

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1. KHỐI ĐA DIỆN.....	2
BÀI 1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN	2
A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM.....	2
B. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẮC NGHIỆM.....	6
BÀI 2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU	9
A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM.....	9
B. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN.....	11
BÀI 3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN	13
A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM.....	13
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM.....	13
VẤN ĐỀ 1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP	13
Dạng 1. Khối chóp có cạnh bên vuông góc đáy	13
Dạng 2. Khối chóp có hình chiếu của đỉnh lên mặt phẳng đáy	17
Dạng 3. Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy.....	21
Dạng 4. Khối chóp đều.....	24
Dạng 5. Tỷ lệ thể tích	26
VẤN ĐỀ 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ	28
Dạng 1. Khối lăng trụ đứng	29
Dạng 2. Khối lăng trụ đều.....	33
Dạng 3. Khối lăng trụ xiên.....	33
CHƯƠNG 2. MẶT NÓN, MẶT TRỤ VÀ MẶT CẦU.....	41
BÀI 1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY.....	41
A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM.....	41
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM.....	42
VẤN ĐỀ 1. MẶT NÓN, HÌNH NÓN VÀ KHỐI NÓN	42
VẤN ĐỀ 2. MẶT TRỤ - HÌNH TRỤ VÀ KHỐI TRỤ	47
BÀI 2. MẶT CẦU	51
A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM.....	51
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM.....	52
Dạng 1. Hình chóp có các đỉnh nhìn hai đỉnh còn lại dưới 1 góc vuông	52
Dạng 2. Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau.....	52
Dạng 3. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy	53
Dạng 4. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy	53
C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN	54

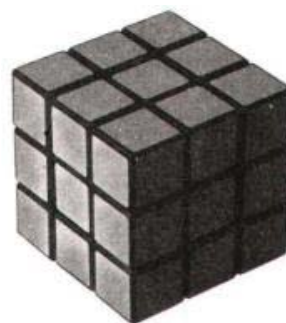
CHƯƠNG 1. KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM

I. KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

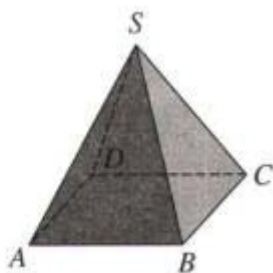
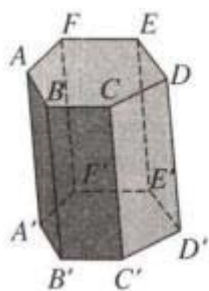
Quan sát khối rubic trong hình 1.1, ta thấy các mặt ngoài của nó tạo thành một hình lập phương. Khi đó ta nói khối rubic có hình dáng là một khối lập phương. Như vậy có thể xem khối lập phương là phần không gian được giới hạn bởi một hình lập phương, kể cả hình lập phương ấy.



Hình 1.1

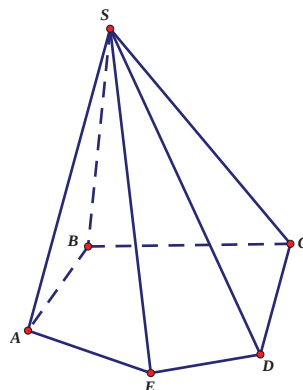
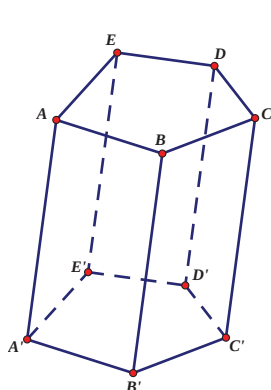
Tương tự, khối lăng trụ là phần không gian giới hạn bởi một hình lăng trụ, kể cả hình lăng trụ ấy, khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp kể cả hình chóp ấy, khối chóp cụt là phần không gian giới hạn bởi 1 hình chóp cụt kể cả hình chóp cụt ấy.

Tên của khối lăng trụ hay khối chóp được đặt theo tên của hình lăng trụ hay hình chóp giới hạn nó. Chẳng hạn ứng với hình lăng trụ lục giác $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ ta có khối lăng trụ lục giác $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$, ứng với hình chóp tứ giác $S.ABCD$ đều ta có khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



II. KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

1. Khái niệm về hình đa diện



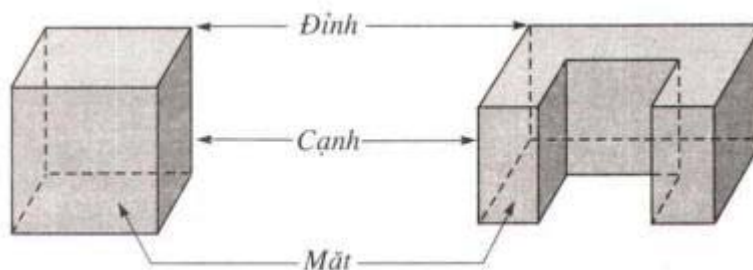
Quan sát hình lăng trụ, hình chóp ở trên ta thấy chúng đều là những hình không gian được tạo bởi một số hữu hạn đa giác. Các đa giác ấy có tính chất

a) Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không giao nhau, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.

b) Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác. Mỗi đa giác như thế được gọi là một mặt của hình đa diện (H). Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện (H).

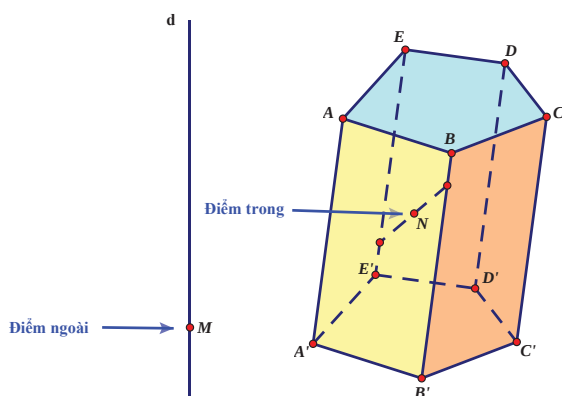
Người ta gọi các hình đó là hình đa diện.

Nói một cách tổng quát: Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) (H) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất trên. Mỗi đa giác như thế được gọi là các mặt của đa diện. Các đỉnh, cạnh của đa giác ấy theo thứ tự được gọi là các đỉnh, cạnh của đa diện.



2. Khái niệm về khối đa diện

Khối đa
mặt hình



diện là phần không gian được giới hạn bởi đa diện (H), kể cả hình đa diện đó.

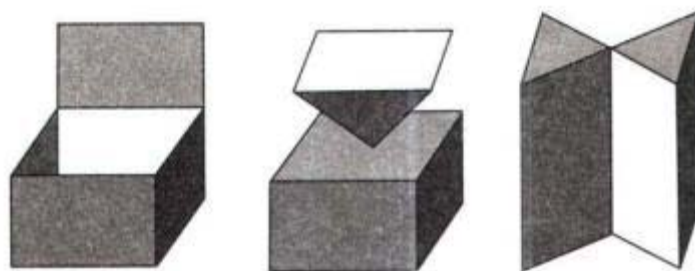
Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là *điểm ngoài* của khối đa diện. Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện giới hạn khối đa diện ấy được gọi là *điểm trong* của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là *miền trong*, tập hợp các điểm ngoài được gọi là *miền ngoài* khối đa diện.

Mỗi đa diện (H) chia các điểm còn lại của không gian thành hai miền không giao nhau: miền trong và miền ngoài của (H). Trong đó chỉ có duy nhất miền ngoài là chứa hoàn toàn một đường thẳng nào đấy. Khối đa diện (H) là hợp của hình đa diện (H) và miền trong của nó.

Ví dụ 1: Các hình dưới đây là những hình đa diện



Ví dụ 2: Các hình dưới đây **không** là hình đa diện



II. HAI HÌNH BẰNG NHAU

1. Phép dời hình trong không gian

và sự bằng nhau giữa các khối đa diện.

- Trong không gian quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định duy nhất được gọi là một phép biến hình trong không gian.
- Phép biến hình trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm tùy ý.

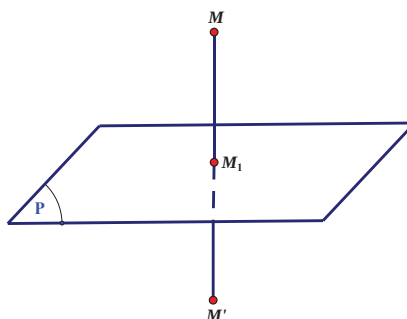
Nhận xét:

- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình sẽ được một phép dời hình.
- Phép dời hình biến một đa diện thành (H) một đa diện (H') , biến các đỉnh, cạnh, mặt của đa diện (H) thành đỉnh, cạnh, mặt tương ứng của đa diện (H') .

a) **Phép dời hình tịnh tiến theo vector $\vec{v}$** là phép biến hình biến điểm M thành M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

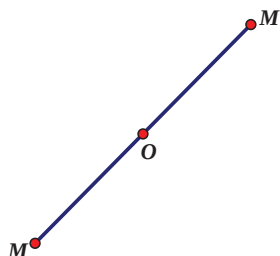
b) **Phép đối xứng qua mặt phẳng (P)** là phép biến hình biến mọi điểm thuộc (P) thành chính nó, biến điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng chung trục của MM' .

Nếu phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến hình (H) thành chính nó thì (P) được gọi là mặt phẳng đối xứng của (H) .

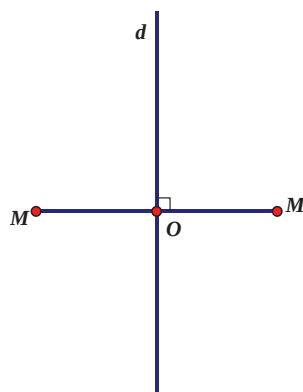


c) **Phép đối xứng tâm O** là phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến điểm M khác O thành điểm M' sao cho O là trung điểm của MM' .

Nếu phép đối xứng tâm O biến hình (H) thành chính nó thì O được gọi là tâm đối xứng của (H) .



d) *Phép đối xứng qua đường thẳng d* là phép biến hình mọi điểm thuộc d thành chính nó, biến điểm M không thuộc d thành điểm M' sao cho d là trung trực của MM' . Phép đối xứng qua đường thẳng d còn được gọi là *phép đối xứng qua trục d* .



Nếu phép đối xứng qua đường thẳng d biến hình (H) thành chính nó thì d được gọi là *trục đối xứng* của (H) .

Nhận xét:

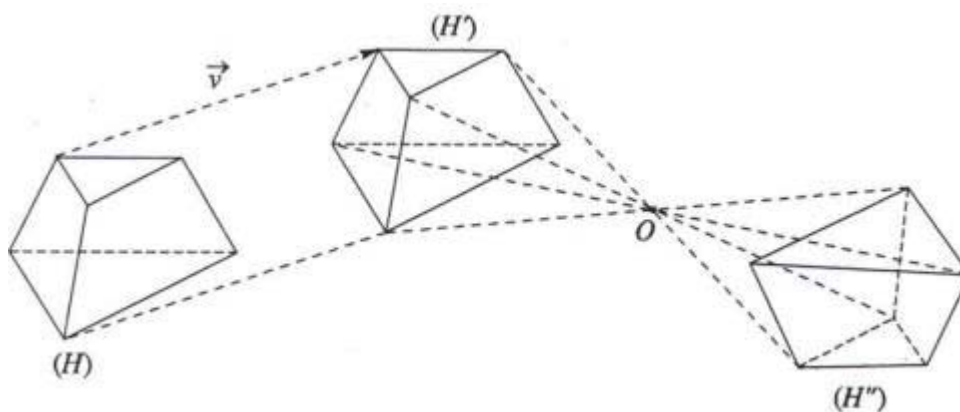
- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình ta được các phép dời hình
- Phép dời hình biến đa diện (H) thành đa diện (H') và biến đỉnh, cạnh, mặt của (H) thành đỉnh, cạnh, mặt tương ứng của (H') .

2. Hai hình bằng nhau

Hai hình được gọi là *bằng nhau* nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

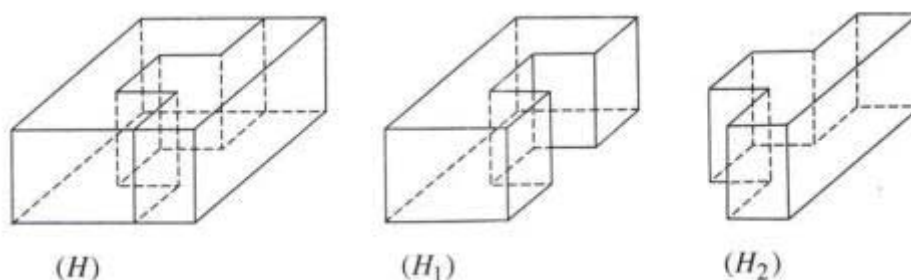
Nhận xét

- Hai đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình đa diện này thành hình đa diện kia.
- Hai tứ diện có các cạnh tương ứng bằng nhau thì bằng nhau.



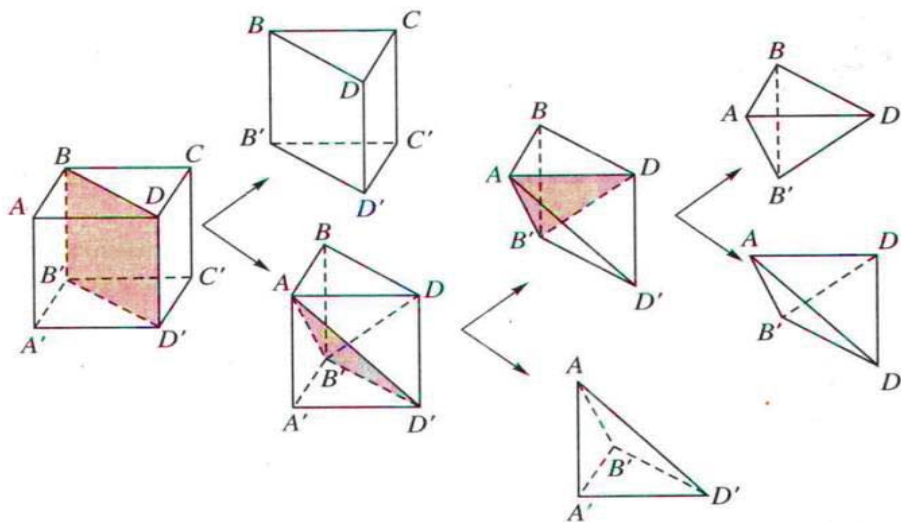
III. PHÂN CHIA VÀ LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN

Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện $(H_1), (H_2)$, sao cho (H_1) và (H_2) không có điểm trong chung thì ta nói có thể chia được khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , hay có thể lắp ghép được hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với nhau để được khối đa diện (H) .



