

## ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2017 LẦN 3

Thời gian: 90 phút

**Thầy Mẫn Ngọc Quang**

**LỜI GIẢI CHI TIẾT và CÁC BÀI GIẢNG LIÊN QUAN chỉ có tại website <http://qstudy.vn/>**

---

**Câu 1.** Hàm số  $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$  có bao nhiêu cực trị?

A.0

B.1

C.2

D.3

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = (x - 2)(x^2 + mx + m^2 - 3)$  có đồ thị (Cm). Với tất cả giá trị nào của m thì (Cm) cắt Ox tại ba điểm phân biệt?

A.  $-2 < m < 2$

B.  $-2 < m < -1$

C.  $-1 < m < 2$

D.  $-2 < m < 2$  và  $m \neq -1$

**Câu 3.** Hàm số  $y = \frac{x+3}{x-1}$  nghịch biến trên khoảng

A.  $(-\infty; +\infty)$

B.  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

C.  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$

D.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

**Câu 4.** Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{3x^2 - x^3}$  có tọa độ các điểm cực trị là:

A.  $(0; 1)$  và  $(2; 3)$

B.  $(0; 3)$  và  $(2; 1)$

C.  $(0; 3)$  và  $(2; 1)$

D.  $(0; 0)$  và  $(2; 2)$

**Câu 5.** Cho hàm số:  $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 - 4)x + 2$ . Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ . Chọn đáp án đúng

A.  $m = 1$

B.  $m = -1$

C.  $m = 2$

D.  $m = -2$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$ . Viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị  $y = ax + b$ . Giá trị của  $S = \frac{a}{b}$ , chọn nhận định đúng

A.  $S = \frac{1}{2}$

B.  $S = -\frac{1}{2}$

C.  $S = \frac{1}{3}$

D.  $S = -\frac{1}{3}$

**Câu 7.** Tìm GTLN và GTNN của hàm số  $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 3} (*)$

A.  $\max y = \frac{4}{\sqrt{7}}, \min y = -\frac{4}{\sqrt{7}}$

B.  $\max y = \frac{2}{7\sqrt{7}}, \min y = -\frac{2}{7\sqrt{7}}$

C.  $\max y = \frac{7}{\sqrt{2}}, \min y = -\frac{2}{\sqrt{7}}$

D.  $\max y = \frac{2\sqrt{7}}{7}, \min y = -\frac{2\sqrt{7}}{7}$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{x}{2x-1}$  (C). Số phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- (1) Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là  $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}$ .
- (2) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .
- (3) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng  $\frac{2}{3}$  là  $y = -\frac{1}{9}x + \frac{8}{9}$ .

**Chọn đáp án đúng**

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

**Câu 9.** Cho hàm số:  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  có đồ thị là (C). Biết d là phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A(1;5). Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C) ( $B \neq A$ ). Diện tích tam giác OAB, với O là gốc tọa độ là bao nhiêu:

**Chọn đáp án đúng:**

A. 12

B. 22

C. 32

D. 42

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = x^3 + 2(m-2)x^2 + (8-5m)x + m-5$  có đồ thị  $(C_m)$  và đường thẳng  $d: y = x - m + 1$ . Tìm m để d cắt  $(C_m)$  tại 3 điểm phân biệt có hoành độ tại  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 20$ . **Chọn đáp án đúng:**

A.  $m = \frac{3}{2} \vee m = 3$  B.  $m = \frac{3}{2} \vee m = -3$  C.  $m = -\frac{3}{2} \vee m = -3$  D.  $m = -\frac{3}{2} \vee m = 3$

**Câu 11.** Với các giá trị nào của m thì hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - 2x + 1$  luôn đồng biến trên R ?

A.  $m > 0$

B.  $m < 0$

C. Với mọi m

D. Không có m

**Câu 12.** Cho các mệnh đề sau. Chọn số mệnh đề đúng

(1)  $A = (-1)^3 \left(-\frac{7}{8}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot (-7) \cdot \left(-\frac{7}{14}\right) = \frac{49}{256}$ . (2)  $B = \frac{(-3)^2 \cdot (-15)^6 \cdot 8^4}{9^2 \cdot (-5)^6 \cdot (-6)^4} = 256$ .

