

Câu 1: [0H2-1-1] Nếu $\tan \alpha = 3$ thì $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- A.** $\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $-\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 3^2} = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 2: [0H2-1-1] $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu nếu $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$?

- A.** $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cot \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2.$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Bài 2: Tích vô hướng của hai vectơ.

Câu 3: [0H2-1-1] Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = \sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$ là:

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** $\frac{11}{9}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow P = \sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2\cos^2 \alpha = 1 + 2\cos^2 \alpha = \frac{11}{9}.$$

Câu 4: [0H2-1-1] Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

- A.** $\sin \alpha = \sin \beta$. **B.** $\cos \alpha = -\cos \beta$. **C.** $\tan \alpha = -\tan \beta$. **D.**
 $\cot \alpha = \cot \beta$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào giá trị lượng giác của các góc bù nhau để thấy phương án A, B, C đúng và D sai.

Câu 5: [0H2-1-1] Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\sin \alpha < 0$. **B.** $\cos \alpha > 0$. **C.** $\tan \alpha < 0$. **D.**
 $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

Góc tù có điểm biểu diễn thuộc góc phần tư thứ II, có giá trị $\sin \alpha > 0$, còn $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$ đều nhỏ hơn 0.

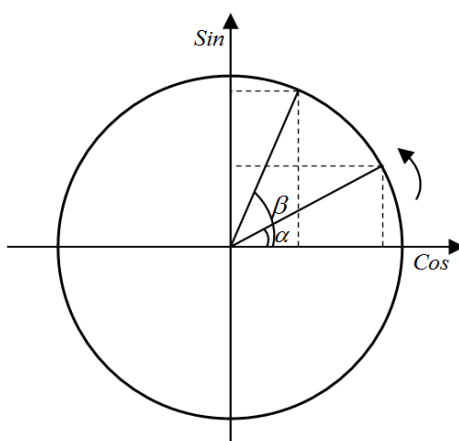
Câu 6: [0H2-1-1] Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

- A.** $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$. **B.** $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$. **C.** $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. **D.**
 $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy B, C là các bất đẳng thức đúng.



Câu 7: [0H2-1-1] Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A.** 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$.

Câu 8: [0H2-1-1] Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: [0H2-1-1] Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0$.

B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.

C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$.

D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$.

Câu 46: [0H2-1-1] Tính giá trị biểu thức: $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$.

A. 1.

B. 0.

C. $\sqrt{3}$.

D. $-\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.$$

Câu 48: [0H2-1-1] Tính giá trị biểu thức: $\cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.$$

Câu 1: [0H2-1-2] Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$, tìm giá trị của biểu thức:
 $\cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha = \cos(\alpha + \beta) = \cos 180^\circ = -1.$$

Câu 2: [0H2-1-2] Cho tam giác ABC . Hãy tính $\sin A \cos(B+C) + \cos A \sin(B+C)$

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \sin A \cos(B+C) + \cos A \sin(B+C) &= \sin A \cos(180^\circ - A) + \cos A \sin(180^\circ - A) \\ &= -\sin A \cos A + \cos A \sin A = 0. \end{aligned}$$

Câu 3: [0H2-1-2] Cho tam giác ABC . Hãy tính $\cos A \cos(B+C) - \sin A \sin(B+C)$

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\cos A \cos(B+C) - \sin A \sin(B+C) = \cos(A+B+C) = \cos 180^\circ = -1.$$

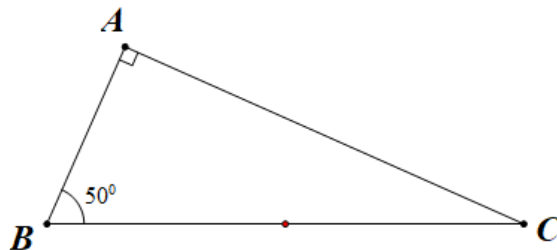
Câu 4: [0H2-1-2] Tam giác ABC vuông ở A và có góc $B = 50^\circ$. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. B. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. D.

$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$.

Lời giải

Chọn D



Phương án A: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (-\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

Phương án B: $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = (-\overrightarrow{CB}, -\overrightarrow{CA}) = (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = \angle BCA = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

Phương án C: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = (-\overrightarrow{BA}, -\overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \angle ABC = 50^\circ$.

Phương án D: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = (-\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

Câu 5: [0H2-1-2] Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

A. $\frac{13}{4}$.

B. $\frac{7}{4}$.

C. $\frac{11}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$.

Câu 6: [0H2-1-2] Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

A. $P = \frac{25}{9}$.

B. $P = \frac{9}{25}$.

C. $P = \frac{11}{9}$.

D. $P = \frac{9}{11}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P = 3\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 3\sin^2 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha) = 2\sin^2 \alpha + 1 = 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1 = \frac{11}{9}$.

Câu 7: [0H2-1-2] Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$ là

A. 3.

B. $-\frac{9}{13}$.

C. -3.

D. $\frac{9}{13}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0$, từ đó $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

Như vậy $3\sin \alpha + 2\cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{13} + 2\left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{9}{13}$.

Câu 8: [0H2-1-2] Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.**

$\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào giá trị lượng giác của các cung bù nhau. Dễ thấy phương án đúng là **C**.

$$\text{Ta có } \sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\tan 150^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{và} \quad \cot 150^\circ = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}.$$

Câu 9: [0H2-1-2] Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$.

B. $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$.

C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$.

D. $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A đúng (giá trị lượng giác góc đặc biệt) nên B cũng đúng.

Phương án C đúng vì $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \sin 120^\circ$.

Phương án D sai.

Câu 10: [0H2-1-2] Cho hai góc nhọn α và β trong đó $\alpha < \beta$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\cos \alpha < \cos \beta$.

B. $\sin \alpha < \sin \beta$.

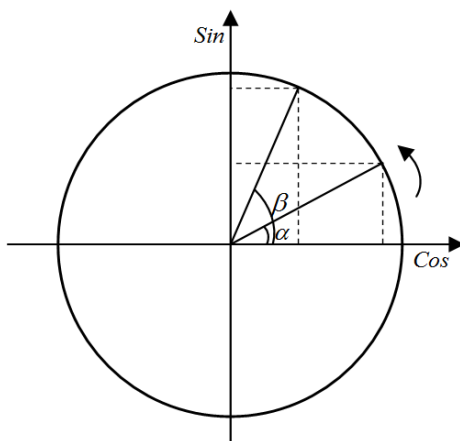
C. $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \beta$.

D. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

Lời giải

Chọn A

α và β là góc nhọn nên có điểm biểu diễn thuộc góc phần tư thứ nhất, có các giá trị lượng giác đều dương nên $\tan \alpha + \tan \beta > 0$; $\alpha < \beta$ nên $\sin \alpha < \sin \beta$, C đúng theo tính chất 2 góc phụ nhau.



Phương án B, C, D đều đúng và A sai.

Câu 11: [0H2-1-2] Tam giác ABC vuông ở A có góc $B = 30^\circ$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos C = \frac{1}{2}$. **D.**
 $\sin B = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy A sai do $\cos B = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: [0H2-1-2] Tam giác đều ABC có đường cao AH . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin BAH = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\cos BAH = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sin ABC = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.**
 $\sin AHC = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tam giác ABC là tam giác đều nên có các góc bằng 60° nên dễ thấy C đúng vì

$$\sin ABC = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 13: [0H2-1-2] Tam giác ABC vuông ở A và có góc $B = 50^\circ$. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. **B.** $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$.
C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. **D.** $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết đề bài, ta có thể nhận xét thấy các góc liên quan được tạo ra từ các vectơ trên chỉ có thể là: $50^\circ, 40^\circ, 130^\circ, 140^\circ$.

Vậy nên phương án D là phương án sai.

Câu 14: [0H2-1-2] Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **không đúng**?

A. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

B.

$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

C. $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

D. $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha = 1$.

Lời giải

Chọn A

Sử dụng máy tính bỏ túi thử với $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ta có $\cos^4 \frac{\pi}{6} + \sin^4 \frac{\pi}{6} = \frac{5}{8}$.

Câu 15: [0H2-1-2] Cho O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều MNP . Góc nào sau đây bằng 120° ?

A. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP})$.

B. $(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{ON})$.

C. $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OP})$.

D.

$(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP})$.

Lời giải

Chọn A

Câu37. [0H2-1-2] Cho tam giác ABC . Tìm tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

A. 180° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}) = 180^\circ - B + 180^\circ - C + 180^\circ - A$.

$= 540^\circ - (A + B + C) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$.

Câu38. [0H2-1-2] Cho tam giác ABC , tìm $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) - (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

A. 180° .

B. 90° .

C. 270° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) - (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - B + 180^\circ - C - A$.

$= 360^\circ - (A + B + C) = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$.

Câu39. [0H2-1-2] Cho tam giác ABC vuông ở **A.** Tìm tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

A. 180° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 240° .

Lời giải

Chọn C

Vì tam giác ABC vuông ở A nên $B + C = 90^\circ$.

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - B + 180^\circ - C$.

$$= 360^\circ - (B + C) = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ.$$

Câu 40. [0H2-1-2] Cho tam giác ABC với $A = 60^\circ$, tìm tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

A. 120° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 240° .

Lời giải

Chọn D

Vì tam giác ABC có $A = 60^\circ$ nên $B + C = 120^\circ$.

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - B + 180^\circ - C$.

$$= 360^\circ - (B + C) = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ.$$

Câu 42. [0H2-1-2] Tam giác ABC vuông ở A và $BC = 2AC$. Tính cosin của góc $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$.

A. $\frac{1}{2}$.

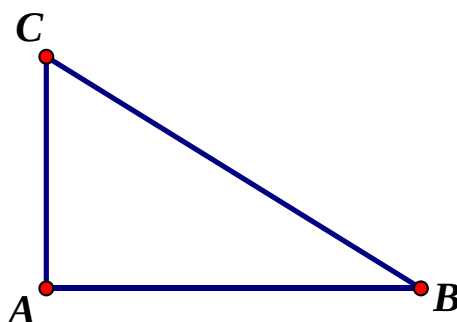
B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Vì tam giác ABC vuông ở A nên $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$.

Ta có: $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = \cos(180^\circ - C) = -\cos C = -\frac{1}{2}$.

Câu43. [0H2-1-2] Tam giác ABC vuông ở A và $BC = 2AC$. Tính cosin của góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.**

Lời giải

Chọn D

Vì tam giác ABC vuông ở A và $BC = 2AC$ nên $AB = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$.

Ta có: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \cos(180^\circ - B) = -\cos B = -\frac{AB}{BC} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu44. [0H2-1-2] Cho tam giác đều ABC. Tính giá trị biểu thức $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **B. $\frac{3}{2}$.** C. $-\frac{3}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Vì tam giác ABC nên ta có $A = B = C = 60^\circ$.

Ta có: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = \cos A + \cos B + \cos C$.

$= \cos 60^\circ + \cos 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Câu45. [0H2-1-2] Cho tam giác đều ABC. Tính giá trị biểu thức: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. **C. $-\frac{3}{2}$.** D. $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì tam giác ABC nên ta có $A = B = C = 60^\circ$.

Ta có: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

$$= \cos(180^\circ - A) + \cos(180^\circ - B) + \cos(180^\circ - C).$$

$$= \cos 120^\circ + \cos 120^\circ + \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Câu47. [0H2-1-2] Tính giá trị biểu thức: $\sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ$

- A. 1. **B.** 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin(180^\circ - 30^\circ) \cos(180^\circ - 15^\circ).$$

$$= \sin 30^\circ \cos 15^\circ - \sin 30^\circ \cos 15^\circ = 0.$$

Câu49. [0H2-1-2] Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tìm giá trị của biểu thức: $\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$

- A. 0. **B.** 1. C. -1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \sin(\alpha + \beta) = \sin 90^\circ = 1.$$

Câu50. [0H2-1-2] Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 90^\circ$, tìm giá trị của biểu thức: $\cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$

- A.** 0. B. 1. C. -1. D. 2

Lời giải

Chọn A

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha = \cos(\alpha + \beta) = \cos 90^\circ = 0.$$

Câu 1: [0H2-1-3] Tam giác ABC có góc A bằng 100° và có trực tâm H . Tìm tổng:
 $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA})$.

A. 360° .

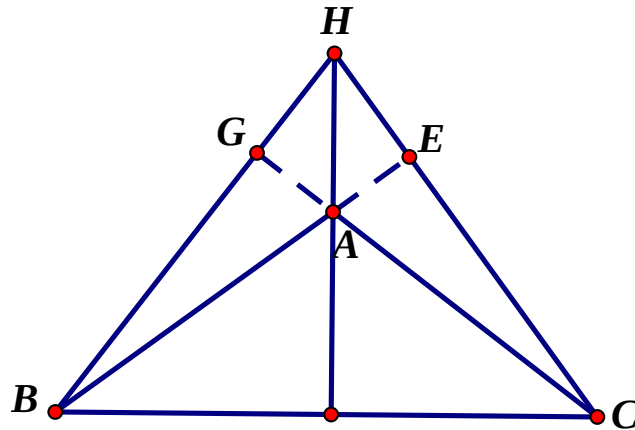
B. 180° .

C. 80° .

D. 160° .

Lời giải

Chọn D



$$(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA}) = 2(\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) = 2\angle GHE.$$

Xét tứ giác $HGAE$ có $G = E = 90^\circ \Rightarrow \angle GHE = 180^\circ - A = 80^\circ$.

Vậy $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) + (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HA}) = 2(\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) = 2\angle GHE = 160^\circ$.

Câu 1: [0H2-2-1] Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1;3)$, $\vec{b} = (-2;1)$. Tích vô hướng của 2 vector $\vec{a}, \vec{b}$ là:

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a} = (1;3), \vec{b} = (-2;1) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 = 1.$$

Câu 2: [0H2-2-1] Cho hình vuông $MNPQ$ có I, J lần lượt là trung điểm của PQ, MN . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{QI} \cdot \overrightarrow{NJ}$.

- A.** $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PI}$. **B.** $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PN}$. **C.** $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PQ}$. **D.** $-\frac{\overrightarrow{PQ}^2}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{QI} \cdot \overrightarrow{NJ} = \left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{PQ}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{PQ}\right) = -\frac{1}{4} \overrightarrow{PQ}^2.$$

Câu 3: [0H2-2-1] Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4. Khi đó, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ta được :

- A.** 8. **B.** -8. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = AB^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8.$$

Câu 4: [0H2-2-1] Cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vector khác $\vec{0}$. Khi đó $(\vec{u} + \vec{v})^2$ bằng:

- A.** $\vec{u}^2 + \vec{v}^2$. **B.** $\vec{u}^2 + \vec{v}^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v}$. **C.** $(\vec{u} + \vec{v})^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v}$. **D.** $\vec{u}^2 + \vec{v}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2.$$

Câu 5: [0H2-2-1] $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vector đều khác $\vec{0}$. Khi đó $|\vec{u} + \vec{v}|^2$ bằng:

- A. $\vec{u}^2 + \vec{v}^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v}$. B. $\vec{u}^2 + \vec{v}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v}$. C. $\vec{u}^2 + \vec{v}^2$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v}(\vec{u} - \vec{v})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$.

Câu 6: [0H2-2-1] Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho 2 vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ và $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ta được :

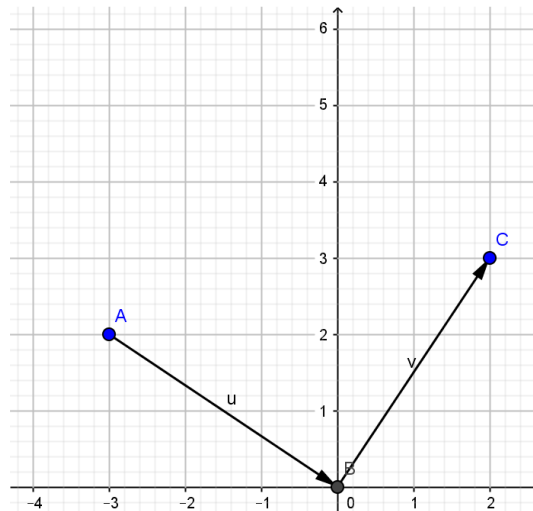
- A. 6. B. 2. C. 4. D. -4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} = (2; -1)$ và $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j} = (3; 2)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 - 2 = 4$.

Câu 7: [0H2-2-1] Trong hình dưới đây, $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng :



- A. 13. B. 0. C. -13. D. $13\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (2; 3)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Câu 8: [0H2-2-1] Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho 2 vectơ $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và $\vec{v} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Lúc

đó $(\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{v}$ bằng :

A. $2\vec{v}$.

B. $\vec{0}$.

C. $\vec{u}^2$.

D.

$$(\vec{u} \cdot \vec{v})(\vec{u}^2).$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0 \text{ nên } (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{v} = 0$$

Câu 9: [0H2-2-1] Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AB = 5$, $AC = 8$. Tính $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. 20.

B. 44.

C. 64.

D. 60

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AC} = AC^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 64 - 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 44.$$

Câu 10: [0H2-2-1] Cho ABC là tam giác đều. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \in \mathbb{R}$.

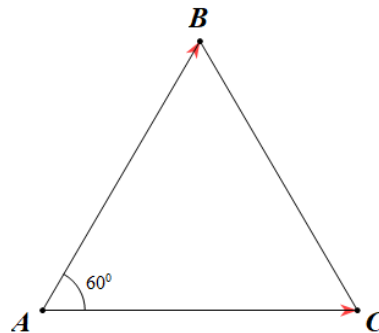
B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

C. $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC})$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A



Theo định nghĩa tích vô hướng hai vector ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \in \mathbb{R}$.

Câu 11: [0H2-2-1] Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả **đúng**?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

D.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|.$$

Câu 12: [0H2-2-1] Cho các vector $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$. Khi đó góc giữa chúng là

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 135° .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot (-2) + (-2) \cdot (-6)}{\sqrt{1+4} \cdot \sqrt{4+36}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Suy ra } (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ.$$

Câu 13: [0H2-2-1] Cho $\overrightarrow{OM} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (3; -1)$. Tính góc $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$.

A. 135° .

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. -135° .

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}| |\overrightarrow{ON}|} = \frac{-2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1)}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-1)^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Như vậy $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = 135^\circ$.

Câu 14: [0H2-2-1] Trong mặt phẳng Oxy cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-1; -3)$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 135° .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-3)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Như vậy $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

Câu 15: [0H2-2-1] Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = (2; 1)$ và $\vec{b} = (3; -2)$. Tích vô hướng của hai vectơ đã cho là

A. 4.

B. -4.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Với $\vec{a} = (2; 1)$ và $\vec{b} = (3; -2)$ ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) = 4$.

Câu 16: [0H2-2-1] Góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (3; -4)$ và $\vec{v} = (-8; -6)$ là

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot (-8) + (-4) \cdot (-6) = 0$

Như vậy $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

Câu 17: [0H2-2-1] Cho các vectơ $\vec{u} = (-2; 1)$, $\vec{v} = (1; 2)$. Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A.** 0. **B.** $\vec{0}$. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 0$.

