

Câu 1 (2,5 điểm). a) Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $\sin y = \frac{-3}{5}$ với $\frac{-\pi}{2} < x < 0$; $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$.

Hãy tính giá trị của: $\cos(x - y)$ và $\sin(x + y)$.

b) Giải các phương trình sau:

$$2 \sin 3x + \sqrt{3} \cos x = \sin x$$

$$\cos 2x + 3 \cos x + 2 = 0.$$

Câu 2 (2,5 điểm). a) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt dương thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{6}$.

b) Tìm giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm?

$$mx^2 - 2mx + 2m + 3 \leq 0.$$

Câu 3 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Lấy điểm D trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$, biết $AB = 3a$, $HC = \frac{16a}{5}$, ($a > 0$).

Tính diện tích tam giác ABD .

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình: $2x^2 - x + 2x\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$

Câu 5 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có các đỉnh B, D thuộc trục hoành, các đỉnh A, C lần lượt nằm trên hai đường thẳng $d_1: x - 2y + 1 = 0$ và $d_2: 3x + 2y - 5 = 0$.

a) Chứng minh hai điểm A và C đối xứng nhau qua trục hoành? Xác định tọa độ các đỉnh A và C .

b) Biết diện tích hình thoi $ABCD$ bằng 20. Xác định tọa độ các đỉnh B và D .

Câu 6 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức sau đây:

$$y = \frac{8(\sin^6 x + \cos^6 x) + \sin 4x - 4}{4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \sin 4x - 1}.$$

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	ý	Nội dung	Điểm
I	a)	từ $\cos x = \frac{4}{5}$ với $-\frac{\pi}{2} < x < 0 \rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$	0,25
		từ $\sin y = \frac{-3}{5}$ với $\pi < y < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos y = -\frac{4}{5}$	0,25
		vậy: $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y = \frac{-7}{25}$	0,25
		$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y = 0$	0,25
	b)	*) $2\sin 3x + \sqrt{3}\cos x = \sin x \Leftrightarrow 2\sin 3x = \sin x - \sqrt{3}\cos x$	0,25
		$\Leftrightarrow \sin 3x = \sin x \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin(x - \frac{\pi}{3})$	0,25
		$\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6} + k\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$	0,25
II	a)	*) $\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = (2k+1)\pi \\ x = \frac{\pm 2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0,25
			0,25
			0,25
	b)	phương trình có hai nghiệm dương phân biệt	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m > 0 \\ S = 4 > 0 \\ P = m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$	0,5
		ta có hệ thức $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{6} \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} = 6$	0,5
		$\Leftrightarrow 4 + 2\sqrt{m+1} = 6 \Leftrightarrow m = 0$	
III	b)	Đó chính là điều kiện thỏa mãn: $m = 0$	0,25
		$mx^2 - 2mx + 2m + 3 \leq 0$	
		xét $m = 0$ ta được bpt: $3 \leq 0$ (t/m)	0,25
		xét $m \neq 0$ khi đó $f(x) = mx^2 - 2mx + 2m + 3$ là một tam thức bậc hai	
		bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m^2 - 3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m$. Vậy bất phương trình vô nghiệm khi $m \geq 0$	0,5
		Ta có $AB^2 = BH \cdot BC \Leftrightarrow 9a^2 = BH(BH + \frac{16a}{5}) \Leftrightarrow BH^2 + \frac{16a}{5}BH - 9a^2 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow BH = \frac{9a}{5} \Rightarrow BC = 5a; AC = 4a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 6a^2$	0,5
		Ta có C là trung điểm của BD, do đó $S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ABC}$	

		Vậy diện tích tam giác ABD là: $12a^2$	0,25
IV			
		$2x^2 - x + 2x\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$ Đk: $x^2 + x + 1 \geq 0$; luôn đúng với mọi x $2x^2 - x + 2x\sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x\sqrt{x^2 + x + 1} + (x^2 + x + 1) = 4x^2$ $\Leftrightarrow (x - \sqrt{x^2 + x + 1})^2 = 4x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x^2 + x + 1} = 2x; (1) \\ x - \sqrt{x^2 + x + 1} = -2x; (2) \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = -x \Leftrightarrow x = -1$ (2) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = 3x \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{33}}{16}$	0,25 0,25 0,25 0,25
V	Va		1,0 đ
		Vì B và D thuộc trục hoành nên các đỉnh A và C của hình thoi đối xứng qua Ox.	0,5đ
		Có $A(2a-1; a)$ nên $C(2a-1; -a)$, mà C thuộc d_2 nên $A(3; 2)$, $C(3; -2)$.	0,5đ
	Vb		1,0 đ
		gt: $S_{ABCD} = 20$, $AC = 4 \Rightarrow BD = 10 \Rightarrow IB = 5$, với $I(3; 0)$ là tâm hình thoi; $B(b; 0)$, $IB = b - 3 = 5 \Leftrightarrow b = 8; b = -2$;	0,5đ
		Từ đó ta có B(8;0) và D(-2;0) hoặc B(-2;0) và D(8;0).	0,5đ
VI			1,0đ
		Hạ bậc biến đổi y về dạng $y = \frac{\sin 4x + 3\cos 4x + 1}{\sin 4x + \cos 4x + 2}$ (1) xác định trên $\mathbb{R}$ (do $ \sin 4x + \cos 4x \leq \sqrt{2}, \forall x \in \mathbb{R}$)	0,5đ
		Từ (1) có $(y - 1)\sin 4x + (y - 3)\cos 4x = 1 - 2y$ (2), nhờ điều kiện (2) có nghiệm thực, ta có $\max y = \frac{-2 + \sqrt{22}}{2}$; $\min y = \frac{-2 - \sqrt{22}}{2}$.	0,5đ

Câu 1 (2,5 điểm). a) Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $\sin y = \frac{-3}{5}$ với $\frac{-\pi}{2} < x < 0$; $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$.