(3)  $C = 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{2}{3}} = 24$ . (4)  $D = \left(32^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{-2}{5}} = \frac{1}{8}$ .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 13.** Tính giá trị của biểu thức  $S = \frac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}$

A.  $S = 1$

B.  $S = b$

C. 3

D.  $\sqrt{b}$

**Câu 14.** Cho phương trình  $2\log_8(2x) + \log_8(x^2 - 2x + 1) = \frac{4}{3}$

Chọn phát biểu đúng :

A. Nghiệm của phương trình thỏa mãn  $\log_x \frac{1}{16} < -4$

B.  $2^x > 3^{\log_3 4}$

C.  $\log_2 2^x + 1 < 3^{\log_3(x+1)}$

D. Tất cả đều sai

**Câu 15.** Tính:  $A = 81^{\frac{1}{\log_3 3}} + 27^{\log_3 6} + 3^{\frac{4}{3\log_3 9}}$

Chọn đáp án đúng

A. 844

B. 845

C. 856

D. 847

**Câu 16.** Giải bất phương trình:  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 \leq 0$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $x$  thỏa mãn bất phương trình trên

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

**Câu 17.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$  là:

A.  $D = (-\infty; 0)$

B.  $D = (2; 3)$

C.  $D = (-\infty; 0]$

D.  $D = (0; +\infty)$

**Câu 18.** Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

B.  $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b > 0$

C.  $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

D.  $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a > b > 0$

**Câu 19.** Cho  $I = \int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$  Chọn phát biểu đúng

A.  $a : b = 1 : 2$

B.  $a + b = 20$

C.  $a \cdot b = 60$

D.  $a - b = 12$

**Câu 20.** Tính nguyên hàm  $I = \int (x-2) \sin 3x dx = -\frac{(x-a) \cos 3x}{b} + \frac{1}{c} \sin 3x + C$

Tính giá trị của tổng  $S = a + b + c$ . Chọn đáp án đúng

A.  $S = 14$

B.  $S = -2$

C.  $S = 9$

D.  $S = 10$

**Câu 21.** Tìm hàm số  $f(x)$  biết  $f'(x) = \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x + 1}$  và  $f(0) = 1$ . Biết nguyên hàm của  $f(x)$  có dạng

$F(x) = ax^2 + bx + \ln|2x + 1| + c$ . Tìm tỉ lệ của  $a : b : c$

A.  $a : b : c = 1 : 2 : 1$

B.  $a : b : c = 1 : 1 : 1$

C.  $a : b : c = 2 : 2 : 1$

D.  $a : b : c = 1 : 2 : 2$

---

**Câu 22.** Cho  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx$ . Biết  $I = \frac{\pi^2}{a} - \frac{\pi}{b} - 1$

Cho các mệnh đề sau :

(1)  $a = 2b$       (2)  $a + b = 5$       (3)  $a + 3b = 10$       (4)  $2a + b = 10$

Các phát biểu đúng

A. (1), (2), (3)      B. (2), (3), (4)      C. (1), (2), (4)      D. (1), (3), (4)

**Câu 23.** Cho  $I = \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^4 + 1} = \frac{1}{a} \ln b$ . Chọn phát biểu đúng

A.  $a : b = 2 : 1$       B.  $a + b = 3$       C.  $a - b = 1$       D. Tất cả đều đúng

**Câu 24.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  và các trục tọa độ  $Ox, Oy$ .  $S =$

$a \ln \frac{b}{c} - 1$ . Chọn đáp án đúng

A.  $a + b + c = 8$       B.  $a > b$       C.  $a - b + c = 1$       D.  $a + 2b - 9 = c$

**Câu 25.** Tính modun của số phức  $z = (2 + 3i) + (-3 + 4i)$ .

A. 6      B. 50      C.  $5\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{13}$

**Câu 26.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$ . Tìm môđun của  $\bar{z} + iz$ .

A. 8      B. -8      C.  $8\sqrt{2}$       D. 16

**Câu 27.** Cho số phức  $z$ , biết  $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$ . Tìm số phức liên hợp của số phức  $w = 3z - 3i$

A.  $\frac{1}{3} - \frac{1}{3}i$       B.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$       C.  $1 - 4i$       D.  $1 + 4i$

**Câu 28.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn:  $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = 9 + 14i$ . Tính  $29x + 8y$

A.  $29x + 8y = \frac{4964}{61}$       B.  $29x + 8y = \frac{1425}{61}$       C.  $29x + 8y = \frac{169}{61}$       D.  $29x + 8y = \frac{2016}{61}$

**Câu 29.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $z + \bar{z} = 6$ ;  $z \cdot \bar{z} = 25$ . Số giá trị của  $z$  thỏa mãn là:

