

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 1 trang)

Câu 1 (2,0điểm). Cho hàm số: $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ (1).

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình: $y''(x_0) = 12$.

Câu 2 (1,0điểm).

a) Giải phương trình lượng giác: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos 3x = 2\cos x$.

b) Giải phương trình: $2 \cdot 9^x + 3 \cdot 4^x = 5 \cdot 6^x$.

Câu 3 (1,0điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^2 e^x \left(x - \frac{e^{-x}}{x^2}\right) dx$.

Câu 4 (1,0điểm).

a) Tại một kì SeaGames, môn bóng đá nam có 10 đội bóng tham dự (trong đó có đội Việt Nam và đội Thái Lan). Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia 10 đội bóng nói trên thành 2 bảng A và B, mỗi bảng 5 đội. Tính xác suất để đội Việt Nam và đội Thái Lan ở cùng một bảng.

b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{12}$.

Câu 5 (1,0điểm).

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = a$, $AA' = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC .

Câu 6 (1,0điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Điểm $E(2; 3)$ thuộc đoạn thẳng BD , các điểm $H(-2; 3)$ và $K(2; 4)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm E trên AB và AD . Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$.

Câu 7 (1,0điểm).

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ và mặt phẳng (Q) có phương trình: $x + 2y + 3z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với mặt phẳng (Q).

Câu 8 (1,0điểm).

Giải bất phương trình sau trên tập số thực: $\frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{6x^2 + 12x + 24} - 2x - 4} \geq \frac{1}{2}$.

Câu 9 (1,0điểm).

Cho các số thực a, b, c khác nhau, thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$ và $ab + bc + ca > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2}{|a-b|} + \frac{2}{|b-c|} + \frac{2}{|c-a|} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}.$$

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

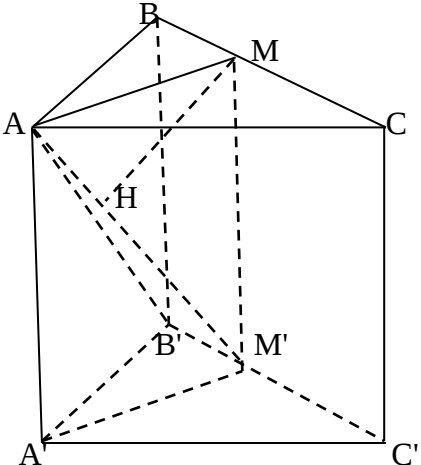
Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Họ và tên người ra đề: Nguyễn Thị Hương

Họ và tên người thẩm định đề: Nguyễn Đức Thanh

Câu	Nội dung lời giải	Điểm																
1a	1.TXD: R	0.25																
	2. Sự biến thiên của hàm số.																	
	* $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$																	
	* $y' = 3x^2 - 12x + 9$ $y' = 0$ khi $x = 1; x = 3$	0.25																
	Bảng biến thiên:																	
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$														
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.																	
	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.																	
	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = -1$.																	
	Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CD} = 3$.																	
	3. Đồ thị:	0.25																
	Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $A(0; -1)$.																	
	Điểm uốn: $U(2; 1)$																	
	Nhận xét: Đồ thị hàm số nhận điểm uốn $U(2; 1)$ làm tâm đối xứng.																	
	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$	0.25																

1b	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình: $y''(x_0) = 12$.	1.0
	Có $y'' = 6x - 12$ $y'' = 12$ khi $x = 4$. Tọa độ tiếp điểm là $(4; 3)$, $y'(4) = 9$. Phương trình tiếp tuyến là: $y = 9(x - 4) + 3 \Rightarrow y = 9x - 33$.	0.5 0.5
Câu 2a	Giải phương trình lượng giác: $\sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos 3x = 2\cos x$. (1)	0.5
	$pt(1) \Leftrightarrow \cos x + \cos 3x = 2\cos x \Leftrightarrow 2\cos x(\cos 2x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = l\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$ Vậy pt(1) có các nghiệm là: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$; $x = l\pi$.	0.25 0.25
2b	Giải phương trình: $2 \cdot 9^x + 3 \cdot 4^x = 5 \cdot 6^x$ (1)	0.5
	Chia cả 2 vế cho 6^x ta được: $2 \cdot (\frac{3}{2})^x + 3 \cdot (\frac{2}{3})^x = 5$ Đặt $(\frac{3}{2})^x = t$ ($t > 0$) Ta có phương trình: $2t + \frac{3}{t} = 5 \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 3 = 0 \Rightarrow t = 1; t = \frac{3}{2}$ $t = 1 \Rightarrow x = 0$ $t = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 1$ Vậy $x = 0$; $x = 1$ là nghiệm của phương trình.	0.25 0.25
Câu 3	Tính tích phân: $I = \int_1^2 e^x (x - \frac{e^{-x}}{x^2}) dx$.	1.0
	$I = \int_1^2 e^x (x - \frac{e^{-x}}{x^2}) dx = \int_1^2 (xe^x - \frac{1}{x^2}) dx = \int_1^2 xe^x dx + \frac{1}{x} \Big _1^2 = I_1 - \frac{1}{2}$. Tính $I_1 = \int_1^2 xe^x dx$ Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$ $I_1 = xe^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - e^2 + e = e^2$.	0.5

