$

Lời giải

Vector chỉ phương của đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_{d_1} = (2; 1; 1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (-4; 1; -1)$

Gọi $M(-1+2t; -2+t; 1+t) \in d_1; N(-2-4u; 1+u; -2-u) \in d_2$

$\Rightarrow \overline{MN} = (-4u-2t-1; u-t+3; -u-t-3)$

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8u-4t-2+u-t+3-u-t-3 = 0 \\ 16u+8t+4+u-t+3+u+t+3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(1; -1; 2) \\ N(2; 0; -1) \end{cases}$

Suy ra $\overline{MN}(1; 1; -3) \Rightarrow MN: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \Rightarrow A(3; 1; -4) \in MN$. **Chọn A.**

Dạng 8: Viết phương trình đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P)

Phương pháp giải

Cách 1:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d và vuông góc với (P)

Khi đó $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}]$

- **Bước 2:** Viết phương trình đường thẳng $\Delta = (\alpha) \cap (P)$

Cách 2: Lấy điểm $A \in d$, tìm tọa độ hình chiếu H của A trên d , khi đó Δ qua H

Do $\Delta \perp (\alpha)$ và $\Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_\alpha] = [\vec{n}_{(P)}; [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}]]$

Chú ý: Trong trường hợp d cắt (P) ta lấy điểm $A = d \cap (P)$

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu của đường

$d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ trên mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$

Lời giải

Gọi $A(1-t; 2+2t; -1-t) = d \cap (P) \Rightarrow A \in (P) \Rightarrow 1-t-2-2t-1-t-1=0 \Rightarrow t = -\frac{3}{4}$

Suy ra $A\left(\frac{7}{4}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ và $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}]] = [(1; -1; 1); (1; 0; -1)] = (1; 2; 1)$

Vậy $\Delta: \frac{x-\frac{7}{4}}{1} = \frac{y-\frac{1}{2}}{2} = \frac{z+\frac{1}{4}}{1}$

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu của đường

$d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{2}$ trên mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 5 = 0$

Lời giải

Gọi $A(2+t; -1+3t; 3+2t) = d \cap (P) \Rightarrow A \in (P) \Rightarrow 4+2t-1+3t-9-6t+5=0 \Rightarrow t = -1$

Suy ra $A(1; -4; 1)$ và $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}]] = [(2; 1; -3); (-1; 1; 7)] = (16; 43; 25)$

Vậy $\Delta: \frac{x-1}{16} = \frac{y+4}{43} = \frac{z-1}{25}$

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu

của đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ trên mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 6 = 0$

A. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 3 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = 2 - 8t \end{cases}$

Lời giải

Gọi $A(-3+2t; -1+t; -t) \in d$, cho $A \in (P) \Rightarrow -3+2t+3-3t-2t+6=0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow A(1; 1; -2) \in \Delta$

Lại có $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}]] = [(1; -3; 2); (-1; -5; -7)] = (31; 5; -8)$

Vậy $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 5t \\ z = 2 - 8t \end{cases}$. **Chọn D.**

Ví dụ 4 : Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu của đường $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t \\ z = 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 0 \end{cases}$

Lời giải

Ta có: $(Oxy): z = 0$, các điểm $A(1; -2; 3), B(3; 1; 4) \in d$. Gọi A' là hình chiếu của A lên (Oxy)

$\Rightarrow A'(1; -2; 0)$. Gọi B' là hình chiếu của B lên $(Oxy) \Rightarrow B'(3; 1; 0)$

$\Rightarrow \overline{A'B'}(2; 3; 0)$. Phương trình đường thẳng hình chiếu là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và điểm $A(2; 1; 0)$.

Phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc và cắt đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 1-4t \\ z = 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-4t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$, $(Q): x+3y-12=0$ và

đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa đường thẳng d và giao tuyến của

hai mặt phẳng (P) , (Q)

A. $(R): 15x+11y-17z-10=0$

B. $(R): x+2y-z-1=0$

C. $(R): x+2y-z+2=0$

D. $(R): x+y-z=0$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng

$(P): x+2y+z+3=0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong (P) , cắt (d) và vuông góc với (d) .

