

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$ là:

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABO$.

- A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 8; 2)$.

Câu 4: Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nam?

- A. 119700. B. 86450. C. 645. D. 1037400.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; -6)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm I đến mặt phẳng (P) ?

- A. $d = \frac{7}{9}$. B. $d = 7$. C. $d = -7$. D. $d = -\frac{7}{9}$.

Câu 6: Biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
y	1		$+\infty$		1

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = \frac{x-3}{x-2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{2x+5}{x+2}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$.

- A. $\vec{u} = (7; 4; 5)$ B. $\vec{u} = (-7; -4; 5)$ C. $\vec{u} = (-7; 4; 5)$ D. $\vec{u} = (-7; 4; -5)$

Câu 8: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 6a$, $AC = 10a$. Tính thể tích khối trụ.

- A. $36\pi a^3$. B. $64\pi a^3$. C. $90\pi a^3$. D. $72\pi a^3$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 3x + m)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$?

- A. $m \in (\frac{9}{4}; +\infty)$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right]$.

C. $m \in (-\infty; \frac{9}{4}) \cup (\frac{9}{4}; +\infty)$.

D. $m \neq \frac{9}{4}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4x) = f(x) + 4x^3 + 2x$ và $f(0) = 2$. Tính $I = \int_0^2 f(x)dx$.

A. $\frac{147}{63}$.

B. $\frac{149}{63}$.

C. $\frac{148}{63}$.

D. $\frac{352}{63}$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = 2 - 2i$. Tính mô đun của số phức $w = z_1 - 2z_2$.

A. $\sqrt{26}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $\sqrt{74}$.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.

C. $\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C$.

D. $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Câu 13: Tính bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi (cm^3)$

A. $r = 3 (cm)$

B. $r = 4 (cm)$

C. $r = 6 (cm)$

D. $r = 9 (cm)$

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây ?

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $y = 2$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = -2\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là:

A. $M(-2; 3; 0)$.

B. $M(0; -2; 3)$.

C. $M(-2; 0; 3)$.

D. $M(0; 3; -2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

A. $I(1; -3; -2), R = 9$.

B. $I(-1; 3; 2), R = 3$.

C. $I(1; 3; 2), R = 3$.

D. $I(-1; 3; 2), R = 9$.

Câu 17: Cho hai số thực a, b lớn hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \log_a\left(\frac{a^2 + 4b^2}{4}\right) + \frac{1}{4\log_{ab} b}$.

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{11}{4}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 4$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Độ dài của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b}$

A. $4\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Câu 19: Cho hình nón có đường sinh bằng $3a$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a .

A. $a\sqrt{5}$.

B. $2a\sqrt{5}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{13}$.

Câu 20: Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là:

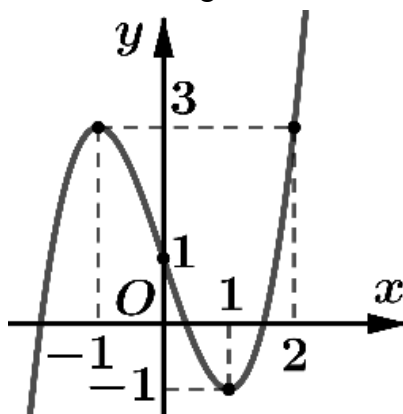
A. $x < -4$.

B. $x > 0$.

C. $x < 0$.

D. $x \geq -4$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ (như hình vẽ). Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5; 5)$ sao cho hàm số $y = f(x) - mx + 2020$ có đúng một điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng?



- A. 1. B. 0. C. 2. D. -1.

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện: $f(x) = 2x - 3\cos x$, $F(\frac{\pi}{2}) = 3$

- A. $F(x) = x^2 - 3\sin x + \frac{\pi^2}{4}$. B. $F(x) = x^2 - 3\sin x - \frac{\pi^2}{4}$.
C. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}$. D. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$.

Câu 23: Xác định n biết rằng hệ số của x^n trong khai triển $(1 + x + 2x^2 + \dots + nx^n)^2$ bằng $6n$.

- A. $n = 8$. B. $n = 6$. C. $n = 10$. D. $n = 5$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Tính khoảng cách d từ điểm S đến mặt phẳng (AMN) .

- A. $d = 2a$. B. $d = \frac{3a}{2}$. C. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $d = a\sqrt{5}$.

Câu 25: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2019)$.

- A. $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$. B. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} - 1}{2}$. C. $T = 2^{2019 \cdot 2020}$. D. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = y$ ($y > 0$) và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM = x$ ($0 < x < a$). Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2 + y^2 = a^2$.

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{5}$.

Câu 27: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (4 - x^2)^{-2020}$.

- A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $D = [-2; 2]$.
C. $D = (-2; 2)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Câu 28: Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

- A. $32 + 2\sqrt{15}$. B. $(32 + 2\sqrt{15})\pi$. C. $\frac{124}{3}$. D. $\frac{124}{3}\pi$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=-5$. D. $m=3$.

Câu 30: Diện tích toàn phần của một hình hộp chữ nhật là $S = 72$. Đáy của nó là hình vuông cạnh 3. Thể tích V của khối hộp chữ nhật bằng

- A. 81. B. $\frac{81}{2}$. C. 243. D. $\frac{27}{4}$.

Câu 31: Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 4i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng.

- A. 7. B. -7. C. -1. D. 1.