Ví dụ. Xét khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $BDD'B'$ cắt khối lập phương đó theo một thiết diện là hình chữ nhật $BDD'B'$. Thiết diện này chia các điểm còn lại của khối lập phương ra làm hai phần. Mỗi phần cùng với hình chữ nhật $BDD'B'$ tạo thành khối lăng trụ, như vậy có hai khối lăng trụ: $ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$. Khi đó ta nói mặt phẳng (P) chia khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ $ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$.

Tương tự trên ta có thể chia tiếp khối trụ $ABD.A'B'D'$ thành ba khối tứ diện: $ADBB'$, $ADB'D'$ và $AA'B'D'$.



Nhận xét: Một khối đa diện bất kì luôn có thể phân chia được thành các khối tứ diện.

B. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Về phía ngoài khối lăng trụ này ta ghép thêm một khối lăng trụ tam giác đều bằng với khối lăng trụ đã cho, sao cho hai khối lăng trụ có chung một mặt bên. Hỏi khối đa diện mới lập thành có mấy cạnh?

- A. 9. B. 12. C. 15. D. 18.

Câu 2: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Về phía ngoài khối chóp này ta ghép thêm một khối chóp tứ diện đều có cạnh bằng a , sao cho một mặt của khối tứ diện đều trùng với một mặt của khối chóp đã cho. Hỏi khối đa diện mới lập thành có mấy mặt?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 9.

Câu 3: Tứ diện đều có mấy mặt phẳng đối xứng

- A. 0. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 4: Hình lập phương có mấy mặt phẳng đối xứng ?

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 5: Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 6: Trong không gian cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$. Với M là điểm bất kỳ, ta gọi M_1 là ảnh của M qua phép $T_{\vec{u}}$ và M_2 là ảnh của M_1 qua phép $T_{\vec{v}}$. Khi đó phép biến hình biến điểm M thành điểm M_2 là:

- A. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} + \vec{v}$ B. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$
C. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ D. Một phép biến hình khác

Câu 7: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó?

A. Không có B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 8: Trong không gian cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành đường thẳng b?

A. Không có B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 9. Trong không gian cho (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. Không có phép tịnh tiến nào biến (P) thành (Q)
- B. Có duy nhất một phép tịnh tiến biến (P) thành (Q)
- C. Có đúng hai phép tịnh tiến biến (P) thành (Q)
- D. Có vô số phép tịnh tiến biến (P) thành (Q)

Câu 10: Trong không gian cho hai tam giác ABC và A'B'C' bằng nhau ($AB = A'B'$; $AC = A'C'$; $BC = B'C'$). Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. Không thể thực hiện một phép tịnh tiến nào biến tam giác này thành tam giác kia.
- B. Tồn tại duy nhất một phép tịnh tiến nào biến tam giác này thành tam giác kia.
- C. Có nhiều nhất hai phép tịnh tiến nào biến tam giác này thành tam giác kia.
- D. Có thể thực hiện vô số phép tịnh tiến biến tam giác này thành tam giác kia.

Câu 11: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD,

BC. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$ biến tam giác A'IJ thành tam giác

- A. C'CD
- B. CD'P với P là trung điểm của B'C'
- C. KDC với K là trung điểm của A'D'
- D. DC'D'

Câu 12: Cho hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau. Với M là một điểm bất kỳ, ta gọi M_1 là ảnh của M qua phép đối xứng D_α và M_2 là ảnh của M_1 qua phép đối xứng D_β . Phép biến hình $D_\beta \circ D_\alpha$ biến điểm M thành M_2 là

- A. Một phép biến hình khác.
- B. Phép đồng nhất.
- C. Phép tịnh tiến.
- D. Phép đối xứng qua mặt phẳng.

Câu 13. Trong không gian một tam giác đều có mấy mặt phẳng đối xứng?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 14. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có các kích thước là a, b, c ($a < b < c$). Hình hộp chữ nhật này có mấy mặt đối xứng

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 15. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông và SA vuông góc với (ABCD). Hình chóp này có mặt đối xứng nào?

A. Không có B. (SAB) C. (SAC) D. (SAD)

Câu 16. Trong không gian cho hai điểm I và J phân biệt. Với mỗi điểm M ta gọi M_1 là ảnh của M qua phép đối xứng tâm D_I , M_2 là ảnh của M_1 qua phép đối xứng tâm D_J . Khi đó hợp thành của D_I và D_J biến điểm M thành điểm M_2 là

- A. Phép đối xứng qua mặt phẳng B. Phép tịnh tiến
C. Phép đối xứng tâm D. Phép đồng nhất

Câu 17. Trong các hình dưới đây, hình nào không có tâm đối xứng

- A. Hình hộp B. Hình lăng trụ tứ giác đều
C. Hình lập phương D. Tứ diện đều

Câu 18. Hình chóp tứ giác đều có mấy mặt phẳng đối xứng

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 19. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' tâm O (tâm đối xứng). Ảnh của đoạn thẳng A'B qua phép đối xứng tâm D_O là đoạn thẳng

- A. DC' B. CD' C. DB' D. AC'

Câu 20. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Với mỗi điểm M ta gọi M_1 là ảnh của M qua phép đối xứng tâm D_a , M_2 là ảnh của M qua phép đối xứng tâm D_b . Khi đó hợp thành của $D_a \circ D_b$ biến điểm M thành điểm M_2 là

- A. Phép đối xứng trục B. Phép đối xứng qua mặt phẳng
C. Phép đối xứng tâm D. Phép tịnh tiến

Câu 21. Trong không gian cho hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau. Với mỗi điểm M ta gọi M_1 là ảnh của M qua phép đối xứng tâm D_α , M_2 là ảnh của M qua phép đối xứng tâm D_β . Khi đó hợp thành của $D_\beta \circ D_\alpha$ biến điểm M thành điểm M_2 là

- A. Phép tịnh tiến B. Phép đối xứng qua mặt phẳng
C. Phép đối xứng tâm D. Phép đối xứng trục

Câu 22. Tứ diện đều có mấy trục đối xứng

- A. Không có B. 1 C. 2 D. 3

Câu 23. Hình chóp tứ giác đều có mấy trục đối xứng?

- A. Không có B. 1 C. 2 D. 3

Câu 24. Hình vuông có mấy trục đối xứng?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 25. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

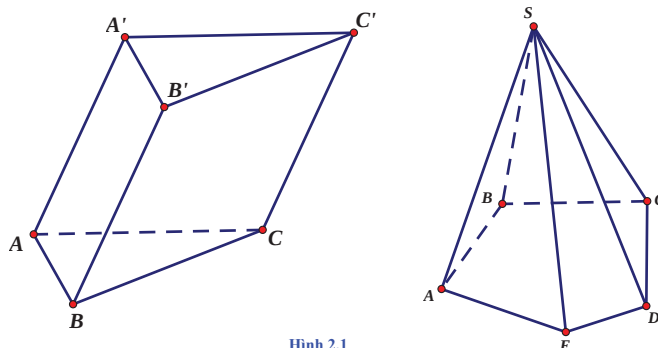
- A. Nếu hình H có trục đối xứng thì nó có ít nhất một tâm đối xứng.
B. Nếu hình H có mặt đối xứng thì nó có ít nhất một trục đối xứng.
C. Nếu hình H có mặt đối xứng và có trục đối xứng thì nó có ít nhất một tâm đối xứng.
D. Nếu hình H có mặt đối xứng và có tâm đối xứng nằm trên mặt đối xứng thì nó có ít nhất một tâm đối xứng.

BÀI 2. KHỐI ĐA DIỆN LỒI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM

1. KHỐI ĐA DIỆN LỒI

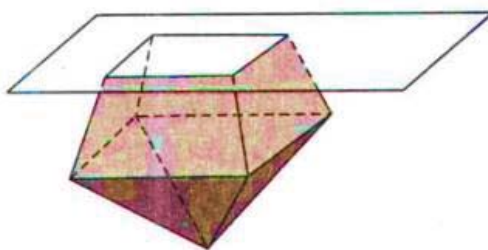
Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H). Khi đó đa diện giới hạn (H) được gọi là *đa diện lồi* (Hình 2.1).



Hình 2.1

Ví dụ: Các khối lăng trụ tam giác, khối hộp, khối tứ diện là những khối đa diện lồi.

Lưu ý: Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó. (Hình 2.2)

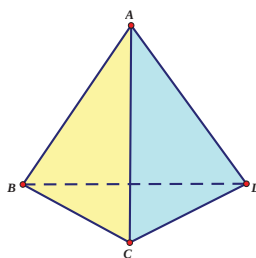


Hình 2.2

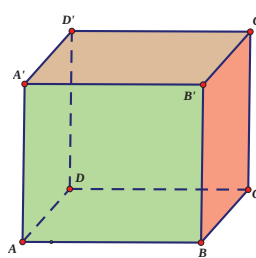
Công thức OLE: Trong một đa diện lồi nếu gọi D là số đỉnh, C là số cạnh, M là số mặt $D - C + M = 2$

II. KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

Quan sát khối tứ diện đều (Hình 2.2.1), ta thấy các mặt của nó là những tam giác đều, mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng ba mặt. Đối với khối lập phương (Hình 2.2.2), ta thấy các mặt của nó là những



Hình 2.2.1



Hình 2.2.2

hình vuông, mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung đúng ba mặt. Những khối đa diện nói trên được gọi là khối đa diện đều

Định nghĩa: Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có các tính chất sau:

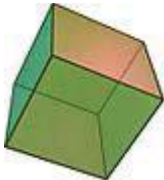
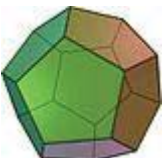
- Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.
- Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{p; q\}$.

Nhận xét: Các mặt của khối đa diện đều là những đa giác đều và bằng nhau.

Định lý: Chỉ có năm loại khối đa diện đều. Đó là các khối đa diện đều loại $\{3,3\}$, loại $\{4,3\}$, loại $\{3,4\}$, loại $\{5,3\}$, và loại $\{3,5\}$.

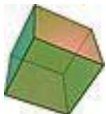
Tùy theo số mặt của chúng, năm loại khối đa diện đều kể trên theo thứ tự được gọi là khối đa diện đều, khối lập phương, khối tám mặt đều, khối mười hai mặt đều, khối hai mươi mặt đều.

Năm khối đa diện đều				
Tứ diện đều	Khối lập phương	Khối tám mặt đều	Khối mười hai mặt đều	Khối hai mươi mặt đều
				

Nhận xét:

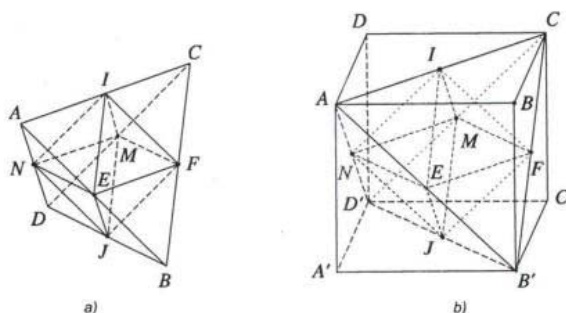
- Hai khối đa diện đều có cùng số mặt và có cạnh bằng nhau thì bằng nhau.
- Hai khối đa diện đều có cùng số mặt thì đồng dạng với nhau.

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Ký hiệu $\{p, q\}$
Kứ diện đều		4	6	4	$\{3, 3\}$
Khối Lập Phương		8	12	6	$\{4, 3\}$
Khối Tám Mặt Đều		6	12	8	$\{3, 4\}$
Khối Mười Hai Mặt Đều		20	30	12	$\{5, 3\}$
Khối Hai Mươi Mặt Đều		12	30	20	$\{3, 5\}$

Ta lưu ý thêm hai kết quả sau

- Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là các đỉnh của bát diện đều
- Tâm của các mặt hình lập phương là các đỉnh của một hình bát diện đều



Journal of Management Education 36(8) 907-924

-

Câu 13. Trong các loại khối đa diện đều sau, tìm khối đa diện có số cạnh gấp đôi số đỉnh

- A. Khối 20 mặt đều
- B. Khối lập phương
- C. Khối bát diện đều
- D. Khối 12 mặt đều

Câu 14. Trong các loại khối đa diện đều sau, tìm khối đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau

- A. Khối 12 mặt đều
- B. Khối lập phương
- C. Khối bát diện đều
- D. Khối tứ diện đều

Câu 15. Cho đa diện (H) có tất cả các mặt đều là tứ giác. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tổng số các cạnh của (H) luôn bằng tổng số các mặt của (H)
- B. Tổng các mặt của (H) luôn bằng tổng số các đỉnh của (H)
- C. Tổng số các cạnh của (H) luôn là một số chẵn
- D. Tổng số các mặt của (H) luôn là một số lẻ.

Câu 16. Mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của mấy cạnh?

- A. 3
- B. 4
- C. 6
- D. 5

Câu 17. Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây sai

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8
- B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4
- C. Khối bát diện đều là loại {4;3}
- D. Số cạnh của bát diện đều bằng 12.

Câu 18. Cho khối chóp có đáy là n-giác. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Số mặt của khối chóp là $2n$
- B. Số cạnh của khối chóp là $n+2$
- C. Số đỉnh bằng số mặt và bằng $n+1$
- D. Số đỉnh của khối chóp là $2n+1$

Câu 19. Khối đa diện lồi đều có số mặt nhiều nhất là:

- A. 12
- B. 30
- C. 8
- D. 20

Câu 20. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào là đúng?

- A. Khối đa diện đều là khối đa diện có tất cả các cạnh bằng nhau
- B. Khối đa diện đều là khối đa diện có tất cả các mặt là các đa giác đều

C. Khối đa diện đều là khối đa diện có tất cả các mặt là các đa giác đều bằng nhau và các cạnh bằng nhau

D. Có vô số khối đa diện đều lồi không có cùng số cạnh

Câu 21. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình lập phương là đa diện
- B. Tứ diện là đa diện lồi
- C. Hình hộp là đa diện lồi
- D. Hình tạo bởi hai tứ diện chung đáy ghép với nhau là một đa diện lồi.