A. $\Delta: \frac{x+3}{-7} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-4}{3}$

B. $\Delta: \frac{x+3}{-7} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+4}{3}$

C. $\Delta: \frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-4}{3}$

D. $\Delta: \frac{x-4}{7} = \frac{y+7}{-5} = \frac{z-7}{3}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và

$d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Tìm phương trình đường vuông góc chung của (d_1) , (d_2)

A. $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$

B. $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{3}$

C. $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{1}$

D. $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{5}$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 13-t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua

$A(0; 1; -1)$ cắt và vuông góc với đường thẳng Δ . Phương trình nào sau đây là phương trình của đường thẳng d ?

A. $d: \begin{cases} x = 5t' \\ y = 1+5t' \\ z = -1+8t' \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = t' \\ y = 1+t' \\ z = -1+2t' \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 5 \\ y = 5+t' \\ z = 10-t' \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 5+5t' \\ y = 6+5t' \\ z = 9+8t' \end{cases}$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 lần lượt cắt d_1, d_2 tại A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB .

A. $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $S = \sqrt{6}$

C. $S = \frac{\sqrt{6}}{2}$

D. $S = \frac{\sqrt{6}}{4}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$

B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M , cắt và vuông góc với Δ . Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d .

A. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$

B. $\vec{u} = (2; -1; 2)$

C. $\vec{u} = (0; 3; 1)$

D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng và đường thẳng d có phương trình lần lượt là $(P): x+2y-3z+4=0$ và $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc và cắt đường thẳng d .

A. $\Delta: \begin{cases} x = -1-t \\ y = 2-t \\ z = -2t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = -3-t \\ y = 1-t \\ z = 1-2t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = -3+t \\ y = 1-2t \\ z = 1-t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2-2t \\ z = -2t \end{cases}$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc và cắt với d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trên (α) đồng thời cắt đường thẳng Δ và trục Oz . Một vec tơ chỉ phương của d là.

- A. $\vec{u} = (2; -1; -1)$ B. $\vec{u} = (1; -2; 1)$ C. $\vec{u} = (1; 2; -3)$ D. $\vec{u} = (1; 1; -2)$

Câu 12: Cho mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y+3z-6=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) .

- A. $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ B. $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$
C. $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ D. $d': \frac{x}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là

- A. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$ B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-2}$
C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$ D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ B. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và điểm $N(3; -2; 3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua N , cắt và vuông góc với d .

- A. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{3-z}{1}$ B. $\Delta: \frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$
C. $\Delta: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{1}$ D. $\Delta: \frac{x-6}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-4}{1}$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(4; -2; 3)$, $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 \\ z = 1 - t \end{cases}$, đường thẳng d đi qua A cắt và

vuông góc với Δ có một vectơ chỉ phương là

A. vectơ $\vec{a} = (5; 2; 15)$

B. vectơ $\vec{a} = (4; 3; 12)$

C. vectơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$

D. vectơ $\vec{a} = (-2; 15; -6)$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; 4)$. Một mặt phẳng (α) đi qua M cắt 3 tia Ox , Oy , Oz tại A , B , C tương ứng sao cho thể tích khối chóp $O.ABC$ bằng 36 , với điểm O là gốc tọa độ. Mặt phẳng (ABC) cắt đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-4}{1}$ tại điểm I . Tọa độ của I là

A. $I(-2; 2; 2)$

B. $I(-1; 3; 3)$

C. $I(0; 4; 4)$

D. $I(1; 5; 5)$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: $B = d \cap \Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases} \Rightarrow B(2t+1; t-1; -t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2t-1; t-2; -t)$

Ta có $\overrightarrow{u_\Delta} = (2; 1; -1), d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + t-2 + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

$\Rightarrow \vec{u} = (1; -4; -2)$ là một VTCP của $d \Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 2: Gọi d' là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y - z - 2 = 0 \\ 3y - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow A(0; 4; 2) \in d' \Rightarrow A(0; 4; 2) \in (R)$