Câu 32: Cho số thực x thỏa mãn $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính giá trị $P = (\log_2 x)^4$

- A. $P = 27$. B. $P = 81\sqrt{3}$. C. $P = 729$. D. $P = 243$.

Câu 33: Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $-2 - 2i$. B. $2 + 2i$. C. $-2 + 2i$. D. $2 - 2i$.

Câu 34: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$, giá trị của biểu thức $A = |z_1|^4 + |z_2|^4$ là.

- A. 20. B. 200. C. $2\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

- A. 2008. B. 2007. C. 2018. D. 2019.

Câu 37: Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 38: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S

- A. $T = -10$. B. $T = 10$. C. $T = -12$. D. $T = 12$.

Câu 39: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x) = x^5(x-1)^2(x+3)(x+2)^4$. Số điểm cực trị của hàm số f là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 40: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty)$, biết $f(2) = 1$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

- A. $f(3) = 0$. B. $f(2) + f(3) = 4$.
C. $f(1) = 4$. D. $f(2019) > f(2020)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(-3; 0; 4)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 6. B. 3. C. $2\sqrt{6}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = x^2 - x - \ln x$. Biết trên đoạn $[1; e]$ hàm số có GTNN là m , và có GTLN là M . Hỏi $M + m$ bằng:

- A. $e^2 - e + 1$. B. $e^2 - e - 1$. C. $e^2 - e$. D. $2e^2 - e + 1$.

Câu 43: Cho $\int_{-2}^1 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^1 [3f(x) - 1]dx$.

- A. 5. B. 3. C. -6. D. 6.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = f'(-2018) = 0$, và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	0	+	

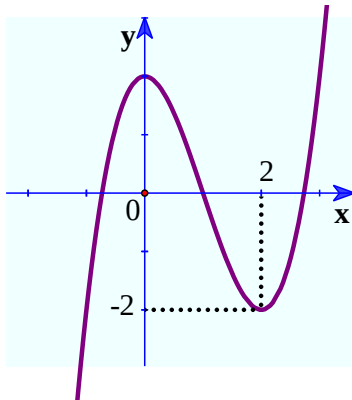
Hàm số $y = f(|x-1|-2018)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -2015)$. B. $(1; 3)$ C. $(-1009; 2)$. D. $(-2015; 1)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị là (C). Gọi $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 > 1$) là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính $S = x_0 - 4y_0$.

- A. $S = \frac{13}{4}$. B. $S = \frac{7}{4}$. C. $S = -2$. D. $S = 2$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 47: Một viên phấn bằng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5cm$, chiều dài $6cm$. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước $6cm \times 5cm \times 6cm$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

- A. 16. B. 15. C. 17. D. 18.

Câu 48: Cho $\log_3 5 = a, \log_5 2 = b, \log_3 11 = c$. Khi đó $\log_{216} 495$ bằng

- A. $\frac{a+c+2}{3ab+3}$. B. $\frac{a+c+2}{3ab}$. C. $\frac{a+c}{3ab+3}$. D. $\frac{a+c+2}{ab+3}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - y + 3z = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với (P) có phương trình

- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 50: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -5$ và $q = -3$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. 73810.

B. -73810 .

C. 36905.

D. -14762 .

----- HẾT -----

made	cauhoi	dapan
101	1	C
101	2	C
101	3	B
101	4	B
101	5	B
101	6	A
101	7	B
101	8	D
101	9	A
101	10	D
101	11	D
101	12	B
101	13	A
101	14	B
101	15	B
101	16	B
101	17	C
101	18	D
101	19	A
101	20	D
101	21	D
101	22	D
101	23	D
101	24	C
101	25	A
101	26	C
101	27	D
101	28	C
101	29	A
101	30	B
101	31	A
101	32	C
101	33	A
101	34	B
101	35	D
101	36	A
101	37	C
101	38	C
101	39	D
101	40	B
101	41	A
101	42	B
101	43	D
101	44	C
101	45	C
101	46	A
101	47	A
101	48	A
101	49	C
101	50	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.B	5.B	6.A	7.B	8.D	9.A	10.D
11.D	12.D	13.A	14.B	15.B	16.B	17.C	18.D	19.A	20.D
21.B	22.D	23.D	24.C	25.A	26.C	27.D	28.C	29.A	30.B
31.A	32.C	33.A	34.B	35.D	36.A	37.C	38.C	39.D	40.B
41.A	42.B	43.D	44.C	45.C	46.A	47.A	48.A	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 7 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

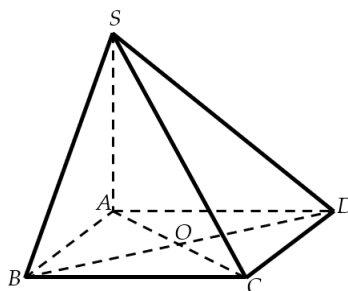
Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x = 5$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABO$.

- A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Do } ABCD \text{ là hình vuông cạnh bằng } 2a \text{ nên } AC = BD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OA = OB = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2 \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp } S.ABO \text{ là } V_{S.ABO} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABO} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 8; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-12; 6; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 24; 24)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) nên vector $\vec{n} = (1; 2; 2)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

Câu 4. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nam?

- A. 119700. B. 86450. C. 645. D. 1037400.