Câu 18: [0H2-2-1] Góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (-2; 2)$ và $\vec{v} = (1; 0)$ là

- A.** 45° . **B.** 90° . **C.** 135° . **D.** 150° .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{(-2) \cdot 1 + 2 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Như vậy $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ$.

Câu 19: [0H2-2-1] Cho hai điểm $A = (1; 2)$ và $B = (3; 4)$. Giá trị của $\overrightarrow{AB}^2$ là:

- A.** 4. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$ nên $\overrightarrow{AB}^2 = 4 + 4 = 8$.

Câu 20: [0H2-2-1] Cho hai vectơ $\vec{a} = (4; 3)$ và $\vec{b} = (1; 7)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

- A.** 90° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 30° .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{4 + 21}{\sqrt{16 + 9} \cdot \sqrt{1 + 49}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ.$$

Câu 21: [0H2-2-1] Cho hai điểm $M = (1; -2)$ và $N = (-3; 4)$. Khoảng cách giữa hai điểm M và N là

- A.** 4. **B.** 6. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4; 6) \Rightarrow AB = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Câu 22: [0H2-2-1] Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

- A.** $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|$. **B.** $\sqrt{\vec{a}^2} = |\vec{a}|$. **C.** $\sqrt{\vec{a}^2} = \vec{a}$. **D.** $\vec{a} = \pm |\vec{a}|$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: [0H2-2-1] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

- A.** a^2 . **B.** $a^2 \sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2} a^2$. **D.** $\frac{1}{2} a^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2.$$

Câu 24: [0H2-2-1] Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng m . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

- A.** $2m^2$. **B.** $-m^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $-\frac{m^2}{2}$. **D.** $\frac{m^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = m \cdot m \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} m^2.$$

Câu 25: [0H2-2-1] Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng khác $\vec{0}$ là số âm khi

- A.** $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng chiều. **B.** $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
C. $0^\circ < (\vec{a}, \vec{b}) < 90^\circ$. **D.** $90^\circ < (\vec{a}, \vec{b}) < 180^\circ$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) < 0 \Leftrightarrow 90^\circ < (\vec{a}, \vec{b}) < 180^\circ.$$

Câu 26: [0H2-2-1] Chọn kết quả đúng $(\vec{a} - \vec{b})^2 =$

- A.** $\vec{a}^2 - \vec{b}^2$. **B.** $a^2 - b^2$.
C. $\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$. **D.** $a^2 + b^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Chọn D

$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = a^2 + b^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Câu 27: [0H2-2-1] Điều kiện của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ sao cho $(\vec{a} - \vec{b})^2 = 0$ là

A. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đối nhau.

B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng.

C. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng nhau.

D. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} - \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}.$$

Câu 28: [0H2-2-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; -1)$, $B(2; 10)$. Tích vô hướng $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ bằng bao nhiêu?

A. -4.

B. 4.

C. 16.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{OA} = (3; -1)$; $\vec{OB} = (2; 10)$. Suy ra: $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 6 - 10 = -4$.

Câu 29: [0H2-2-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3; -1)$, $B(2; 10)$, $C(4; -2)$. Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ bằng bao nhiêu?

A. 40.

B. -12.

C. 26.

D. -26.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{AB} = (-1; 11)$; $\vec{AC} = (1; -1)$. Suy ra: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -1 - 11 = -12$.

Câu 30: [0H2-2-1] Cho hai điểm $A(0;1)$ và $B(3;0)$. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là:

A. 3.

B. 4.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức khoảng cách giữa hai điểm, ta có: $AB = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 31: [0H2-2-1] Trong mặt phẳng Oxy, nếu $\vec{a} = (-1;1)$, $\vec{b} = (2;0)$ thì cosin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là:

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 32: [0H2-2-1] Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ta được kết quả đúng là:

- A. 3. **B.** -30. C. 30. D. 43.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a} = (4; 6), \vec{b} = (3; -7) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -30.$$

Câu 33: [0H2-2-1] Trọng tâm G của tam giác ABC với $A(-4; 7), B(2; 5), C(-1; -3)$ có tọa độ là:

- A. $(-1; 4)$. B. $(2; 6)$. C. $(-1; 2)$. **D.** $(-1; 3)$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x_G = \frac{-4+2-1}{3} = -1 \\ y_G = \frac{7+5-3}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(-1; 3).$$

Câu 34: [0H2-2-1] Cho $A(-6; 10), B(12; 2)$. Tính AB .

- A. 10. **B.** $2\sqrt{97}$. C. $2\sqrt{65}$. D. $6\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(12+6)^2 + (2-10)^2} = \sqrt{388} = 2\sqrt{97}.$$

Câu 35: [0H2-2-1] Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn nối hai điểm $A(3; 7)$ và $B(-6; 1)$.

- A. $\left(\frac{9}{2}; 3\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2}; 4\right)$. C. $(-3; 6)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3-6}{2} = -\frac{3}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7+1}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; 4\right).$$

Câu 1: [0H2-2-2] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = \sqrt{2}$, $AD = 1$. Tính góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. 89° .

B. 92° .

C. 109° .

D. 91° .

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= AC \cdot AD \cdot \cos CAD - AC \cdot AB \cdot \cos BAC \\ &= AC \cdot AD \cdot \frac{AD}{AC} - AC \cdot AB \cdot \frac{AB}{AC} = AD^2 - AB^2 = 1 - 2 = -1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta lại có: } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} &= AC \cdot BD \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) \Leftrightarrow -1 = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) \\ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) &= \frac{-1}{3} \\ \Rightarrow (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) &\approx 109^\circ 28' \end{aligned}$$

Câu 2: [0H2-2-2] Cho đoạn thẳng $AB = 4$, $AC = 3$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = k$. Hỏi có mấy điểm C để $k = 8$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= 8 \Leftrightarrow AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 8 \Leftrightarrow 4 \cdot 3 \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 8 \\ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) &= \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Có hai điểm C thỏa YCBT.

Câu 3: [0H2-2-2] Cho đoạn thẳng $AB = 4$, $AC = 3$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = k$. Hỏi có mấy điểm C để $k = -12$?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= -12 \Leftrightarrow AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -12 \\ \Leftrightarrow 4 \cdot 3 \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) &= -12 \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -1. \end{aligned}$$

Có một điểm C thỏa YCBT.

Câu 4: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Biểu thức $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HC})^2$ bằng biểu thức nào sau đây ?

- A.** $AB^2 + HC^2$. **B.** $(AB + HC)^2$. **C.** $AC^2 + AH^2$. **D.** $AC^2 + 2AH^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HC})^2 = \overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HC}^2 = AB^2 + HC^2.$$

Câu 5: [0H2-2-2] Nếu tam giác ABC là tam giác đều thì mệnh đề nào sau đây đúng ?

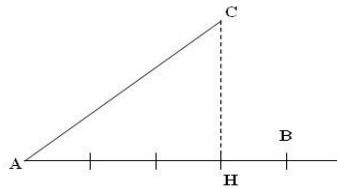
- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} AB^2$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{4} AB^2$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = AB^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} AB^2.$$

Câu 6: [0H2-2-2] Trong hình dưới đây, cho $AB = 2$; $AH = \frac{3}{2}$. Khi đó, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ta được :



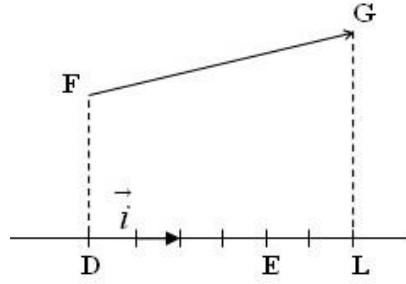
- A.** -3 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}^2 = \frac{3}{4} \cdot 2^2 = 3.$$

Câu 7: [0H2-2-2] Trong hình vẽ dưới đây, tính $2\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{FG}$, ta được :



A. 8.

B. -12.

C. -6.

D. -8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{FG} = -2.\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{DL} = -2.2.\vec{i}.3.\vec{i} = -12\vec{i}^2 = -12$.

Câu 8: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh a . Tính $\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}$ ta được :

A. a^2 .

B. $-a^2$.

C. $\frac{3}{2}a^2$.

D. $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO}).\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AO}.\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}CA.CB.\cos BCA$

$$= \frac{1}{2}.CA.CB.\frac{CB}{CA} = \frac{1}{2}CB^2 = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 9: [0H2-2-2] Cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vector đều khác $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow (\vec{u} + \vec{v})^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2$.

B. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow |\vec{u}| = |\vec{v}|$.

C. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow (\vec{u} + \vec{v}).(\vec{u} - \vec{v}) = 0$.

D. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow (\vec{u} + \vec{v}).(\vec{u} - 2\vec{v}) = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(\vec{u} + \vec{v})^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2 \Leftrightarrow \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2$

$\Leftrightarrow \vec{u}^2 + \vec{v}^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 (\vec{u}.\vec{v} = 0)$ (luôn đúng)

Ta lại có: $(\vec{u} + \vec{v})^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2 \Leftrightarrow \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 \Leftrightarrow 4\vec{u}\vec{v} = 0$.

Câu 10: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC có H là trực tâm; A' , B' lần lượt là chân đường cao xuất phát từ các điểm A , B . Gọi D , M , N , P lần lượt là trung điểm của AH , BC , CA , AB . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

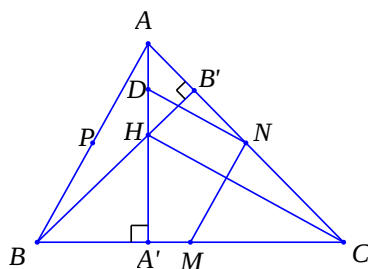
A. $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{A'M} \cdot \overrightarrow{A'D}$.

B. $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{PC}$.

C. $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{DP} \cdot \overrightarrow{DM}$.

D. $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{DA'} \cdot \overrightarrow{DB'}$.

Lời giải



Chọn A

Ta có $\left. \begin{array}{l} CH \perp AB \\ MN \parallel AB \end{array} \right\} \Rightarrow CH \perp MN$.

Mà $DN \parallel CH \Rightarrow DN \perp MN \Rightarrow \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{ND} = 0$.

Mặt khác, $A'D \perp A'M \Rightarrow \overrightarrow{A'D} \cdot \overrightarrow{A'M} = 0$.

Do đó, $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{A'M} \cdot \overrightarrow{A'D}$.

Câu 11: [0H2-2-2] Cho 2 vector $\vec{u} = (4; 5)$ và $\vec{v} = (3; a)$. Tính a để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

A. $a = \frac{12}{5}$.

B. $a = -\frac{12}{5}$.

C. $a = \frac{5}{12}$.

D.

$a = -\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn B

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 12 + 5a = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{12}{5}$.

Câu 12: [0H2-2-2] Cho 2 điểm A và B có $AB = 4\text{cm}$. Tập hợp những điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ là :

A. Đường thẳng vuông góc với AB .

B. Đường tròn đường kính AB .

C. Đoạn thẳng vuông góc với AB .

D. Kết quả khác.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ nên MA và MB vuông góc hay điểm M nằm trên đường tròn đường kính AB .

Câu 13: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 3, AC = 5$. Vẽ đường cao AH . Tích vô hướng $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}$ bằng :

A. $\sqrt{34}$.

B. $-\sqrt{34}$.

C. $-\frac{225}{34}$.

D. $\frac{225}{34}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC}$$

$$AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC}$$

$$\text{nên } \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC} = HB \cdot HC \cdot \cos 180^\circ = -HB \cdot HC = -\frac{AB^2 \cdot AC^2}{BC^2} = -\frac{225}{34}.$$

Câu 14: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC có $AB = c, CA = b, BC = a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ theo a, b, c .

A. $\frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2)$. B. $\frac{1}{2}(a^2 - b^2 - c^2)$. C. $\frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2)$. D.

$\frac{1}{2}(b^2 - c^2 - a^2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$CA^2 = (\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC})^2 = BA^2 + BC^2 - 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \text{ nên}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{CA^2 - BA^2 - BC^2}{2} = \frac{1}{2}(b^2 - c^2 - a^2).$$

Câu 15: [0H2-2-2] Cho 2 điểm A, B và O là trung điểm của AB , $OA = a$. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = a^2$ là đường tròn tâm O , có bán kính bằng :

A. a .

B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})(\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{OA}) = MO^2 - OA^2 = a^2$$

Do đó $MO^2 = OA^2 + a^2 = 2a^2$ nên $MO = a\sqrt{2}$.

Câu 16: [0H2-2-2] Cho đoạn thẳng $AB = a$ cố định. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = a^2$ là :

- A. Đường tròn tâm A , bán kính a .
- B. Đường tròn tâm B , bán kính a .
- C. Đường thẳng vuông góc với AB tại A .
- D.** Đường thẳng vuông góc với AB tại B .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = a^2 \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) \cdot \overrightarrow{AB} = a^2 \Leftrightarrow a^2 + \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = a^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

Do đó điểm M nằm trên đường thẳng vuông góc với AB tại B .

Câu 17: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , có $AB = AC = a$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$.
- B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.
- C. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2$.
- D.** $|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tam giác ABC vuông cân đỉnh A .

Suy ra: $AB \perp AC$, $AB = AC = a$ và $B = C = 45^\circ$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = a$.

$$+ \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = |\overrightarrow{CB}| \cdot |\overrightarrow{CA}| \cos C = a \cdot a \sqrt{2} \cos 45^\circ = a^2.$$

Suy ra: Các mệnh đề A, B, C là các mệnh đề đúng, mệnh đề D là mệnh đề sai.

Câu 18: [0H2-2-2] Cho 3 điểm D, E, F theo thứ tự bất kỳ trên trục $x'Ox$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

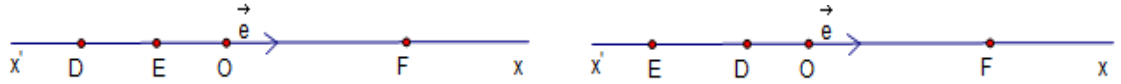
- A. $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = DE \cdot DF$.
- B.** $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = \overline{DE} \cdot \overline{DF}$.

C. $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = -DE \cdot DF$.

D. $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = |\overrightarrow{DE}| |\overrightarrow{DF}| \cdot \cos(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DF})$.

Gọi $\vec{e}$ là vectơ đơn vị trên trục $x'Ox$. Ta có hai trường hợp sau:

+ E, F nằm cùng phía so với D . Khi đó:

$$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = |\overrightarrow{DE}| |\overrightarrow{DF}| \cdot \cos 0^\circ = DE \cdot DF = \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF}.$$

+ E, F không cùng phía so với D . Khi đó:

$$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = |\overrightarrow{DE}| |\overrightarrow{DF}| \cdot \cos 180^\circ = -DE \cdot DF = \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF}.$$

Suy ra: Các mệnh đề A, C, D là các mệnh đề sai, mệnh đề B là mệnh đề đúng.

Câu 19: [0H2-2-2] Cho tam giác đều ABC cạnh $a = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = 2 \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -2$.

C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = -4$.

D. $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BA} = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tam giác ABC đều.

Suy ra: $A = B = C = 60^\circ$.

Suy ra: $+\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 2 \Rightarrow (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = 2 \overrightarrow{BC}$.

$$+\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 2 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = -2.$$

$$+(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AC})^2 = 4.$$

$$+(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BA} = (\overrightarrow{BA})^2 = 4.$$

Suy ra các mệnh đề A, B, D là các mệnh đề đúng, mệnh đề C là mệnh đề sai.

Câu 20: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Câu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$.

B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình vuông $ABCD$ tâm O .

Suy ra: $+\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ (Do $OA \perp OB$).

$$+\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \cdot \left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{CA} \right) = -\frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CA}.$$

$$+\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC} \text{ (Do } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \text{)}.$$

$$+\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AC \cdot AB \cdot \cos 45^\circ = AC \cdot AD \cdot \cos 45^\circ = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}.$$

Suy ra các mệnh đề A, C, D là các mệnh đề đúng, mệnh đề B là mệnh đề sai.

Câu 21: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Câu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB} = a^2$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -a^2$.

C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình vuông $ABCD$ cạnh a .

Suy ra: $+\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB} = DA \cdot CB \cdot \cos 0^\circ = a^2$.

$$+\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot CD \cdot \cos 180^\circ = -a^2.$$

$$+(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AC})^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

$$+\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \text{ (Do } AB \perp AD, CB \perp CD \text{)}.$$

Suy ra các mệnh đề A, B, D là các mệnh đề đúng, mệnh đề C là mệnh đề sai.

Câu 22: [0H2-2-2] Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AD . Câu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 8a^2$.

B. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

C. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

D.

$\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = AB \cdot DC \cdot \cos 0^\circ = 4a \cdot 2a \cdot 1 = 8a^2$.

$+\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ (Do $AD \perp DC$).

$+\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (Do $AD \perp AB$).

$+\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} \neq 0$ (Do DA, DB không vuông góc với nhau).

Suy ra: Các câu A, B, C là các câu đúng, câu D là câu sai.

Câu 23: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho ba điểm $A(3;6)$, $B(x;-2)$, $C(2;y)$. Tính $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$:

A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3x + 6y - 12$.

B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = -3x + 6y + 18$.

C. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = -3x + 6y + 12$.

D. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (3;6)$, $\overrightarrow{BC} = (2-x; y+2)$.

Suy ra: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3 \cdot (2-x) + 6(y+2) = -3x + 6y + 18$.

Suy ra: Đáp án B là đáp án đúng.

Câu 24: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho ba điểm $A(3;6)$, $B(x;-2)$, $C(2;y)$. Tìm x để OA vuông góc với AB .

A. $x = 19$.

B. $x = -19$.

C. $x = 12$.

D. $x = 18$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (3;6)$, $\overrightarrow{AB} = (x-3; -8)$.

Khi đó: $OA \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (x-3) + 6 \cdot (-8) = 0 \Leftrightarrow x = 19$.

Suy ra: Đáp án A là đáp án đúng.

Câu 25: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho ba điểm $A(3;6)$, $B(x;-2)$, $C(2;y)$. Tìm y biết rằng $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 12$.

A. $y = 3$.

B. $y = -2$.

C. $y = -1$.

D. Một số

khác.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (3; 6)$, $\overrightarrow{OC} = (2; y)$.

Khi đó: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 12 \Leftrightarrow 3.2 + 6y = 12 \Leftrightarrow y = 1$.

Suy ra: Đáp án D là đáp án đúng.

Câu 26: [0H2-2-2] Trong tam giác ABC có $AB = 10$, $AC = 12$, góc $BAC = 120^\circ$. Khi đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

- A.** 30. **B.** 60. **C.** -60. **D.** Một số khác.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = 10 \cdot 12 \cdot \cos 120^\circ = -60$.

Suy ra: Đáp án C là đáp án đúng.

Câu 27: [0H2-2-2] Nếu trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(x; 5)$, $C(2; x)$ thì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

- A.** $5x - 5$. **B.** $2x + 2$. **C.** 10. **D.** Một số khác.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x - 1; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (1, x - 1)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (x - 1) \cdot 1 + 4(x - 1) = 5x - 5$.

Suy ra: Đáp án A là đáp án đúng.

Câu 28: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(4; 1)$, $C(5; 4)$. Tính BAC ?

- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** Một số khác.