Đường thẳng d qua $B(1; -2; -1), C(4; -3; 1) \Rightarrow B, C \in (R)$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -6; -3) \\ \overrightarrow{AC} = (4; -7; -1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-15; -11; 17)$ là một VTPT của (R)

$\Rightarrow \vec{n} = (15; 11; -17)$ là một VTPT của (R)

Mà (R) qua $A(0; 4; 2) \Rightarrow (R): 15x + 11(y-4) - 17(z-2) = 0 \Leftrightarrow 15x + 11y - 17z - 10 = 0$. **Chọn A.**

Câu 3: Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A = (P) \cap d$ mà $\Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - 3t \end{cases} \Rightarrow A(2t+1; t; -3t-2)$

Ép cho $A \in (P) \Leftrightarrow 2t+1+2t-3t-2+3 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow A(-3; -2; 4)$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u_d} = (2; 1; -3) \\ \overrightarrow{n_P} = (1; 2; 1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}] = (7; -5; 3)$ là một VTCP của Δ .

Mà Δ qua $A \Rightarrow \Delta: \frac{x+3}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-4}{3} \Leftrightarrow \frac{x-4}{7} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z-7}{3}$. **Chọn D.**

Câu 4: Gọi AB là đoạn vuông góc chung của $A \in d_1; B \in d_2$

$\Rightarrow A(7+a; 3+2a; 9-a), B(3-7b; 1+2b; 1+3b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-a-7b-4; -2a+2b-2; a+3b-8)$

Ta có $\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-a-7b-4) + 2(-2a+2b-2) - (a+3b-8) = 0 \\ -7(-a-7b-4) + 2(-2a+2b-2) + 3(a+3b-8) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-4; -2; -8) \Rightarrow \vec{u} = (2; 1; 4)$ là một VTCP của AB .

Mà AB đi qua $A(7; 3; 9) \Rightarrow AB: \frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$. **Chọn A.**

Câu 5: Gọi $B = d \cap \Delta \Rightarrow B(t+1; t+2; 13-t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t+1; t+1; 14-t)$

Ta có $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -1), d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow t+1+t+1+t-14=0 \Leftrightarrow t=4$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5; 5; 10)$ là một VTCP của $d \Rightarrow \vec{u} = (1; 1; 2)$ là một VTCP của d

Mà d qua $A \Rightarrow d: \begin{cases} x=t' \\ y=1+t' \\ z=-1+2t' \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 6: Ta có $B(b-1; 7b+1; 3-b), A(2a+1; -a; a-2) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (2a-b+2; -a-7b-1; a+b-5)$

Ép cho $\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2a-b+2) - (-a-7b-1) + (a+b-5) = 0 \\ (2a-b+2) + 7(-a-7b-1) - (a+b-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=0$

$\begin{cases} A(1; 0; -2) \\ B(-1; 1; 3) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (2; -1; 1) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \right\| = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 7: Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A = (P) \cap d \Rightarrow A(2t-1; t; 3t-2)$

Mà $A \in (P) \Leftrightarrow 2t-1+2t+3t-2-4=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow A(1; 1; 1)$

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_p = (1; 2; 1) \\ \vec{u}_d = (2; 1; 3) \end{cases} \Rightarrow [\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (5; -1; -3)$ là một VTCP của Δ

Mà Δ đi qua $A \Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **Chọn C.**

Câu 8: Gọi $B = d \cap \Delta \Rightarrow B(2t+1; t-1; -t) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (2t-1; t-2; -t)$

Ta có $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1), d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 4t-2+t-2+t=0 \Leftrightarrow t=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MB} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3} \right)$ là một VTCP của $d \Rightarrow \vec{u} = (1; -4; -2)$ là một VTCP của d . **Chọn D.**

Câu 9: Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A = (P) \cap d \Rightarrow A(t-2; t+2; -t)$

Mà $A \in (P) \Leftrightarrow t-2+2t+4+3t+4=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow A(-3; 1; 1)$