Lời giải

Chọn B

Chọn 5 học sinh trong tổng số 35 học sinh sao cho có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ có $C_{15}^3 \cdot C_{20}^2 = 86450$ cách chọn.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; -6)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm I đến mặt phẳng (P) ?

- A. $d = \frac{7}{9}$. B. $d = 7$. C. $d = -7$. D. $d = -\frac{7}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) bằng: $d = \frac{|2 \cdot 2 - (-1) - 2 \cdot (-6) + 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{21}{3} = 7$.

Câu 6. Cho biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = \frac{x-3}{x-2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{2x+5}{x+2}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- Hàm số không xác định tại điểm $x = 2$. Nên loại đáp án D.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$. Loại được đáp án C.

3. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Chọn **A** vì $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}.$$

- A.** $\vec{u} = (7; 4; 5)$. **B.** $\vec{u} = (-7; -4; 5)$. **C.** $\vec{u} = (-7; 4; 5)$. **D.** $\vec{u} = (-7; 4; -5)$.

Lời giải

Chọn B

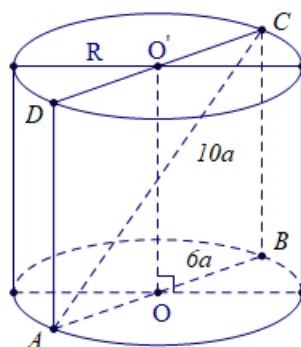
Đường thẳng $d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-7; -4; 5)$.

Câu 8. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trụ ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 6a, AC = 10a$. Thể tích khối trụ là

- A.** $36\pi a^3$. **B.** $64\pi a^3$. **C.** $90\pi a^3$. **D.** $72\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



$AB = 6a \Rightarrow$ Bán kính đáy của hình trụ $R = 3a$.

Chiều cao hình trụ $h = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 8a$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 72\pi a^3$.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 3x + m)$ có tập xác định

$$D = \mathbb{R}$$

- A.** $m \in \left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$. **B.** $m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right]$.
C. $m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right) \cup \left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$. **D.** $m \neq \frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ thì $x^2 - 3x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Suy ra: } \Delta = (-3)^2 - 4.1.m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{9}{4}.$$

$$\text{Vậy } m \in \left(\frac{9}{4}; +\infty \right).$$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4x) = f(x) + 4x^3 + 2x$ và $f(0) = 2$. Tính

$$I = \int_0^2 f(x) dx.$$

A. $\frac{147}{63}.$

B. $\frac{149}{63}.$

C. $\frac{148}{63}.$

D. $\frac{352}{63}.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f(4x) = f(x) + 4x^3 + 2x \Rightarrow f(4x) - f(x) = 4x^3 + 2x \quad (1).$$

Suy ra: $f(x)$ và $f(4x)$ là hàm số bậc ba.

$$\text{Khi đó: } f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0) \text{ và } f(4x) = 64ax^3 + 16bx^2 + 4cx + d.$$

$$\text{Ta có: } f(4x) - f(x) = 63ax^3 + 15bx^2 + 3cx \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra: } \begin{cases} a = \frac{4}{63} \\ b = 0 \\ c = \frac{2}{3} \end{cases}. \text{ Mặt khác: vì } f(0) = 2 \text{ nên } d = 2.$$

$$\text{Do đó, } f(x) = \frac{4}{63}x^3 + \frac{2}{3}x + 2.$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(\frac{4}{63}x^3 + \frac{2}{3}x + 2 \right) dx = \frac{352}{63}.$$

* Chứng minh $f(x)$ là duy nhất.

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{4}{63}x^3 + \frac{2}{3}x + 2 \text{ và } f(4x) = \frac{256}{63}x^3 + \frac{8}{3}x + 2; \quad f(4x) - f(x) = 4x^3 + 2x.$$

$$\text{Suy ra: } f(4x) - \frac{4}{63}(4x)^3 - \frac{2}{3}(4x) = f(x) - \frac{4}{63}x^3 - \frac{2}{3}x.$$

$$\text{Đặt } g(4x) = f(4x) - \frac{4}{63}(4x)^3 - \frac{2}{3}(4x) \text{ và } g(x) = f(x) - \frac{4}{63}x^3 - \frac{2}{3}x.$$

$$\text{Ta có: } g(4x) = g(x); \quad g(0) = f(0) = 2.$$

$$\text{Suy ra: } g(x) = g\left(\frac{x}{4}\right) = g\left(\frac{x}{4^2}\right) = \dots = g\left(\frac{x}{4^n}\right), n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Khi } n \rightarrow +\infty \text{ suy ra } g(x) = g(0) = 2.$$

Vậy $f(x) = \frac{4}{63}x^3 - \frac{2}{3}x + 2, \forall x$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 3i; z_2 = 2 - 2i$. Tính mô đun của số phức $w = z_1 - 2z_2$.

- A. $\sqrt{26}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $\sqrt{74}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w = z_1 - 2z_2 = -1 + 3i - 2(2 - 2i) = -5 + 7i$.

$\Rightarrow |w| = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$.

Câu 12. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\int \cos x dx = \sin x + C$. B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. C. $\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

Câu 13. Tính bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

- A. $r = 3 \text{ (cm)}$. B. $r = 4 \text{ (cm)}$. C. $r = 6 \text{ (cm)}$. D. $r = 9 \text{ (cm)}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối cầu ta có: $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây?