Lời giải

Chọn B

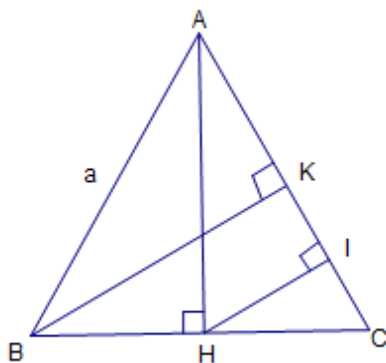
Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 2)$.

Khi đó: $\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{3 \cdot 4 + (-1) \cdot 2}{\sqrt{3^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $BAC = 45^\circ$.

Suy ra đáp án B là đáp án đúng.

Câu 29: [0H2-2-2] Cho tam giác đều ABC cạnh a , với các đường cao AH, BK ; vẽ $HI \perp AC$.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH}$.

B. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI}$.

C. $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{BC})^2$.

D. Cả ba câu trên.

Lời giải

Chọn D

Ta có ABC là tam giác đều cạnh a có AH, BK lần lượt là hai đường cao.

Suy ra: H, K lần lượt là trung điểm của BC, AC .

Suy ra: $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BH}$.

Khi đó: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \cdot 2\overrightarrow{BH} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH}$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} BK \perp AC \\ HI \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow HI \parallel BK$.

Suy ra: I là trung điểm của KC .

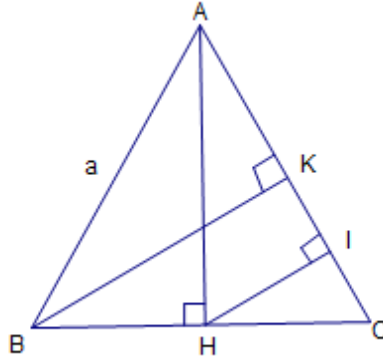
Suy ra: $CA = 4CI \Rightarrow \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CI}$.

Khi đó: $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} \cdot 4\overrightarrow{CI} = 4\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI}$.

Ta có: $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{BC})^2$.

Suy ra: Cả 3 câu A, B, C là các mệnh đề đúng.

Câu 30: [0H2-2-2] Cho tam giác đều ABC cạnh a , với các đường cao AH, BK ; vẽ $HI \perp AC$.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

B. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \frac{a^2}{8}$.

C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$.

D. Cả ba câu trên.

Lời giải

Chọn A

Ta có ABC là tam giác đều cạnh a có AH, BK lần lượt là hai đường cao.

Suy ra: H, K lần lượt là trung điểm của BC, AC và $A = B = C = 60^\circ$.

Khi đó:

$$+ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

$$+ \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB} \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2} CA \cdot CB \cdot \cos C = \frac{a^2}{2} \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{4}.$$

$$+ (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \text{ (Do } AH \perp BC).$$

Suy ra cả 3 câu B, C, D là sai, Câu A đúng.

Câu 31: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a^2$.

D. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AD} = a^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh a .

Suy ra: $AB \perp AD$, $BAC = 45^\circ$, $AC = a\sqrt{2}$.

Khi đó:

$$+ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \text{ (Do } AB \perp AD \text{)}.$$

$$+ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2.$$

$$\begin{aligned} &+ (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AD})^2 = |\overrightarrow{AD}|^2 = AD^2 = a^2. \end{aligned}$$

Suy ra: Cả 3 mệnh đề A, B, D là đúng, mệnh đề C sai.

Câu 32: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng $(O; \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vector $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 8\vec{i} - 4\vec{j}$. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

B. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

C. $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$.

D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (3; 6) \text{ và } \vec{b} = 8\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{b} = (8; -4).$$

Khi đó:

$$+ \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 8 + 6 \cdot (-4) = 0. \text{ Suy ra: } \vec{a} \perp \vec{b}.$$

$$+ |\vec{a} \cdot \vec{b}| = |0| = 0.$$

$$+ |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 6^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-4)^2} = 60.$$

Suy ra cả 3 mệnh đề A, B, D là đúng, mệnh đề C sai.

Câu 33: [0H2-2-2] Cho tam giác đều ABC cạnh $a = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = 2 \overrightarrow{BC}$.

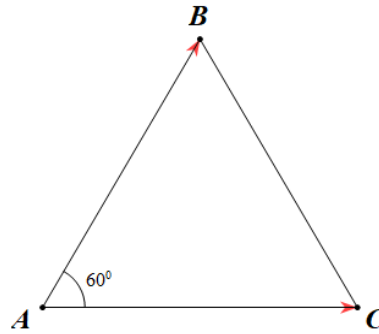
B. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -2$.

C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = -4$.

D. $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BA} = -4$.

Lời giải

Chọn C



Phương án A: $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = 2 \overrightarrow{BC}$.

Phương án B: $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = -CB \cdot CA \cdot \cos 60^\circ = -2$.

Phương án C: $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 - 2 = 0$.

Phương án D: $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = -2 - (2) = -4$.

Câu 34: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Câu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$.

B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn C

Phương án A: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = OA \cdot OB \cdot \cos 90^\circ = 0$.

Phương án B: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = OA \cdot OC \cdot \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} OA \cdot CA \cos 0^\circ = -\frac{1}{2} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CA}$.

Phương án C: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ \neq \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = -AB^2$.

Phương án D: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = AD \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Câu 35: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Câu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB} = a^2$.

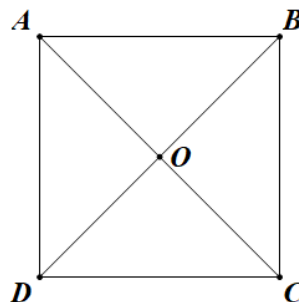
B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a^2$.

C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Lời giải

Chọn B



Phương án A: $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB} = DA \cdot CB \cdot \cos 0^\circ = a^2$.

Phương án B: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot CD \cdot \cos 180^\circ = -a^2$.

Phương án C: $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

Phương án D: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot AD \cdot \cos 90^\circ + CB \cdot CD \cdot \cos 90^\circ = 0$.

Câu 36: [0H2-2-2] Trong tam giác có $AB=10$, $AC=12$, góc $BAC=120^\circ$. Khi đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. 30.

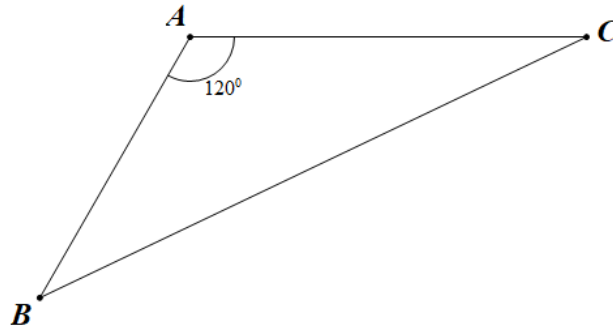
B. 60.

C. -60.

D. -30.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = 10 \cdot 12 \cdot \cos 120^\circ = -60$.

Câu 37: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1;2)$, $B(4;1)$, $C(5;4)$. Tính BAC ?

A. 60° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 2)$.

Mà $\cos BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{3 \cdot 4 + (-1) \cdot 2}{\sqrt{9+1} \sqrt{16+4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $BAC = 45^\circ$.

Câu 38: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vector $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 8\vec{i} - 4\vec{j}$. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

B. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

C. $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$.

D.

$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} = (3; 6)$, $\vec{b} = (8; -4)$.

Phương án A: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 8 + 6 \cdot (-4) = 0$.

Phương án B: Vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ nên $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Phương án C: $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \sqrt{9+36} \cdot \sqrt{64+16} = \sqrt{45} \cdot \sqrt{80} \neq 0$.

Phương án D: $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |3 \cdot 8 + 6 \cdot (-4)| = 0$.

Câu 39: [0H2-2-2] Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là

- A. Đường tròn đường kính AB .
- B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .
- C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .
- D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}) \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$. Suy ra tập hợp các điểm M là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC .

Câu 40: [0H2-2-2] Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ thuộc

- A. Đường tròn đường kính BC .
- B. Đường tròn (B, BC) .
- C. Đường tròn (C, CB) .
- D. Một đường khác không phải đường tròn.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CM}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Vậy tập hợp các điểm M thuộc đường tròn đường kính BC .

Câu 41: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(2;4), B(1;2), C(6;2)$. Tam giác ABC là tam giác gì?

- A. Vuông cân tại A .
- B. Cân tại A .
- C. Đều.
- D. Vuông tại A .

Lời giải

Chọn D

Ta có $AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$ và $BC = \sqrt{25+0} = 5$.

Vì $BC^2 = AB^2 + AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 42: [0H2-2-2] Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -3)$, $\vec{b} = (2; 5)$. Tính tích vô hướng của $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b})$.

- A. 16.
- B. 26.
- C. 36.
- D. -16.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} = (1; -3)$, $\vec{b} = (2; 5)$ suy ra $\vec{a}^2 = 1^2 + (-3)^2 = 10$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 5 = -13$

Như vậy $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b}) = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 10 + 2(-13) = -16$.

Câu 43: [0H2-2-2] Cho hai điểm $A(-3;2)$, $B(4;3)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox và có hoành độ dương để tam giác MAB vuông tại M .

- A. $M(7;0)$. B. $M(5;0)$. C. $M(3;0)$. D. $M(9;0)$.

Lời giải

Chọn C

$M \in Ox \Leftrightarrow M(a;0)$ (theo giả thiết thì $a > 0$)

Ta có $\overrightarrow{AM} = (a+3; -2)$, $\overrightarrow{BM} = (a-4; -3)$

Tam giác ABM vuông tại $M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (a+3)(a-4) + (-2)(-3) = 0$

$$\Leftrightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -2 \end{cases} \text{ (nhận } a = 3)$$

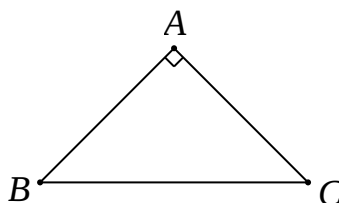
Như vậy $M(3;0)$.

Câu 44: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

- A. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a^2$. B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a$. C. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow \begin{cases} (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \angle ACB = 45^\circ \\ AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a \end{cases}$$

Như vậy $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = CA \cdot CB \cdot \cos \angle ACB = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

Câu 45: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(5;5)$, $B(-3;1)$, $C(1;-3)$. Diện tích tam giác ABC .

- A. $S = 24$. B. $S = 2$. C. $S = 2\sqrt{2}$. D. $S = 12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-8; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (-4; -8)$, $\overrightarrow{BC} = (4; -4)$

Suy ra $AB = AC = 4\sqrt{5}$, $BC = 4\sqrt{2}$

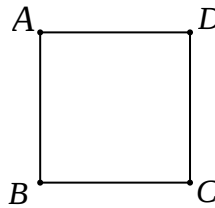
Gọi H là trung điểm cạnh BC thì $BH = 2\sqrt{2}$ và $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 6\sqrt{2}$.
 Như vậy $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.6\sqrt{2}.4\sqrt{2} = 24$.

Câu 46: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.

- A.** 0. **B.** a . **C.** $\frac{a^2}{2}$. **D.** a^2 .

Lời giải

Chọn A



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AB \perp AD \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$.

Câu 47: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC biết $A(1;-1)$, $B(5;-3)$, $C(0;1)$. Tính chu vi tam giác ABC .

- A.** $5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$. **C.** $5\sqrt{3} + \sqrt{41}$. **D.** $3\sqrt{5} + \sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;-2)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;2)$, $\overrightarrow{BC} = (-5;4)$.

Chu vi tam giác ABC là

$$AB + AC + BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} + \sqrt{(-1)^2 + 2^2} + \sqrt{(-5)^2 + 4^2} = 3\sqrt{5} + \sqrt{41}.$$

Câu 48: [0H2-2-2] Cặp vectơ nào sau đây vuông góc với nhau ?

- A.** $\vec{a} = (2;-1)$ và $\vec{b} = (-3;4)$. **B.** $\vec{a} = (3;-4)$ và $\vec{b} = (-3;4)$.
C. $\vec{a} = (2;-3)$ và $\vec{b} = (-6;4)$. **D.** $\vec{a} = (-7;-3)$ và $\vec{b} = (3;-7)$.

Lời giải

Chọn D

- A.** $\vec{a}.\vec{b} = 2.(-3) + (-1).4 \neq 0$. **B.** $\vec{a}.\vec{b} = 3.(-3) + (-4).4 \neq 0$.
C. $\vec{a}.\vec{b} = 2.(-6) + (-3).4 \neq 0$. **D.** $\vec{a}.\vec{b} = -7.3 + (-3).(-7) = 0$.

Như vậy ở phương án D ta có $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 49: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (2;-1)$, $\vec{b} = (-3;4)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Tích vô hướng của hai vectơ đã cho là -10 . **B.** Độ lớn của vectơ $\vec{a}$ là $\sqrt{5}$.

C. Độ lớn của vectơ $\vec{b}$ là 5.

D. Góc giữa hai vectơ là 90° .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10 \neq 0$. Từ đó góc giữa hai vectơ không là 90° .

Câu 50: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy cho bốn điểm $A(0;-2)$, $B(1;5)$, $C(8;4)$, $D(7;-3)$. Chọn khẳng định đúng.

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

B. Ba điểm A, C, D thẳng hàng.

C. Tam giác ABC là tam giác đều.

D. Tứ giác ABCD là hình vuông.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;7)$, $\overrightarrow{BC} = (7;-1)$, $\overrightarrow{CD} = (-1;-7)$, $\overrightarrow{DA} = (-7;1)$

Như vậy $AB = BC = CD = DA = 5\sqrt{2}$ và $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ nên ABCD là hình vuông.

Câu 51: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(2;3)$, $I\left(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}\right)$. B là điểm đối xứng với A qua I. Giả sử C là điểm có tọa độ $(5;y)$. Giá trị của y để tam giác ABC là tam giác vuông tại C là

A. $y = 0, y = 7$.

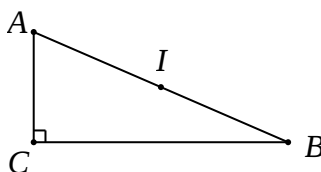
B. $y = 0, y = -5$.

C. $y = 5, y = 7$.

D. $y = -5$.

Lời giải

Chọn A



Do I là trung điểm của đoạn AB nên $B(9;4)$

Ta có $\overrightarrow{AC} = (3; y-3)$ và $\overrightarrow{BC} = (-4; y-4)$

Tam giác ABC vuông tại C $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (-4) + (y-3)(y-4) = 0$

$\Leftrightarrow y^2 - 7y = 0 \Leftrightarrow y = 0 \vee y = 7$.

Câu 52: [0H2-2-2] Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả đúng.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

D.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn A

Hai vectơ cùng hướng có góc giữa chúng là 0° . Do đó ta có
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 53: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} < \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$. **D.**
 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D

Tam giác ABC vuông tại A nên có hai góc B và C là hai góc nhọn.

$\Rightarrow \cos B > 0$ và $\cos C > 0$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} > 0$ và $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} > 0$

Từ đó nhận thấy Phương án A, B, C đúng và D sai.

Câu 54: [0H2-2-2] Tam giác ABC có $A = (-1; 1)$, $B = (1; 3)$ và $C = (1; -1)$. Trong các phát biểu sau đây, hãy chọn phát biểu đúng:

- A.** ABC là tam giác có ba cạnh bằng nhau. **B.** ABC là tam giác có ba góc đều nhọn.
C. ABC là tam giác cân tại B ($BA = BC$). **D.** ABC là tam giác vuông cân tại A .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$\overrightarrow{BC} = (0; -4) \Rightarrow BC = \sqrt{0+16} = 4$

$\overrightarrow{AC} = (2; -2) \Rightarrow AC = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

Dễ thấy ABC là tam giác vuông cân tại A .

Câu 55: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC có $A = (10; 5)$, $B = (3; 2)$ và $C = (6; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** ABC là tam giác đều. **B.** ABC là tam giác vuông cân tại B .
C. ABC là tam giác vuông cân tại A . **D.** ABC là tam giác có góc tù tại A .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{BA} = (7; 3) \Rightarrow AB = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$

$\overrightarrow{BC} = (3; -7) \Rightarrow BC = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$

$\overrightarrow{AC} = (4; 10) \Rightarrow AC = \sqrt{16 + 100} = \sqrt{116}$

Để thấy ABC là tam giác vuông cân tại B .

Câu 56: [0H2-2-2] Cho M, N, P, Q là bốn điểm tùy ý. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào sai?

A. $\overrightarrow{MN}(\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}) = \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PQ}$.

B. $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}$.

C. $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{MN}$.

D.

$(\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PQ})(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ}) = MN^2 - PQ^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} = 0$. Đẳng thức này sai, ví dụ trong trường hợp $MN = MP, (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}) = 30^\circ$.

Câu 57: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ, cho $\vec{a} = (3; 4), \vec{b} = (4; -3)$. Kết luận nào sau đây là sai?

A. $\vec{a}.\vec{b} = 0$.

B. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

C. $|\vec{a}.\vec{b}| = 0$.

D.

$|\vec{a}|.|\vec{b}| = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|\vec{a}|.|\vec{b}| = 25$.

Câu 58: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ, cho $\vec{a} = (9; 3)$. Vector nào sau đây không vuông góc với vector $\vec{a}$?

A. $\vec{v}(1; -3)$.

B. $\vec{v}(2; -6)$.

C. $\vec{v}(1; 3)$.

D.

$\vec{v}(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a}.\vec{v} = 18$ nên $\vec{v}(1; 3)$ không vuông góc với $\vec{a}$.

Câu 59: [0H2-2-2] Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-1; 1)$, $B(0; 2)$, $C(3; 1)$,

$D(0; -2)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $AB \parallel DC$. B. $AC = BD$. C. $AD = BC$. **D.**
 $AD \parallel BC$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1)$, $\overrightarrow{DC} = (3; 3)$ và $\overrightarrow{DC} = (3; 3) = 3\overrightarrow{AB} \Rightarrow AB \parallel DC$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AC} = (4; 0) \Rightarrow AC = 4 \\ \overrightarrow{BD} = (0; -4) \Rightarrow BD = 4 \end{cases} \Rightarrow AC = BD = 4$$

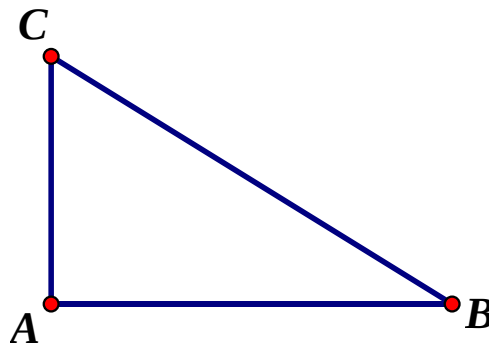
$$\begin{cases} \overrightarrow{AD} = (1; -3) \Rightarrow AD = \sqrt{10} \\ \overrightarrow{BC} = (3; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow AD = BC$$

Câu 60: [0H2-2-2] Tam giác ABC vuông ở A , $AB = c$, $AC = b$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

- A. $b^2 + c^2$. B. $b^2 - c^2$. C. b^2 . **D.** c^2 .