BÀI 3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM

I. KHÁI NIỆM THỂ TÍCH VỀ KHỐI ĐA DIỆN

Người ta chứng minh được rằng, có thể đặt tương ứng cho mỗi khối đa diện (H) một số dương $V_{(H)}$ thỏa mãn các tính chất sau

- a) Nếu (H) là khối lập phương có cạnh bằng 1 thì $V_{(H)} = 1$
- b) Nếu hai khối đa diện (H_1) và (H_2) bằng nhau thì $V_{(H_1)} = V_{(H_2)}$
- c) Các khối đa diện (H) phân chia thành các khối đa diện (H_1) và (H_2) thì $V_{(H)} = V_{(H_1)} + V_{(H_2)}$

Số dương $V_{(H)}$ nói trên được gọi là thể tích của khối đa diện (H). Số đó cũng được gọi là thể tích của hình đa diện giới hạn bởi khối đa diện (H).

Khối lập phương có cạnh là 1 được gọi là khối lập phương đơn vị.

Định lý

Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng 3 kích thước của nó.

II. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Định lý: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

III. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Định lý: Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao hình là $V = \frac{1}{3} Bh$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM

VẤN ĐỀ 1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Dạng 1. Khối chóp có cạnh bên vuông góc đáy

Một số chú ý khi giải toán

- Một hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy thì cạnh bên đó chính là đường cao.
- Một hình chóp có hai mặt bên kề nhau cùng vuông góc với đáy thì cạnh bên là giao tuyến của hai mặt đó vuông góc với đáy.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{13}}{2}$ B. $V = \frac{a^3}{12}$ C. $V = \frac{3a^3 \sqrt{13}}{2}$ D. $V = \frac{5a^3 \sqrt{13}}{2}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao SA bằng a . Mặt đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc ABC bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{2a^3}{\sqrt{3}}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, cạnh bên SB hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{24}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 4. Cho tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O , $OB = a$, $OC = a\sqrt{3}$, ($a > 0$) và đường cao $OA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối tứ diện theo a .

A. $V = \frac{a^3}{3}$

B. $V = \frac{a^3}{2}$

C. $V = \frac{a^3}{6}$

D. $V = \frac{a^3}{12}$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$, cạnh SA vuông góc với đáy và SC tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$

B. $V = \frac{a^3}{3}$

C. $V = \frac{2a^3}{3}$

D. $V = \frac{a^3}{9}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\angle BAD = 120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết mặt phẳng (SBC) và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $V = \frac{9a^3}{4}$

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{5}$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, $\angle BAC = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$

B. $V = 3a^3$

C. $V = 2a^3$

D. $V = 4a^3$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có góc $\angle BAC = 30^\circ$, $SA = a$, $\angle SCA = 45^\circ$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỉ số $\frac{V}{a^3}$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{13}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{14}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{34}$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBD) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V . Tỉ số $\frac{V}{a^3}$ gần nhất giá trị nào dưới đây:

A. 0,25

B. 0,5

C. 0,75

D. 1,5

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy và $AB = a$, $AC = 2a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{14}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{13}$

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{21}}{13}$

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{21}}{14}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{5}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với đáy góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $V = 20a^3$ B. $V = 20a^3\sqrt{2}$ C. $V = 30a^3$ D. $V = 22a^3$

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $AD = 6a$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là:

A. $6a^3$ B. $12a^3$ C. $18a^3$ D. $36a^3$

Câu 14. Cho tứ diện $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, $\angle BSC = 45^\circ$, $\angle ASB = 30^\circ$. Thể tích tứ diện $SABC$ là V . Tỉ số $\frac{a^3}{V}$ là:

A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , cạnh bên SD vuông góc với đáy, cho $AB = AD = a$, $CD = 3a$, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{4a^3}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V . Tỉ số $\frac{3V}{a^3}$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = \sqrt{3}a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. a^3 B. $2a^3$ C. $\sqrt{3}a^3$ D. $2\sqrt{3}a^3$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều cạnh a , AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa BD và mặt phẳng (DAC) là 30° . Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là V . Tỉ số $\frac{a^3\sqrt{6}}{V}$ là:

A. 1 B. 3 C. 4 D. 12

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\angle ASB = 90^\circ$, $\angle BSC = 120^\circ$, $\angle ASC = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{a^3}{2}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 22. Cho hình chóp $SABC$ có tam giác SBC đều cạnh a , $CA = a$. Hai mặt (ABC) và (ASC) cùng vuông góc với (SBC) . Thể tích hình chóp là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3}{12}$

Câu 23. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích hình chóp là

- A. $\frac{a^3}{24}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ D. $\frac{a^3}{12}$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a biết SA vuông góc với đáy ABC và (SBC) hợp với (ABC) một góc 60° . Thể tích hình chóp là

- A. $\frac{a^3}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc với đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{8}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Dạng 2. Khối chóp có hình chiếu của đỉnh lên mặt phẳng đáy

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, H là trung điểm của cạnh AB . Biết hai mặt phẳng (SHC) và (SHD) cùng vuông góc với mặt đáy, đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{3}$ C. $V = \frac{3a^3\sqrt{13}}{2}$ D. $V = \frac{5a^3\sqrt{13}}{2}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$ B. $V = a^3\sqrt{3}$ C. $V = 2a^3$ D. $V = 3a^3\sqrt{3}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° , đáy ABC là tam giác vuông tại A có $AB = 2a$, góc $ABC = 60^\circ$ và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{39}}{3}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{3}$ C. $V = \frac{2a^3\sqrt{37}}{3}$ D. $V = \frac{4a^3\sqrt{39}}{3}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B ; $AB = 2a$, $AC = 4a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của đoạn AC . Góc giữa cạnh bên SA và $mp(ABC)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 3a^3$ B. $V = a^3$ C. $V = 4a^3$ D. $V = 3a^3\sqrt{5}$

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2a$, $AD = a$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$, cạnh AC cắt MD tại H . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.HCD$

A. $V = \frac{4a^3}{5}$ B. $V = \frac{a^3}{15}$ C. $V = \frac{4a^3}{15}$ D. $V = \frac{2a^3}{15}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $ACB = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC , gọi E là trung điểm AC biết $SE = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{78}}{18}$ B. $V = \frac{5a^3\sqrt{78}}{18}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{77}}{18}$ D. $V = \frac{7a^3\sqrt{78}}{18}$

Câu 7. Cho $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, gọi M là trung điểm AB . Qua M kẻ đường thẳng vuông góc $(ABCD)$ và trên đó lấy điểm S sao cho $SM = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Gọi thể tích khối chóp $S.ADCM$, khối chóp $S.BCM$ lần lượt là x, y . Giá trị xy là:

A. $\frac{1}{321}$ B. $\frac{3}{132}$ C. $\frac{5}{432}$ D. $\frac{7}{412}$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $BAC = 30^\circ$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC , gọi E là trung điểm AC , góc giữa SE và mặt phẳng đáy là 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{6}$

B. $\frac{a^3}{18}$

C. $\frac{a^3}{9}$

D. $\frac{a^3}{12}$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V . Tỉ số $\frac{a^3}{V}$ bằng :

A. $4\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BAC = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (SAC) hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V . Giá trị $\frac{6V}{a^3}$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Cạnh SC tạo với đáy một góc bằng 30° .

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V thì tỉ số $\frac{V}{a^3}$ gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

A. 0,5

B. 1

C. 1,5

D. 2

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của OA . Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{3}{2}a^3$

B. $V = \frac{3}{5}a^3$

C. $V = \frac{1}{2}a^3$

D. $V = \frac{3}{2}a^3\sqrt{3}$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HD = 2HA$. Biết góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{30}}{27}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{30}}{7}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$

D. $V = \frac{5a^3\sqrt{30}}{27}$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm I , $AB = 2a\sqrt{3}$, $BC = 2a$. Chân đường cao H hạ từ đỉnh S xuống đáy trùng với trung điểm DI . Cạnh bên SB tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $V = 12a^3$

B. $V = 11a^3$

C. $V = 10a^3$

D. $V = 9a^3$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của hai đường chéo AC và BD . Biết $SA = a\sqrt{2}$,

$AC = 2a$, $SM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, với M là trung điểm cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

B. $V = \frac{a^3}{3}$

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 16. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu của S lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD . Mặt bên SAB tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $SABCD$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $V = \frac{a^3}{9}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{7}$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB=AC=a$, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh BC , mặt phẳng (SAB) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $V = \frac{a^33\sqrt{3}}{12}$ D. $V = \frac{a^3}{12}$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = 2HB$, góc giữa SA với mặt đáy (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{36}$ B. $V = \frac{2a^3\sqrt{21}}{36}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{3}$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, với $AB = 2a$, $BD = a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ trùng với trọng tâm G của tam giác của tam giác BCD , góc tạo bởi SC và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3}{3}$ B. $V = \frac{4a^3}{3}$ C. $V = \frac{2a^3}{3}$ D. $V = \frac{4a^3}{5}$

Câu 20. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AC=a$, $AB=2a$, $SC=a\sqrt{5}$. Chân đường cao hạ từ S đến mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3}{3}$ B. $V = \frac{4a^3}{3}$ C. $V = \frac{2a^3}{3}$ D. $V = \frac{4a^3}{5}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a$, $BC=2a$. Gọi H là trung điểm cạnh AB , SH vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{a^3}{3}$ B. $V = \frac{2a^3}{3}$ C. $V = \frac{2a^3}{13}$ D. $V = \frac{2a^3}{5}$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{a^3}{3}$ B. $V = \frac{2a^3}{3}$ C. $V = \frac{2a^3}{13}$ D. $V = \frac{2a^3}{5}$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Có $AD=DC=a$ và $AB=2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB và góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ đã cho

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ B. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $V = \frac{5a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm I của AC và BD . Mặt bên (SAB) hợp với đáy một góc 60° . Biết rằng $AB=BC=a$, $AD=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Dạng 3. Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy

Để xác định đường cao hình chóp ta vận dụng định lí sau

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d \\ a \subset (\alpha) \\ a \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$$

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B $BA = 3a, BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3 \cdot \sqrt{3}$ B. $V = a^3$ C. $V = 3a^3 \cdot \sqrt{3}$ D. $V = 2a^3 \cdot \sqrt{3}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $a^3 \sqrt{3}$

Câu 3. Cho hình chóp $A.BCD$ có ABC là tam giác đều, BCD là tam giác vuông cân tại D , $(ABC) \perp (BCD)$ và AD hợp với (BCD) một góc 60° , $AD = a$. Thể tích khối chóp $A.BCD$ là

- A. $\frac{a^3}{9}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , có $BC = a$. Mặt bên SAC vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $SABC$

- A. $\frac{a^3}{12}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 5. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC đều cạnh a , tam giác SBC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Tính thể tích khối chóp $SABC$.

- A. $\frac{a^3}{9}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{a^3}{16}$

Câu 6. Tứ diện $ABCD$ có ABC và BCD là hai tam giác đều lần lượt nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau biết $AD = a$. Tính thể tích tứ diện.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{9}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{36}$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\angle BAC = 90^\circ$; $\angle ABC = 30^\circ$; SBC là tam giác đều cạnh a và $(SBC) \perp (ABC)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{16}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{9}$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, gọi M là trung điểm của AB . Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$, biết $SD = 2a\sqrt{5}$, SC tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{4a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 10. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{17}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{17}}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{a^3\sqrt{17}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{17}}{3}$

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a. SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° , cạnh $AC = a$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng AB là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $BH = 2AH$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$, tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$

Câu 15. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. a^3 B. $a^3\sqrt{3}$ C. $2a^3\sqrt{3}$ D. $2a^3$

Câu 16. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 17. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh bằng a, $SD = a\sqrt{2}$, $SA = SB = a$, và mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.BMDN$

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAC cân tại S , $SBC = 60^\circ$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với (ABC) . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a^3}{8}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SD, CD, BC . Thể tích khối tứ diện $CMNP$ là

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

Dạng 4. Khối chóp đều

A. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

- Định nghĩa:** Một hình chóp được gọi là hình chóp đều nếu đáy của nó là một đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau
- Kết quả:** Trong hình chóp đều
 - Đường cao hình chóp qua tâm của đa giác đáy
 - Các cạnh bên tạo với đáy các góc bằng nhau
 - Các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau

Chú ý:

- ❖ Đề bài cho hình chóp tam giác đều (tứ giác đều) ta hiểu là hình chóp đều
- ❖ Hình chóp tam giác đều khác với hình chóp có đáy là đa giác đều vì hình chóp tam giác đều thì bản thân nó có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau, nói một cách khác, hình chóp tam giác đều thì suy ra hình chóp có đáy là tam giác đều nhưng điều ngược lại là không đúng
- ❖ Hình chóp tứ giác đều là hình chóp đều có đáy là hình vuông

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{5a^3 \cdot \sqrt{3}}{12}$ B. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{5}}{12}$ D. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{10}$

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có diện tích là 16cm^2 , diện tích một mặt bên là $8\sqrt{3}\text{cm}^2$. Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ là:

- A. $5\sqrt{11}\text{cm}$ B. $4\sqrt{11}\text{cm}$ C. $2\sqrt{11}\text{cm}$ D. $3\sqrt{11}\text{cm}$

Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng $\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{32}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{32}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{32}$ D. $\frac{9\sqrt{3}}{16}$

Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , góc giữa SG và mặt phẳng (SBC) là 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$

Câu 5. Cho chóp tam giác đều $SABC$ cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích chóp đều $SABC$

- A. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{12}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{12}}{11}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3}{11}$

Câu 6. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Tính thể tích khối tứ diện đều $ABCD$.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3}{6}$

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8a^3}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{4a^3}{3}$

D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 8. Cho khối chóp tứ giác S. ABCD có tất cả các cạnh có độ dài bằng a. Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 9. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, các cạnh bên SA, SB, SC đều tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp S.ABC.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 10. Cho hình chóp đều S. ABC có cạnh bên bằng a hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{3a^3}{32}$

B. $\frac{3a^3}{13}$

C. $\frac{3a^3}{23}$

D. $\frac{a^3}{32}$

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy a và mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp S.ABC.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{a^3}{24}$

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có chiều cao h, góc ở đỉnh của mặt bên bằng 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{3h^3}{2}$

B. $\frac{h^3}{3}$

C. $\frac{2h^3}{9}$

D. $\frac{h^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng a hợp với đáy một góc 30° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{a^2}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a^3}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{a^3}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Dạng 5. Tỷ lệ thể tích

CƠ SỞ LÝ THUYẾT

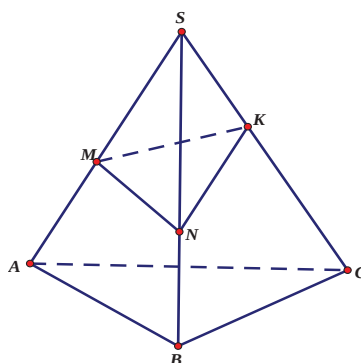
Việc tính thể tích của một khối chóp thường học sinh giải bị nhiều sai sót, Tuy nhiên trong các đề thi lại yêu cầu học sinh tính thể tích của một khối chóp “nhỏ” của khối chóp đã cho. Khi đó học sinh có thể thực hiện các cách sau:

- **Cách 1:**
 - Xác định đa giác đáy;
 - Xác định đường cao (phải chứng minh đường cao vuông góc với mặt phẳng đáy);
 - Tính thể tích khối chóp theo công thức.
- **Cách 2:**
 - Xác định đa giác đáy;
 - Tính các tỷ số độ dài của đường cao (nếu cùng đa giác đáy) hoặc diện tích đáy (nếu cùng đường cao) của khối chóp “nhỏ” và khối chóp đã cho và kết luận thể tích khối cần tìm bằng k lần thể tích khối đã cho.
- **Cách 3:** Dùng tỷ số thể tích (Chỉ áp dụng cho khối chóp (tứ diện))

Hai khối chóp S.MNK và S.ABC có chung đỉnh S và góc ở đỉnh S.