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+1}{x-3} = +\infty$.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = -2\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

- A. $M(-2; 3; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(-2; 0; 3)$. D. $M(0; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{j}(0; 1; 0)$, $\vec{k}(0; 0; 1)$ nên $\overrightarrow{OM} = -2\vec{j} + 3\vec{k} = (0; -2; 3)$.

Vậy $M(0; -2; 3)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tọa

độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) là

- A.** $I(1; -3; -2), R=9$. **B.** $I(-1; 3; 2), R=3$. **C.** $I(1; 3; 2), R=3$. **D.** $I(-1; 3; 2), R=9$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là:

$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ Vậy theo giả thiết tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) là $I(-1; 3; 2), R=3$.

Câu 17. Cho hai số thực a, b lớn hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \log_a \left(\frac{a^2 + 4b^2}{4} \right) + \frac{1}{4 \log_{ab} b}.$$

- A.** $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Theo bất đẳng thức Côsi ta có $\frac{a^2 + 4b^2}{4} = \frac{a^2 + (2b)^2}{4} \geq \frac{4ab}{4} = ab \Rightarrow \log_a \left(\frac{a^2 + 4b^2}{4} \right) \geq \log_a ab$.

Do $a, b > 1 \Rightarrow \log_a b > \log_a 1 = 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} S &= \log_a \left(\frac{a^2 + 4b^2}{4} \right) + \frac{1}{4} \log_b ab \geq \log_a ab + \frac{1}{4} \log_b ab \\ &= 1 + \log_a b + \frac{1}{4} (\log_b a + 1) = \log_a b + \frac{1}{4 \log_a b} + \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

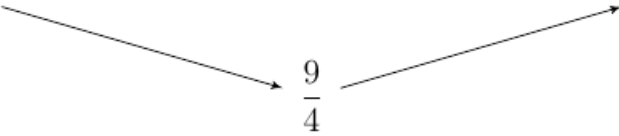
Đặt $t = \log_a b$, ta có $S \geq t + \frac{1}{4t} + \frac{5}{4}$.

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{4t} + \frac{5}{4}$ với $t > 0$.

$$\text{Ta có } f'(t) = 1 - \frac{1}{4t^2} = \frac{4t^2 - 1}{4t^2}.$$

$$\text{Khi đó } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{4t^2 - 1}{4t^2} = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

Suy ra $\min_{t \in (0; +\infty)} f(t) = \frac{9}{4}$ khi $t = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{9}{4}$ khi $t = \log_a b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = \sqrt{a}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Độ dài của $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b}$.

A. $4\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{8} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 4.$$

Theo đề bài

$$\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} \Rightarrow \vec{u}^2 = (2\vec{a} + \vec{b})^2 = 4\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 4|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 16 + 16 + 16 = 48.$$

$$\text{Vậy } |\vec{u}| = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}.$$

Câu 19. Cho hình nón có đường sinh bằng $3a$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính chiều cao hình nón đó theo a .

A. $a\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}a$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h, l, r lần lượt là chiều cao, đường sinh và bán kính đáy của hình nón.

Theo giả thiết $l = 3a$.

$$\text{Ta có: } S_{xq} = 6\pi a^2 \Leftrightarrow \pi r l = 6\pi a^2 \Leftrightarrow r 3a = 6a^2 \Leftrightarrow r = 2a.$$

$$\text{Vậy chiều cao hình nón đã cho là } h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(3a)^2 - (2a)^2} = a\sqrt{5}.$$

Câu 20. Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là.

A. $x < -4$.

B. $x > 0$.

C. $x < 0$.

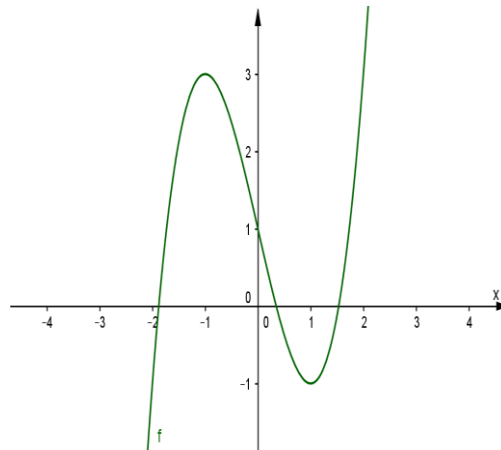
D. $x \geq -4$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4.$$

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (như hình vẽ). Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5; 5)$ sao cho hàm số $y = f(x) - mx + 2020$ có đúng một điểm cực trị. Tổng các phần tử của S bằng



A. -5.

B. -3.

C. 2.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = f'(x) - m ; y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) - m = 0 \Leftrightarrow f'(x) = m \quad (1).$$

Hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình (1) có nghiệm duy nhất hoặc có hai nghiệm

$$\text{trong đó có 1 nghiệm kép} \Rightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{Vì } m \in (-5; 5) \Rightarrow m \in (-5; -1] \cup [3; 5).$$

$$\text{Mặt khác } m \text{ nguyên nên } m \in \{-4; -3; -2; -1; 3; 4\} \Rightarrow S = \{-4; -3; -2; -1; 3; 4\}.$$

$$\text{Tổng các phần tử của } S \text{ bằng: } -4 - 3 - 2 - 1 + 3 + 4 = -3.$$

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện: $f(x) = 2x - 3\cos x, F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3.$

A. $F(x) = x^2 - 3\sin x + \frac{\pi^2}{4}.$

B. $F(x) = x^2 - 3\sin x - \frac{\pi^2}{4}.$

C. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}.$

D. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}.$

Lời giải

Chọn D

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (2x - 3\cos x) dx = x^2 - 3\sin x + C.$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \Rightarrow \frac{\pi^2}{4} - 3\sin\frac{\pi}{2} + C = 3 \Rightarrow C = 6 - \frac{\pi^2}{4}.$$

$$\Rightarrow F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$$

Câu 23. Xác định n biết rằng hệ số của x^n trong khai triển $(1+x+2x^2+\dots+nx^n)^2$ bằng $6n$.

