

ĐỀ CHÍNH THỨC:

Câu 1) (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$

Câu 2) (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\cos x + 2\cos^2 \frac{x}{3} - 3 = 0$

b) Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện $z + \bar{z} = 6$ và $z^2 + 2\bar{z} - 8i$ là một số thực.

Câu 3) (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_4(x^2 - 7x + 10) - \log_4(x - 2) = \log_{\frac{1}{4}}(x + 5)$

Câu 4) (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{x(x+6y-4)+3y(3y-4)+8}+2(x+y)=\sqrt{(x+y)^2+4(1-xy)}+2 \\ \sqrt{3x-xy+22}-\sqrt{1-y}=x^2-2y+3 \end{cases}$$

Câu 5) (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 2 + \tan^2 x) \sin x dx$

Câu 6) (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC có $AC = a\sqrt{3}$, $BC = 3a$, $\angle ACB = 30^\circ$. Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc 60° và mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm H trên cạnh BC sao cho $BC = 3BH$ và mặt phẳng $(A'AH)$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(A'AC)$.

Câu 7) (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(-3; -4)$, tâm đường tròn nội tiếp $I(2; 1)$ và tâm đường tròn ngoại tiếp $J(-\frac{1}{2}; 1)$. Viết phương trình đường thẳng BC .

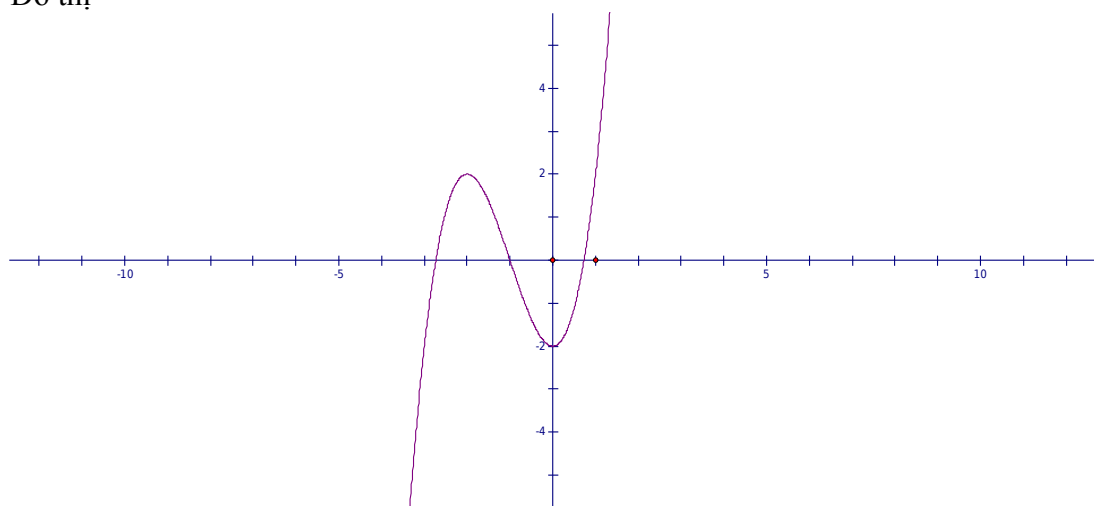
Câu 8) (1,0 điểm) Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(4; -2; 11)$, $B(-2; -10; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB và tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB = 13$.

Câu 9) (0,5 điểm) Một hộp đựng 3 xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 5 bi từ hộp. Tính xác suất để trong 5 bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi xanh và số bi đỏ bằng nhau.

Câu 10) (1,0 điểm) Cho hai số thực a, b thuộc khoảng $(0, 1)$ thỏa mãn $(a^3 + b^3)(a + b) - ab(a - 1)(b - 1) = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{12}{\sqrt{36 + (1 + 9a^2)(1 + 9b^2)}} + 3ab - \frac{a^4 + b^4}{ab}$$

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015

Câu	Đáp án	Điểm																		
Câu 1 (2,0đ)	Câu1) a) $y = x^3 + 3x^2 - 2$ + TXĐ $D = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ + $y' = 3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = -2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$ ----- + BBT <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td></td><td>-2</td><td></td><td>∞</td></tr></table> ----- + Hàm ĐB trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(0; +\infty)$ và NB trên khoảng $(-2; 0)$. Điểm cực đại đồ thị $(-2; 2)$; điểm cực tiểu đồ thị $(0; -2)$ ----- + Đồ thị  ----- b) Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ nên tiếp tuyến có hệ số góc bằng 9. ----- Ta có $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -2 \end{cases}$ ----- + Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(1, 2)$ là $y = 9(x - 1) + 2$ ----- + Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(-3, -2)$ là $y = 9(x + 3) - 2$	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$			-2		∞	0,25
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$															
	y'	+	0	-	0	+														
	y	$-\infty$			-2		∞													