Lời giải

Chọn D



Tam giác ABC vuông ở A nên ta có $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = c^2 + 0 = c^2.$$

Câu 61: [0H2-2-2] Tam giác ABC vuông ở A , $AB = c$, $AC = b$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$

- A. $b^2 + c^2$. B. $b^2 - c^2$. **C.** $-b^2$. D. c^2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = -\overrightarrow{AC}^2 = -b^2.$$

Câu 62: [0H2-2-2] Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$

A. $\frac{3a^2}{2}$.

B. $\frac{-3a^2}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} &= AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ + BC \cdot CA \cdot \cos 120^\circ + CA \cdot AB \cdot \cos 120^\circ \\ &= a \cdot a \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) + a \cdot a \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) + a \cdot a \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-3a^2}{2}.\end{aligned}$$

Câu 63: [0H2-2-2] Cho biết $(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ$; $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 5$. Độ dài của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ bằng

A. $\sqrt{19}$.

B. 7.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b}) = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) = 19$$

Suy ra: $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{19}$.

Câu 64: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC biết: $\overrightarrow{AB} = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$; $\overrightarrow{BC} = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$; $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$ và $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$.

Độ dài cạnh AC bằng

A. $4\vec{e}_1 + \vec{e}_2$.

B. 5.

C. $|4\vec{e}_1| + |\vec{e}_2|$.

D. $\sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 + \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 \Rightarrow |\overrightarrow{AC}|^2 = (4\vec{e}_1 + \vec{e}_2)^2 = 16 + 1 = 17. \\ |\overrightarrow{AC}| &= \sqrt{17}.\end{aligned}$$

Câu 65: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó, $\overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA})$ bằng

A. -1.

B. $3a^2$.

C. $-3a^2$.

D. $2a^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC}^2 = a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos 135^\circ - 2a^2 = -a^2 - 2a^2 = -3a^2.$$

Câu 66: [0H2-2-2] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua C . Khi đó: $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng

A. $2a^2$.

B. $\sqrt{3}a^2$.

C. $\sqrt{5}a^2$.

D. $5a^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}) \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DC}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 + 2a^2 = 2a^2.$$

Câu 67: [0H2-2-2] Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng m . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

A. m^2 .

B. $m^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $-\frac{m^2}{2}$.

D. $\frac{m^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = m \cdot m \cdot \cos 120^\circ = \frac{-1}{2} \cdot m^2.$$

Câu 68: [0H2-2-2] Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

A. 180° .

B. 0° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow \cos(\vec{a}; \vec{b}) = 1 \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 0^\circ.$$

Câu 69: [0H2-2-2] Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

A. 180° .

B. 0° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow \cos(\vec{a}; \vec{b}) = -1 \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ.$$

Câu 70: [0H2-2-2] Cho ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là

A. Tam giác OAB đều.

B. Tam giác OAB cân tại O .

C. Tam giác OAB vuông tại O .

D. Tam giác OAB vuông cân tại O .

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB (1)

Ta có:

$$(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow OI \perp AB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra tam giác OAB cân tại O .

Câu 71: [0H2-2-2] Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\frac{1}{2}(|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2) = \frac{1}{2}[(\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}) - (\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b})] = \frac{1}{2} \cdot 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \neq \vec{a} \cdot \vec{b}.$$

Câu 72: [0H2-2-2] Tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AC = 10$, $AB = 6$. Tính cạnh BC

A. 76.

B. $2\sqrt{19}$.

C. 14.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}} = 2\sqrt{19}.$$

Câu 73: [0H2-2-2] Tam giác ABC có $A = 120^\circ$, $AC = 10$, $AB = 6$. Tính cạnh BC

A. 76.

B. $2\sqrt{19}$.

C. 14.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 14.$$

Câu 74: [0H2-2-2] Tam giác ABC có $B = 30^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AB = 3$. Tính cạnh AC

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. 1,5.

D. 1,7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}.$$

Câu 75: [0H2-2-2] Tam giác ABC có $C = 30^\circ$, $AC = 2$, $BC = \sqrt{3}$. Tính cạnh AB

- A.** $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1.$$

Câu 76: [0H2-2-2] Tam giác ABC có $C = 150^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB

- A.** $\sqrt{13}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 150^\circ} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \sqrt{13}.$$

Câu 77: [0H2-2-2] Tam giác ABC có $B = 135^\circ$, $BC = 3$, $AB = \sqrt{2}$. Tính cạnh AC

- A.** 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** 2, 25.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 135^\circ} = \sqrt{3^2 + \sqrt{2}^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{17}.$$

Câu 78: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(-3; 1)$. Tìm tọa độ điểm C trên Oy sao cho tam giác ABC vuông tại A .

- A.** (5; 0). **B.** (0; 6). **C.** (3; 1). **D.** (0; -6).

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } C \in Oy \Rightarrow C(0; y).$$

Tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 (*)$

$$\overrightarrow{AB} = (-4; -1); \overrightarrow{AC} = (-1; y-2).$$

$$(*) \Leftrightarrow 4 - y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = 6. \text{ Vậy } C(0; 6).$$

Câu 79: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2; 4)$, $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C trên Ox (khác điểm O) sao cho tam giác ABC vuông tại C .

A. (1; 0).

B. (3; 0).

C. (-1; 0).

D. (6; 0).

Lời giải

Chọn D

Vì $C \in Ox \Rightarrow C(x; 0) (x \neq 0)$.

Tam giác ABC vuông tại $C \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 (*)$.

$$\overrightarrow{AC} = (x+2; -4); \overrightarrow{BC} = (x-8; -4)$$

$$(*) \Leftrightarrow (x+2)(x-8) + 16 = 0 \Leftrightarrow x = 6; x = 0. \text{ Vậy } C(6; 0). \text{ (loại } x = 0)$$

Câu 80: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(6; -3)$. Tính diện tích tam giác OAB .

A. 8.

B. 7,5.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow$ tam giác OAB vuông tại O .

$$\text{Diện tích tam giác: } S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = \frac{15}{2}.$$

Câu 81: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(2; -5)$, $B(10; 4)$. Tính diện tích tam giác OAB .

A. 29.

B. 58.

C. 14,5.

D. $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow$ tam giác OAB vuông tại O .

$$\text{Diện tích tam giác: } S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 29.$$

Câu 82: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(5; 0)$, $B(0; 10)$, $C(8; 4)$. Tính diện tích tam giác ABC .

A. 50.

B. 25.

C. 10.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại C .

Diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{25} \cdot \sqrt{100} = 25$.

Câu 83: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(2;4)$, $C(6;0)$. Khi đó tam giác ABC là tam giác:

A. Có ba góc nhọn.

B. Có một góc vuông.

C. Có một góc tù.

D. Đều.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$; $BC = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32}$; $AC = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$

Khi đó, $AB^2 + BC^2 = AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B .

Chuyên đề 3. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Câu 84: [0H2-2-2] Cho hai điểm $A(3;-1)$, $B(2;10)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$ bằng bao nhiêu ?

A. 4.

B. -4.

C. 16.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AO} = (-3;1)$; $\overrightarrow{OB} = (2;10)$ nên $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -3 \cdot 2 + 1 \cdot 10 = 4$.

Câu 85: [0H2-2-2] Trong mp tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(3;-1)$, $B(2;10)$, $C(-4;2)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng bao nhiêu ?

A. -26.

B. -40.

C. 26.

D. 40.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;11)$, $\overrightarrow{AC} = (-7;3)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-1) \cdot (-7) + 11 \cdot 3 = 40$.

Câu 86: [0H2-2-2] Trong mp tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(1;2)$, $B(-3;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên Oy sao cho tam giác ABC vuông tại A ?

A. $(3;1)$.

B. $(5;0)$.

C. $(0;6)$.

D. $(0;-6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $C \in Oy$ nên $C(0; c)$ và $\overrightarrow{AB} = (-4; -1); \overrightarrow{AC} = (-1; c - 2)$

Do tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (-4) \cdot (-1) + (-1)(c - 2) = 0 \Leftrightarrow c = 6$

Vậy $C(0; 6)$.

Câu 87: [0H2-2-2] Trong mp tọa độ Oxy cho 2 điểm $A(-2; 4)$, $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C trên Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C ?

A. $(0; 0)$ và $(6; 0)$. **B.** $(3; 0)$. **C.** $(1; 0)$. **D.** $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $C \in Ox$ nên $C(c; 0)$ và $\overrightarrow{CA} = (-2 - c; 4); \overrightarrow{CB} = (8 - c; 4)$

Do tam giác ABC vuông tại C nên $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (-2 - c) \cdot (8 - c) + 4 \cdot 4 = 0$

$$\Leftrightarrow c^2 - 6c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Câu 88: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (-3; 2)$, $\vec{b} = (-1; -7)$. Tìm tọa độ vector $\vec{c}$ biết $\vec{c} \cdot \vec{a} = 9$, $\vec{c} \cdot \vec{b} = -20$.

A. $\vec{c} = (-1; -3)$. **B.** $\vec{c} = (-1; 3)$. **C.** $\vec{c} = (1; -3)$. **D.** $\vec{c} = (1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\vec{c} = (x; y)$. Ta có $\begin{cases} -3x + 2y = 9 \\ -x - 7y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = (-1; 3)$.

Câu 89: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(-2; 4)$, $C(5; 3)$, trọng tâm của ΔABC có tọa độ là:

A. $\left(2; \frac{10}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{8}{3}; -\frac{10}{3}\right)$. **C.** $(2; 5)$. **D.** $\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Tọa độ trọng tâm } G : \begin{cases} x_G = \frac{1-2+5}{3} = \frac{4}{3} \\ y_G = \frac{3+4+3}{3} = \frac{10}{3} \end{cases}.$$

Câu 90: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2), B\left(\frac{9}{2}; 3\right)$. Tìm tọa độ điểm

C trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C và C có tọa độ nguyên.

- A.** $(3; 0)$. **B.** $(-3; 0)$. **C.** $(0; 3)$. **D.** $(0; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $C(x; 0) \in Ox$. Ta có $\overrightarrow{AC} = (x+1; -2), \overrightarrow{BC} = \left(x - \frac{9}{2}; -3\right)$.

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } C \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

C có tọa độ nguyên $\Rightarrow C(3; 0)$.

Câu 91: [0H2-2-2] Cho $\vec{a} = (-3; 4)$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A.** $-\vec{a} = (3; -4)$. **B.** $|\vec{a}| = 5$. **C.** $0 \cdot \vec{a} = 0$. **D.**
 $2|\vec{a}| = 10$.

Lời giải

Chọn C

$$0 \cdot \vec{a} = \vec{0}.$$

Câu 92: [0H2-2-2] Cho ba điểm $A(1; -3), B(4; 5), C(2; -3)$. Xét các mệnh đề sau:

- I. $\overrightarrow{AB} = (3; 8)$.
II. A' là trung điểm của BC thì $A'(6; 2)$.
III. Tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Hỏi mệnh đề nào đúng ?

- A.** Chỉ I và II. **B.** Chỉ II và III. **C.** Chỉ I và III. **D.** Cả I, II, III.

Lời giải

Chọn C

$A(1; -3), B(4; 5), C(2; -3)$. Tọa độ trung điểm A' của BC là $A'(3; 1)$: II sai.
Mà các câu A, B, D đều chọn II đúng nên loại.

Câu 93: [0H2-2-2] Cho $A(1; 5), B(-2; 4), G(3; 3)$. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì tọa độ của C là:

- A. $(3; 1)$. B. $(5; 7)$. **C. $(10; 0)$.** D. $(-10; 0)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 + x_C = 9 \\ 5 + 4 + y_C = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 10 \\ y_C = 0 \end{cases}.$$

Câu 94: [0H2-2-2] Cho hai điểm $A(5; 7), B(3; 1)$. Tính khoảng cách từ gốc O đến trung điểm M của đoạn AB

- A. $4\sqrt{2}$.** B. $\sqrt{10}$. C. 5. D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x_M = \frac{5+3}{2} = 4 \\ y_M = \frac{7+1}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow OM = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}.$$

Câu 95: [0H2-2-2] Tìm x để khoảng cách giữa hai điểm $A(6; -1)$ và $B(x; 9)$ bằng 12.

- A. $6 \pm 4\sqrt{10}$. B. $-6 \pm 4\sqrt{5}$. C. $6 \pm 2\sqrt{7}$. **D. $6 \pm 2\sqrt{11}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} AB = \sqrt{(x-6)^2 + 10^2} = 12 &\Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 + 100 = 144 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \pm 2\sqrt{11}. \end{aligned}$$

Câu 96: [0H2-2-2] Cho $\triangle ABC$ có $A(1; 3), B(4; -1), C(-2; -3)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là

A. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-3)^2 = (x-4)^2 + (y+1)^2 \\ (x-1)^2 + (y-3)^2 = (x+2)^2 + (y+3)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 8y - 7 = 0 \\ 6x + 12y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Câu 97: [0H2-2-2] Cho $\triangle ABC$ với $A(-5; 6), B(3; 2), C(0; -4)$. Chân đường phân giác trong góc A có tọa độ:

A. $(5; -2)$. B. $\left(\frac{5}{2}; -\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$AB = \sqrt{(3+5)^2 + (2-6)^2} = 4\sqrt{5}; \quad AC = \sqrt{(0+5)^2 + (-4-6)^2} = 5\sqrt{5}.$$

$$\frac{\overrightarrow{MB}}{\overrightarrow{MC}} = -\frac{AB}{AC} = -\frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3 + \frac{4}{5} \cdot 0}{1 + \frac{4}{5}} = \frac{5}{3} \\ y_M = \frac{2 + \frac{4}{5} \cdot (-4)}{1 + \frac{4}{5}} = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right).$$

Câu 98: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC với $A(1; -2), B(2; -3), C(3; 0)$. Tìm giao điểm của đường phân giác ngoài của góc A và đường thẳng BC :

A. $(-1; 6)$. B. $(1; 6)$. C. $(-1; -6)$. **D.** $(1; -6)$.

Lời giải

Chọn D

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{2} ; AC = \sqrt{(3-1)^2 + (0+2)^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\frac{\overrightarrow{EC}}{\overrightarrow{EB}} = \frac{AC}{AB} = 2 \Rightarrow \begin{cases} x_E = \frac{3-2 \cdot 2}{1-2} = 1 \\ y_E = \frac{0-2 \cdot (-3)}{1-2} = -6 \end{cases} \Rightarrow E(1; -6).$$

Câu 99: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC , biết $A(4; 3)$, $B(7; 6)$, $C(2; 11)$. Gọi E là chân đường phân giác góc ngoài B trên cạnh AC . Tọa độ điểm E là.

- A. $E(9; 7)$. B. $E(9; -7)$. **C. $E(7; -9)$.** D. $E(-7; 9)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BA} = (-3; -3) \Rightarrow BA = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}.$$

$$\overrightarrow{BC} = (-5; 5) \Rightarrow BC = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$$

$$E \text{ là điểm chia đoạn } AC \text{ theo tỉ số } k = \frac{AB}{AC} = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Tọa độ } E : \begin{cases} x_E = \frac{x_A - \frac{3}{5}x_C}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{4 - \frac{3}{5} \cdot 2}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{14}{5}}{\frac{2}{5}} = 7 \\ y_E = \frac{y_A - \frac{3}{5}y_C}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{3 - \frac{3}{5} \cdot 11}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{-\frac{18}{5}}{\frac{2}{5}} = -9 \end{cases} \Rightarrow E(7; -9).$$

Câu 100: [0H2-2-2] Cho tam giác ABC có $A(6; 1)$, $B(-3; 5)$, $G(-1; 1)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Đỉnh C của tam giác có tọa độ là.

- A. $C(6; -3)$. B. $C(-6; 3)$. **C. $C(-6; -3)$.** D. $C(-3; 6)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = -6 \\ y_C = -3 \end{cases} \Rightarrow C(-6; -3).$$

Câu 101: [0H2-2-2] Cho 3 điểm $A(-1; 4)$, $B(5; 6)$, $C(6; 3)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng ?

- A. Bốn điểm A , B , C và $D(1; 0)$ nằm trên một đường tròn.

B. Tứ giác $ABCE$ với $E(0; 1)$ là tứ giác nội tiếp trong một đường tròn.

C. Bốn điểm A, B, C và $F(-1; 0)$ nằm trên một đường tròn.

D. Tứ giác $ABCG$ với $G(0; -1)$ là tứ giác nội tiếp.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ BI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y-4)^2 = (x-5)^2 + (y-6)^2 \\ (x-5)^2 + (y-6)^2 = (x-6)^2 + (y-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 11 \\ x - 3y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right). \text{ Khi đó } R = IA = IB = IC = \sqrt{\left(1 - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(4 - \frac{7}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Lần lượt tính ID, IF và IG rồi so sánh với R .

Câu 102: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng (Oxy) , cho $A(-1; 3), B(-3; -2), C(4; 1)$. Xét các mệnh đề sau:

I. $AB = \sqrt{(-3+1)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{29}$.

II. $AC^2 = 29; BC^2 = 58$.

III. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân.

Hỏi mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Chỉ III.

D. Cả I, II, III.

Lời giải

Chọn D

I. đúng

II. $AC^2 = (4+1)^2 + (1-3)^2 = 29; BC^2 = (4+3)^2 + (1+2)^2 = 58 \Rightarrow$ II đúng.

III. Ta có: $AB = AC = \sqrt{29}; BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông cân tại A .

Câu 103: [0H2-2-2] Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4; 2), B(1; -5)$. Tìm tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .

A. $I\left(-\frac{38}{11}; -\frac{21}{11}\right)$.

B. $I\left(\frac{5}{3}; 2\right)$.

C. $I\left(\frac{38}{11}; \frac{21}{11}\right)$.

D.

$I\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .

Ta có:

$$\begin{cases} OI^2 = AI^2 \\ OI^2 = BI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = (x-4)^2 + (y-2)^2 \\ x^2 + y^2 = (x-1)^2 + (y+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{38}{11} \\ y = \frac{-21}{11} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{38}{11}; \frac{-21}{11}\right)$$

.

Câu 104: [0H2-2-2] Tập hợp những điểm $M(x; y)$ cách đều hai điểm $A(3; 1)$, $B(-1; -5)$ là đường thẳng có phương trình:

A. $2x - 3y + 4 = 0$. **B.** $2x + 3y + 4 = 0$. **C.** $-2x + 3y - 4 = 0$. **D.** $2x - 3y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $AM = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 2y + 10}$

$$BM = \sqrt{(x+1)^2 + (y+5)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x + 10y + 26}$$

M cách đều hai điểm A và B khi $MA = MB \Leftrightarrow MA^2 = MB^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y + 10 = x^2 + y^2 + 2x + 10y + 26 \Leftrightarrow 8x + 12y + 16 = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 4 = 0$$

.