A. $n=8$.

B. $n=6$.

C. $n=10$.

D. $n=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$(1+x+2x^2+\dots+nx^n)^2 = (1+x+2x^2+\dots+(n-1)x^{n-1}+nx^n)(nx^n+(n-1)x^{n-1}+\dots+x^2+x+1)$$

Suy ra hệ số của x^n là:

$$n+1.(n-1)+2.(n-2)+\dots+(n-2).2+(n-1).1+n$$

$$= n+1.(n-1)+2.(n-2)+\dots+(n-2).[n-(n-2)]+(n-1).[n-(n-1)]+n$$

$$= 2n+1.n+2.n+\dots+(n-1).n+n.n-(1^2+2^2+\dots+(n-1)^2+n^2)$$

$$= 2n+n(1+2+\dots+n)-(1^2+2^2+\dots+(n-1)^2+n^2)$$

$$= 2n+n.\frac{n(n+1)}{2}-\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{n^3+11n}{6}$$

$$\text{Vậy } \frac{n^3+11n}{6}=6n \Leftrightarrow n^3+11n=36n \Rightarrow n=5 \text{ (Vì } n \in \mathbb{N}^* \text{)}.$$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD=2AB=2a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Tính khoảng cách d từ điểm S đến mặt phẳng (AMN) .

A. $d=2a$.

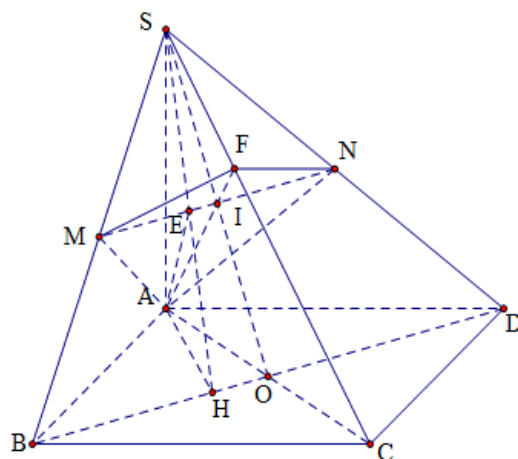
B. $d=\frac{3a}{2}$.

C. $d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $d=a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C



Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại H, ta có:

$$\begin{cases} BD \perp (SAH) \\ MN \parallel BD \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAH) \Rightarrow (AMN) \perp (SAH)$$

Mặt khác $(AMN) \cap (SAH) = SE$, suy ra: $d(S; (AMN)) = d(S; AE)$.

Xét tam giác vuông SAH có: $AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

$$SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{20a^2}{25}} = \frac{2a\sqrt{30}}{5}.$$

Vì MN là đường trung bình của tam giác SBD nên E là trung điểm của SH, suy ra:

$$AE = \frac{1}{2} SH = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

$$d(S; AE) = \frac{2S_{\triangle SAE}}{AE} = \frac{S_{\triangle SAH}}{AE} = \frac{AS \cdot AH}{2 \cdot AE} = \frac{2a \cdot 2a\sqrt{5}}{2 \cdot 5 \cdot \frac{a\sqrt{30}}{5}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 25. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2019)$.

A. $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$.

B. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} - 1}{2}$.

C. $T = 2^{2019 \cdot 2020}$.

D. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F(x) = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Theo giả thiết $F(0) = \frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow \frac{2^0}{\ln 2} + C = \frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow C = 0$. Suy ra: $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$

Vậy $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2019) = \frac{2^0}{\ln 2} + \frac{2^1}{\ln 2} + \frac{2^2}{\ln 2} + \dots + \frac{2^{2019}}{\ln 2}$

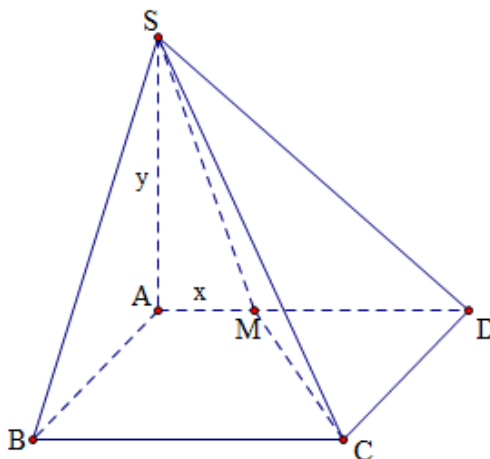
$$= \frac{1}{\ln 2} (2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2019}) = \frac{1}{\ln 2} \cdot 1 \cdot \frac{1 - 2^{2020}}{1 - 2} = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}.$$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = y$ ($y > 0$) và vuông góc với mặt đáy ($ABCD$). Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM = x$ ($0 < x < a$). Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2 + y^2 = a^2$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $S_{ABCM} = \frac{1}{2}(AM + BC) \cdot AB = \frac{1}{2}(x + a) \cdot a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCM$ là $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCM} = \frac{1}{3}y \cdot \frac{1}{2}(ax + a^2) = \frac{a}{6}(xy + ay)$

$$\Leftrightarrow V^2 = \frac{a^2}{36}y^2(x+a)^2 \Leftrightarrow \frac{36}{a^2}V^2 = (a^2 - x^2)(x+a)^2$$

Xét hàm số $f(x) = (a^2 - x^2)(x+a)^2$ trên khoảng $(0; a)$.