Ta có:

$$\frac{V_{S.MNK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SK}{SC}$$



Câu 1. Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông cân ở B, $AC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy ABC, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC, mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SC, SB lần lượt tại M, N. Tính thể tích của khối chóp S.AMN

- A. $\frac{2a^3}{27}$ B. $\frac{a^3}{27}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng qua C vuông góc với BD, cắt BD tại F và cắt AD tại E. Tính thể tích khối tứ diện CDEF.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3}{36}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 3. Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD. Một mặt phẳng (α) qua A, B và trung điểm M của SC. Tính tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{8}$

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích khối chóp $S.AEMF$

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$

- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 6. Cho khối chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của SB và SD . Mặt phẳng $AB'D'$ cắt SC tại C' . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $SAB'C'D'$ và $SABCD$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 7. Cho khối chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi B', D' lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Tính

$$\frac{V_{SAB'C'D'}}{a^3}$$

- A. $\frac{4}{45}$ B. $\frac{8}{45}$ C. $\frac{1}{45}$ D. $\frac{16}{45}$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a$, $SC = 2a$, $ASB = BSC = 60^\circ$, $ASC = 90^\circ$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng V

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

Câu 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là α thoả mãn $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (P) qua AC và vuông góc với mặt phẳng (SAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tỉ lệ thể tích hai khối đa diện là:

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{7}$

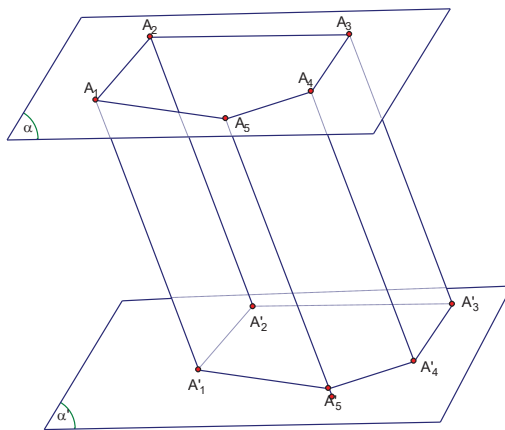
Câu 10. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , góc giữa SG và mặt phẳng (SBC) là 30° . Mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với SA chia khối chóp $S.ABC$ thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần là:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{2}{3}$

VẤN ĐỀ 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

1. Định nghĩa: Cho hai mặt song song (α) và (α') . Trên (α) ta lấy đa giác lồi $A_1A_2...A_n$, qua các đỉnh này ta dựng các đường thẳng song song cắt (α') tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$.

Hình bao gồm hai đa giác $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$ và các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, ...$. Được gọi là hình lăng trụ. Kí hiệu là: $A_1A_2...A_n.A'_1A'_2...A'_n$.



Nhận xét:

- Các mặt bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau
- Các mặt bên là các hình bình hành
- Hai đáy hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau

2. Hình lăng trụ đứng - hình lăng trụ đều, hình hộp chữ nhật và hình lập phương

- Hình lăng trụ đứng:** là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy. Độ dài cạnh bên được gọi là chiều cao của hình lăng trụ. Lúc đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật
- Hình lăng trụ đều:** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều. Các mặt bên của lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau. Ví dụ: hình lăng trụ tam giác đều, tứ giác đều... thì ta hiểu là hình lăng trụ đều
- Hình hộp:** Là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành
- Hình hộp đứng:** là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành
- Hình hộp chữ nhật:** là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật
- Hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông** được gọi là **hình lập phương** (hay hình chữ nhật có ba kích thước bằng nhau được gọi là hình lập phương)

Nhận xét:

- Hình hộp chữ nhật $\Rightarrow$ hình lăng trụ đứng (Có tất cả các mặt là hình chữ nhật)
- Hình lập phương $\Rightarrow$ hình lăng trụ đều (tất cả các cạnh bằng nhau)
- Hình hộp đứng $\Rightarrow$ hình lăng trụ đứng (mặt bên là hình chữ nhật, mặt đáy là hình bình hành)

3. Thể tích khối lăng trụ:

$V = B.h$: Với B là diện tích đáy và h là chiều cao

4. So sánh khối lăng trụ đứng và khối lăng trụ đều:

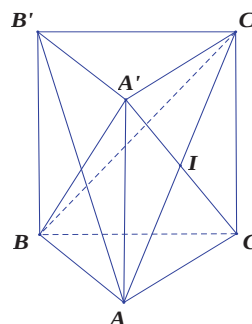
ĐỊNH NGHĨA:	TÍNH CHẤT
Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy	- Các mặt bên hình lăng trụ đứng là hình chữ nhật - Các mặt bên hình lăng trụ đứng vuông góc với mặt đáy - Chiều cao là cạnh bên
Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều	- Các mặt bên của hình lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau - Chiều cao là cạnh bên

Dạng 1. Khối lăng trụ đứng

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V .

Trong các khối chóp dưới đây, khối chóp có thể tích $\frac{2V}{3}$ là:

- A. $A.A'B'C'$ B. $C'.ABC$
C. $A'.BCC'B'$ D. $I.ABB'A'$



Câu 2. Cho hình hộp đứng có các cạnh $AB = 3a$; $AD = 2a$; $AA' = 2a$ như hình vẽ. Thể tích của khối $A'.ACD'$ là:

- A. a^3 B. $2a^3$
C. $3a^3$ D. $6a^3$

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = \sqrt{3}a$, $BC = a$, $\angle ACB = 150^\circ$, đường thẳng $B'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$ B. $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$ C. $\frac{a^3\sqrt{339}}{14}$ D. $\frac{a^3\sqrt{339}}{28}$

Câu 4. Khối lập phương có độ dài đường chéo bằng d thì thể tích của khối lập phương là:

- A. $V = d^3$; B. $\sqrt{3}d^3$; C. $3d^3$; D. $V = \frac{d^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 5. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{8}{3}a^3$; B. $\frac{3}{8}a^3$; C. $\frac{a^3}{8}$; D. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$;

Câu 6. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ và $\cos \angle BA'C = \frac{5}{6}$. Tính thể tích hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 45^\circ$, $AA' = \frac{a\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2\sqrt{2}}$

B. $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{\sqrt{2}}$

C. $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2}$

Câu 8. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Biết $AB = 3\text{cm}$, $BC' = 3\sqrt{2}\text{cm}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $27 \text{ (cm}^3\text{)}$

B. $\frac{27}{2} \text{ (cm}^3\text{)}$

C. $\frac{27}{4} \text{ (cm}^3\text{)}$

D. $\frac{27}{8} \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = b$, $AA' = c$. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của $A'B'$ và $B'C'$. Tính tỉ số giữa thể tích khối chóp $D'.DMN$ và thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\angle BAC = \alpha$. Gọi M là trung điểm của AA' , tam giác $C'MB$ vuông. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $a^3 \sin \alpha \cdot \sqrt{\cos \alpha}$

B. $a^3 \cos \alpha \cdot \sqrt{\sin \alpha}$

C. $a^3 \cot \alpha \cdot \sqrt{\sin \alpha}$

D. $a^3 \tan \alpha \cdot \sqrt{\cos \alpha}$

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = 3a$. Mặt phẳng (α) qua A vuông góc với CA' lần lượt cắt các đoạn thẳng CC' và BB' tại M và N . Diện tích tam giác AMN là

A. $\frac{a^2\sqrt{14}}{6}$

B. $\frac{a^2\sqrt{14}}{3}$

C. $\frac{a^2\sqrt{14}}{9}$

D. $\frac{a^2\sqrt{14}}{7}$

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 13. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{7}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{7}$

Câu 14. Cho lăng trụ đứng tam giác đều $ABC.A'B'C'$, có cạnh đáy bằng a , đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 15. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh $BC = a\sqrt{2}$ và biết $A'B = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $a^3\sqrt{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 16. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $a = 4$ và biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. 8

B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

C. $8\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3}$

Câu 17. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $2a^3\sqrt{3}$

D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 18. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a$, $\angle ACB = 60^\circ$, biết BC' hợp với $(AA'C'C)$ một góc 30° . Thể tích lăng trụ là

A. $3a^3\sqrt{3}$

B. $2a^3\sqrt{6}$

C. $a^3\sqrt{3}$

D. $a^3\sqrt{6}$

Câu 19. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 20. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh x . Mặt $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{x^3\sqrt{3}}{3}$

B. $3x^3\sqrt{3}$

C. $x^3\sqrt{3}$

D. $\frac{x^3}{3}$

Câu 21. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$

B. $2a^3$

C. $\sqrt{2}a^3$

D. $2\sqrt{2}a^3$

Câu 22. Cho hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a và có góc nhọn bằng 60° . Đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của lăng trụ. Tính thể tích hình hộp.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 23. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và đường chéo BD' của lăng trụ hợp với đáy $ABCD$ một góc 30° . Tính tổng diện tích của các mặt bên của lăng trụ.

A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{4a^2\sqrt{6}}{3}$

Câu 24. Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và $\angle BAD = 60^\circ$ biết AB' hợp với đáy (ABCD) một góc 30° . Tính thể tích của hình hộp

A. $3a^3$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{3a^3}{2}$ D. a^3

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AA' = 2a$; mặt phẳng (A'BC) hợp với đáy (ABCD) một góc 60° và A'C hợp với đáy (ABCD) một góc 30° . Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

A. $\frac{16a^3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{16a^3\sqrt{2}}{9}$ C. $\frac{16a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{16a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 26. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, cạnh $AA' = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 27. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, mặt bên (A'BC) hợp với mặt đáy (ABC) một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 28. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = a\sqrt{3}$, $AD = a$, $AA' = a$, O là giao điểm của AC và BD. Tính thể tích khối OBB'C'.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 29. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a . Tính thể tích khối tứ diện ACB'D'.

A. $\frac{a^3}{2}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{4}$

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng tam giác có các cạnh bằng a . E là trung điểm cạnh AC, mp(A'B'E) cắt BC tại F. Tính thể tích khối CA'B'FE

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$

Dạng 2. Khối lăng trụ đều

Câu 1. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó bằng:

- A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{1}{4}$; D. $\frac{3}{5}$

Câu 2. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm cạnh AA' . Mặt phẳng (MBC) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó bằng:

- A. $\frac{1}{3}$; B. $\frac{1}{5}$; C. $\frac{1}{6}$; D. $\frac{3}{5}$

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối tứ diện $ACA'B'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a^3}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 4. Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'D$ bằng 2 và độ dài đường chéo của mặt bên bằng 5. Vẽ $AK \perp A'D$ ($K \in A'D$). Lúc đó độ dài AK là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Mặt phẳng (ABC') hợp với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc α . Diện tích xung quanh của khối lăng trụ là

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 3}}$ B. $\frac{3a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 3}}$ C. $\frac{3\sqrt{3}a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha - 3}}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha - 3}}$

Câu 6. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng $4a$ và đường chéo $5a$. Tính thể tích khối lăng trụ này

- A. $8a^3$ B. $9a^3$ C. $18a^3$ D. $21a^3$

đáy a và mặt phẳng (BDC') hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Câu 8. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng h và góc của hai đường chéo của hai mặt bên kề nhau phát xuất từ một đỉnh là α . Tính thể tích của lăng trụ theo h và α là

- A. $\frac{h^3(1+\sin \alpha)}{\sin \alpha}$ B. $\frac{h^3(1-\sin \alpha)}{\sin \alpha}$ C. $\frac{h^3(1-\cos \alpha)}{\cos \alpha}$ D. $\frac{h^3(1+\cos \alpha)}{\cos \alpha}$

Câu 9. Tính thể tích lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ biết (ABC') hợp với đáy góc 60° và diện tích tam giác ABC' bằng $\sqrt{3}a^2$

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$ B. $\frac{3\sqrt{6}}{8}a^3$ C. $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$ D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}a^3$

Dạng 3. Khối lăng trụ xiên

Câu 1. Gọi V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và V_1 là thể tích của khối tứ diện có cùng đáy và chiều cao với khối hộp. Hệ thức nào sau đây là đúng:

- A. $V = 6V_1$; B. $V = 5V_1$; C. $V = 4V_1$; D. $V = 3V_1$

Câu 2. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Trên đáy $A'B'C'$ lấy điểm M bất kỳ. Thể tích khối chóp $M.ABC$ tính theo V bằng

- A. $\frac{V}{2}$; B. $\frac{2V}{3}$; C. $\frac{V}{3}$; D. $\frac{3V}{4}$

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC có $AC = a\sqrt{3}$, $BC = 3a$, $\angle ACB = 30^\circ$. Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc 60° và mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm H trên cạnh BC sao cho $HC = 3BH$ và mặt phẳng $(A'AH)$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{3a^3}{4}$ B. $\frac{9a^3}{4}$ C. $\frac{9a^3}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng a , $AA' = a$ và đỉnh A' cách đều A , B , C . Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 30^\circ$; M là trung điểm cạnh AC . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy của lăng trụ bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BM . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $3a^3\sqrt{3}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AC = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{10}}{2}$, $\angle BAC = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ACC'A')$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{3a^3}{4}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $ABCD$ là trung điểm I của cạnh AB . Biết $A'C$ tạo với mặt phẳng đáy một góc α với $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Thể tích khối chóp $A'.ICD$ là

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 8. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ mà mặt bên $ABB'A'$ có diện tích bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC' và mặt $(ABB'A')$ bằng 7. Thể tích khối lăng trụ là

A. 10**B. 12****C. 14****D. 16**

Câu 9. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , và $A'A = A'B = A'C = a\sqrt{\frac{7}{12}}$.

. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a là

A. $\frac{a^3}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 10. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$ và AB' vuông góc với đáy ($A'B'C'$). Mặt phẳng ($AA'C'$) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{8a^3}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 11. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC , cạnh bên $AA' = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{3a^3}{4}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° , tam giác ABC vuông tại C và $BAC = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích khối tứ diện $A'.ABC$ là

A. $\frac{3a^3}{208}$

B. $\frac{9a^3}{208}$

C. $\frac{a^3}{108}$

D. $\frac{9a^3}{108}$

Câu 13. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{3a^3}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3}{8}$

Câu 14. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a và hình chiếu của đỉnh C trên mặt phẳng ($ABB'A'$) là tâm của hình bình hành $ABB'A'$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a , $BAD = 60^\circ$, $BAA' = 90^\circ$, $DAA' = 120^\circ$. Thể tích khối hộp là

A. $\frac{a^3}{2}$

B. $\frac{a^3}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 16. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Cho $BAA' = 45^\circ$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{a^3}{8}$

D. $\frac{a^3}{4}$

Câu 18. Cho lăng trụ xiên tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , biết cạnh bên là $a\sqrt{3}$ và hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{3a^3}{8}$

D. $\frac{a^3}{8}$

Câu 19. Cho lăng trụ xiên tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết AA' hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy những góc 45° và 60° . Tính thể tích khối hộp nếu biết cạnh bên bằng 1.

A. 3

B. 2

C. 4

D. 8

Câu 22. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC , cạnh AA' hợp với mặt đáy (ABC) một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $6a^3$

B. $8a^3$

C. $4a^3$

D. $2a^3$

SỒ LUYỆN TỐC ĐỘ KẾT THÚC CHƯƠNG I

Câu 1: Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là:

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 12.

Câu 2: Số mặt phẳng đối xứng của hình hộp chữ nhật mà không có mặt nào là hình vuông là:

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 12.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ bằng:

- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{50}$. B. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{50}$. C. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{75}$. D. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{25}$.

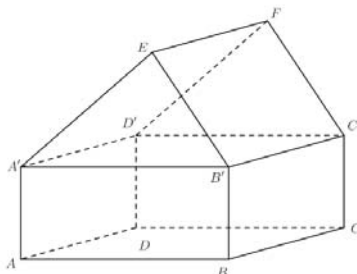
Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có tất cả các mặt bên tạo với đáy góc α , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên (ABC) thuộc miền trong của tam giác ABC . Biết $AB = 3a, BC = 4a, AC = 5a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 2a^3 \tan \alpha$. B. $V = 2a^3 \cos \alpha$. C. $V = 6a^3 \tan \alpha$. D. $V = 6a^3 \cot \alpha$.

Câu 6: Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 7: Cho khối đa diện $ABCD A'B'C'D' EF$ có AA', BB', CC', DD' đều bằng 18 và cùng vuông góc với $(ABCD)$. Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 18, BC = 25$, EF song song và bằng $B'C'$; điểm E thuộc mặt phẳng $(ABB'A')$, điểm F thuộc mặt phẳng $(CDD'C')$, khoảng cách từ F đến $(ABCD)$ bằng 27. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCD A'B'C'D' EF$.



- A. $V = 12150$ (đvtt). B. $V = 9450$ (đvtt).
C. $V = 10125$ (đvtt). D. $V = 11125$ (đvtt).

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông cạnh $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = a^3$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $2a$, biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng a^3 . Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$

A. $h = \frac{4a}{\sqrt{3}}$. B. $h = \frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $h = a$. D. $h = a\sqrt{3}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{\sqrt{6}}$. C. $V = 6a^3$. D. $V = a^3\sqrt{6}$

Câu 11: Cho một khối lăng trụ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$, đáy là tam giác đều cạnh a . Tính chiều cao h của khối lăng trụ.

A. $h = 4a$. B. $h = 3a$. C. $h = 2a$. D. $h = a$.

Câu 12: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , biết AC' tạo với mặt bên $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 2a^3$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = a^3\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Tính độ dài cạnh SA .

A. $SA = a$. B. $SA = \frac{a}{2}$. C. $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $SA = a\sqrt{3}$.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A' trên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Biết $AA' = a$, tính thể tích của khối đa diện $ABCD A'B'$.

A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{8}$.

Câu 15: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB . Mặt phẳng $(CDMN)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần này.

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{5}{8}$.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của DD', CC' . Khi đó, tỉ số $\frac{V_{EABD}}{V_{BCDEF}}$ bằng:

A. 1. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 17: Cho hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên bằng $2a$ và tạo với đáy góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ đó bằng:

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 18: Cho khối chóp có thể tích $V = 30 \text{ cm}^3$ và diện tích đáy $S = 5 \text{ cm}^2$. Chiều cao h của khối chóp đó là:

A. $h = 18 \text{ cm}$.

B. $h = 6 \text{ cm}$.

C. $h = 2 \text{ cm}$.

D. $h = 12 \text{ cm}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm sao cho $SA = 2SA', SB = 3SB', SC = 4SC'$. Gọi V' và V lần lượt là thể tích của khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$. Khi đó, tỉ số $\frac{V}{V'}$ bằng:

A. 12.

B. 24.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Câu 20: Người ta cần xây một hồ nước dạng khối hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$, đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công xây hồ là $500000 \text{ VND} / \text{m}^2$. Người ta đã thiết kế hồ với kích thước hợp lý để chi phí bỏ ra thuê nhân công là thấp nhất, tính chi phí đó.

A. 74 triệu đồng.

B. 75 triệu đồng.

C. 76 triệu đồng.

D. 77 triệu đồng.

CHƯƠNG 2. MẶT NÓN, MẶT TRỤ VÀ MẶT CẦU

BÀI 1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY

A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM

I. SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY

Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và một đường cong (C). Khi quay mặt phẳng (P) quay trục Δ một góc 360° thì mỗi điểm trên M trên (C) vạch ra một đường tròn tâm O thuộc Δ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ . Như vậy khi quay mặt phẳng (P) quanh đường thẳng Δ thì đường (C) tạo nên một hình được gọi là mặt tròn xoay.

(C) được gọi là đường sinh của mặt tròn xoay, đường thẳng Δ được gọi là trục của mặt tròn xoay.

II. MẶT NÓN TRÒN XOAY

1. Định nghĩa

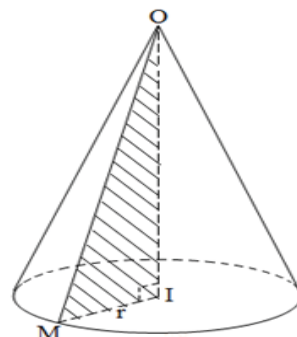
Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau tại O và tạo thành góc β với $0^\circ < \beta < 90^\circ$. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O. Người ta thường gọi mặt nón tròn xoay là mặt nón.

Đường thẳng Δ gọi là trục, đường thẳng d gọi đường sinh và góc 2β gọi là góc của đỉnh của mặt nón.

2. Hình nón tròn xoay và khối nón tròn xoay

a) Cho ΔOIM vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón) (hình 2).

Đường thẳng OI gọi là trục, O là đỉnh, OI gọi là đường cao và OM gọi là đường sinh của hình nón. Hình tròn tâm I, bán kính $r = IM$ là mặt đáy của hình nón.



Hình 2

b) Khối nón tròn xoay là phần không gian được giới hạn bởi một hình nón kể cả hình nón đó. Người ta còn gọi tắt là khối nón tròn xoay là khối nón.

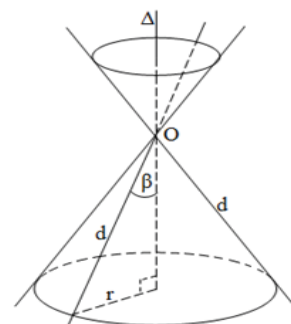
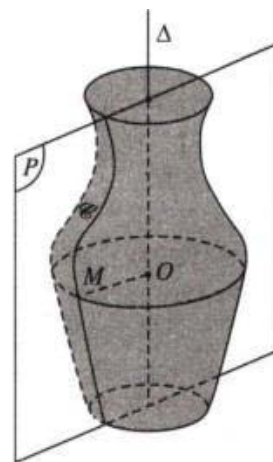
Những điểm không thuộc khối nón được gọi là điểm ngoài khối nón, những điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón ứng với khối nón ấy được gọi là điểm trong của khối nón.

3. Công thức diện tích và thể tích của hình nón

Cho hình nón có chiều cao là h , bán kính đáy r và đường sinh là l thì có:

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l$

Diện tích đáy (hình tròn): $S_d = \pi r^2$



Hình 1

Diện tích toàn phần hình tròn: $S = S_d + S_{xq}$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

Thể tích khối nón:

4. Tính chất (kiến thức bổ sung SGK)

Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng đi qua đỉnh thì có các trường hợp sau xảy ra:

Mặt phẳng cắt mặt nón theo 2 đường sinh → Thiết diện là tam giác cân.

Mặt phẳng tiếp xúc với mặt nón theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi đó là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón.

Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng không đi qua đỉnh thì có các trường hợp sau xảy ra:

+ Nếu mặt phẳng cắt vuông góc với trục hình nón → giao tuyến là một đường tròn.

+ Nếu mặt phẳng cắt song song với 2 đường sinh hình nón → giao tuyến là 2 nhánh của 1 hypebol.

+ Nếu mặt phẳng cắt song song với 1 đường sinh hình nón → giao tuyến là 1 đường parabol.

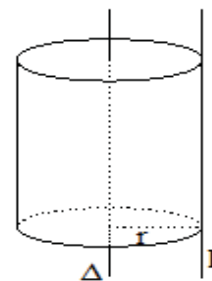
III. MẶT TRỤ TRÒN XOAY

1. Định nghĩa

Định nghĩa 1: Mặt trụ là hình tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi xoay quanh đường thẳng Δ song song và cách l một khoảng R . Lúc đó, Δ được gọi là trục, R gọi là bán kính, l gọi là đường sinh.

Định nghĩa 2: Mặt trụ là tập hợp tất cả những điểm cách đường thẳng Δ cố định một khoảng R không đổi.

Đường thẳng Δ được gọi là trục của mặt trụ, R được gọi là bán kính của mặt trụ.



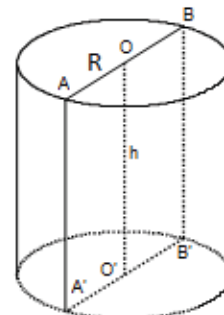
2. Hình trụ

Hình trụ là hình giới hạn bởi mặt trụ và hai đường tròn bằng nhau, là giao tuyến của mặt trụ và 2 mặt phẳng vuông góc với trục.

Hình trụ là hình tròn xoay khi sinh bởi bốn cạnh của hình một hình chữ nhật khi quay xung quanh một đường trung bình của hình chữ nhật đó.

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l$

Diện tích toàn phần hình trụ: $S_{tp} = 2\pi \cdot R \cdot l + 2\pi \cdot R^2$



3. Khối trụ

Khối trụ là hình trụ cùng với phần bên trong của hình trụ đó.

Thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính R và đường cao h là: $V = \pi R^2 \cdot h$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIAI TOÁN TRẮC NGHIỆM

VẤN ĐỀ 1. MẶT NÓN, HÌNH NÓN VÀ KHỐI NÓN

Câu 1. Gọi l, R, h lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng

A. $l^2 = h^2 + R^2$

B. $\frac{1}{l^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{R^2}$

C. $R^2 = h^2 + l^2$

D. $l^2 = hR$

Câu 2. Gọi l, R, h lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón (N). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

A. $S_{xq} = \pi Rl$

B. $S_{xq} = \pi Rh$

C. $S_{xq} = 2\pi Rl$

D. $S_{xq} = \pi R^2 h$

Câu 3. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón (N). Diện tích toàn phần S_p của hình nón (N) là

- A. $S_p = \pi Rl + \pi R^2$ B. $S_p = 2\pi Rl + 2\pi R^2$
C. $S_p = \pi Rl + 2\pi R^2$ D. $S_p = \pi Rh + \pi R^2$

Câu 4. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối nón (N). Thể tích V của khối nón (N) là

- A. $V = \pi R^2 h$ B. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ C. $V = \pi R^2 l$ D. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 l$

Câu 5. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón là

- A. $40\pi a^2$ B. $20\pi a^2$ C. $24\pi a^2$ D. $12\pi a^2$

Câu 6. Cho hình nón có bán kính đáy là $3a$, chiều cao là $4a$. Thể tích của hình nón là

- A. $12\pi a^3$ B. $36\pi a^3$ C. $15\pi a^3$ D. $12\pi a^3$

Câu 7. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón là

- A. $38\pi a^2$ B. $32\pi a^2$ C. $36\pi a^2$ D. $30\pi a^2$

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa một **cạnh bên** và đáy bằng 60° , diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và **đáy** là hình tròn **nội tiếp** tam giác ABC là

- A. $\frac{13\pi a^2}{12}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{13}}{12}$ C. $\frac{\pi a^2}{12}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{13}}{\sqrt{12}}$

Câu 9. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa **mặt bên** và đáy bằng 60° , diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và **đáy** là hình tròn **nội tiếp** tam giác ABC là

- A. $\frac{\pi a^2}{4}$ B. $\frac{\pi a^2}{6}$ C. $\frac{\pi a^2}{3}$ D. $\frac{5\pi a^2}{6}$

Câu 10. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa **mặt bên** và đáy bằng 60° . Thể tích khối nón nội tiếp trong hình chóp là:

- A. $\frac{\pi a^3}{36}$ B. $\frac{\pi a^3}{72}$ C. $\frac{\pi a^3}{48}$ D. $\frac{\pi a^3}{24}$

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa **cạnh bên** và đáy bằng 60° , diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và **đáy** là hình tròn ngoại **tiếp** hình chóp là

- A. $3\pi a^2$ B. $\frac{\pi a^2}{3}$ C. $\frac{2\pi a^2}{3}$ D. $2\pi a^2$

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp là

- A. $\pi a^2 \sqrt{2}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\pi a^2}{2}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp $ABCD$ là

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{8}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{4}$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{6}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$