Hãy tính giá trị của: $\cos(x-y)$ và $\sin(x+y)$.

b) Giải các phương trình sau:

$$2 \sin 3x + \sqrt{3} \cos x = \sin x$$

$$\cos 2x + 3 \cos x + 2 = 0.$$

Câu 2 (2,5 điểm). a) Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt dương thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{6}$.

b) Tìm giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm?

$$mx^2 - 2mx + 2m + 3 \leq 0.$$

Câu 3 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Lấy điểm D trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$, biết $AB = 3a$, $HC = \frac{16a}{5}$, ($a > 0$).

Tính diện tích tam giác ABD .

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình: $2x^2 - x + 2x\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$

Câu 5 (1,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H . Đường trung tuyến AM và đường thẳng BC có phương trình lần lượt là: $3x + 5y - 8 = 0$; $x - y - 4 = 0$. Đường thẳng AH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(4; -2)$. Tìm tọa độ điểm B , biết B có hoành độ không lớn hơn 3.

Câu 6 (1,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x + y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo $\vec{u}(1; -2)$ và phép đối xứng trục Ox .

Câu 7 (1,0 điểm).

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + y^2 + 4x + 4} = 10$

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3}{4}(x^2 + y^2)$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	ý	Nội dung	Điểm
I	a)	từ $\cos x = \frac{4}{5}$ với $-\frac{\pi}{2} < x < 0 \rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$ từ $\sin y = \frac{-3}{5}$ với $\pi < y < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos y = \frac{-4}{5}$ vậy: $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y = \frac{-7}{25}$ $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y = 0$	0,25 0,25 0,25 0,25
	b)	*) $2 \sin 3x + \sqrt{3} \cos x = \sin x \Leftrightarrow 2 \sin 3x = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ $\Leftrightarrow \sin 3x = \sin x \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ $\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6} + k\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$	0,25 0,25 0,25
		*) $\cos 2x + 3 \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = (2k+1)\pi \\ x = \frac{\pm 2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0,25 0,25 0,25
	a)	phương trình có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 0 \\ S = 4 > 0 \\ P = m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$ ta có hệ thức $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{6} \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} = 6$ $\Leftrightarrow 4 + 2\sqrt{m+3} = 6 \Leftrightarrow m = 0$ Đó chính là điều kiện thỏa mãn: $m = 0$	0,5 0,5 0,25
	b)	$mx^2 - 2mx + 2m + 3 \leq 0$ xét $m = 0$ ta được bpt: $3 \leq 0$ (t/m) xét $m \neq 0$ khi đó $f(x) = mx^2 - 2mx + 2m + 3$ là một tam thức bậc hai bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m^2 - 3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m$. Vậy bất phương trình vô nghiệm khi $m \geq 0$	0,25 0,5 0,5
III			
		Ta có $AB^2 = BH \cdot BC \Leftrightarrow 9a^2 = BH(BH + \frac{16a}{5}) \Leftrightarrow BH^2 + \frac{16a}{5}BH - 9a^2 = 0$	0,25

		$\Leftrightarrow BH = \frac{9a}{5} \Rightarrow BC = 5a; AC = 4a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 6a^2$ Ta có C là trung điểm của BD, do đó $S_{\Delta ABD} = 2S_{\Delta ABC}$ Vậy diện tích tam giác ABD là: $12a^2$	0,5 0,25
IV			
		$2x^2 - x + 2x\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$ Đk: $x^2 + x + 1 \geq 0$; luôn đúng với mọi x $2x^2 - x + 2x\sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x\sqrt{x^2 + x + 1} + (x^2 + x + 1) = 4x^2$ $\Leftrightarrow (x - \sqrt{x^2 + x + 1})^2 = 4x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x^2 + x + 1} = 2x; (1) \\ x - \sqrt{x^2 + x + 1} = -2x; (2) \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = -x \Leftrightarrow x = -1$ (2) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = 3x \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{33}}{16}$	0,25 0,25 0,25 0,25
V		Viết phương trình AD: $x + y - 2 = 0$ $\Rightarrow BC \cap AD = K(3; -1), AD \cap AM = A(1; 1)$ CM: $\text{Đ}_{BC} (D) = H \Rightarrow H(2; 0)$ $AM \cap BC = M\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ $B(t; t - 4) \in BC (t < 3) \Rightarrow C(7 - t; 3 - t)$ $AC \perp BH \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2(tm) \\ t = 5(L) \end{cases} \Rightarrow B(2; -2)$	0,25 0,25 0,25 0,25
VI		$T_u(d) = d_1 : x + y + 4 = 0$ $\text{Đ}_{Ox}(d_1) : x - y + 4 = 0$	0.5 0.5
VII		Từ điều kiện x, y suy ra $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$ GTLN: $\frac{75}{4}$ GTNN: $\frac{63}{4}$	0.5 0.5