Ta có: $f'(x) = -2x(x+a)^2 + 2(a^2 - x^2)(x+a) = 2(x+a)^2(a - 2x)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2} \quad (\forall x > 0)$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{a}{2}$	a
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow f\left(\frac{a}{2}\right) \searrow$		

Từ bảng biến thiên suy ra: $\max_{(0;a)} f(x) = f\left(\frac{a}{2}\right) = \left(a^2 - \frac{a^2}{4}\right)\left(\frac{a}{2} + a\right)^2 = \frac{27a^4}{16}$

$$\text{Vậy } V_{\max} = \sqrt{\frac{a^2}{36} \cdot \max_{(0;a)} f(x)} = \sqrt{\frac{a^2}{36} \cdot \frac{27a^4}{16}} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}.$$

Câu 27. Tìm tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{-2020}$.

A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $D = [-2; 2]$.

C. $D = (-2; 2)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện xác định: } 4 - x^2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}.$$

Câu 28. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x thuộc đoạn $[1; 3]$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

A. $32 + 2\sqrt{15}$.

B. $(32 + 2\sqrt{15})\pi$.

C. $\frac{124}{3}$.

D. $V = \frac{124}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có diện tích của thiết diện là } S(x) = 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Thể tích của vật thể } T \text{ là } V &= \int_1^3 S(x) dx = \int_1^3 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_1^3 \sqrt{3x^2 - 2} d(3x^2 - 2) = \frac{1}{3} (3x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} \Big|_1^3 = \frac{124}{3}. \end{aligned}$$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) vuông góc với (Q) thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = -5$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; m+1; -2)$, mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$.

$$\text{Để } (P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 30. Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là $S = 72$. Đáy của nó là hình vuông cạnh 3. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng bao nhiêu?

A. 81.

B. $\frac{81}{2}$.

C. 243.

D. $\frac{27}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi a, b, c là 3 kích thước của hình hộp chữ nhật. Theo giả thiết đáy là hình vuông cạnh bằng 3 nên $a = b = 3$.

$$\text{Ta có: } S_p = 72 \Leftrightarrow 2(a.b + a.c + b.c) = 72 \Leftrightarrow 2(9 + 6c) = 72 \Leftrightarrow c = \frac{9}{2}.$$

$$V = a.b.c = \frac{81}{2}$$

- Câu 31.** Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 4i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng
A. 7. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \bar{z} = 3 - 4i \Rightarrow z = 3 + 4i$$

Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 7.

- Câu 32.** Cho số thực x thỏa mãn $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính giá trị $P = (\log_2 x)^4$
A. $P = 27$. **B.** $P = 81\sqrt{3}$. **C.** $P = 729$. **D.** $P = 243$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_8 x > 0 \\ \log_2 x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x) \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{3}\log_2 x\right) = \log_2(\log_2 x)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\log_2 x = \sqrt[3]{\log_2 x} \Leftrightarrow \log_2 x = 3\sqrt[3]{\log_2 x} \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{\log_2 x} \quad (t > 0) \Rightarrow t^3 = \log_2 x$$

$$(*) \Leftrightarrow t^3 = 3t \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \sqrt{3} \\ t = -\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow t = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt[3]{\log_2 x} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \log_2 x = 3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2^{3\sqrt{3}} \text{ (thỏa mãn đề bài).}$$

$$\text{Vậy } P = (3\sqrt{3})^4 = 729.$$

- Câu 33.** Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.
A. $-2 - 2i$. **B.** $2 + 2i$. **C.** $-2 + 2i$. **D.** $2 - 2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = 2 + 4i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 4i$.

Khi đó: $w = iz + \bar{z} = i(2 + 4i) + 2 - 4i = 2i + 4i^2 + 2 - 4i = -2 - 2i$.

Câu 34. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$, giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^4 + |z_2|^4 \text{ là}$$

A. 20.

B. 200.

C. $2\sqrt{10}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z^2 - 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 1 = -9 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 9i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z-1=3i \\ z-1=-3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1+3i=z_1 \\ z=1-3i=z_2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } A = |z_1|^4 + |z_2|^4 = \left(\sqrt{1^2 + 3^2}\right)^4 + \left(\sqrt{1^2 + (-3)^2}\right)^4 = 200.$$

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$.

Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

A. 60° .

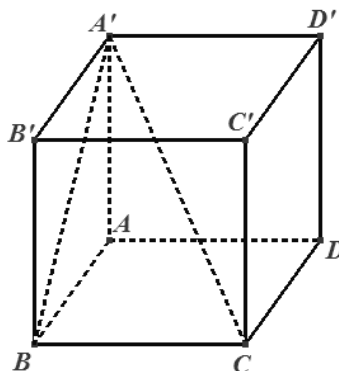
B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn D



Ta có $CB \perp AB, CB \perp BB' \Rightarrow CB \perp (AA'B'B)$.