Câu 14. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ B. $2\pi a^2$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$

Câu 15. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền $2a$. Thể tích của khối nón bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $\frac{2\pi a^3}{3}$ C. πa^3 D. $2\pi a^3$

Câu 16. Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều là

- A. 6π B. 12π C. 18π D. 16π

Câu 17. Cho hình nón có đường sinh l , góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là 30° . Diện tích xung quanh của hình nón này là

- A. $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{4}$ B. $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{2}$ C. $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{8}$ D. $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{6}$

Câu 18. Thể tích V của khối nón (N) có chiều cao bằng a và độ dài đường sinh bằng $a\sqrt{5}$ là

- A. $V = \frac{4}{3} \pi a^3$ B. $V = 4\pi a^3$ C. $V = \frac{5}{3} \pi a^3$ D. $V = \frac{2}{3} \pi a^3$

Câu 19. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° . Diện tích của thiết diện này bằng

- A. $\frac{a^2 \sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a^2 \sqrt{2}}{3}$ C. $2a^2$ D. $\frac{a^2 \sqrt{2}}{4}$

Câu 20. Hình nón có đường cao 20cm , bán kính đáy 25cm . Một mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách đến tâm là 12cm . Diện tích thiết diện tạo bởi (P) và hình nón là

- A. $450(\text{cm}^2)$ B. $500(\text{cm}^2)$ C. $600(\text{cm}^2)$ D. $550(\text{cm}^2)$

Câu 21. Khối nón (N) có chiều cao bằng $3a$. Thiết diện song song và cách mặt đáy một đoạn bằng a , có diện tích bằng $\frac{64}{9} \pi a^2$. Khi đó, thể tích của khối nón (N) là

- A. $48\pi a^3$ B. $\frac{25}{3} \pi a^3$ C. $16\pi a^3$ D. $\frac{16}{3} \pi a^3$

Câu 22. Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3 . Bán kính đường tròn đáy của hình nón là

- A. 2 B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 1

Câu 23. Cho khối nón có chu vi đường tròn đáy là 6π , chiều cao bằng $\sqrt{7}$. Thể tích của khối nón là

- A. 12π B. $9\pi\sqrt{7}$ C. $3\pi\sqrt{7}$ D. 36π

Câu 24. Cho hình nón có diện tích xung quanh 25π , bán kính đường tròn đáy bằng 5 . Độ dài đường sinh bằng

- A. 5 B. 1 C. 3 D. $\frac{5}{2}$

Câu 25. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón này là

- A. $3\pi\sqrt{3}$ B. $\pi\sqrt{3}$ C. 3π D. $3\pi\sqrt{2}$

Câu 26. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có diện tích bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. 8π B. $8\pi\sqrt{2}$ C. $2\pi\sqrt{2}$ D. $4\pi\sqrt{2}$

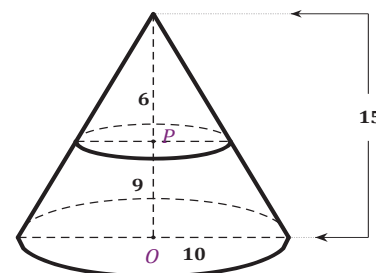
Câu 27. Một khối nón có thể tích bằng 30π , nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính khối nón đó lên 2 lần thì thể tích của khối nón mới bằng

- A. 60π B. 120π C. 40π D. 480π

Câu 28.

Cho hình nón có đáy là đường tròn có đường kính 10. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 là

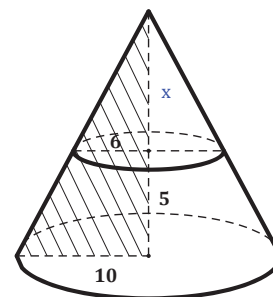
- A. 8π B. 24π
C. $\frac{200\pi}{9}$ D. 96π



Câu 29.

Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10, mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một đường tròn có bán kính bằng 6, khoảng cách giữa mặt phẳng này với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Chiều cao của hình nón (N) là

- A. 12,5 B. 10
C. 8,5 D. 7



Câu 30. Cho hình nón có đường sinh bằng a và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $\frac{\pi a^2}{2}$ B. $\frac{3\pi a^2}{2}$ C. $\frac{5\pi a^2}{2}$ D. $\frac{\pi a^2}{3}$

Câu 31. Cho hình nón có chiều cao h và đường sinh hợp với trục một góc 45° . Diện tích xung quanh của hình nón là:

- A. $\frac{\sqrt{2}\pi h^2}{3}$ B. $\sqrt{2}\pi h^2$ C. $\frac{\sqrt{2}\pi h^2}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}\pi h^2}{3}$

Câu 32. Cho hình chóp lục giác đều S.ABCDEF có cạnh bên bằng 2a và tạo với đáy một góc 60° . Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp là

- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 33. Cho hình chóp lục giác đều S.ABCDEF có cạnh bên bằng 2a và tạo với đáy một góc 60° . Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp là

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{4}$

C. $\frac{\pi a^2}{4}$

D. $\frac{\pi a^2}{2}$

Câu 34. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Hãy tính diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông A'B'C'D' và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông ABCD. Đáp án là:

A. $\frac{\sqrt{5}\pi a^2}{2}$

B. $\frac{\pi a^2}{4}$

C. $\frac{\sqrt{5}\pi a^2}{4}$

D. $\frac{\pi a^2}{2}$

Câu 35. Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\angle SAO = 30^\circ$, $\angle SAB = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. πa^2

B. $3\pi a^2$

C. $3\pi a^2\sqrt{3}$

D. $\pi a^2\sqrt{3}$

VẤN ĐỀ 2. MẶT TRỤ - HÌNH TRỤ VÀ KHỐI TRỤ

Câu 1. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là:

- A. $l = h$ B. $R = h$ C. $l^2 = h^2 + R^2$ D. $R^2 = h^2 + l^2$

Câu 2. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ (T) là

- A. $S_{xq} = \pi R^2 h$ B. $S_{xq} = \pi R h$ C. $S_{xq} = \pi R l$ D. $S_{xq} = 2\pi R l$

Câu 3. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_p của hình trụ (T) là

- A. $S_p = \pi R l + \pi R^2$ B. $S_p = 2\pi R l + 2\pi R^2$ C. $S_p = \pi R l + 2\pi R^2$ D. $S_p = \pi R h + \pi R^2$

Câu 4. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối trụ (T). Thể tích V của khối trụ (T) là

- A. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 l$ B. $V = 4\pi R^3$ C. $V = \pi R^2 h$ D. $V = \frac{4}{3} \pi R^2 h$

Câu 5. Cho hình trụ có bán kính đáy 5 cm chiều cao 4 cm . Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

- A. $90\pi(\text{cm}^2)$ B. $92\pi(\text{cm}^2)$ C. $94\pi(\text{cm}^2)$ D. $96\pi(\text{cm}^2)$

Câu 6. Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm , đường cao 4 cm . Diện tích xung quanh của hình trụ này là

- A. $24\pi(\text{cm}^2)$ B. $22\pi(\text{cm}^2)$ C. $20\pi(\text{cm}^2)$ D. $26\pi(\text{cm}^2)$

Câu 7. Một hình trụ có bán kính đáy 6 cm , chiều cao 10 cm . Thể tích của khối trụ này là

- A. $320\pi(\text{cm}^3)$ B. $360\pi(\text{cm}^3)$ C. $340\pi(\text{cm}^3)$ D. $300\pi(\text{cm}^3)$

Câu 8. Thể tích V của khối trụ có chiều cao bằng a và đường kính đáy bằng $a\sqrt{2}$ là

- A. $V = \frac{1}{2} \pi a^3$ B. $V = \frac{1}{3} \pi a^3$ C. $2\pi a^3$ D. $V = \frac{1}{6} \pi a^3$

Câu 9. Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = a\sqrt{2}$ và $\angle ACB = 45^\circ$. Diện tích toàn phần S_p của hình trụ (T) là

- A. $S_p = 4\pi a^2$ B. $S_p = 10\pi a^2$ C. $S_p = 12\pi a^2$ D. $S_p = 8\pi a^2$

Câu 10. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ với mp (α) là:

- A. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$

Câu 11. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a\sqrt{3}$. Thể tích của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này là:

A. $6\pi a^3$

B. $4\pi a^3$

C. $2\pi a^3$

D. $8\pi a^3$

Câu 12. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên là các hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ là

A. $4\pi a^2$

B. $\frac{2\pi a^2}{3}(\sqrt{3}+1)$

C. $2\pi a^2$

D. $\frac{3\pi a^2}{2}$

Câu 13. Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB = 2a$, $AD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình chữ nhật ABCD quanh trục MN ta được khối trụ tròn xoay. Thể tích khối trụ là:

A. $4\pi a^3$

B. $2\pi a^3$

C. πa^3

D. $3\pi a^3$

Câu 14. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Diện tích toàn phần của khối trụ là:

A. $a^2\pi\sqrt{3}$

B. $27\pi a^2$

C. $\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{13a^2\pi}{6}$

Câu 15. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối trụ là:

A. $16\pi a^3$

B. $8\pi a^3$

C. $4\pi a^3$

D. $12\pi a^3$

Câu 16. Cho một khối trụ có chiều cao bằng 8cm, bán kính đường tròn đáy bằng 6cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 4cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

A. $16\sqrt{5}\text{cm}$

B. $32\sqrt{3}\text{cm}$

C. $32\sqrt{5}\text{cm}$

D. $16\sqrt{3}\text{cm}$

Câu 17. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD = 12$ và góc ACD bằng 60° . Thể tích của khối trụ là:

A. 1296

B.

C. 24π

D. 112π

Câu 19. Cho một khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 6. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có A, B thuộc cùng một đáy của khối trụ. Biết $AB = 10$. Khoảng cách từ trục của khối trụ đến thiết diện được tạo thành là:

A. $\sqrt{15}$

B. $\sqrt{11}$

C. $2\sqrt{5}$

D. $\sqrt{41}$

Câu 20. Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π . Thể tích của khối trụ là:

A. 160π

B. 164π

C. 64π

D. 144π

Câu 21. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, biết thể tích của khối trụ bằng 90π . Diện tích xung quanh của khối trụ là:

A. 81π

B. 60π

C. 78π

D. 36π

Câu 22. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB=2AD=2$. Quay quanh hình chữ nhật ABCD lần lượt quanh AD và AB ta được 2 hình trụ tròn xoay có thể tích V_1, V_2 . Hệ thức nào sau đây đúng

A. $V_1 = V_2$

B. $V_2 = 2V_1$

C. $V_1 = 2V_2$

D. $2V_1 = 3V_2$

Câu 23. Cho hình trụ tam giác đều, có tất cả các cạnh bằng a . Xét hình trụ tròn xoay ngoại tiếp hình trụ đó. Xét hai mệnh đề sau:

I) Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông

II) Thể tích hình trụ là $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Hãy chọn câu đúng

A. Chỉ I)

B. Chỉ (II)

C. Cả 2 câu sai

D. Cả 2 câu đều đúng

Câu 24. Một hình trụ tròn xoay, bán kính đáy bằng R , trục $OO' = \frac{R\sqrt{6}}{2}$. Một đoạn thẳng

$AB = R\sqrt{2}$ với $A \in (O), B \in (O')$. Góc giữa AB và trục hình trụ là:

A. 30^0

B. 45^0

C. 60^0

D. 75^0

Câu 25. Một hình trụ tròn xoay bán kính $R = 1$. Trên 2 đường tròn (O) và (O') lấy điểm A và B

sao cho $AB = 2$ và góc giữa AB và trục OO' bằng 30^0 . Xét hai mệnh đề sau:

I) Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông

II) Thể tích hình trụ là $V = \pi a^3$.

Hãy chọn câu đúng

A. Chỉ I)

B. Chỉ (II)

C. Cả 2 câu sai

D. Cả 2 câu đều đúng

Câu 26. Cho $ABB'A'$ là thiết diện song song với trục OO' của hình trụ (A, B thuộc đường tròn tâm O). Cho biết $AB = 4, AA' = 3$ và thể tích của hình trụ bằng 24π . Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng là:

A. $d = \sqrt{3}$

B. $d = \sqrt{2}$

C. $d = 2$

D. $d = 5\sqrt{3}$

Câu 27. Thiết diện qua trục của hình trụ (T) là một hình vuông có cạnh bằng a . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ (T) là

A. $S_{xq} = \pi a^2$

B. $S_{xq} = \frac{1}{2} \pi a^2$

C. $S_{xq} = 2\pi a^2$

D. $S_{xq} = a^2$

Câu 28. Một hình trụ (T) có diện tích xung quanh bằng 4π và thiết diện qua trục của hình trụ này là một hình vuông. Diện tích toàn phần của (T) là

A. 6π

B. 12π

C. 10π

D. 8π

Câu 29. Một hình trụ có bán kính $5cm$ và chiều cao $7cm$. Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục $3cm$. Diện tích thiết diện tạo bởi khối trụ và mặt phẳng bằng

A. $56cm^2$

B. $54cm^2$

C. $52cm^2$

D. $58cm^2$

Câu 30. Một hình trụ có chu vi của đường tròn đáy $4\pi a$, chiều cao a . Thể tích của khối trụ này bằng

A. $4\pi a^3$

B. $2\pi a^3$

C. $16\pi a^3$

D. $\frac{4}{3}\pi a^3$

Câu 31. Hình trụ có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}$ và thể tích bằng 24π . Chiều cao hình trụ này bằng

A. 2

B. 6

C. $2\sqrt{3}$

D. 1

Câu 32. Một hình trụ có chu vi của đường tròn đáy là c , chiều cao của hình trụ gấp 4 lần chu vi đáy. Thể tích của khối trụ này là

- A. $\frac{c^3}{\pi}$ D. $\frac{2c^3}{\pi}$ C. $4\pi c^3$ D. $\frac{2c^2}{\pi^2}$

Câu 33. Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu tăng bán kính lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới là

- A. 80 D. 40 C. 60 D. 120

Câu 34. Một hình trụ có đường kính của đáy bằng với chiều cao của nó. Nếu thể tích của khối trụ bằng 2π thì chiều cao của hình trụ là

- A. 2 D. $\sqrt[3]{24}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt[3]{4}$

Câu 35. Cho hình trụ có trục O_1O_2 . Một mặt phẳng (α) song song với trục O_1O_2 , cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật ABCD. Gọi O là tâm của thiết diện đó, bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD bằng bán kính đường tròn đáy hình trụ. Góc O_1OO_2 bằng

- A. 30° D. 60° C. 45° D. 90°

Câu 36. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính r và chiều cao $h = r\sqrt{2}$. Gọi A là một điểm trên đường tròn tâm O và B là một điểm trên đường tròn tâm O' sao cho OA vuông góc với O'B. Gọi (α) là mặt phẳng qua AB và song song với OO'. Khoảng cách giữa trục OO' và (α) là

- A. $\frac{r\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{r\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{r\sqrt{2}}{4}$ D. $r\sqrt{2}$

Câu 37. Cho hình trụ T có bán kính R và chiều cao cũng bằng R. Một hình vuông ABCD có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, cạnh AD và BC không phải là đường sinh của hình trụ T. Độ dài cạnh của hình vuông đó theo R là

- A. $\frac{R\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{R\sqrt{5}}{2}$ C. $R\sqrt{\frac{5}{2}}$ D. $\frac{R}{5}$

Câu 38. Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích của khối tứ diện OO'AB.