Câu 2 (1,0đ)	Câu 2) a) $\cos x + 2\cos^2 \frac{x}{3} - 3 = 0 \Leftrightarrow 4\cos^3 \frac{x}{3} - 3\cos \frac{x}{3} + 2\cos^2 \frac{x}{3} - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (\cos \frac{x}{3} - 1)(4\cos^2 \frac{x}{3} + 6\cos \frac{x}{3} + 3) = 0$	0,25
-------------------------------	--	------

Câu	Đáp án	Điểm
	$\Leftrightarrow \cos \frac{x}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = 6k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
	b) Gọi $z = x + yi$. Ta có $z + \bar{z} = 6 \Leftrightarrow (x + yi) + (x - yi) = 6 \Leftrightarrow x = 3$ (1) $z^2 + 2\bar{z} - 8i = (x + yi)^2 + 2(x - yi) - 8i = (x^2 - y^2 + 2x) + (2xy - 2y - 8)i$ là số thực nên $2xy - 2y - 8 = 0$ (2).	0,25
	Từ (1) và (2) ta giải được $x = 3$ và $y = 2$. Vậy $z = 3 + 2i$	0,25
Câu 3 (0,5đ)	Câu 3) b)ĐK $\begin{cases} x^2 - 7x + 10 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \vee x > 5 \\ x > 2 \\ x > -5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$ Với ĐK trên phương trình tương đương : $\log_4(x^2 - 7x + 10) - \log_4(x - 2) = -\log_4(x + 5)$ $\Leftrightarrow \log_4(x^2 - 7x + 10)(x + 5) = \log_4(x - 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x^2 - 7x + 10)(x + 5) = x - 2$ $\Leftrightarrow (x - 5)(x + 5) = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{26}$ (vì $x > 5$)	0,25
Câu 4 (1,0đ)	Câu 4) $\begin{cases} \sqrt{x(x + 6y - 4)} + 3y(3y - 4) + 8 + 2(x + y) = \sqrt{(x + y)^2 + 4(1 - xy)} + 2(1) \\ \sqrt{3x - xy + 22} - \sqrt{1 - y} = x^2 - 2y + 3(2) \end{cases}$ +Ta có (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(x + 3y - 2)^2 + 4} + (x + 3y - 2) = \sqrt{(y - x)^2 + 4} + (y - x)$ + Xét hàm $f(t) = \sqrt{t^2 + 4} + t, t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 4}} + 1 = \frac{\sqrt{t^2 + 4} + t}{\sqrt{t^2 + 4}} > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ Suy ra f(t) đồng biến trên $\mathbb{R}$. + Ta có (1) $\Leftrightarrow f(x + 3y - 2) = f(y - x) \Leftrightarrow x + 3y - 2 = y - x \Leftrightarrow y = 1 - x$ + Thế $y = 1 - x$ vào (2) ta có : $\sqrt{x^2 + 2x + 22} - \sqrt{x} = x^2 + 2x + 1$ (3). Với ĐK $x \geq 0$. ta có (3) $\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2x + 22} - 5) - (\sqrt{x} - 1) = x^2 + 2x - 3$ $\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 22} + 5} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1} = (x - 1)(x + 3)$	0,25
		0,25

	$\Rightarrow d(B, (A'AC)) = \frac{3.V_{A'ABC}}{S_{A'AC}} = \frac{\frac{9}{4}a^3}{a^2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}a}{4}$	0,25
Câu 7 (1,0đ)	Câu 7) + Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $(x + \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2 = \frac{125}{4}$ (1) + Phương trình đường thẳng AI : $\frac{x+3}{2+3} = \frac{y+4}{1+4} \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	+ Đường thẳng AI cắt đường tròn ngoại tiếp tại điểm thứ hai là D, trung điểm cung BC. Hoành độ điểm D là nghiệm khác -3 của phương trình : $(x + \frac{1}{2})^2 + (x - 2)^2 = \frac{125}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{9}{2} \end{cases} \text{ . Suy ra } D(\frac{9}{2}; \frac{7}{2})$	0,25
	+ Ta có $BID = \frac{A}{2} + \frac{B}{2}$ và $IBD = IBC + CBD = \frac{B}{2} + \frac{A}{2}$ suy ra $BID = IBD \Rightarrow DI = DB = DC$ $\Rightarrow B, C$ nằm trên đường tròn tâm D bán kính DI có phương trình : $(x - \frac{9}{2})^2 + (y - \frac{7}{2})^2 = \frac{50}{4} \quad (2)$	0,25
	+ Tọa độ điểm B và C là nghiệm hệ phương trình (1) và (2) $\begin{cases} (x + \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2 = \frac{125}{4} \\ (x - \frac{9}{2})^2 + (y - \frac{7}{2})^2 = \frac{50}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + x - 2y - 30 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9x - 7y + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 5y - 50 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9x - 7y + 10 = 0 \end{cases}$ Suy ra phương trình đường thẳng BC : $10x + 5y - 50 = 0$ hay $2x + y - 10 = 0$	0,25
Câu 8 (1,0đ)	Câu 8) + Mp trung trực (Q) của đoạn AB qua trung điểm I(1; -6; 7) của AB nhận $AB = (-6; -8; -8)$ làm VTPT Suy ra phương trình mp(Q): $-6(x - 1) - 8(y + 6) - 8(z - 7) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + 4z - 7 = 0$ + Gọi $\Delta = (Q) \cap (P)$. Đường thẳng Δ là tập hợp các điểm thỏa hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + 4y + 4z - 7 = 0 \\ x + y - z - 4 = 0 \end{cases} \quad (1)$ + (P) có VTPT $n_P = (1; 1; -1)$, (Q) có VTPT $n_Q = (3; 4; 4)$ suy ra Δ có VTCP $u = [n_P, n_Q] = (8; -7; 1)$. Trong (1) cho $x = 1$ giải được $y = 2; z = -1$ suy	0,25