$\Rightarrow A'C$ có hình chiếu là $A'B$ trên $(AA'B'B) \Rightarrow (A'C, (AA'B'B)) = (A'C, A'B) = CA'B$ (vì $\triangle CA'B$ vuông tại B nên $CA'B$ nhọn).

$$\text{Ta có } A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \tan CA'B = \frac{BC}{A'B} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow CA'B = 30^\circ.$$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2020; 2020)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$?

A. 2008.

B. 2007.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = f'(x) - (2m+4)$.

Hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$ khi $g'(x) \leq 0, \forall x \in (0; 2)$

$$\Leftrightarrow f'(x) - (2m+4) \leq 0, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 4 \leq 2m+4, \forall x \in (0; 2).$$

Xét hàm số $h(x) = 3x^2 + 6x + 4 \Rightarrow h'(x) = 6x + 6$. Ta có BBT:

x	0	2
$h'(x)$	+	
$h(x)$	4	28

Vậy $2m+4 \geq 28 \Leftrightarrow m \geq 12$. Vì m nguyên thuộc $(-2020; 2020)$ nên có 2008 giá trị thỏa mãn.

Câu 37. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{2x+1}{x-1}.$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

Suy ra hàm số không có điểm cực trị.

Câu 38. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S

A. $T = -10$.

B. $T = 10$.

C. $T = -12$.

D. $T = 12$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox là nghiệm của phương trình: $x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow -x^3 - 3x^2 + 9x = 2m + 1$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = -3x^2 - 6x + 9, f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-27	5	$-\infty$	

Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = 2m + 1$ cắt đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x$ tại hai điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên suy ra: $\begin{cases} 2m+1=5 \\ 2m+1=-27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-14 \end{cases} \Rightarrow S = \{-14; 2\}$.

Tổng của các phần tử thuộc tập S là: $T = -14 + 2 = -12$.

Câu 39. Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x) = x^5(x-1)^2(x+3)(x+2)^4$. Số điểm cực trị của hàm số f là:

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^5(x-1)^2(x+3)(x+2)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-3 \\ x=-2 \end{cases}$$

Ta thấy $x=0$ là nghiệm bội lẻ nên đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu qua $x=0$

$x=1, x=-2$ là hai nghiệm bội chẵn nên đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu qua $x=1$ và $x=-2$

$x=-3$ là nghiệm đơn nên đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu qua $x=-3$.

Từ đó ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy số điểm cực trị của hàm số f là 2

Câu 40. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty)$, biết $f(2) = 1$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

- A. $f(3) = 0$. B. $f(2) + f(3) = 4$.
C. $f(1) = 4$. D. $f(2019) > f(2020)$.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(|x-1|-2018)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -2015)$. B. $(1; 3)$. C. $(-1009; 2)$. D. $(-2015; 1)$.

Lời giải.

Chọn C

Từ bảng xét dấu của $f'''(x)$ và giả thiết $f'(0) = 3, f'(2) = f'(-2018) = 0$ suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2018	0	2	$+\infty$	
$f'''(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$						

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$	-2018	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$					

Hàm số $y = f(|x-1|-2018)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $|x-1|-2018 = -2018$

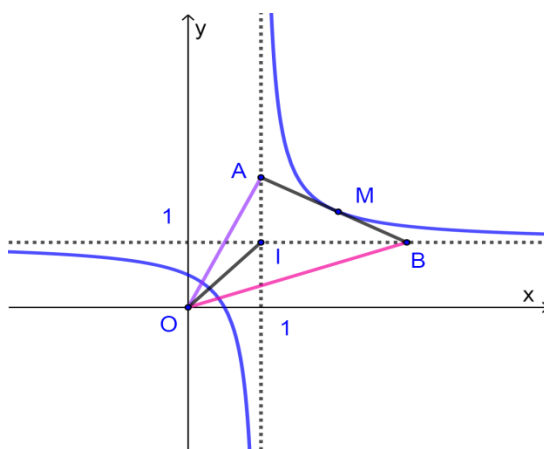
$$\Leftrightarrow |x-1| = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (-1009; 2).$$

- Câu 45.** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 > 1$) là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính $S = x_0 - 4y_0$.

- A. $S = \frac{13}{4}$. B. $S = \frac{7}{4}$. C. $S = -2$. D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } y = \frac{2x-1}{2x-2} = 1 + \frac{1}{2x-2}$$

TCĐ: $x = 1$ (d_1), TCN: $y = 1$ (d_2). Điểm $I(1; 1)$.

Ta có $y' = \frac{-1}{2(x-1)^2}$

Giả sử $M\left(x_0; 1 + \frac{1}{2x_0 - 2}\right) \in (C)$

Phương trình tiếp tuyến tại M là $\Delta: y = \frac{-1}{2(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + 1 + \frac{1}{2x_0 - 2}$

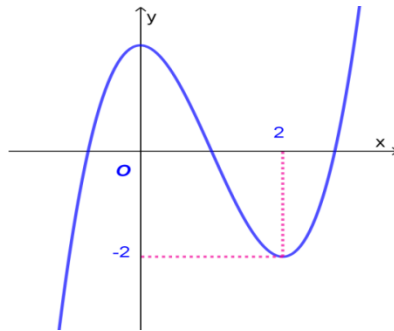
$A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A\left(1; \frac{x_0}{x_0 - 1}\right)$, $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(2x_0 - 1; 1)$, $\overrightarrow{IB} = (2x_0 - 2; 0)$; $\overrightarrow{IA} = \left(0; \frac{1}{x_0 - 1}\right)$.