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A, B$   $AB = BC = a$ ;  $AD = 2a$ ;  $SA \perp (ABCD)$ . Nhận định nào sau đây đúng

A.  $\triangle SCD$  vuông.

B.  $\triangle SCD$  cân.

C.  $\triangle SCD$  đều

D.  $\triangle SCD$  vuông cân.

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh  $AC = 2a$ , góc  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  vuông góc với đáy  $(ABC)$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $AC$ , mặt phẳng qua  $SN$  và song song với  $BC$  cắt  $AB$  tại  $M$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.MNBC$

A.  $\frac{8}{3}a^3$

B.  $\frac{5}{8}a^3$

C.  $\frac{8}{5}a^3$

D.  $\frac{3}{8}a^3$

**Câu 32.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , đáy  $ABC$  có  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $BC = 3a$ ,  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$  và mặt phẳng  $(A'BC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$  và mặt phẳng  $(A'AH)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng:

A.  $\frac{4a^3}{9}$

B.  $\frac{19a^3}{4}$

C.  $\frac{9a^3}{4}$

D.  $\frac{4a^3}{19}$

**Câu 33.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , đáy  $ABC$  có  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $BC = 3a$ ,  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$  và mặt phẳng  $(A'BC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$  và mặt phẳng  $(A'AH)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(A'AC)$  là:

A.  $\frac{3a\sqrt{3}}{8}$

B.  $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$

C.  $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{7a\sqrt{3}}{4}$

**Câu 34.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a\sqrt{3}$ ,  $BD = 3a$ , hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  là trung điểm của  $A'C'$ . biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(CDD'C')$  bằng  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . Tính theo  $a$  thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$

A.  $\frac{9a^3}{4}$

B.  $a^3$

C.  $\frac{9}{2}a^3$

D.  $\frac{3}{2}a^3$

**Câu 35.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a\sqrt{3}$ ,  $BD = 3a$ , hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  là trung điểm của  $A'C'$ . biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(CDD'C')$  bằng  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . Tính theo  $a$  bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $A'BC'D'$ .

A.  $a$

B.  $a\sqrt{2}$

C.  $2\sqrt{3}a$

D.  $\sqrt{3}a$

**Câu 36.** Cho số nguyên dương  $n$  thỏa mãn điều kiện  $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2}A_n^2 = 821$ . Hệ số của  $x^{31}$  trong khai triển

Newton của  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$  ( $x \neq 2$ ) là:

A.  $C_{40}^3$

B.  $C_{40}^5$

C.  $C_{40}^7$

D.  $C_{40}^1$

**Câu 37.** Trong đợt tổng tuyển cử năm 2016, có 3 chức vụ trong chính phủ là Thủ Tướng và hai P. Thủ Tướng. Có tất cả 8 người ứng cử trong số đó có 3 người là cựu thành viên của *Group Toán Thầy Quang*. Tính xác suất để cả 3 người vào 3 vị trí trên. Chọn đáp án đúng

A.  $\frac{7}{26}$

B.  $\frac{4}{13}$

C.  $\frac{5}{26}$

D.  $\frac{5}{13}$

**Câu 38.** Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi sao cho bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.

A. 518400

B. 1036800

C. 777600

D. 1555200

**Câu 39.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 3; -2)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x - y + 2z - 1 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$ . Tọa độ tiếp điểm là:

A.  $H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

B.  $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

C.  $H\left(\frac{7}{3}; -\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

D.  $H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$

**Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình thoi ABCD với  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(2; 3; 2)$ . Tọa độ các đỉnh D nếu tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng  $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$  có thể là:

A.  $D(-2; -1; 0)$

C.  $D(0; -1; -2)$

B.  $D(0; 1; 2)$

D.  $D(2; 1; 0)$

**Câu 41.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 0; -2)$ ,  $B(3; -1; -4)$ ,  $C(-2; 2; 0)$ . Điểm D trong mặt phẳng  $(Oyz)$  có tung độ dương sao cho thể tích của khối tứ diện ABCD bằng 2 và khoảng cách từ D đến mặt phẳng  $(Oxy)$  bằng 1 có thể là:

A.  $D(0; -3; -1)$

C.  $D(0; 2; -1)$

B.  $D(0; 1; -1)$

D.  $D(0; 3; -1)$

**Câu 42.** Cho phương trình  $\sin 2x + \sqrt{2} \cos x = 0$ . Hỏi phương trình có bao nhiêu vị trên vòng tròn lượng giác:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 43.** Cho  $\cot a = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^2 a - \cos^2 a}$ . Giá trị của P là