Câu 1: [0H2-2-3] Cho hình vuông $ABCD$ có I là trung điểm của AD . Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI})$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $-\frac{2}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $AB = a$

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Khi đó, } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= -AC \cdot AB \cdot \cos BAC = -a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = -a^2$$

$$BI = \sqrt{AB^2 + AI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BI} = AC \cdot BI \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI}) \Leftrightarrow -a^2 = a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI})$$

$$\Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI}) = -\frac{2}{\sqrt{10}}.$$

Câu 2: [0H2-2-3] Cho tam giác vuông ABH vuông H tại có $BH = 2$; $AB = 3$. Hình chiếu của H lên AB là K . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BH}$.

A. 4.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

$$HK \cdot AB = HB \cdot HA \Leftrightarrow HK = \frac{HB \cdot HA}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BH} = (\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HK}) \cdot \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BH}^2 + \overrightarrow{HK} \cdot \overrightarrow{BH}$$

$$= 2^2 - HK \cdot HB \cdot \cos BHK = 4 - HK \cdot HB \cdot \frac{HK}{HB} = 4 - HK^2$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BH} = 4 - \frac{20}{9} = \frac{16}{9}.$$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} &= (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QM}) \cdot \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QM} \cdot \overrightarrow{PN} \\ &= \overrightarrow{QM} \cdot \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{QM}^2 = QM^2 = x^2 + (a-x)^2. \end{aligned}$$

Câu 6: [0H2-2-3] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = BN = CP = DQ = x$ ($0 < x < a$). Nếu $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{a^2}{2}$ thì giá trị của x bằng:

A. $\frac{a}{4}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. a .

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{DC} &= \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PN}) \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{PN} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{a^2}{2} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{DC} &= \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow -\frac{a-x}{a} \overrightarrow{DC}^2 + \frac{x}{a} \overrightarrow{DC}^2 = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow \frac{2x-a}{a} \overrightarrow{DC}^2 = \frac{a^2}{2} \\ \Leftrightarrow 2ax - a^2 &= \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}a. \end{aligned}$$

Câu 7: [0H2-2-3] Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Gọi các điểm E, F lần lượt là trung điểm của HA, HB, HC ; M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB ; A', B', C' lần lượt là chân đường cao xuất phát từ A, B, C ; Đường tròn đường kính NE đi qua:

A. M và A .
 M, N, P .

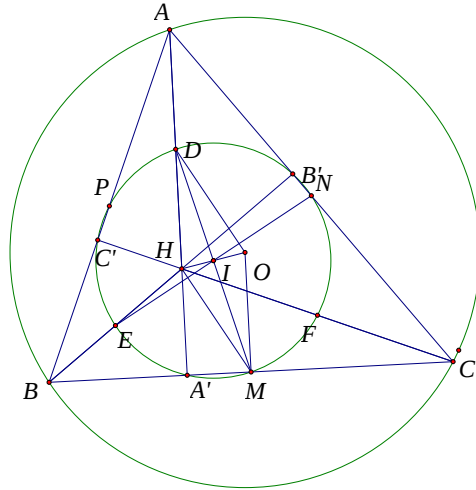
B. N và B .

C. P và C .

D.

Lời giải

Chọn D



Đây chính là bài toán đường tròn Ôle, 9 điểm đã cho nằm trên đường tròn đường kính NE

Gọi I là trung điểm OH .

Tứ giác $HDOM$ là hình bình hành nên I là trung điểm DM . Tam giác $DA'M$ vuông tại A' nên D, A', M nằm trên đường tròn tâm I đường kính DM .

Tứ giác $AOMD$ cũng là hình bình hành nên $DM = AO$

Do đó D, A', M thuộc đường tròn $\left(I, \frac{R}{2}\right)$.

Chứng minh tương tự ta có 9 điểm trên cùng nằm trên đường tròn $\left(I, \frac{R}{2}\right)$

Câu 8: [0H2-2-3] Cho tam giác ABC có $AB = c, CA = b, BC = a, BAC = \alpha$. Vẽ đường phân giác AD của góc A ($D \in BC$). Tính AD .

A. $\frac{bc}{b+c} \sqrt{2(1+\cos \alpha)}$. **B.** $\frac{bc \cos \alpha}{b+c}$. **C.** $\frac{bc}{b+c} \sqrt{1+\cos \alpha}$. **D.** $\frac{(b+c) \cos \alpha}{bc}$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất đường phân giác $\overrightarrow{BD} = \frac{c}{b} \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}}{b+c}$

Do đó

$$AD^2 = \overrightarrow{AD}^2 = \left(\frac{b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}}{b+c} \right)^2 = \frac{1}{(b+c)^2} (b^2c^2 + c^2b^2 + 2bc\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})$$

$$= \frac{1}{(b+c)^2} (b^2c^2 + c^2b^2 + 2b^2c^2 \cos \alpha) = \frac{2b^2c^2(1+\cos \alpha)}{(b+c)^2}$$

$$\text{Vậy } AD = \frac{bc}{b+c} \sqrt{2(1+\cos \alpha)}$$

Câu 9: [0H2-2-3] Cho ABC là tam giác đều. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} \in \mathbb{R}$.

B. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$.

C. $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC})$.

D. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tam giác ABC đều.

Suy ra: $AB = AC = BC$ và $A = B = C = 60^\circ$.

Suy ra: $+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos 60^\circ = \frac{AB.AC}{2} \in \mathbb{R}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = a$.

$+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$ (Tích vô hướng của hai vector có tính chất giao hoán).

$$+\begin{cases} (\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})\overrightarrow{BC} = k.\overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB}.l = l.\overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ mà } \overrightarrow{BC} \text{ và } \overrightarrow{AB} \text{ không cùng phương.}$$

Suy ra: $k.\overrightarrow{BC} \neq l.\overrightarrow{AB}$ hay: $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})\overrightarrow{BC} \neq \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC})$.

$+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos 60^\circ = BA.BC.\cos 60^\circ = \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

Suy ra: Các mệnh đề A, B, D là các mệnh đề đúng, mệnh đề C là mệnh đề sai.

Câu 10: [0H2-2-3] Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AD . Tính $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BC}$ bằng:

A. $-9a^2$.
tính được.

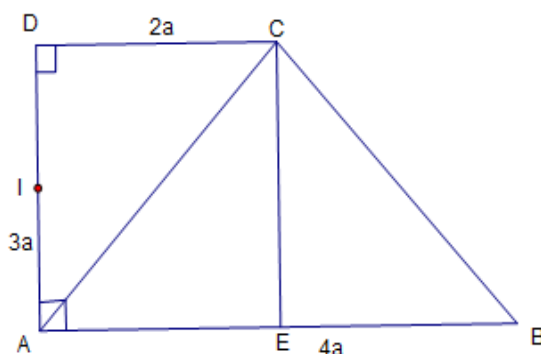
B. $15a^2$.

C. 0 .

D. Không

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm của cạnh AB .

Suy ra: $ADCE$ là hình chữ nhật.

Xét $\triangle AEC$ là tam giác vuông tại E , ta có:

$$\tan C = \frac{AE}{CE} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan(180^\circ - C) = -\tan C = -\frac{2}{3} \text{ và } C \text{ là góc nhọn.}$$

$$\Rightarrow \cos(180^\circ - C) = -\sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2(180^\circ - C)}} = -\sqrt{\frac{1}{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2}} = -\frac{3}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{BC} = CE \cdot BC \cdot \cos(180^\circ - C) = 3a \cdot a \sqrt{13} \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right) = -9a^2.$$

$$+ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \text{ (Do } AB \perp AD, CB \perp CD).$$

Suy ra đáp án A là đáp án đúng.

$$\text{Cách 2: } \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{ED} = -\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DE} = -AE \cdot DE \cdot \cos ADE = -3a \cdot DE \cdot \frac{AD}{DE} = -9a^2.$$

Câu 11: [0H2-2-3] Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AD . Tích $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $\frac{3a^2}{2}$.

B. $-\frac{3a^2}{2}$.

C. 0.

D. $9a^2$.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng một số tính chất của hình học phẳng ta chứng minh được $IE \perp AC$.

Ta có: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IE}$ (Do E là trung điểm của AB).

$$\text{Suy ra: } (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{AC} = 0.$$

Suy ra: Đáp án C là đáp án đúng.

Câu 12: [0H2-2-3] Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là:

- A. Đường tròn đường kính AB .
- B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .
- C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .
- D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB}(\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow CB \perp AM$.

Suy ra: Tập hợp những điểm M thỏa $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

Câu 13: [0H2-2-3] Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ là:

- A. Đường tròn đường kính BC .
- B. Đường tròn $(B; BC)$.
- C. Đường tròn $(C; CB)$.
- D. Một đường khác.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CM}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow CM \perp MB$

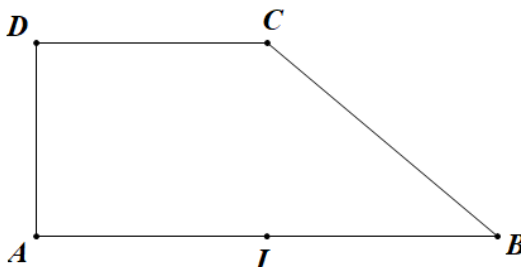
Do đó quỹ tích các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM}^2$ là đường tròn đường kính BC .

Câu 14: [0H2-2-3] Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AB . Tích $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng:

- A. $-9a^2$.
- B. $15a^2$.
- C. 0 .
- D. $9a^2$.

Lời giải

Chọn A



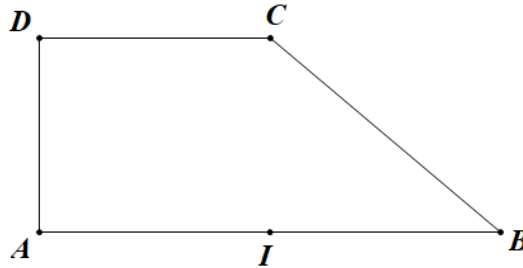
Ta có $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CB} = -CI \cdot CB \cdot \cos BCI = -CI \cdot CB \cdot \frac{CI}{BC} = -CI^2 = -9a^2$.

Câu 15: [0H2-2-3] Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AB . Câu nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 8a^2$. B. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$. C. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. **D.**
 $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$.

Lời giải

Chọn D



Phương án A: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = AB \cdot DC \cdot \cos 0^\circ = AB \cdot DC = 8a^2$.

Phương án B: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = DA \cdot DC \cdot \cos 90^\circ = 0$.

Phương án C: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = AD \cdot AB \cdot \cos 90^\circ = 0$.

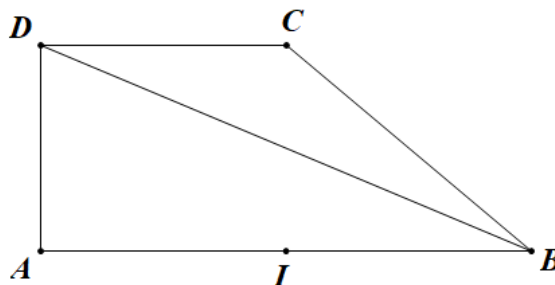
Phương án D: $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = DA \cdot DB \cdot \cos ADB = DA \cdot DB \cdot \frac{AD}{DB} = AD^2 = 9a^2$.

Câu 16: [0H2-2-3] Cho hình thang vuông ABCD có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$; I là trung điểm của AB . Tích $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{ID}$ bằng:

- A. $\frac{3a^2}{2}$. B. $-\frac{3a^2}{2}$. **C.** 0. D. $9a^2$.

Lời giải

Chọn C



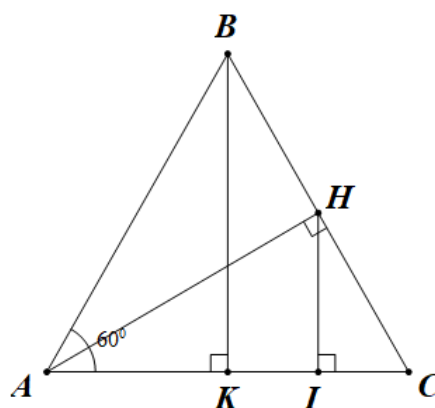
Ta có $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \cdot \overrightarrow{ID} = \vec{0} \cdot \overrightarrow{ID} = 0$ (vì $\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{IB}$ là hai vectơ đối nhau).

Câu 17: [0H2-2-3] Cho tam giác đều ABC cạnh a , với các đường cao AH, BK về $HI \perp AC$. Câu nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH}$. B. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI}$.
C. $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 4\overrightarrow{KC} \cdot \overrightarrow{CH}$.

Lời giải

Chọn D



Phương án A: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$, $2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH} = 2 \cdot \overrightarrow{BA} \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Phương án B: $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} \cdot 4 \cdot \overrightarrow{CI} = 4\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI}$.

Phương án C:

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= CA \cdot CB \cdot \cos 60^\circ + BA \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

Phương án D: $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CK} \cdot 2\overrightarrow{CH} = 4\overrightarrow{CK} \cdot \overrightarrow{CH} = -4\overrightarrow{KC} \cdot \overrightarrow{CH}$.

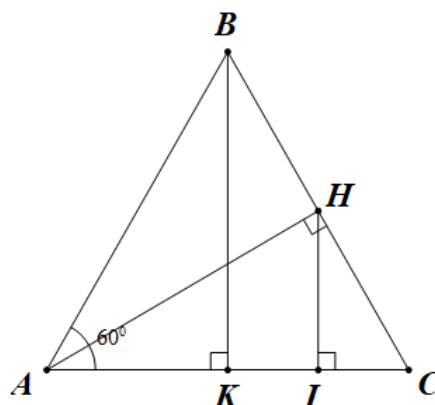
Câu 18: [0H2-2-3] Cho tam giác đều ABC cạnh a , với các đường cao AH , BK vẽ $HI \perp AC$. Câu nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$. **B.** $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \frac{a^2}{8}$. **C.** $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$..

$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Phương án A: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

Phương án B: $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB} \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2} CB \cdot CA \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{4}$.

Phương án C:

$$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} = 0.$$

Phương án D: $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{4}$.

Câu 19: [0H2-2-3] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

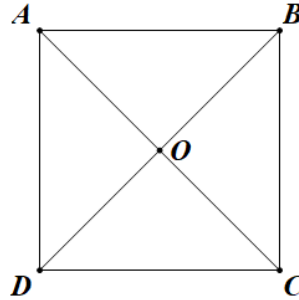
B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a^2$.

D. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AD} = a^2$.

Lời giải

Chọn C



Phương án A: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \cdot AD \cdot \cos 90^\circ = 0$.

Phương án B: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = a^2$.

Phương án C: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot CD \cdot \cos 180^\circ = -a^2$.

Phương án D: $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD}^2 = a^2$.

Câu 20: [0H2-2-3] Cho tam giác ABC có $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Hãy tính giá trị $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$

A. $\frac{-a^2}{2}$.

B. $\frac{c^2 + b^2}{2}$.

C. $\frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$.

D.

$\frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC})$$

$$= \frac{1}{2} [c \cdot a \cdot \cos(180^\circ - B) + b \cdot a \cdot \cos(180^\circ - C)] = -(c \cdot a \cdot \cos B + b \cdot a \cdot \cos C)$$

$$= -(c \cdot a \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + ab \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}) = -\frac{1}{2} \cdot 2a^2 = -a^2$$

Câu 21: [0H2-2-3] Tam giác ABC có $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$. Tính $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}$

A. $-a^2$.

B. $\frac{c^2+b^2}{2}$.

C. $\frac{c^2+b^2+a^2}{3}$.

D.

$\frac{c^2+b^2-a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}) = [c \cdot a \cdot \cos(180^\circ - B) + b \cdot a \cdot \cos(180^\circ - C)] \\&= -\frac{1}{2}(c \cdot a \cdot \cos B + b \cdot a \cdot \cos C) \\&= -\frac{1}{2}\left(c \cdot a \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + ab \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\right) = -\frac{1}{4} \cdot 2a^2 = -\frac{1}{2} \cdot a^2.\end{aligned}$$

Câu 22: [0H2-2-3] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA})$ bằng

A. $2\sqrt{2}a$.

B. $-3a^2$.

C. 0 .

D. $-2a^2$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA}) &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} \\&= 0 + a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ - a^2 + a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ + 0 + a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ = -2 \cdot a^2.\end{aligned}$$

Câu 23: [0H2-2-3] Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nếu hai vectơ $\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

A. 90° .

B. 180° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}(\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 &\Leftrightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{-13}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{13}{5} \\&\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -1 = 1 \cdot 1 \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}; \vec{b}) = -1 \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ.\end{aligned}$$

Câu 24: [0H2-2-3] Tam giác ABC có $\sin C = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $AC = 3$, $BC = 6$ và góc C nhọn. Tính cạnh AB

A. $\sqrt{27}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. 27 .

D. 8 .

Lời giải

Chọn B

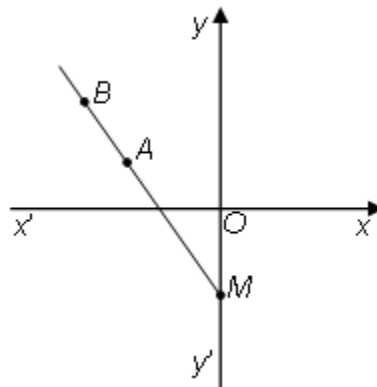
Ta có: $\cos C = \sqrt{1 - \sin^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{3}{4}} = 3\sqrt{2}.$$

Câu 25: [0H2-2-3] Cho hai điểm $A(-3; 1)$ và $B(-5; 5)$. Tìm điểm M trên trục $y'Oy$ sao cho $MB - MA$ lớn nhất.

- A.** $M(0; -5)$. **B.** $M(0; 5)$. **C.** $M(0; 3)$. **D.** $M(0; -6)$.

Lời giải



Chọn A

Lấy $M(0; y) \in y'Oy$, với y bất kì.

Ta có: $MB - MA \leq AB$;

$x_A \cdot x_B = (-3)(-5) = 15 > 0$. Vậy A, B nằm cùng bên đối với $y'Oy$. Do đó $MB - MA$ lớn nhất khi $MB - MA = AB$, khi đó M, A, B thẳng hàng và M nằm ngoài đoạn AB .

$$\overrightarrow{MB} = (-5; 5 - y); \overrightarrow{MA} = (-3; 1 - y).$$

Vậy $-5(1 - y) + 3(5 - y) = 0 \Leftrightarrow y = -5$. Do đó $M(0; -5)$.

Câu 26: [0H2-2-3] Cho tam giác ABC , biết $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Để chứng minh công thức tính diện tích $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |(x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A)|$ một học sinh làm như sau:

$$\text{Bước 1: } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (x_1; y_1) \Rightarrow AB = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A; y_C - y_A) = (x_2; y_2) \Rightarrow AC = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

$$\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Bước 2: Do $\sin BAC > 0$, nên :

$$\sin BAC = \sqrt{1 - \cos^2 BAC} = \sqrt{1 - \left(\frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} \right)^2} = \frac{|x_1y_2 - x_2y_1|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

$$\text{Bước 3: Do đó } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} |x_1y_2 - x_2y_1|$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |(x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A)|$$

Bài làm trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ bước nào ?

A. Bài giải đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Lời giải

Chọn A

Bài giải đúng.