Ta có $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot IB = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot IA \Leftrightarrow IB = 8IA$

$\Leftrightarrow |2x_0 - 2| = 8 \cdot \left|\frac{1}{x_0 - 1}\right| \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \text{ (TM)} \\ x_0 = -1 \text{ (L)} \end{cases}$

$\Rightarrow y_0 = \frac{5}{4} \Rightarrow S = x_0 - 4y_0 = 3 - 4 \cdot \frac{5}{4} = -2$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A. 2.

B. 1.

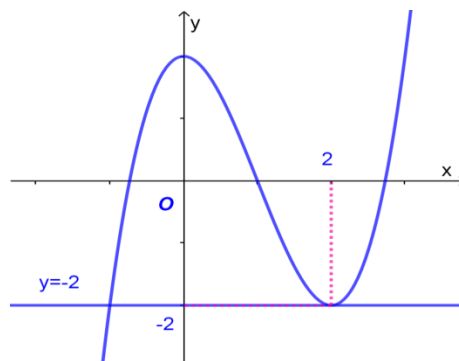
C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$.



Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -2$. Suy ra số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là 2.

Câu 47. Một viên phấn bằg có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng 0,5cm, chiều dài bằng

6cm. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton xếp các viên phấn đó với kích thước $6\text{cm} \times 5\text{cm} \times 6\text{cm}$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp được 460 viên phấn.

A. 16.

B. 15.

C. 17.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

Một viên phân nội tiếp trong một hình hộp chữ nhật có kích thước: $1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 1\text{cm}$; thể tích khối hộp đó là $V_1 = 1.6.1 = 6\text{cm}^3$.

Một hình hộp chữ nhật bằng carton theo yêu cầu bài toán có thể tích là $V_2 = 6.5.6 = 180\text{cm}^3$

được được số viên phân là: $\frac{V_2}{V_1} = 30$ viên phân.

Số hộp chữ nhật bằng carton phải làm là $n \geq \frac{460}{30} \approx 15,3$.

Suy ra số hộp chữ nhật bằng carton ít nhất phải làm là $n = 16$.

Câu 48. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_5 2 = b$, $\log_3 11 = c$. Khi đó $\log_{216} 495$ bằng

A. $\frac{a+c+2}{3ab+3}$.

B. $\frac{a+c+2}{3ab}$.

C. $\frac{a+c}{3ab+3}$.

D. $\frac{a+c+2}{ab+3}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1

$$\begin{aligned} \log_{216} 495 &= \log_{2^3 \cdot 3^3} (3^2 \cdot 5 \cdot 11) = \log_{2^3 \cdot 3^3} 3^2 + \log_{2^3 \cdot 3^3} 5 + \log_{2^3 \cdot 3^3} 11 \\ &= \frac{1}{\log_{3^2} (2^3 \cdot 3^3)} + \frac{1}{\log_5 (2^3 \cdot 3^3)} + \frac{1}{\log_{11} (2^3 \cdot 3^3)} \\ &= \frac{1}{\log_{3^2} 2^3 + \log_{3^2} 3^3} + \frac{1}{\log_5 2^3 + \log_5 3^3} + \frac{1}{\log_{11} 2^3 + \log_{11} 3^3} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2} \log_3 2 + \frac{3}{2}} + \frac{1}{3 \log_5 2 + 3 \log_5 3} + \frac{1}{3 \log_{11} 2 + \frac{3}{c}} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot \frac{\log_5 2}{\log_5 3} + \frac{3}{2}} + \frac{1}{3b + \frac{3}{a}} + \frac{1}{3 \cdot \frac{\log_3 2}{\log_3 11} + \frac{3}{c}} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot ab + \frac{3}{2}} + \frac{1}{3b + \frac{3}{a}} + \frac{1}{3 \cdot \frac{ab}{c} + \frac{3}{c}} = \frac{2}{3ab+3} + \frac{a}{3ab+3} + \frac{c}{3ab+3} = \frac{a+c+2}{3ab+3}. \end{aligned}$$

Cách 2

$$\begin{aligned} \log_{216} 495 &= \log_{2^3 \cdot 3^3} (3^2 \cdot 5 \cdot 11) = \frac{\log_3 (3^2 \cdot 5 \cdot 11)}{\log_3 (2^3 \cdot 3^3)} = \frac{2 + \log_3 5 + \log_3 11}{3 + \log_3 2^3} = \frac{2 + \log_3 5 + \log_3 11}{3 + 3 \log_3 2} \\ &= \frac{2 + \log_3 5 + \log_3 11}{3 + 3 \log_3 5 \cdot \log_3 2} = \frac{2 + a + c}{3 + 3ab}. \end{aligned}$$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm VTPT.

Vì $d \perp (P)$ nên d nhận $\vec{n}$ làm VTCP.

Đường thẳng d đi qua $M(1; -1; 2)$ và nhận $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm VTCP có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

Câu 50. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -5$ và $q = -3$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. 73810.

B. -73810.

C. 36905.

D. -14762.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = -5 \cdot \frac{1 - (-3)^{10}}{1 - (-3)} = 73810.$$

☞ HẾT ☞