A.  $P = -\frac{17}{25}$

B.  $-\frac{27}{15}$

C.  $P = -\frac{17}{15}$

D.  $\frac{17}{15}$

**Câu 44.** Cho  $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Giá trị của biểu thức  $P = (1 + \tan \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$

A.  $-\frac{2\sqrt{5}}{3}$

B.  $P = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

D.  $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$

**Câu 45.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm  $M(-3;4)$  và  $N(7;2)$ . Đường tròn đường kính MN có phương trình là:

A.  $x(x+3) + y(y-4) = 0$

B.  $x(x-3) + y(y+4) = 0$

C.  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$

D.  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

**Câu 46.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh  $A(-1;4)$  và  $AB = 2AD$ . Đường thẳng chứa đường chéo BD có phương trình:  $x - y + 1 = 0$ , biết điểm D có hoành độ dương. Phương trình đường thẳng chứa đường chéo  $AC : ax + by + 3 = 0$ . Tính tổng của  $S = 3a + 4b$ . Chọn đáp án đúng

A.  $S = 25$

B.  $S = 20$

C.  $S = 18$

D.  $S = 15$

**Câu 47.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (Q),  $AB \neq AC$ , trực tâm H. Gọi M là trung điểm của BC. Tia MH cắt đường tròn (Q) ở K. Biết AK đi qua  $P\left(\frac{1}{5}; \frac{13}{5}\right)$ ; AB đi qua  $E\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $F\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ ;  $KH : x - 2y + 1 = 0$ .  $EA = ?$

A.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

B.  $EA = 2$

C.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

D. 1

**Câu 48.** Giải phương trình sau  $\frac{\sqrt{2(x^2 - 16)}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} = \frac{7-x}{\sqrt{x-3}}$ , nghiệm là  $S = \{a - \sqrt{b}\}$

Chọn đáp án đúng :

A.  $a+b=22$

B.  $a+b=44$

C.  $a+b = 24$

D.  $a+b = 36$

**Câu 49.** Giải hệ phương trình:  $x^3 - x + 2 \leq 2\sqrt[3]{3x-2}$ . Có bao nhiêu nghiệm nguyên  $x \in (-2, 1]$  thỏa mãn bất phương trình trên

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

**Bài 50.** Cho  $2 \leq x \leq 3 \leq y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $B = \frac{2x^2 + y^2 + 2x + y}{xy}$  là:

A. 4

B. 6

C.  $\frac{4\sqrt{6} + 1}{3}$

D. 5

## ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

### THẦY Mẫn NGỌC QUANG

**Câu 1.** Hàm số  $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$  có bao nhiêu cực trị?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**LỜI GIẢI.**

$$y = x + \sqrt{2x^2 + 1} \quad D = \mathbb{R}$$

$$y' + \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2x^2 + 1} + 2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 1} + 2x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} -2x > 0 \\ 2x^2 + 1 = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$y' = 0$  có nghiệm  $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  và đổi dấu. Vậy: Hàm số có 1 cực trị

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = (x - 2)(x^2 + mx + m^2 - 3)$  có đồ thị (C<sub>m</sub>). Với tất cả giá trị nào của m thì (C<sub>m</sub>) cắt Ox tại ba điểm phân biệt?

A.  $-2 < m < 2$

B.  $-2 < m < -1$

C.  $-1 < m < 2$

D.  $-2 < m < 2$  và  $m \neq -1$

**LỜI GIẢI.**

$$y = (x - 2)(x^2 + mx + m^2 - 3) \quad (C_m)$$

$$(C_m) \text{ cắt Ox khi } y = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + mx + m^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ f(x) = x^2 + mx + m^2 - 3 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(C<sub>m</sub>) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt  $\Leftrightarrow (2)$  có 2 nghiệm phân biệt  $\neq 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(m^2 - 3) > 0 \\ m^2 + 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

**Câu 3.** Hàm số  $y = \frac{x+3}{x-1}$  nghịch biến trên khoảng

- A.  $(-\infty; +\infty)$       B.  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$       C.  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$       D.  $(-1; 1)$

**LỜI GIẢI.**

$$y = \frac{x+3}{x-1} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad y' = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \text{ Vậy: Hàm số nghịch biến trên } (-\infty; 1), (1; +\infty)$$

**Câu 4.** Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{3x^2 - x^3}$  có tọa độ các điểm cực trị là:

- A.  $(0; 1)$  và  $(2; 3)$       B.  $(0; 3)$  và  $(2; 1)$       C.  $(0; 3)$  và  $(2; 1)$       D.  $(0; 0)$  và  $(2; 2)$