Câu 27: [0H2-2-3] Cho tam giác ABC có $A(2; -3)$, $B(-4; 1)$. Đỉnh C luôn có tung độ không đổi bằng 2. Hoành độ thích hợp của đỉnh C để tam giác ABC có diện tích bằng 17 đơn vị diện tích là

A. $x = 5$ hoặc $x = -12$. **B.** $x = -5$ hoặc $x = 12$.

C. $x = 3$ hoặc $x = -14$. **D.** $x = -3$ hoặc $x = 14$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng công thức } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |(x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A)|$$

$$\text{Ta được : } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |(x - 2) \cdot 4 + 30| = |2x + 11|$$

$$\text{Theo đề } S_{\triangle ABC} = 17 \Leftrightarrow |2x + 11| = 17 \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = -14$$

Câu 28: [0H2-2-3] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - 2018 - BTN) Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MA:MB:MC = 1:2:3$ khi đó góc AMB bằng bao nhiêu?

A. 135°

B. 90°

C. 150°

D. 120°

Lời giải

Chọn A

Giải sử $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$; $MB = x \Leftrightarrow MA = 2x$; $MC = 3x$ với $0 < x < BC = \sqrt{2}$.

Ta có $\cos BAM = \frac{1+4x^2-x^2}{2.1.2x} = \frac{3x^2+1}{4x}$

$$\cos MAC = \frac{1+4x^2-9x^2}{4x} = \frac{1-5x^2}{4x}.$$

Có $= \frac{14\pi}{3}$ $f(x) = e^x + 2x$.

(1)

$$\Rightarrow \left(\frac{3x^2+1}{4x} \right)^2 + \left(\frac{1-5x^2}{4x} \right)^2 = 1 \Rightarrow 9x^4 + 6x^2 + 1 + 1 - 10x^2 + 25x^4 = 16.$$

$$\Rightarrow 34x^4 - 20x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{5+2\sqrt{2}}{17} > \frac{1}{5} (I) \\ x^2 = \frac{5-2\sqrt{2}}{17} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \cos AMB = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2AM.BM} = \frac{4x^2 + x^2 - 1}{2.2x.x}$$

$$= \frac{5x^2 - 1}{4x^2} = \left(\frac{25 - 10\sqrt{2}}{17} - 1 \right) : \frac{20 - 8\sqrt{2}}{17} = \frac{-\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $AMB = 135^\circ$.

Câu 1: [0H2-3-1] Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

A. 60.

B. 30.

C. 34.

D. $7\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Nửa chu vi của tam giác là: } p = \frac{5+12+13}{2} = 15$$

Diện tích của tam giác là:

$$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30.$$

Câu 2: [0H2-3-1] Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ và 1.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Nửa chu vi của tam giác là: } p = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác là: } S = \sqrt{p(p-\sqrt{3})(p-\sqrt{2})(p-1)} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 3: [0H2-3-1] Tính diện tích tam giác có ba cạnh là 9, 10, 11.

A. $50\sqrt{3}$.

B. 44.

C. $30\sqrt{2}$.

D. 42.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Nửa chu vi: } p = \frac{9+10+11}{2} = 15.$$

$$\text{Diện tích: } S = \sqrt{p(p-9)(p-10)(p-11)} = 30\sqrt{2}.$$

Câu 4: [0H2-3-1] Tính diện tích tam giác ABC có ba cạnh là 13, 14, 15.

A. 84.

B. $\sqrt{6411}$.

C. 168.

D. $16\sqrt{24}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Nửa chu vi: } p = \frac{13+14+15}{2} = 21..$$

$$\text{Diện tích: } S = \sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)} = 84..$$

Câu 5: [0H2-3-1] Cho tam giác ABC . Trung tuyến AM có độ dài :

A. $\sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$.

B. $\frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

C. $\sqrt{3a^2 - 2b^2 - 2c^2}$.

D. $\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến $AM^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$.

Câu 6: [0H2-3-1] Trong tam giác ABC , câu nào sau đây **đúng**?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc.\cos A$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + bc.\cos A$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc.\cos A$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lí hàm số $\cos$ tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$.

Câu 1: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AC = 3\sqrt{3}$, $AB = 3$, $BC = 6$. Tính số đo góc B

- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 120° .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{3^2 + 6^2 - (3\sqrt{3})^2}{2 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ.$$

Câu 2: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $BC = 5\sqrt{5}$, $AC = 5\sqrt{2}$, $AB = 5$. Tính A

- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 120° .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{(5\sqrt{2})^2 + 5^2 - (5\sqrt{5})^2}{2 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 5} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = 135^\circ.$$

Câu 3: [0H2-3-2] Tam giác ABC có các góc $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

- A.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $1, 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(180^\circ - 75^\circ - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 4: [0H2-3-2] Tam giác ABC có các góc $B = 30^\circ$, $C = 45^\circ$, $AB = 3$. Tính cạnh AC .

- A.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow AC = b = \frac{c \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{3 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2}.$$

Câu 5: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$, $AB = 3$. Tính cạnh AC .

- A.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow AC = b = \frac{c \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{3 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 6: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $A = 105^\circ$, $B = 45^\circ$, $AC = 10$. Tính cạnh AB .

- A.** $10\sqrt{2}$. **B.** $5\sqrt{6}$. **C.** $\frac{5\sqrt{6}}{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow AB = c = \frac{b \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{10 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = 5\sqrt{2}.$$

Câu 7: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$, $AC = 2$. Tính cạnh AB .

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow AB = c = \frac{b \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{2 \cdot \sin(180^\circ - 75^\circ - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} = \sqrt{6}$$

.

.

Câu 8: [0H2-3-2] Tam giác ABC có tổng hai góc B và C bằng 135° và độ dài cạnh BC bằng a . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

- A.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } A = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{a}{2 \sin 45^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 9: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB = 9$, $BC = 10$, $CA = 11$. Gọi M là trung điểm BC và N là trung điểm AM . Tính độ dài BN .

A. 6.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 5.

D. $\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 76.$$

$$BN^2 = \frac{BA^2 + BM^2}{2} - \frac{AM^2}{4} = 34.$$

Câu 10: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=5$, $BC=8$, $CA=6$. Gọi G là trọng tâm tam giác. Độ dài đoạn thẳng CG bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5\sqrt{7}}{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{7}}{3}$.

C. $\frac{5\sqrt{7}}{6}$.

D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } AB, \text{ ta có } CM^2 = \frac{CB^2 + AC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{175}{4}.$$

$$CG = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{175}{4}} = \frac{5\sqrt{7}}{3}.$$

Câu 11: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=5$, $BC=8$, $CA=6$. Gọi G là trọng tâm tam giác. Độ dài đoạn thẳng AG bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{58}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{58}}{2}$.

C. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } BC, \text{ ta có } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{29}{2}.$$

$$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{29}{2}} = \frac{\sqrt{58}}{3}.$$

Câu 12: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=5$, $BC=8$, $CA=6$. Gọi G là trọng tâm tam giác. Độ dài đoạn thẳng BG bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 6.

C. $\frac{\sqrt{142}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{142}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm AC , ta có $BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{71}{2}$.

$$BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{71}{2}} = \frac{\sqrt{142}}{3}.$$

Câu 13: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=5$, $AC=9$ và đường trung tuyến $AM=6$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $2\sqrt{17}$.

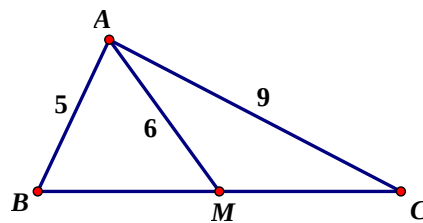
B. $\sqrt{17}$.

C. $\sqrt{129}$.

D. 22.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4\left(\frac{AC^2 + AB^2}{2} - AM^2\right) = 4\left(\frac{9^2 + 5^2}{2} - 6^2\right) = 68 \Rightarrow BC = 2\sqrt{17}.$$

Câu 14: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=4$, $AC=10$ và đường trung tuyến $AM=6$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $2\sqrt{6}$.

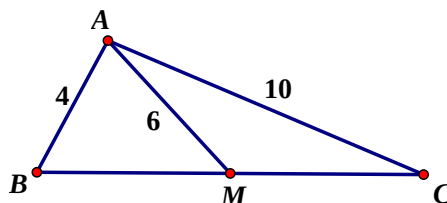
B. 5.

C. $\sqrt{22}$.

D. $2\sqrt{22}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có: } AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4\left(\frac{AC^2 + AB^2}{2} - AM^2\right) = 4\left(\frac{10^2 + 4^2}{2} - 6^2\right) = 88 \Rightarrow BC = 2\sqrt{22}.$$

Câu 15: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$ và trung tuyến $BM = 3$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $\sqrt{17}$.

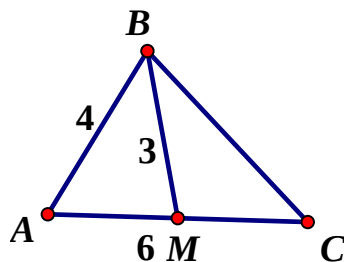
B. $2\sqrt{5}$.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 2 \left(BM^2 + \frac{AC^2}{4} \right) - AB^2$$

$$= 2 \left(3^2 + \frac{6^2}{4} \right) - 4^2 = 20 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}.$$

Cu 16: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh lần lượt 5, 12, 13. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất.

A. $\frac{60}{13}$.

B. $\frac{120}{13}$.

C. $\frac{30}{13}$.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Đặt $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$. Ta có:

$$\text{Nửa chu vi của tam giác là: } p = \frac{5+12+13}{2} = 15$$

Diện tích của tam giác là:

$$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30.$$

$$\text{Đường cao ứng với cạnh lớn nhất là: } h_c = \frac{2S}{c} = \frac{2 \cdot 30}{13} = \frac{60}{13}.$$

Câu 17: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=12$, $AC=13$, $A=30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A.** 39. **B.** 78. **C.** $39\sqrt{3}$. **D.** $78\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Diện tích } \triangle ABC \text{ là: } S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 13 \cdot \sin 30^\circ = 39.$$

Câu 18: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=1$, $AC=3$, $A=60^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

- A.** $\sqrt{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A = 3^2 + 1 - 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

$$\text{Ta lại có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{7}}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

Câu 19: [0H2-3-2] Tam giác ABC có góc B tù, $AB=3$, $AC=4$ và có diện tích bằng $3\sqrt{3}$. Góc A có số đo bằng bao nhiêu?

- A.** 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 120° .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{3 \cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vì góc B tù nên A là góc nhọn.

$$\Rightarrow A = 60^\circ.$$

Câu 20: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB=10$, $AC=24$, diện tích bằng 120. Tính độ dài đường trung tuyến AM .

- A.** 13. **B.** $7\sqrt{3}$. **C.** 26. **D.** $11\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 120}{10 \cdot 24} = 1 \Rightarrow A = 90^\circ$.

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $A \Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{10^2 + 24^2} = 13$.

Câu 21: [0H2-3-2] Tam giác ABC có góc A nhọn, $AB = 5$, $AC = 8$, diện tích bằng 12. Tính độ dài cạnh BC .

A. $2\sqrt{3}$.

B. 4.

C. 5.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 12}{5 \cdot 8} = \frac{3}{5} \Rightarrow A = 36^\circ 52' 12''$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 36^\circ 52' 12'' \approx 25 \Rightarrow BC \approx 5$.

Cu 22: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh lần lượt $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ và 1. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{2}$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p - \sqrt{3})(p - \sqrt{2})(p - 1)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Đặt $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$, $c = 1$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất là: $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Cu 23: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh lần lượt 1, 2, $\sqrt{5}$. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

C. 1, 4.

D. 1, 3.

Lời giải

Chọn A

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{1+2+\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p-1)(p-2)(p-\sqrt{5})} = 1$.

Đặt $a=1$, $b=2$, $c=\sqrt{5}$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất là: $h_c = \frac{2S}{c} = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 24: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 6, 7. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 6.

- A.** $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** 5. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+6+7}{2} = 9$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p-5)(p-6)(p-7)} = 6\sqrt{6}$.

Đặt $a=5$, $b=6$, $c=7$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 6 là: $h_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$.

Câu 25: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh lần lượt là 7, 8, 9. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 8.

- A.** $4\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{7+8+9}{2} = 12$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p-7)(p-8)(p-9)} = 12\sqrt{5}$.

Đặt $a=7$, $b=8$, $c=9$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 8 là: $h_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{5}}{8} = 3\sqrt{5}$.

Câu 26: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh lần lượt là 21, 22, 23. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 22.

- A. $\frac{4\sqrt{11}}{7}$. B. 27. C. $3\sqrt{10}$. **D. $6\sqrt{10}$.**

Lời giải

Chọn D

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{21+22+23}{2} = 33$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p-21)(p-22)(p-23)} = 66\sqrt{10}$.

Đặt $a = 21$, $b = 22$, $c = 23$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 22 là: $h_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 66\sqrt{10}}{22} = 6\sqrt{10}$.

Cu 27: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh là 9, 10, 11. Tính đường cao lớn nhất của tam giác.

- A. $\frac{60\sqrt{2}}{9}$.** B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{70}$. D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Nửa chu vi: $p = \frac{9+10+11}{2} = 15$.

Diện tích: $S = \sqrt{p(p-9)(p-10)(p-11)} = 30\sqrt{2}$.

Đường cao lớn nhất ứng với cạnh nhỏ nhất.

Nên ta có: $h_{\max} = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 30\sqrt{2}}{9} = \frac{60\sqrt{2}}{9}$.

Cu 28: [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh 13, 14, 15. Tính đường cao ứng với cạnh có độ dài 14.

- A. 10.** **B. 12.** C. 1. D. 15.

Lời giải

Chọn B

Diện tích: $S = \sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)} = 84$.

Đường cao cần tìm: $h = \frac{2 \cdot S}{14} = 12$.

Câu 29: [0H2-3-2] Cho tam giác với ba cạnh $a = 13, b = 14, c = 15$. Tính đường cao h_c .

A. $10\frac{1}{5}$.

B. $11\frac{1}{5}$.

C. $5\frac{3}{5}$.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Diện tích: $S = \sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)} = 84$.

Đường cao cần tìm: $h_c = \frac{2.S}{15} = \frac{56}{5} = 11\frac{1}{5}$.

Cu 30: [0H2-3-2] Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác có ba cạnh lần lượt 5, 12, 13.

A. 11.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 6.

D. 6,5.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: Đây là tam giác vuông với cạnh huyền là 13.

Nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $R = \frac{13}{2}$.

Câu 31: [0H2-3-2] Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có ba cạnh lần lượt là $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ và 1.

A. $\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

D.

$\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $p = \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $r = \frac{S}{p} \approx 0.34 = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$.

Cu 32: [0H2-3-2] Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có ba cạnh lần lượt 5, 12, 13.

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Chọn B

Nhận xét: Đây là tam giác vuông với cạnh huyền là 13.

Diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$.

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác: $r = \frac{S}{p} = \frac{30}{15} = 2$.

Cu 33: [0H2-3-2] Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có ba cạnh là 13, 14, 15.

- A. 8. B. $\frac{33}{4}$. C. $8\frac{1}{8}$. D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng công thức Hê-rông tính được diện tích tam giác: $S = 84$.

Bán kính: $R = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot S} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$.

Cu 34: [0H2-3-2] Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC có ba cạnh là 13, 14, 15.

- A. 2. B. 4. C. $\sqrt{2}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Diện tích: $S = \sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)} = 84$.

Bán kính: $r = \frac{S}{p} = \frac{84}{21} = 4$.

Câu 35: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có diện tích S . Nếu tăng độ dài mỗi cạnh BC và AC lên hai lần đồng thời giữ nguyên độ lớn của góc C thì diện tích của tam giác mới được tạo nên là:

- A. $2S$. B. $3S$. C. $4S$. D. $5S$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin C$

Khi BC , AC tăng 2 lần, ta có $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2BC \cdot 2AC \cdot \sin C = 4 \left(\frac{1}{2} BC \cdot AC \sin C \right) = 4S$.

Câu 36: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $BC = 6, CA = 4, AB = 5$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A. $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{8}$. B. $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{8}$.
C. $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CA}) = -\frac{1}{8}$. D. $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CA}) = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{8}.$$

Cu 37: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $A=120^\circ$ thì câu nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Lời giải i

Chọn n B

✓ p dụ ng đ nh lí hữ m số cos tạ i đ nh A ta cĩ: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.
 $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

Cu 38: [0H2-3-2] Trong tam giác ABC , hệ thức nào sau đây sai?

A. $a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B}$.

B. $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$.

C. $a = 2R \cdot \sin A$.

D. $b = R \cdot \tan B$.

Lời giải i

Chọn n D

Theo đ nh lí hữ m số sin ta cĩ: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Suy ra:

$$+ \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B}.$$

$$+ \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}.$$

$$+ \frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow a = 2R \cdot \sin A.$$

$$+ \frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{b}{2} = R \sin B \Rightarrow \frac{b}{2 \cos B} = R \tan B.$$

Cu 39: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $a=8$, $b=7$, $c=5$. Diện tích của tam giác là:

- A.** $5\sqrt{3}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+7+5}{2} = 10$.

Áp dụng: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 10\sqrt{3}$.

Cu 40: [0H2-3-2] Tính diện tích tam giác ABC biết $A=60^\circ$, $b=10$, $c=20$.

- A.** $50\sqrt{3}$. **B.** 50 . **C.** $50\sqrt{2}$. **D.** $50\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 20 \cdot \sin 60^\circ = 50\sqrt{3}$.

Cu 41: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC , các đường cao h_a, h_b, h_c thỏa mãn hệ thức $3h_a = 2h_b + h_c$. Tìm hệ thức giữa a, b, c .

- A.** $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{c}$. **B.** $3a = 2b + c$. **C.** $3a = 2b - c$. **D.**
- $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$.

Lời giải

Chọn D

Kí hiệu $S = S_{\triangle ABC}$.

Ta có: $3h_a = 2h_b + h_c \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 2S}{a} = \frac{2 \cdot 2S}{b} + \frac{2S}{c} \Leftrightarrow \frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$.

Cu 42: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $a=2$, $b=\sqrt{6}$, $c=\sqrt{3}+1$. Góc B là:

- A.** 115° . **B.** 75° . **C.** 60° . **D.** $53^\circ 32'$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ$.

Cu 43: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $a = 2$, $b = \sqrt{6}$, $c = \sqrt{3} + 1$. Tính góc A .

A. 30° .

B. 45° .

C. 68° .

D. 75° .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = 45^\circ.$$

Cu 44: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $a = 2$, $b = \sqrt{6}$, $c = \sqrt{3} + 1$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp.

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = 45^\circ. \text{ Do đó: } R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{2}{2 \cdot \sin 45^\circ} = \sqrt{2}.$$

Cu 45: [0H2-3-2] Diện tích S của tam giác sẽ thỏa mãn hệ thức nào trong hai hệ thức sau đây?

I. $S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$.

II. $16S^2 = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$.

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Cả I và II.

D.

Không có.

Lời giải

Chọn C

Ta có: **I. đúng** vì công thức H-rông tính diện tích tam giác.

$$\text{Khi đó: } S^2 = \frac{a+b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \cdot \frac{a-b+c}{2} \cdot \frac{-a+b+c}{2}$$

$$\Leftrightarrow 16S^2 = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c). \text{ Do đó } \textbf{II. đúng}$$

Câu 46: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 30$ cm. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G . Diện tích tam giác GFC là:

A. 50 cm^2 .

B. $50\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

C. 75 cm^2 .

D.