- A. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 39. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông ABCD cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng (ABCD) tạo với đáy hình trụ góc 45° . Thể tích của khối trụ là

- A. $\frac{\pi a^3}{16}$ D. $\frac{3\pi a^3}{16}$ C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$ D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$

BÀI 2. MẶT CẦU

A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM

I. ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC KHÁI NIỆM

Kí hiệu : $S(O;R)$ là mặt cầu S tâm O , bán kính R .

1. Định nghĩa mặt cầu: $S(O,R) = \{M \mid OM = R\}$

2. Các thuật ngữ:

- Bán kính: $A \in S(O;R) \Rightarrow OA$ là một bán kính của mặt cầu.
- Đường kính: $A, B \in S(O;R)$ và O, A, B thẳng hàng $\Rightarrow$ đoạn thẳng AB là một đường kính của mặt cầu.
- Điểm trong: Nếu $OE < R \Rightarrow E$ là điểm trong của mặt cầu.
- Điểm ngoài: Nếu $OF > R \Rightarrow F$ là điểm ngoài của mặt cầu.
- Mặt phẳng qua tâm mặt cầu gọi là **mặt kính**. Giao tuyến của mặt cầu và mặt kính là đường tròn $C(O,R)$ - gọi là **đường tròn lớn**.
- Khối cầu $S(O;R)$ hoặc hình cầu $S(O,R)$ là tập hợp các điểm thuộc mặt cầu $S(O,R)$ và các điểm nằm trong mặt cầu đó.

Ta có thể định nghĩa : Khối cầu $S(O,R) = \{M \mid OM \leq R\}$

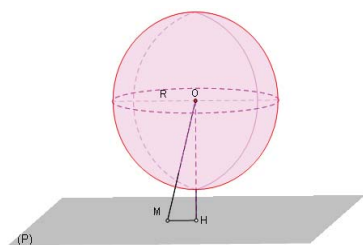
3. Yếu tố xác định mặt cầu: Biết tâm và bán kính hoặc biết một đường kính của mặt cầu.

Chú ý: Mặt cầu đường kính AB : $S(AB) = \{M \mid \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0\}$

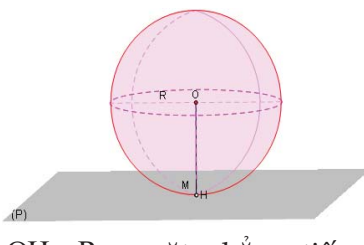
II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẪNG

Kí hiệu: $d(O, (P)) = OH$ là khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (P) .

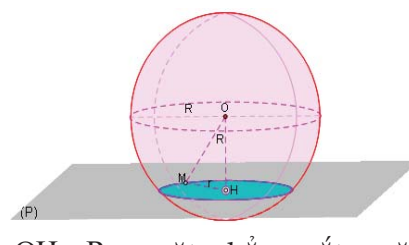
$C(H, r)$ là đường tròn (C) tâm H bán kính r .



$OH > R \Rightarrow$ mặt phẳng không cắt mặt cầu



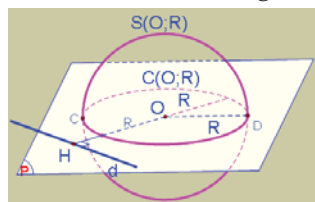
$OH = R \Rightarrow$ mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu



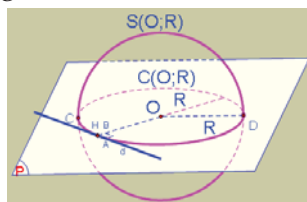
$OH < R \Rightarrow$ mặt phẳng cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn tâm H bán kính $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$

III. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ ĐƯỜNG THẲNG

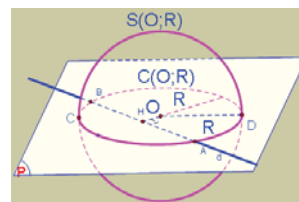
1. Xét mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng (Δ) . Gọi H là hình chiếu của O lên (Δ) và $d = OH$.



$d > R \Rightarrow d$ không cắt mặt cầu

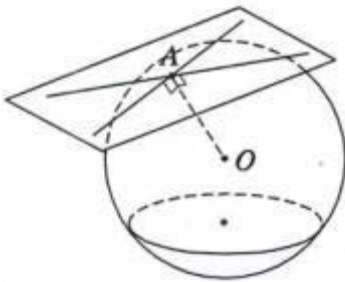
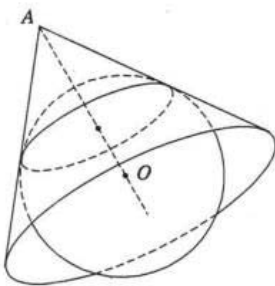


$d = R \Rightarrow d$ tiếp xúc với mặt cầu tại một điểm



$d < R \Rightarrow d$ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt

Nhận xét:

Qua một điểm A nằm trên mặt cầu $S(O;R)$ có vô số tiếp tuyến của mặt cầu đó. Tất cả các tiếp tuyến này đều vuông góc với bán kính OA của mặt cầu tại A và đều nằm trên mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm A.	
Qua một điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$ có vô số tiếp tuyến với mặt cầu đã cho. Các tiếp tuyến này tạo thành một mặt nón đỉnh A. Khi đó độ dài các đoạn thẳng kẻ từ A đến các tiếp điểm bằng nhau.	

IV. CÔNG THỨC

- Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$
 - Thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
- (R là bán kính mặt cầu)

V. MỘT SỐ ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Điều kiện để một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp là **đa giác đáy nội tiếp** được trong đường tròn.
- Hình lăng trụ đứng** có đáy nội tiếp được trong đường tròn thì có mặt cầu ngoại tiếp nó.
- Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là giao điểm của trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy và mặt phẳng trung trực của một cạnh bên.

VI. MỘT SỐ DẠNG MẶT CẦU NGOẠI TIẾP THƯỜNG GẶP

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM

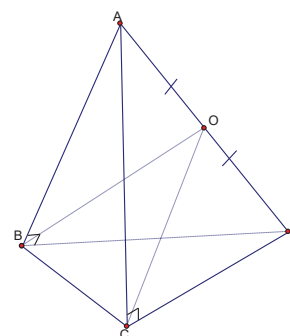
Dạng 1. Hình chóp có các đỉnh nhìn hai đỉnh còn lại dưới 1 góc vuông

Phương pháp

Chẳng hạn cho tứ diện ABCD có $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$.

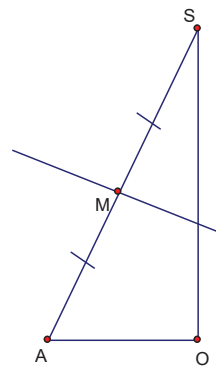
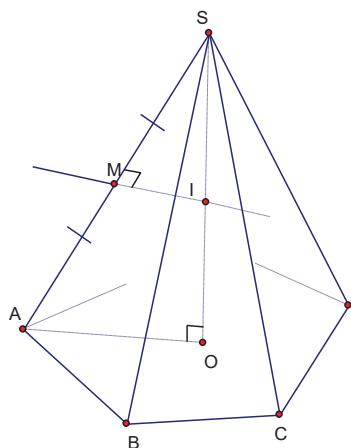
Lúc đó mặt cầu ngoại tiếp ABCD có:

Tâm O (O là trung điểm của AD) và bán kính $R = \frac{AD}{2}$. Thật vậy, hai tam giác vuông ABD và ACD có chung cạnh huyền AD. Nên $OA = OB = OC = OD = \frac{AD}{2}$.



Dạng 2. Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau

Phương pháp



Hình chóp $S.ABC\dots$ có các cạnh bên bằng nhau ($SA = SB = SC = \dots$)

- Vẽ $SO \perp (ABC\dots)$, SO là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- Trong mặt phẳng (SOA) , đường trung trực của SA cắt SO tại I
 $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC\dots$
- Bán kính của mặt cầu nói trên là $R = IA = IS$ và ta có:

$$SA \cdot SM = SO \cdot SI \quad (\text{Hai tam giác } SAO \text{ và } SIM \text{ đồng dạng}), \text{ do đó: } R = SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO}$$

Dạng 3. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy

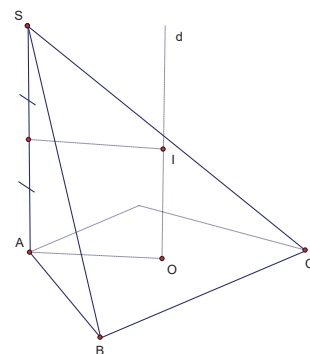
Phương pháp

Hình chóp $S.ABC\dots$ có

- * Một cạnh bên vuông góc với đáy, chẳng hạn
 $SA \perp (ABC)$
- * $ABC\dots$ nội tiếp đường tròn (O)

- Vẽ trục đường tròn ngoại tiếp $ABC\dots$
đó là đường thẳng d qua O và vuông góc với (ABC) .
- Trong (d, SA) , đường trung trực của SA cắt d tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC\dots$

- Bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{AO^2 + OI^2} = \sqrt{AO^2 + \frac{SA^2}{4}}$

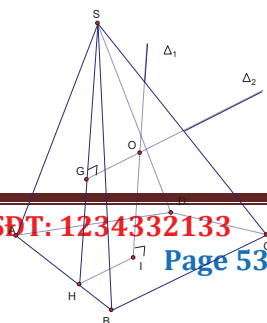


Dạng 4. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có một mặt bên vuông góc với mặt đáy

Phương pháp

Cách xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có một mặt bên vuông góc với mặt đáy (Giả sử là $(SAB) \perp (ABCD)$) ta thực hiện như sau:

- Dựng trục Δ_1 của đường tròn nội tiếp ΔSAB
Dựng trục Δ_2 của đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$
- Ta có Δ_1 và Δ_2 cùng thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB



$\Rightarrow \Delta_1 \cap \Delta_2 = O$, O là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

➤ Trong cách dựng ta có ΔSGO vuông tại G và $R = OS$

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $\pi a^3 \sqrt{6}$ B. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{6}}$ C. $\frac{4\sqrt{6}}{3} \pi a^3$ D. $\frac{3}{4} \frac{\pi a^3}{\sqrt{6}}$

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 5a$ và vuông góc với (ABC) , ΔABC vuông tại B và $AB = 3a$, $BC = 4a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là:

- A. $36\pi a^2$ B. $25\pi a^2$ C. $50\pi a^2$ D. $100\pi a^2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{2}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $2a\sqrt{2}$ D. $a\sqrt{2}$

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích mặt của ngoại tiếp hình chóp là

- A. $\frac{8\sqrt{6}}{27} \pi a^3$ B. $\frac{\sqrt{6}}{27} \pi a^3$ C. $\frac{4\sqrt{6}}{27} \pi a^3$ D. $\frac{27}{\sqrt{6}} \pi a^3$

Câu 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{3\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{3\sqrt{6}}{8}$

Công thức tính nhanh: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng

b. Lúc đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp được tính theo công thức: $R = \frac{b^2 \sqrt{3}}{2\sqrt{3b^2 - a^2}}$.

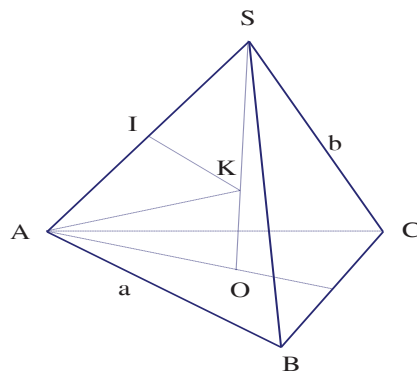
Chứng minh

Gọi O là hình chiếu của S lên $mp(ABC)$ thì O là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Mặt phẳng trung trực của SA cắt SA tại I và cắt SO tại K . Khi đó $SK = KA = KB = KC$ và do đó K là tâm của mặt cầu ngoại tiếp.

Hai tam giác đồng dạng SIK và SOA cho ta:

$$\frac{SK}{SA} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow SK = \frac{SI \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO}$$



Tam giác vuông SOA: $SO^2 = SA^2 - AO^2 = b^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = b^2 - \frac{a^2}{3}$.

$$\text{Suy ra: } SO = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}. \text{ Vậy } SK = R = \frac{b^2}{2\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}} = \frac{b^2\sqrt{3}}{2\sqrt{3b^2 - a^2}}$$

Từ đó ta suy ra được công thức tính nhanh thể tích khối cầu và diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều tam giác cạnh đáy là a , cạnh bên là b như sau:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{b^2\sqrt{3}}{2\sqrt{3b^2 - a^2}}\right)^3 = \frac{b^6\sqrt{3}\pi}{2(\sqrt{3b^2 - a^2})^3};$$

$$S = 4\pi \cdot \frac{b^4}{2(b^2 - \frac{a^2}{3})} = \frac{6\pi b^4}{3b^2 - a^2}$$

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = SB = SC$ và mặt bên (SAB) hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{48\pi}{489}a^2$ B. $\frac{289\pi}{48}a^2$ C. $\frac{489}{24}\pi a^3$ D. $\frac{389}{12}\pi a^2$

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Bán kính của mặt cầu nội tiếp tứ diện đều $ABCD$ là

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ B. $\frac{a}{12}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$ D. $a\sqrt{6}$

Câu 8. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp trên là :

- A. $\frac{448\pi a^3\sqrt{14}}{1029}$ B. $\frac{448\pi a^3}{1029}$ C. $\frac{\pi a^3\sqrt{14}}{1029}$ D. $448\pi a^3\sqrt{14}$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy. Xác định bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{21}}{\sqrt{6}}$ B. $R = \frac{a\sqrt{21}}{3}$ C. $R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$ D. $R = \frac{2a\sqrt{21}}{\sqrt{6}}$

Câu 10. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = SA = SB = a$; $SC = b$ ($0 < b < \sqrt{3}a$), $(SBC) \perp (ABC)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$ theo a và b .