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_p = (1; 2; -3) \\ \vec{u}_d = (1; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow [\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (1; -2; -1)$ là một VTCP của Δ

Mà Δ qua $A \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=-3+t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 10: Gọi $B = d \cap \Delta \Rightarrow B(t+1; t; 2t-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t; t; 2t-3)$

Ta có $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -1), d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow t+t+4t-6=0 \Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ là một VTCP của $\Delta \Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$. **Chọn B.**

Câu 11: Gọi $A = d \cap \Delta; B = d \cap Oz \Rightarrow A, B \in (\alpha)$

Ta có $\begin{cases} A(a+2; a+2; 2a+1) \Rightarrow a+2+a+2+2a+1-1=0 \Leftrightarrow a=-1 \Rightarrow A(1;1;-1) \\ B(0;0;b) \Rightarrow 0+0+b-1=0 \Rightarrow B(0;0;1) \end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BA} = (1;1;-2)$ là một VTCP của d . **Chọn D.**

Câu 12: Gọi $M = d \cap (P)$, vì $M \in d \longrightarrow M(2t-1; 3t-2; 2t-1)$.

Do đó $2t-1+2(3t-2)+3(2t-1)-6=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;1)$

Gọi $N(-1;-2;-1) \in d$. Và H là hình chiếu của N trên (P)

Phương trình đường thẳng NH là $\begin{cases} x = -1+a \\ y = -2+2a \\ z = -1+3a \end{cases}$

Vì $H = NH \cap (P)$ suy ra $H(0;0;2)$. Ta có $\overrightarrow{MH} = (-1;-1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng MH là $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 13: Ta có $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;2;2), \overrightarrow{n_{(P)}} = (2;1;2)$. Vì $\begin{cases} \Delta // (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_{(P)}}] = (-2;-2;3)$

Mặt khác Δ đi qua $A(1;1;-2) \rightarrow \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$. **Chọn A.**

Câu 14: Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là Δ và $M = d \cap \Delta \Rightarrow M \in (P)$

Ta có $M(-1+2t; t; -2+3t)$ mà $M \in (P) \Rightarrow -1+2t+2t-2+3t=4 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;1)$

Lại có $\begin{cases} \Delta \subset (\alpha) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n_{(\alpha)}}; \overrightarrow{u_d}] = (5;-1;-3)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **Chọn A.**

Câu 15: Gọi $M = d \cap \Delta \Rightarrow M(t;t;2-t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (3-t;-2-t;1+t)$

Vì $d \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 1.(3-t)+1.(-2-t)+(-1).(1+t)=0 \Leftrightarrow t=0$

Do đó $\overrightarrow{MN} = (3;-2;1) \Rightarrow$ Phương trình $\Delta: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$. **Chọn D.**

Câu 16: Gọi $B = d \cap \Delta \Rightarrow B(2+3t; 4; 1-t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3t-2; 6; -2-t)$

Vì $d \perp \Delta$ suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 3.(3t-2)+0.6+(-1)(-2-t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{2}{5}$

Do đó $\overrightarrow{AB} = (-\frac{4}{5}; 6; -\frac{12}{5}) = \frac{2}{5}(-2; 15; -6)$. Vậy $\vec{a} = (-2; 15; -6)$. **Chọn D.**

Câu 17: Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c) \Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Thể tích khối chóp $O.ABC$ là $V_{O.ABC} = \frac{OA.OB.OC}{6} = \frac{abc}{6} = 36 \Leftrightarrow abc = 216$

Ta có $M(1;2;4) \in (ABC) \Rightarrow 1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{8}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 3^3 \cdot 8 = 216$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=12 \end{cases} \Rightarrow (ABC): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{12} = 1$

Gọi $I(t;t+4;t+4) \in \Delta$ mà $I = \Delta \cap (ABC) \Rightarrow \frac{t}{3} + \frac{t+4}{6} + \frac{t+4}{12} = 1 \Leftrightarrow t = 0$

Vậy $I(0;4;4)$. **Chọn C.**