	ra Δ đi qua điểm $I(1; 2; -1)$. Vậy phương trình tham số đường thẳng Δ $\begin{cases} x = 1 + 8t \\ y = 2 - 7t \\ z = -1 + t \end{cases}$ + $M \in \Delta$ thì $M \in (P)$ và $MA = MB$. Ta có $M(1 + 8t; 2 - 7t; -1 + t)$ $MA = 13 \Leftrightarrow (8t - 3)^2 + (4 - 7t)^2 + (t - 12)^2 = 169 \Leftrightarrow 114t^2 - 128t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 64/27$ Vậy có hai điểm M thỏa bài toán : $M_1(1; 2; -1)$, $M_2(\frac{569}{57}; -\frac{334}{57}; \frac{7}{57})$	0,25
Câu 9 (0,5đ)	Câu 9) + Có $C_{12}^5 = 792$ cách chọn 5 bi từ hộp 12 bi $\Rightarrow \Omega = 792$ + Gọi X là biến cố :’’ 5 bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi xanh và số bi đỏ bằng nhau’’ TH1 : 1X, 1Đ, 3V $\Rightarrow$ có $C_3^1 C_4^1 C_5^3 = 120$ cách chọn TH2 : 2X, 2Đ, 1V $\Rightarrow$ có $C_3^2 C_4^2 C_5^1 = 90$ cách chọn Suy ra $\Omega_X = 120 + 90 = 210$ Vậy $P(X) = \frac{ \Omega_X }{ \Omega } = \frac{210}{792} = \frac{35}{132}$	0,25
Câu 10 (1,0đ)	Câu 10) $P = \frac{12}{\sqrt{36 + (1 + 9a^2)(1 + 9b^2)}} + 3ab - \frac{a^4 + b^4}{ab}$ GT : $(a^3 + b^3)(a + b) - ab(a - 1)(b - 1) = 0 \Leftrightarrow \frac{(a^3 + b^3)(a + b)}{ab} = (1 - a)(1 - b) \quad (*)$ Vì $\frac{(a^3 + b^3)(a + b)}{ab} = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right)(a + b) \geq 2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{ab} = 4ab$ và $(1 - a)(1 - b) = 1 - (a + b) + ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$, khi đó từ (*) suy ra $4ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$, Đặt $t = ab$ ($t > 0$) ta được $2\sqrt{t} \leq 1 - 3t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t \leq \frac{1}{3} \\ 4t \leq (1 - 3t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < t \leq \frac{1}{9}$ Ta có $(1 + 9a^2)(1 + 9b^2) \geq 36ab \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{36 + (1 + 9a^2)(1 + 9b^2)}} \leq \frac{2}{\sqrt{1 + ab}}$ và $3ab - \frac{a^4 + b^4}{ab} \leq 3ab - 2ab = ab$. Suy ra $P \leq \frac{2}{\sqrt{1 + ab}} + ab$. Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = \frac{1}{3}$.	0,25

	. Xét hàm $f(t) = \frac{2}{\sqrt{1+t}} + t$ với $0 < t \leq \frac{1}{9}$, ta có $f'(t) = 1 - \frac{1}{(1+t)\sqrt{1+t}} > 0, \forall t \in (0, \frac{1}{9}] \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0, \frac{1}{9}]$ $f(t) \leq f(\frac{1}{9}) = \frac{6}{\sqrt{10}} + \frac{1}{9}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ t = ab = \frac{1}{9} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{3} \end{cases}$ Vậy $\text{Max}P = \frac{6}{\sqrt{10}} + \frac{1}{9}$ đạt được tại $a = b = \frac{1}{3}$	0,25
		0,25