- A. $R = \frac{b^2}{\sqrt{3a^2 - b^2}}$ B. $R = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + 3b^2}}$ C. $R = \frac{a^2}{\sqrt{3a^2 + b^2}}$ D. $R = \frac{a^2}{\sqrt{3a^2 - b^2}}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với, góc giữa cạnh bên SB với đáy là 60° . $\triangle ABC$ vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $\angle ACB = 30^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

- A. $\frac{\sqrt{21}a}{2}$ B. $\frac{\sqrt{21}a}{4}$ C. $\sqrt{21}a$ D. $\frac{\sqrt{21}a}{\sqrt{2}}$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Đáy $ABCD$ là tứ giác nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính r , $SA = h$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $2\sqrt{4r^2 + h}$ B. $\frac{\sqrt{4r^2 + h}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{4r^2 + h}}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{4r^2 + h}$

Câu 13. Trong mặt phẳng (P) cho nửa lục giác đều ABCD nội tiếp đường tròn đường kính $AD = 2R$. Qua A kẻ đường thẳng Ax vuông góc với (P), trên Ax lấy điểm S sao cho góc giữa hai mặt phẳng (SDC) và (P) bằng 60° . Bán kính hình cầu đi qua năm điểm S, A, B, C, D là

A. $2\sqrt{13}R$ B. $\frac{\sqrt{13}R}{4}$ C. $\frac{\sqrt{13}R}{2}$ D. $\frac{\sqrt{13}R}{\sqrt{2}}$

Câu 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Cạnh bên $SD \perp (ABCD)$ và $SD = a$. Gọi E là trung điểm của DC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.BCE là

A. $2\sqrt{11}a$ B. $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}a$ C. $\frac{\sqrt{11}}{4}a$ D. $\frac{\sqrt{11}}{2}a$

Câu 15. Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC.

Biết $BAC = \alpha$, $BC = a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện ABCMN là

A. $\frac{4\pi}{\sin^2 \alpha} a^2$ B. $\frac{4\pi}{\cos^2 \alpha} a^2$ C. $\frac{2\pi}{\cos^2 \alpha} a^2$ D. $\frac{2\pi}{\sin^2 \alpha} a^2$

Câu 16. Cho hình chóp đều S.ABC có cạnh đáy $AB = a$, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là

A. $R = \frac{4a}{3}$ B. $R = \frac{2a}{3}$ C. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ D. $R = \frac{2a}{\sqrt{3}}$

Câu 17. Cho tứ diện đều ABCD có tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là O và H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (BCD). Tỉ lệ $k = \frac{OA}{OH}$ là

A. $k = 2$ B. $k = 3$ C. $k = 4$ D. $k = 5$

Câu 18. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đường cao $SO = h$, $SAB = 45^\circ$. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $R = 3h$ B. $R = 3h$ C. $R = \frac{2}{3}h$ D. $R = \frac{3}{2}h$

Câu 19. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng $2a$, mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là

A. $\frac{4\pi a^3}{63}$ B. $\frac{\pi a^3}{63\sqrt{21}}$ C. $\frac{4\pi a^3}{63\sqrt{21}}$ D. $\frac{4\pi a^3}{\sqrt{21}}$

Câu 20. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a , $BAD = 60^\circ$ và các cạnh bên $SA = SB = SD$, $BSD = 90^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện SBCD là

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}a$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}a$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a$

Câu 21. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 45° . Một mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại A và tiếp xúc với cạnh bên BS kéo dài tại H . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua tâm I của mặt cầu và trung điểm đường cao BD của đáy. Bán kính mặt cầu đó là

A. $R = \frac{a(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{3}$

B. $a(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$

C. $R = \frac{a(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{2}$

D. $R = \frac{a(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{4}$

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$, $BAC = 120^\circ$, $CAD = 60^\circ$, $DAB = 90^\circ$. Xác định bán kính mặt cầu **nội tiếp** tứ diện.

A. $\frac{a}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

B. $\frac{a}{2(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$

C. $\frac{\sqrt{2}a}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và $ASB = \alpha$. Bán kính mặt cầu **nội tiếp** hình chóp là:

A. $\frac{a\sqrt{\sin \alpha}}{2\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)}$

B. $\frac{a\sqrt{\cos \alpha}}{2\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)}$

C. $\frac{a\sqrt{\cos \alpha}}{\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}}$

D. $\frac{a\sqrt{\sin \alpha}}{\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}}$

Lưu ý: Cho hình chóp có thể tích là V và diện tích toàn phần là S . Trong hình chóp nội tiếp một hình cầu có bán kính r . Chứng minh rằng: $r = \frac{3V}{S}$.

Giải

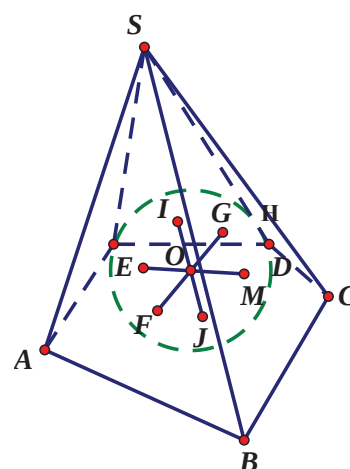
Gọi O là tâm hình cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCDE$.

Hình cầu tiếp xúc với mặt đáy và tất cả các mặt bên. Vẽ OF , OG , OH ... OK vuông góc với mặt đáy và các mặt bên.

Ta có: $OF = OG = OH = \dots = OK = r$.

Vậy, thể tích hình chóp $S.ABCDE$ bằng tổng các thể tích của hình chóp con có chung đỉnh O và có đáy lần lượt là đáy hình chóp lớn và các mặt bên.

Ta có:



$$\begin{aligned}
 &V_{O.ABCDE} + V_{O.SBC} + V_{O.SCD} + \dots + V_{O.SAB} = V_{S.ABCDE} \\
 \Leftrightarrow &\frac{1}{3}S_{ABCDE} \cdot r + \frac{1}{3}S_{SBC} \cdot r + \frac{1}{3}S_{SCD} \cdot r + \dots + \frac{1}{3}S_{SAB} \cdot r = V \\
 \Leftrightarrow &\frac{1}{3}(S_{ABCDE} + S_{SBC} + S_{SCD} + \dots + S_{SAB}) = V \\
 \Leftrightarrow &\frac{r}{3} \cdot S = V \Leftrightarrow r = \frac{3V}{S}
 \end{aligned}$$

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đường cao $SO = 1$ và cạnh đáy của tam giác ABC bằng $2\sqrt{6}$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AC tương ứng. Bán kính hình cầu **ngoại tiếp** hình chóp S.AMN là

A. $\frac{3}{2(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$ B. $\frac{1}{2(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$ C. $\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ D. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Câu 25. Cho tứ diện ABCD, biết $AB = BC = AC = BD = a$, $AD = b$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD theo a và b là

A. $\frac{4\pi a^2}{3a^2 - b^2}$ B. $\frac{\pi a^2}{3a^2 + b^2}$ C. $\frac{4\pi}{3a^2 - b^2}$ D. $\frac{4\pi a^2}{3a^2 + b^2}$

Câu 26. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $SA = SB = a$, $\angle ASB = \alpha$ và mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC). Bán kính mặt cầu ngoại tiếp S.ABC là

A. $R = \frac{a}{\sin \frac{\alpha}{2}}$ B. $R = \frac{a}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$ C. $R = \frac{a}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$ D. $R = \frac{a}{\cos \frac{\alpha}{2}}$

Câu 27. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$, $(SAB) \perp (ABCD)$ và $SA = SB = a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABD là

A. $4\pi a^3$ B. $\frac{4\pi}{3}a^3$ C. $\frac{3\pi}{4}a^3$ D. $3\pi a^3$

Câu 28. Cho tứ diện SABC có cạnh $SA \perp (ABC)$, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau. Biết $SB = a\sqrt{2}$, $\angle BSC = 45^\circ$, $\angle ASB = \alpha$ ($0 < \alpha < 90^\circ$). Bán kính hình cầu ngoại tiếp tứ diện SABC là

A. a B. 2a C. 3a D. 4a

Câu 29. Trong mặt phẳng (α) cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Trên đường thẳng Ax vuông góc với (α) ta lấy điểm S tùy ý, dựng mặt phẳng (β) đi qua A và vuông góc với đường thẳng SC. Mặt phẳng (β) cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp đa diện ABCDB'C'D' là

A. $4\pi a^2$ B. πa^2 C. $2\pi a^2$ D. $3\pi a^2$

Câu 30. Cho hình chóp S.ABC có các mặt SBC và ABC là các tam giác đều cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{2}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là

A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. $a\sqrt{2}$

D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao $SH = 3a$ và cạnh đáy bằng a . Bán kính mặt cầu **nội tiếp** hình chóp là

A. $\frac{2+\sqrt{37}}{12}a$

B. $\frac{1+\sqrt{37}}{12}a$

C. $\frac{-1+\sqrt{37}}{12}a$

D. $\frac{-2+\sqrt{37}}{12}a$

Công thức giải nhanh: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao $SH = h$ và cạnh đáy bằng x . Lúc đó bán kính mặt cầu **nội tiếp** hình chóp được tính theo công thức:

$$r = \frac{xh}{x + \sqrt{4h^2 + x^2}}$$

Chứng minh

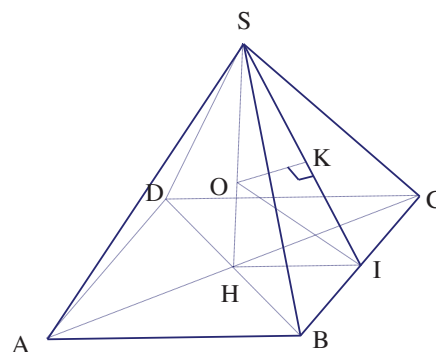
Gọi H là tâm của hình vuông cạnh x , $SH = h$. Gọi I là trung điểm của BC.

Trong ΔSHI phân giác của

$\angle SIH$ ắt SH tại O, từ O kẻ $OK \perp SI$, ta có $OK \perp (SBC)$,

và $OH = OK$ nên O cách đều mặt đáy và mặt bên (SBC).

Tương tự O cũng cách đều các mặt bên còn lại.



Vậy O là tâm của mặt cầu nội tiếp hình chóp và

$$OH = OK = r. \text{ Ta có: } \frac{OH}{OS} = \frac{IH}{IS} \Rightarrow \frac{OH}{OS} = \frac{IH}{IS + IH} \Rightarrow OH = \frac{IH \cdot SH}{SI + IH}$$

$$\text{Trong } \Delta SHI \text{ có: } SI^2 = SH^2 + HI^2 = h^2 + \frac{x^2}{4} \Rightarrow SI = \sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{4h^2 + x^2}$$

$$\text{Vậy: } r = OH = \frac{\frac{x}{2}h}{\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + x^2}} = \frac{xh}{x + \sqrt{4h^2 + x^2}}$$

Câu 32. Cho hình chóp S.ABC có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$ và ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{14}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{14}}{8}$

Công thức giải nhanh: Cho hình chóp S.ABC có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ và ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc.

$$\text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là: } R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$S = \pi(a^2 + b^2 + c^2)$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp:

$$\text{Thể tích khối cầu ngoại tiếp: } V = \frac{1}{6} \pi(a^2 + b^2 + c^2) \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Chứng minh

Gọi I là trung điểm AB. Kẻ Δ vuông góc với mp(SAB) tại I. Dựng mp trung trực của SC cắt Δ tại O $\Rightarrow$ OC = OS (1). I là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ SAB (vì Δ SAB vuông tại S) $\Rightarrow$ OA = OB = OS (2)

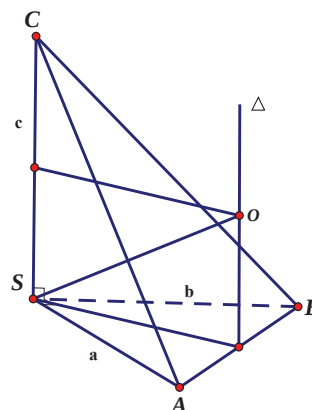
Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ OA = OB = OC = OS.

Vậy: A, B, C, S thuộc S(O; OA)

$$R = \sqrt{OI^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{SC}{2}\right)^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}}$$

$$S = 4\pi \left(\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}} \right)^2 = \pi(a^2 + b^2 + c^2);$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}} \right)^3 = \frac{1}{6}\pi(a^2 + b^2 + c^2)\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$



Câu 33. Cho lăng trụ tam giác đều có đáy là tam giác đều có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $\sqrt{5}$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ là

- A. $\frac{19\sqrt{273}}{15}$ B. $\frac{71\sqrt{273}}{35}$ C. $\frac{92\sqrt{273}}{53}$ D. $\frac{91\sqrt{273}}{54}$

Công thức tính nhanh: Cho lăng trụ tam giác đều có đáy là tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng b.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp	Thể tích mặt cầu ngoại tiếp	
$R = \frac{\sqrt{4a^2 + 3b^2}}{2\sqrt{3}}$	$V = \frac{1}{18\sqrt{3}} \cdot \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$	

Chứng minh

Gọi O và O' là tâm của ΔABC và $\Delta A'B'C'$ thì OO' là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC và $\Delta A'B'C'$. Gọi I là trung điểm của OO' thì IA = IB = IC = IA' = IB' = IC' hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình trụ. Bán kính mặt cầu là R = IA

Tam giác vuông AOI có: $AO = \frac{2}{3}AA_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $OI = \frac{1}{2}OO' = \frac{1}{2}AA' = \frac{b}{2}$

$$\Rightarrow AI^2 = OA^2 + OI^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{4} = \frac{7a^2}{12} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{a^3}{8} \cdot \frac{7}{3} \sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{a^3 \pi \cdot 28}{72} \sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{7\pi a^3}{18} \sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{21} \cdot a^3}{54}$$

$$AI^2 = \frac{4a^2 + 3b^2}{12} \Rightarrow AI = \frac{\sqrt{4a^2 + 3b^2}}{2\sqrt{3}} = R$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{1}{8 \cdot 3\sqrt{3}} (4a^2 + 3b^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{18\sqrt{3}} \cdot (4a^2 + 3b^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{18\sqrt{3}} \cdot \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$$