	Vậy $I = I_1 - \frac{1}{2} = e^2 - \frac{1}{2}$.	0.5
Câu 4a	Tại một kì SeaGames, môn bóng đá nam có 10 đội bóng tham dự (trong đó có đội Việt Nam và đội Thái Lan). Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia 10 đội bóng nói trên thành 2 bảng A và B, mỗi bảng 5 đội. Tính xác suất để đội Việt Nam và đội Thái Lan ở cùng một bảng.	0.5
	Số cách chia 10 đội bóng thành 2 bảng A và B là: $C_{10}^5 \cdot C_5^5 = 252$. Số cách chia để đội Việt Nam và đội Thái Lan ở cùng 1 bảng là: $2 \cdot C_8^3 = 112$. Xác suất để đội Việt Nam và đội Thái Lan ở cùng một bảng: $P = \frac{112}{252} = \frac{4}{9}$	0.25 0.25
4b	Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton: $(x + \frac{2}{x^2})^{12}$.	0.5
	Số hạng tổng quát của khai triển đã cho là: $T = C_{12}^k x^{12-k} (\frac{2}{x^2})^k = C_{12}^k 2^k \cdot x^{12-3k}$ Số hạng không chứa x ứng với giá trị của k thỏa mãn: $12 - 3k = 0 \Rightarrow k = 4$. Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{12}^4 \cdot 2^4$.	0.25 0.25
Câu 5	Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại A, AB = 2a, AC = a, AA' = 3a. Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC.	1.0
	 Thể tích khối lăng trụ: $V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 2a \cdot a = 3a^3$ (đvtt) Gọi M, M' lần lượt là chân đường cao hạ từ A, A' trong các tam giác ABC và A'B'C' Ta có $B'C' \perp (AA'M'M)$, trong mặt phẳng (AA'M'M) hạ MH vuông góc với AM' thì $MH \perp (AB'C')$. Khi đó: $d(AB'; BC) = d(BC; (AB'C')) = d(M; (AB'C')) = MH$.	0.5

	Trong tam giác AMM' có: $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MM'^2} + \frac{1}{AM'^2} = \frac{1}{MM'^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{49}{36a^2}$ $\Rightarrow MH = \frac{6a}{7} \Rightarrow d(AB'; BC) = \frac{6a}{7}.$	0.25
		0.25
Câu 6	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Điểm E(2; 3) thuộc đoạn thẳng BD, các điểm H(-2; 3) và K(2; 4) lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm E trên AB và AD. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD.	1.0
	Phương trình đường thẳng EH: $y - 3 = 0 \Rightarrow$ pt đường thẳng AK: $y - 4 = 0$ Phương trình đường thẳng EK: $x - 2 = 0 \Rightarrow$ pt đường thẳng AH: $x + 2 = 0$ $\Rightarrow A(-2; 4)$ Giả sử $\vec{n}(a;b)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng BD. $\hat{ABD} = 45^\circ \Rightarrow \frac{ a }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \pm b$ - Với $a = b$. Phương trình đường thẳng BD: $x + y - 5 = 0$. $\Rightarrow B(-2; 7)$ và $D(1; 4)$ (không thỏa mãn điều kiện E nằm trên đoạn BD) - Với $a = -b$. Phương trình đường thẳng BD: $x - y + 1 = 0$. $\Rightarrow B(-2; -1)$ và $D(3; 4)$ (thỏa mãn điều kiện E nằm trên đoạn BD) Gọi I là trung điểm của BD $\Rightarrow I(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$, C đối xứng với A qua I $\Rightarrow C(3; -1)$. Vậy $A(-2; 4)$, $B(-2; -1)$, $C(3; -1)$, $D(3; 4)$.	0.5 0.5
Câu 7	Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1; 0; 1), B(2; 1; 2) và mặt phẳng (Q) có phương trình: $x + 2y + 3z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q).	1.0
	$\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$, véc tơ pháp tuyến của mp(Q): $\vec{n}_Q = (1;2;3)$ Từ giả thiết suy ra véc tơ pháp tuyến của mp(P) là: $\vec{n}_P = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_Q] = (1; -2; 1)$ Phương trình mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 2 = 0$.	0.5 0.5
Câu 8	Giải bất phương trình sau trên tập số thực: $\frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{6x^2+12x+24}-2x-4} \geq \frac{1}{2}.$	1.0
	ĐKXĐ: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \sqrt{6(x^2+2x+4)} \neq 2(x+2) \end{cases} \Rightarrow x \geq -2$ Nhận xét: $\sqrt{6(x^2+2x+4)} - 2(x+2) = \frac{2x^2-4x+8}{\sqrt{6(x^2+2x+4)}+2(x+2)} > 0 \quad \forall x \geq -2$ Ta có:	0.25