$15\sqrt{105} \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Nối } AG \text{ cắt } BC \text{ tại } H \text{ ta có: } S_{\Delta GFC} = \frac{1}{2} S_{\Delta AGC} = \frac{1}{3} S_{\Delta AHC} = \frac{1}{6} S_{\Delta ABC}$$

$$\text{Mà } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30 = 450 \text{ cm}^2 \text{ nên } S_{\Delta GFC} = \frac{1}{6} \cdot 450 = 75 \text{ cm}^2.$$

Câu 47: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=5$ cm, $BC=13$ cm. Gọi góc $ABC = \alpha$ và $ACB = \beta$. Hãy chọn kết luận đúng khi so sánh α và β :

- A.** $\beta > \alpha$. **B.** $\beta < \alpha$. **C.** $\beta = \alpha$. **D.** $\alpha \leq \beta$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 12 > AB \text{ suy ra } \beta < \alpha.$$

Câu 48: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A nhọn. **B.** Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A tù.
C. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A nhọn. **D.** Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A vuông.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Áp dụng định lí cô sin ta có: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Leftrightarrow 2bc \cos A = b^2 + c^2 - a^2.$$

$$\text{Suy ra: Nếu } b^2 + c^2 - a^2 > 0 \Rightarrow \cos A > 0 \text{ nên } A \text{ nhọn.}$$

Câu 49: [0H2-3-2] Đường tròn tâm O có bán kính $R=15$ cm. Gọi P là một điểm cách tâm O một khoảng $PO=9$ cm. Dây cung đi qua P và vuông góc với PO có độ dài là:

- A.** 22 cm. **B.** 23 cm. **C.** 24 cm. **D.** 25 cm.

Lời giải

Chọn C

Gọi độ dài dây cung phải tìm là l .

$$\text{Khi đó: } l = 2\sqrt{R^2 - PO^2} = 24.$$

Câu 50: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $AB=8$ cm, $AC=18$ cm và có diện tích bằng 64 cm^2 . Giá trị $\sin A$ là:

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Leftrightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{8}{9}.$$

Câu 51: [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $CA = 9$ cm. Giá trị $\cos A$ là:

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A \Leftrightarrow \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{2}{3}.$$

Câu 52: [0H2-3-2] Tam giác ABC vuông cân tại A và nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R . Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Khi đó tỉ số $\frac{R}{r}$ bằng:

- A.** $1 + \sqrt{2}$. **B.** $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$. **D.** $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Giả sử } AB = AC = a \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } S = pr = \frac{AB.AC}{2} \Leftrightarrow \frac{2a + a\sqrt{2}}{2}r = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow r = \frac{a}{2 + \sqrt{2}}$$

$$\text{Suy ra } \frac{R}{r} = 1 + \sqrt{2}.$$

Câu 53: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm và $BC = 15$ cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là:

- A.** 8 cm. **B.** 10 cm. **C.** 9 cm. **D.** 7,5 cm.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Cách 1: Ta có } AM = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{9^2 + 12^2}{2} - \frac{15^2}{4}} = 7,5.$$

$$\text{Cách 2: Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ nên } AM = \frac{BC}{2} = 7,5.$$

Câu 54: [0H2-3-2] Tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và có diện tích S . Nếu tăng cạnh BC lên 2 lần đồng thời tăng cạnh AC lên 3 lần và giữ nguyên độ lớn của góc C thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng:

- A.** $2S$. **B.** $3S$. **C.** $4S$. **D.** $6S$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } S = \frac{1}{2}BC.AC.\sin C.$$

Ta có $S_2 = \frac{1}{2} 2BC.3AC.\sin C = 6S$.

Câu 55: [0H2-3-2] Cho tam giác DEF có $DE = DF = 10$ cm và $EF = 12$ cm. Gọi I là trung điểm của cạnh EF . Đoạn thẳng DI có độ dài là:

- A. 6,5 cm. B. 7 cm. C. 8 cm. D. 4 cm.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có $DI = \sqrt{\frac{DE^2 + DF^2}{2} - \frac{EF^2}{4}} = \sqrt{\frac{10^2 + 10^2}{2} - \frac{12^2}{4}} = 8$.

Cách 2: Tam giác DIE vuông tại I nên $DI = \sqrt{DE^2 - EI^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

Câu16. [0H2-3-2] Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$, $A = 60^\circ$. Kết quả nào trong các kết quả sau là độ dài cạnh BC ?

- A. $\sqrt{129}$. B. 7. C. 49. D. $\sqrt{69}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = \sqrt{5^2 + 8^2 - 2.5.8.\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$.

Câu17. [0H2-3-2] Tam giác ABC có $a = 14$, $b = 18$, $c = 20$. Kết quả nào sau đây là gần đúng nhất?

- A. $B \approx 42^\circ 50'$. B. $B \approx 60^\circ 56'$. C. $B \approx 119^\circ 04'$. D. $B \approx 90^\circ$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{14^2 + 20^2 - 18^2}{2.14.20} = \frac{17}{35}$.

Suy ra: $B \approx 60^\circ 56'$.

Câu18. [0H2-3-2] Nếu tam giác MNP có $MP = 5$, $PN = 8$ và $MPN = 120^\circ$ thì độ dài cạnh MN (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là:

- A. 11,4. B. 12,4. C. 7,0. D. 12,0.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lí Cô – sin cho tam giác MNP ta có:

$$MN^2 = MP^2 + NP^2 - 2.MP.NP.\cos MPN$$

$$= 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 129. \text{ Suy ra: } MN \approx 11,4.$$

Câu20. [0H2-3-2] Tam giác ABC có $BC=10$, $A=30^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng bao nhiêu?

- A.** 5. **B.** 10. **C.** $\frac{10}{\sqrt{3}}$. **D.** $10\sqrt{3}$.

Lòigíair

Chọn B

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{10}{2 \sin 30^\circ} = 10.$$

Câu 21. [0H2-3-2] Tam giác với ba cạnh là 5, 12 và 13 có diện tích bằng bao nhiêu?

- A.** 30. **B.** $20\sqrt{2}$. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** 20.

Lòigiall

Chọn A

Nửa chu vi của tam giác trên là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$.

Vậy diện tích của tam giác là: $S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = 30$ (đvdt).

Câu22. [0H2-3-2] Tam giác có ba cạnh là 6,10,8. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lòigiai

Chọn C

Gọi p, r lần lượt là nửa chi vi và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đã cho, ta có:

$$p = \frac{6+8+10}{2} = 12.$$

Diện tích tam giác là $S = \sqrt{p(p-6)(p-8)(p-10)} = 24$ (đvdt).

Suy ra $r = \frac{S}{p} = \frac{24}{12} = 2$.

Câu23. [0H2-3-2] Tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$, $AB = 5$. Hỏi cạnh AC bằng bao nhiêu?

A. $5\sqrt{3}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng định lí Sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{5\sqrt{6}}{2}.$$

Câu24. [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $AC = 1$ cm, $A = 60^\circ$. Khi đó độ dài cạnh BC là:

A. 1 cm.

B. 2 cm.

C. $\sqrt{3}$ cm.

D. $\sqrt{5}$ cm.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng định lí Cô – sin cho tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$= 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 3. \text{ Suy ra: } BC = \sqrt{3} \text{ (cm).}$$

Câu25. [0H2-3-2] Tam giác ABC có $a = 5$ cm, $b = 3$ cm, $c = 5$ cm. Khi đó số đo của góc BAC là:

A. $A = 45^\circ$.

B. $A = 30^\circ$.

C. $A > 60^\circ$.

D. $A = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos BAC = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{3^2 + 5^2 - 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{Suy ra: } BAC \approx 72^\circ 32' \Rightarrow A > 60^\circ.$$

Câu26. [0H2-3-2] Tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $BC = 10$ cm, $CA = 6$ cm. Đường trung tuyến AM của tam giác đó có độ dài bằng:

A. 4 cm.

B. 5 cm.

C. 6 cm.

D. 7 cm.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } AM^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} = \frac{2(6^2 + 8^2) - 10^2}{4} = 25$$

Vậy $AM = 5(\text{cm})$.

Câu27. [0H2-3-2] Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$. Đường tròn nội tiếp tam giác đó có bán kính r bằng:

- A.** 1 cm. **B.** $\sqrt{2} \text{ cm}$. **C.** 2 cm. **D.** 3 cm.

Lời giải

Chọn C

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 8(\text{cm})$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB.AC = 24(\text{cm}^2)$

Nửa chu vi $p = \frac{6+8+10}{2} = 12$

Suy ra $r = \frac{S}{p} = \frac{24}{12} = 2(\text{cm})$.

Câu28. [0H2-3-2] Tam giác ABC có $a = \sqrt{3} \text{ cm}$, $b = \sqrt{2} \text{ cm}$, $c = 1 \text{ cm}$. Đường trung tuyến m_a có độ dài là:

- A.** 1 cm. **B.** 1,5 cm. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$. **D.** 2,5 cm.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} = \frac{2((\sqrt{2})^2 + 1^2) - (\sqrt{3})^2}{4} = \frac{3}{4}$

Vậy $m_a = \frac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$.

Câu29. [0H2-3-2] Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $R = 4 \text{ cm}$ có diện tích là:

- A.** 13 cm^2 . **B.** $13\sqrt{2} \text{ cm}^2$. **C.** $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$. **D.** 15 cm^2 .

Lời giải

Chọn C

Gọi a là độ dài cạnh và S là diện tích của tam giác, ta có:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a.a.a}{4R} \Rightarrow a = R\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Vậy diện tích tam giác đã cho là: $S = \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$.

Câu30. [0H2-3-2] Tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có bán kính r bằng:

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a}{2 + \sqrt{2}}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$; $p = \frac{a + a + a\sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}a$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$

Suy ra $r = \frac{S}{p} = \frac{a}{2 + \sqrt{2}}$.

Câu32. [0H2-3-2] Hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $\angle BAD = 45^\circ$. Khi đó hình bình hành có diện tích bằng

A. $2a^2$.

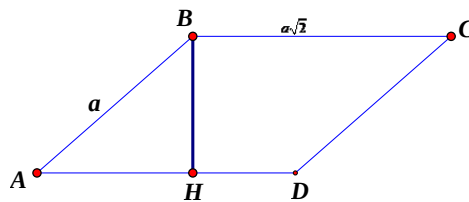
B. $a^2\sqrt{2}$.

C. a^2 .

D. $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi BH là đường cao của hình bình hành $ABCD$.

Tam giác BHA vuông tại H , góc $BAH = \angle BAC = 45^\circ$, $BH = AB \cdot \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S = BH \cdot AD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2$.

Câu33. [0H2-3-2] Tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a$. Đường trung tuyến BM có độ dài là:

A. $1,5a$.

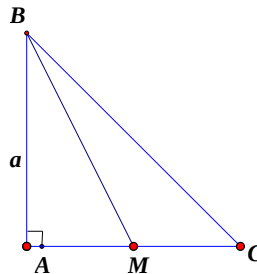
B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$

$$BM^2 = \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} = \frac{2(a^2 + 2a^2) - a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Câu34. [0H2-3-2] Tam giác đều cạnh a nội tiếp trong đường tròn bán kính R . Khi đó bán kính R bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi S là diện tích của tam giác đều cạnh a thì ta có:

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a.a.a}{4R} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu35. [0H2-3-2] Bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $p = \frac{a + a + a}{2} = \frac{3a}{2}$

Gọi S, r lần lượt là diện tích, bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác đều cạnh a thì ta có:

$$S = p.r = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow r = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} : \frac{3a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Câu 1: [0H2-3-3] Nếu tam giác ABC có $a^2 < b^2 + c^2$ thì:

- A.** A là góc nhọn. **B.** A là góc tù.
C. A là góc vuông. **D.** A là góc nhỏ nhất.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. Vì $a^2 < b^2 + c^2 \Rightarrow \cos A > 0$. Do đó A nhọn.

Câu 2: [0H2-3-3] Tính góc C của tam giác ABC biết $a \neq b$ và $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$.

- A.** $C = 150^\circ$. **B.** $C = 120^\circ$. **C.** $C = 60^\circ$. **D.** $C = 30^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2) \Leftrightarrow a^3 - b^3 - c^2(a - b) = 0$

$$\Leftrightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) - c^2(a - b) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + ab + b^2 - c^2 = 0 \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{2}. \text{ Do đó: } C = 120^\circ.$$

Câu 3: [0H2-3-3] Cho tam giác ABC , xét các bất đẳng thức sau:

- I.** $|a - b| < c$.
II. $a < b + c$.
III. $m_a + m_b + m_c < a + b + c$.

Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** Chỉ I, II. **B.** Chỉ II, III.
C. Chỉ I, III. **D.** Cả I, II, III.

Lời giải

Chọn D

Ta có **I.** và **II.** **đúng** vì đây là bất đẳng thức tam giác

$$\text{Ta có: } m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{(b+c)^2 + (b-c)^2 - a^2}{4}.$$

$$\text{Vì } |b-c| < a \Rightarrow (b-c)^2 < a^2 \Rightarrow m_a^2 < \frac{(b+c)^2}{4} \Leftrightarrow m_a < \frac{b+c}{2}.$$

$$\text{Tương tự ta có: } m_b < \frac{a+c}{2}; m_c < \frac{a+c}{2}.$$

$$\text{Do đó: } m_a + m_b + m_c < a + b + c.$$

Vậy **III.** **Đúng**.

Câu 4: [0H2-3-3] Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Nếu $a^2 > b^2 + c^2$ thì A là góc tù.

B. Nếu tam giác ABC có một góc tù thì $a^2 > b^2 + c^2$.

C. Nếu $a^2 < b^2 + c^2$ thì A là góc nhọn.

D. Nếu $a^2 = b^2 + c^2$ thì A là góc vuông.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có : } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

Do đó :

* $a^2 > b^2 + c^2$ thì $\cos A < 0$ do đó A là góc tù nên **A. đúng.**

* $a^2 < b^2 + c^2$ thì $\cos A > 0$ do đó A là góc nhọn nên **C. đúng.**

* $a^2 = b^2 + c^2$ thì $\cos A = 0$ do đó A là góc vuông nên **D. đúng.**

* Nếu tam giác ABC có góc B tù thì $b^2 > a^2 + c^2$; nếu góc C tù thì $c^2 > a^2 + b^2$ do đó **B. sai.**

Câu 5: [0H2-3-3] Trong tam giác ABC , câu nào sau đây **đúng**?

A. $m_a = \frac{b+c}{2}$. **B.** $m_a > \frac{b+c}{2}$. **C.** $m_a < \frac{b+c}{2}$. **D.**

$$m_a = b + c.$$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{(b+c)^2 + (b-c)^2 - a^2}{4}$$

$$\text{Vì } |b-c| < a \Rightarrow (b-c)^2 < a^2 \Rightarrow m_a^2 < \frac{(b+c)^2}{4} \Leftrightarrow m_a < \frac{b+c}{2}.$$

Câu 6: [0H2-3-3] Trong tam giác ABC , nếu có $2h_a = h_b + h_c$ thì :

A. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$.

B. $2\sin A = \sin B + \sin C$.

C. $\sin A = 2\sin B + 2\sin C$.

D. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} - \frac{1}{\sin C}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có :

$$\begin{aligned} 2h_a = h_b + h_c &\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{2S}{a} = \frac{2S}{b} + \frac{2S}{c} \Leftrightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{2}{2R \cdot \sin A} = \frac{1}{2R \cdot \sin B} + \frac{1}{2R \cdot \sin C} \\ &\Leftrightarrow \frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}. \end{aligned}$$

Câu 7: [0H2-3-3] Trong tam giác ABC , nếu có $a^2 = b \cdot c$ thì :

A. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}$. **B.** $h_a^2 = h_b \cdot h_c$. **C.** $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$. **D.** $\frac{1}{h_a^2} = \frac{2}{h_b} + \frac{2}{h_c}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $a^2 = b \cdot c \Leftrightarrow \left(\frac{2S}{h_a}\right)^2 = \left(\frac{2S}{h_b}\right) \cdot \left(\frac{2S}{h_c}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} \cdot \frac{1}{h_c} \Leftrightarrow h_a^2 = h_b \cdot h_c$.

Câu 8: [0H2-3-3] Trong tam giác ABC , điều kiện để hai trung tuyến vẽ từ A và B vuông góc với nhau là:

A. $2a^2 + 2b^2 = 5c^2$. **B.** $3a^2 + 3b^2 = 5c^2$. **C.** $2a^2 + 2b^2 = 3c^2$. **D.** $a^2 + b^2 = 5c^2$.

Lời giải

Chọn D

Vì hai trung tuyến vẽ từ A và B vuông góc với nhau nên $\triangle ABG$ vuông tại G với G là trọng tâm tam giác ABC .

Khi đó: $c^2 = GA^2 + GB^2 \Leftrightarrow c^2 = \frac{4}{9} \left(\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \right)$
 $\Leftrightarrow c^2 = \frac{4}{9} \left(c^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \right) \Leftrightarrow 5c^2 = a^2 + b^2$.

Câu 9: [0H2-3-3] Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 1$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng:

A. 1,5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét tam giác OAB có $\frac{AB}{\sin O} = 2 = 2R \Rightarrow R = 1$. Với R là bán kính đường tròn

ngoại tiếp tam giác OAB . Vậy OB lớn nhất khi OB là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .

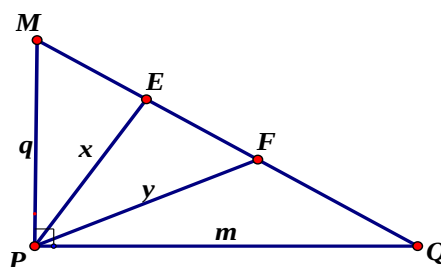
Khi đó $OB = 2$.

Câu 19. [0H2-3-3] Cho tam giác MPQ vuông tại P . Trên cạnh MQ lấy hai điểm E, F sao cho các góc MPE, EPF, FPQ bằng nhau. Đặt $MP = q, PQ = m, PE = x, PF = y$. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

A. $ME = EF = FQ$. **B.** $ME^2 = q^2 + x^2 - xq$.
C. $MF^2 = q^2 + y^2 - yq$. **D.** $MQ^2 = q^2 + m^2 - 2qm$.

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết, suy ra $MPE = EPF = FPQ = \frac{MPQ}{3} = 30^\circ$

Tam giác MPF có $MPF = MPE + EPF = 60^\circ$;

$$MF^2 = MP^2 + PF^2 - 2.MP.PF.\cos MPF = q^2 + y^2 - 2.y.q.\frac{1}{2} = q^2 + y^2 - yq.$$

Câu31. [0H2-3-3] Tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện: $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$. Khi đó số đo của góc C là:

- A.** 120° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 60° .