	$\frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{6x^2+12x+24}-2x-4} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(\sqrt{x+2}-2) \geq \sqrt{6x^2+12x+24}-2x-4$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x+2}+2(x+2)-4 \geq \sqrt{6[(x+2)^2-2(x+2)+4]}$ Đặt $t = x + 2$ ($t \geq 0$), bất pt trở thành: $2t + 2\sqrt{t} - 4 \geq \sqrt{6(t^2 - 2t + 4)}$ (*) Ta thấy $t = 0$ không thỏa mãn pt (*), xét $t \neq 0$, chia cả 2 vế của pt (*) cho $\sqrt{t}$ ta được $2(\sqrt{t} - \frac{2}{\sqrt{t}}) + 2 \geq \sqrt{6(t + \frac{4}{t} - 2)} \quad (**)$ Đặt $u = \sqrt{t} - \frac{2}{\sqrt{t}}$. Bất pt (**) trở thành: $2u + 2 \geq \sqrt{6(u^2 + 2)}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u \geq -1 \\ 2(u-2)^2 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow u = 2 \Rightarrow \sqrt{t} - \frac{2}{\sqrt{t}} = 2 \Rightarrow t = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow x = 2 + 2\sqrt{3} \text{ (tmđk)}$ Vậy bpt đã cho có 1 nghiệm là: $x = 2 + 2\sqrt{3}$.	0.25 0.5
Câu 9	Cho các số thực a, b, c khác nhau, thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$ và $ab + bc + ca > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{2}{ a-b } + \frac{2}{ b-c } + \frac{2}{ c-a } + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}.$	1.0
	Không mất tính tổng quát, giả sử $a > b > c$. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ với $x, y > 0$. Suy ra: $P = \frac{2}{ a-b } + \frac{2}{ b-c } + \frac{2}{ c-a } + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}} \geq \frac{8}{a-b+b-c} + \frac{2}{a-c} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$ $\Rightarrow P \geq \frac{10}{a-c} + \frac{5}{\sqrt{ab+bc+ca}}$ Ta có: $(a-b)^2 + (b-c)^2 \geq \frac{1}{2}(a-b+b-c)^2 = \frac{1}{2}(a-c)^2$ $\Rightarrow \frac{3}{2}(a-c)^2 \leq (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ Đặt $\sqrt{ab+bc+ca} = t$, $t \in (0; \frac{1}{\sqrt{3}})$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2t^2$, $\frac{3}{2}(a-c)^2 \leq 2 - 6t^2$. $\Rightarrow P \geq \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{1-3t^2}} + \frac{5}{t}. \text{ Xét hàm số } f(t) = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{1-3t^2}} + \frac{5}{t}, t \in (0; \frac{1}{\sqrt{3}})$ $f'(t) = 5(\frac{3\sqrt{3}t}{\sqrt{1-3t^2}(1-3t^2)} - \frac{1}{t^2}), \text{ vì } 3(ab+bc+ca) \leq (a+b+c)^2 \Rightarrow t < \frac{1}{\sqrt{3}}$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{3}t^3 = \sqrt{(1-3t^2)^3}$ $\Leftrightarrow (6t^2 - 1)(9t^4 - 3t^2 + 1) = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{6}}.$	0.25 0.5