Lời giải

Chọn D

Trong tam giác ABC ta luôn có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$.

$$\text{Hệ thức } (a+b+c)(a+b-c) = 3ab \Leftrightarrow (a+b)^2 - c^2 = 3ab \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 - ab$$

$$\text{Suy ra: } -2.\cos C = -1 \Rightarrow \cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 60^\circ.$$

Câu36. [0H2-3-3] Cho tam giác ABC có cạnh $BC = a$, cạnh $CA = b$. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi góc C bằng:

- A.** 60° . **B.** 90° . **C.** 150° . **D.** 120° .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Diện tích của tam giác } ABC \text{ là: } S = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$$S \text{ lớn nhất khi } \sin C \text{ lớn nhất, hay } \sin C = 1 \Rightarrow C = 90^\circ.$$

Câu 10: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $AB = 3, AC = 4$ và $\tan A = 2\sqrt{2}$. Tính cạnh BC

A. $\sqrt{33}$.

B. $\sqrt{17}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết $\tan A = 2\sqrt{2} > 0$, ta suy ra A là góc nhọn

$$\tan A = 2\sqrt{2} \Rightarrow \cos^2 A = \frac{1}{1 + \tan^2 A} = \frac{1}{1 + (2\sqrt{2})^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos A = \frac{1}{3}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = \sqrt{3^2 + 4^2 - 2.3.4.\frac{1}{3}} = \sqrt{17}.$$

Câu 11: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$ và $\tan A = -2\sqrt{2}$. Tính cạnh BC

A. $3\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{33}$.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $\tan A = -2\sqrt{2}$, ta suy ra A là góc tù

$$\tan A = -2\sqrt{2} \Rightarrow \cos^2 A = \frac{1}{1 + \tan^2 A} = \frac{1}{1 + (2\sqrt{2})^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos A = -\frac{1}{3}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = \sqrt{3^2 + 4^2 - 2.3.4.\left(-\frac{1}{3}\right)} = \sqrt{33}.$$

Câu 12: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $BC = \sqrt{5}$, $AC = 3$ và $\cot C = -2$. Tính cạnh AB

A. $\sqrt{26}$.

B. $\sqrt{21}$.

C. $\frac{9}{5}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $\cot C = -2$, ta suy ra C là góc tù

$$\cot C = -2 \Rightarrow \tan C = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos^2 C = \frac{1}{1 + \tan^2 C} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos C = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos C} = \sqrt{3^2 + \sqrt{5}^2 - 2.3.\sqrt{5}.\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)} = \sqrt{21}.$$

Câu 13: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $BC = \sqrt{5}$, $AC = 3$ và $\cot C = 2$. Tính cạnh AB

A. 6.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{9}{5}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết $\cot C = 2$, ta suy ra C là góc nhọn

$$\cot C = 2 \Rightarrow \tan C = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 C = \frac{1}{1 + \tan^2 C} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos C = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{3^2 + \sqrt{5}^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}} = \sqrt{2}.$$

Câu 14: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $AB = 7$, $AC = 5$ và $\cos(B+C) = -\frac{1}{5}$. Tính BC

A. $2\sqrt{15}$.

B. $4\sqrt{22}$.

C. $4\sqrt{15}$.

D. $2\sqrt{22}$.

Lời giải

Chọn A

Vì trong tam giác ABC ta có $B+C$ bù với góc A nên $\cos(B+C) = -\frac{1}{5}$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{1}{5}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5}} = 2\sqrt{15}.$$

Câu 15: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $\cos(A+B) = -\frac{1}{8}$, $AC = 4$, $BC = 5$. Tính cạnh AB

A. $\sqrt{46}$.

B. 11.

C. $5\sqrt{2}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Vì trong tam giác ABC ta có $A+B$ bù với góc C nên

$$\cos(A+B) = -\frac{1}{8} \Rightarrow \cos C = \frac{1}{8}$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{8}} = 6.$$

Câu 16: [0H2-3-3] Tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = a$. Điểm M nằm trên cạnh

BC sao cho $BM = \frac{BC}{3}$. Độ dài AM bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$.

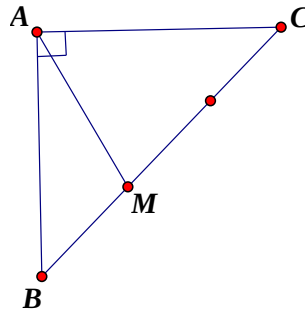
B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 17: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $BC = 12$, $CA = 9$, $AB = 6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $2\sqrt{5}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{20}$.

D. $\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{6^2 + 12^2 - 9^2}{2 \cdot 6 \cdot 12} = \frac{11}{16}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos B} = \sqrt{6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{11}{16}} = \sqrt{19}.$$

Câu 18: [0H2-3-3] Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AE . Tìm độ dài đoạn thẳng DF .

A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$.

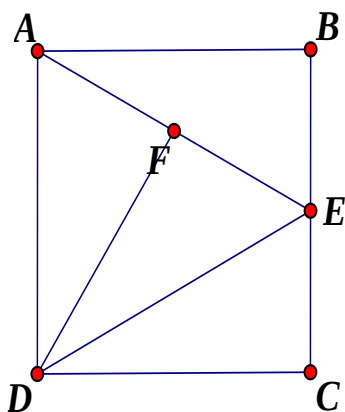
B. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AE = DE = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Dùng công thức độ dài trung tuyến:

$$DF^2 = \frac{DA^2 + DE^2}{2} - \frac{AE^2}{4} = \frac{a^2 + \frac{5a^2}{4}}{2} - \frac{5a^2}{16} = \frac{13a^2}{16} \Rightarrow DF = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

Câu 19: [0H2-3-3] Tam giác có ba cạnh lần lượt là 3, 8, 9. Góc lớn nhất của tam giác có cosin bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **D.** $-\frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Góc lớn nhất tương ứng với cạnh lớn nhất: $\cos \alpha = \frac{3^2 + 8^2 - 9^2}{2 \cdot 3 \cdot 8} = -\frac{1}{6}$.

Câu 20: [0H2-3-3] Tam giác có ba cạnh lần lượt là 2, 3, 4. Góc bé nhất của tam giác có sin bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{\sqrt{15}}{8}$. **B.** $\frac{7}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{8}$.

Lời giải.

Chọn A

Góc bé nhất ứng với cạnh có số đo bé nhất.

Giả sử $a = 2, b = 3, c = 4$. Ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} = \frac{7}{8}$.

$$\text{Do đó } \sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

Câu 21: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 5$, $BC = 6$. Tính $\cos(B + C)$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $-0,125$.

D. $0,75$.

Lời giải.

Chọn C

Ta có $c = AB = 4$, $b = AC = 5$, $a = BC = 6$.

$$\text{Tính } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Đề ý } \cos(B + C) = -\cos A = -\frac{1}{8} = -0,125.$$

Câu 22: [0H2-3-3] Tam giác ABC có các góc $A = 105^\circ$, $B = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Chọn A

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(180^\circ - 105^\circ - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 23: [0H2-3-3] Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = c$ và $\cos(A + B) = \frac{1}{3}$.

A. $\frac{c\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3c\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{9c\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{3c}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \cos C = -\cos(A + B) = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } \sin C = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = \frac{3\sqrt{2}c}{8}.$$

Câu 24: [0H2-3-3] Tìm chu vi tam giác ABC , biết rằng $AB = 6$ và $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$.

- A.** 26. **B.** 13. **C.** $5\sqrt{26}$. **D.** $10\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$ nên ta có: $2a = 3b = 4c = 24$ (do $c = AB = 6$).

Do đó: $a = 12, b = 8, c = 6$.

Chu vi tam giác ABC bằng 26.

Câu 25: [0H2-3-3] Tam giác ABC có $BC = 10$ và $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{4} = \frac{\sin C}{3}$. Tìm chu vi của tam giác đó.

- A.** 12. **B.** 36. **C.** 24. **D.** 22.

Lời giải

Chọn C

Vì $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{4} = \frac{\sin C}{3}$, nên $\frac{a}{5} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} \Rightarrow b = 8, c = 6$ (do $a = BC = 10$).

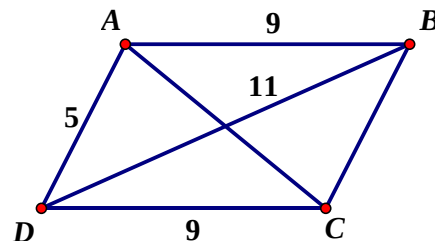
Chu vi tam giác ABC bằng 24.

Câu 26: [0H2-3-3] Hình bình hành có hai cạnh là 5 và 9, một đường chéo bằng 11. Tìm độ dài đường chéo còn lại.

- A.** 9,5. **B.** $4\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{91}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi hình bình hành là $ABCD$, $AD = 5$, $AB = 9$.

Gọi α là góc đối diện với đường chéo có độ dài 11.

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{5^2 + 9^2 - 11^2}{2 \cdot 5 \cdot 9} = -\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \alpha \text{ là góc tù} \Rightarrow \alpha = BAD \Rightarrow BD = 11$$

$$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos ADC = AD^2 + DC^2 + 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos BAD$$

$$(\text{vì } BAD \text{ và } ADC \text{ bù nhau} \Rightarrow \cos ADC = -\cos BAD)$$

$$\Rightarrow AC^2 = 5^2 + 9^2 + 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = 91 \Rightarrow AC = \sqrt{91}.$$

Câu 27: [0H2-3-3] Hình bình hành có hai cạnh là 3 và 5, một đường chéo bằng 5. Tìm độ dài đường chéo còn lại.

A. $\sqrt{43}$.

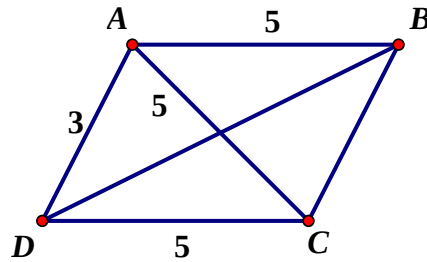
B. $2\sqrt{13}$.

C. 8.

D. $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi hình bình hành là $ABCD$, $AD = 3$, $AB = 5$.

Gọi α là góc đối diện với đường chéo có độ dài 5.

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{3^2 + 5^2 - 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \alpha \text{ là góc nhọn} \Rightarrow \alpha = ADC \Rightarrow AC = 5$$

$$\Rightarrow BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos BAD = AD^2 + AB^2 + 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos ADC$$

$$(\text{vì } BAD \text{ và } ADC \text{ bù nhau} \Rightarrow \cos BAD = -\cos ADC)$$

$$\Rightarrow BD^2 = 3^2 + 5^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{3}{10} = 43 \Rightarrow AC = \sqrt{43}.$$

Câu 28: [0H2-3-3] Hình bình hành có một cạnh là 5 hai đường chéo là 6 và 8. Tính độ dài cạnh kề với cạnh có độ dài bằng 5

A. 3.

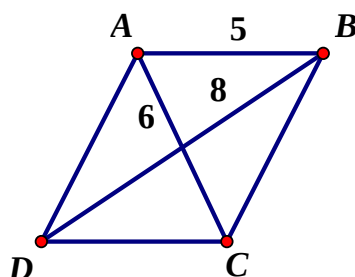
B. 1.

C. $5\sqrt{6}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn D



Gọi hình bình hành là $ABCD$.

Ta có: $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$

$\Rightarrow AC \perp BD \Rightarrow ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow AB = AD = 5$.

Câu 29: [0H2-3-3] Hình bình hành có một cạnh là 4 hai đường chéo là 6 và 8. Tính độ dài cạnh kề với cạnh có độ dài bằng 4

A. $\sqrt{34}$.

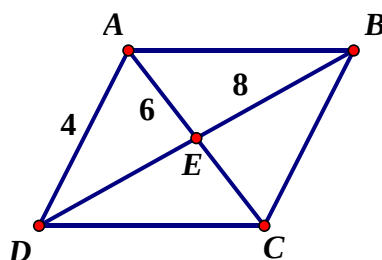
B. 6.

C. $\sqrt{42}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn A



Gọi hình bình hành là $ABCD$. Gọi E là giao điểm hai đường chéo. Giả sử $AD = 4$.

Xét $\triangle ADE$. Ta có:

$$\cos ADE = \frac{AD^2 + DE^2 - AE^2}{2 \cdot AD \cdot DE} = \frac{4^2 + 4^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{23}{32}$$

Xét $\triangle ABD$. Ta có:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2 \cdot AD \cdot BD \cdot \cos ADB = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{23}{32} = 34 \Rightarrow AB = \sqrt{34}.$$

Câu 30: [0H2-3-3] Cho tam giác vuông, trong đó có một góc bằng trung bình cộng của hai góc còn lại. Cạnh lớn nhất của tam giác đó bằng a . Tính diện tích tam giác.

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{6}}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi tam giác thỏa đề là ABC (với $A > B > C$).

Đề cho tam giác vuông nên ta suy ra $A = 90^\circ$.

Ta có: $A + B + C = 180^\circ$, mà theo đề: $A + C = 2B$, Suy ra $B = 60^\circ$.

Ta tính: $AB = BC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Câu 31: [0H2-3-3] Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính R , $AB = R$, $AC = R\sqrt{3}$.

Tính góc A nếu biết B là góc tù.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Góc B là góc tù nên A, C là góc nhọn.

Ta có: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{R}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$. (vì C nhọn)

Tương tự: $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \frac{R\sqrt{3}}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B = 120^\circ$ (do B tù).

Suy ra: $A = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$.

Câu 32: [0H2-3-3] Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính R , $AB = R$, $AC = R\sqrt{2}$.

Tính góc A biết A là góc tù.

A. 135° .

B. 105° .

C. 120° .

D. 150° .

Lời giải

Chọn B

Góc A tù, suy ra B, C đều là góc nhọn.

Ta có: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{R}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$. (vì C nhọn)

Tương tự: $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \frac{R\sqrt{2}}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ$ (do B nhọn).

Suy ra: $A = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$.

Câu 33: [0H2-3-3] (Toán Học Tuổi Trẻ - Tháng 12 - 2017) Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA=1$, $MB=2$, $MC=\sqrt{2}$. Tính góc AMC .

A. 135° .

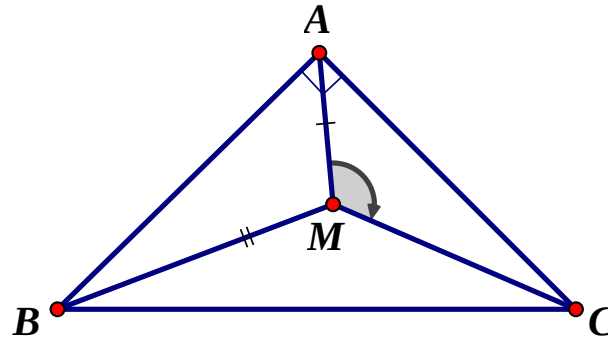
B. 120° .

C. 160° .

D. 150° .

Lời giải

Chọn A



Áp dụng định lý cosin trong tam giác ta có:

$$\begin{cases} AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2AM \cdot BM \cdot \cos \angle AMB \\ BC^2 = BM^2 + CM^2 - 2BM \cdot CM \cdot \cos \angle BMC \\ AC^2 = CM^2 + AM^2 - 2CM \cdot AM \cdot \cos \angle CMA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 5 - 4 \cdot \cos \angle AMB \\ 2AB^2 = 6 - 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle BMC \\ AB^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 5 - 4 \cdot \cos \angle AMB \\ 2AB^2 = 6 - 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle BMC \\ AB^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 \cdot \cos \angle AMB + \sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA = 0 \\ \cos \angle CMA = \cos \angle BMC \end{cases}$$

Chú ý $\angle AMB + \angle BMC + \angle CMA = 360^\circ$ và thử từng đáp án ta thấy $\angle AMC = 135^\circ$ thỏa mãn đề bài.

Câu 1: [0H2-3-4] Cho tam giác cân ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

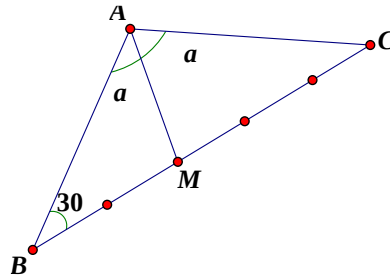
B. $\frac{11a}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BM = \frac{2a\sqrt{3}}{5}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

Câu 2: [0H2-3-4] Tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$, $\cos B = \frac{1}{8}$, $\cos C = \frac{3}{4}$. Tính cạnh BC .

A. 7.

B. 5.

C. $3\sqrt{3}$.

D. 2.

Lời giải.

Chọn B

$$\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{\sqrt{63}}{8}, \quad \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\cos A = -\cos(B + C) = \sin B \cdot \sin C - \cos B \cdot \cos C = \frac{9}{16}.$$

$$\text{Do đó } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A} = 5.$$

Câu 3: [0H2-3-4] Cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = b$, $AB = c$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho góc $BAM = 30^\circ$. Tính tỉ số $\frac{MB}{MC}$.

A. $\frac{b\sqrt{3}}{3c}$.

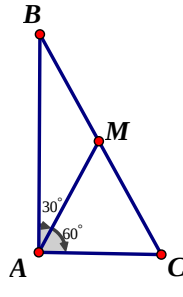
B. $\frac{\sqrt{3}c}{3b}$.

C. $\frac{\sqrt{3}c}{b}$.

D. $\frac{b-c}{b+c}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\frac{MB}{\sin 30^\circ} = \frac{AM}{\sin B} \Rightarrow MB = \frac{AM \cdot \sin 30^\circ}{\sin B} = \frac{AM}{2 \cdot \sin B}$.

$\frac{MC}{\sin 60^\circ} = \frac{AM}{\sin C} \Rightarrow MC = \frac{AM \cdot \sin 60^\circ}{\sin C} = \frac{AM \sqrt{3}}{2 \cdot \sin C}$.

Do đó $\frac{MB}{MC} = \frac{\sin C}{\sqrt{3} \sin B} = \frac{c}{\sqrt{3}b} = \frac{\sqrt{3}c}{3b}$.

Câu 4: [0H2-3-4] Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB=10$ và $\tan(A+B) = \frac{1}{3}$.

A. $\frac{5\sqrt{10}}{9}$.

B. $\frac{10}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\tan(A+B) = \frac{1}{3}$ nên $\tan C = -\frac{1}{3}$.

Do đó $3\sin C = -\cos C$, mà $\sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = 5\sqrt{10}$.

Câu 5: [0H2-3-4] Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB=12$ và $\cot(A+B) = \frac{1}{3}$.

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$.

C. $5\sqrt{10}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cot(A+B) = \frac{1}{3}$ nên $\cot C = -\frac{1}{3}$, suy ra $3\cos C = -\sin C$.

$$\text{Mà } \sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = 2\sqrt{10}.$$

Câu 6: [0H2-3-4] Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $OA = x$, $OB = y$ ($x, y > 0$)

Áp dụng công thức định lý hàm số cosin cho tam giác OAB ta có:

$$x^2 + y^2 - 2xy \cos 30^\circ = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \sqrt{3}xy - 4 = 0 \quad (*)$$

Tìm điều kiện để tồn tại x , ta coi phương trình trên là phương trình ẩn x , tham số y .

Khi đó, phương trình $(*)$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3}y)^2 - 4(y^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow -4 \leq y \leq 4.$$

Do đó $\max y = 4$