**LỜI GIẢI.**

$$y = \sqrt{3x^2 - x^3} \quad \text{ĐK: } 3x^2 - x^3 \geq 0 \Leftrightarrow x^2(3-x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$$

$$y' = \frac{6x - 3x^2}{2\sqrt{3x^2 - x^3}} \quad y' = 0 \Leftrightarrow 6x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

**BBT**

| x  | $-\infty$ | 0  | 2  | 3 |
|----|-----------|----|----|---|
| y' | -         | 0  | +  | 0 |
| y  |           | 0  | 2  |   |
|    |           | CT | CĐ |   |

Vậy: Tọa độ các điểm cực trị là:  $(0; 0), (2; 2)$

**Câu 5.** Cho hàm số:  $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 - 4)x + 2$ . Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ . Chọn đáp án đúng

- A.  $m = 1$       B.  $m = -1$       C.  $m = 2$       D.  $m = -2$

**LỜI GIẢI.**

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R}; \quad f'(x) = x^2 + 2mx + m^2 - 4 \quad f''(x) = 2x + 2m$$

$$\text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x = 1 \Rightarrow f'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3 \text{ hoặc } m = 1$$

$$\text{Thử lại: } + \text{ với } m = -3: \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) = -4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{hàm số đạt cực đại tại } x = 1 \text{ (loại)}$$

$$+ \text{ Với } m = 1: \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) = 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{hàm số đạt cực tiểu tại } x = 1 \text{ (nhận)}$$

Vậy:  $m = 1$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$ . Viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị  $y = ax + b$ . Giá trị của  $S = \frac{a}{b}$ , chọn nhận định đúng

A.  $S = \frac{1}{2}$

B.  $S = -\frac{1}{2}$

C.  $S = \frac{1}{3}$

D.  $S = -\frac{1}{3}$

### LỜI GIẢI.

Đạo hàm:  $y' = 6(x^2 - 3x + 2)$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1$  hoặc  $x_2 = 2$

#### Cách 1 Bảng biến thiên

|    |           |   |   |           |           |   |
|----|-----------|---|---|-----------|-----------|---|
| x  | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |           |   |
| y' |           | + | 0 | -         | 0         | + |
| y  | $-\infty$ |   |   | 0         | $+\infty$ |   |

Điểm cực đại  $M_1(1;1)$ , điểm cực tiểu  $M_2(2;0)$

\* Phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu là:

$$\frac{x - x_{M_1}}{x_{M_2} - x_{M_1}} = \frac{y - y_{M_1}}{y_{M_2} - y_{M_1}} \Leftrightarrow \frac{x - 1}{2 - 1} = \frac{y - 1}{0 - 1} \Leftrightarrow y = -x + 2$$

#### Cách 2.

Chia  $f(x)$  cho  $f'(x)$  ta được:  $f(x) = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right)f'(x) - x + 2$

Với  $x_1 = 1$  thì  $f(x_1) = \left(\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{2}\right)f'(x_1) - x_1 + 2 = -x_1 + 2 = 1$

$x_2 = 2$  thì  $f(x_1) = \left(\frac{1}{3}x_2 - \frac{1}{2}\right)f'(x_2) - x_2 + 2 = -x_2 + 2 = 0$

Gọi  $M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2)$  là hai điểm cực trị, ta có:  $\begin{cases} y_1 = -x_1 + 2 \\ y_2 = -x_2 + 2 \end{cases}$

Phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M_1, M_2$  là  $y = -x + 2$

**Câu 7.** Tìm GTLN và GTNN của hàm số  $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 3} (*)$

A.  $\max y = \frac{4}{\sqrt{7}}, \min y = -\frac{4}{\sqrt{7}}$

B.  $\max y = \frac{2}{7\sqrt{7}}, \min y = -\frac{2}{7\sqrt{7}}$

C.  $\max y = \frac{7}{\sqrt{2}}, \min y = -\frac{2}{\sqrt{7}}$

D.  $\max y = \frac{2\sqrt{7}}{7}, \min y = -\frac{2\sqrt{7}}{7}$

### LỜI GIẢI.

Tập xác định:  $\mathbf{D} = \mathbf{R} \left( \text{do } \sin x + \cos x + 3 = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) + 3 \neq 0, \forall x \right)$

$$(*) \Leftrightarrow (y-1)\sin x + (y-2)\cos x = 1-3y (**)$$

$$\text{Để phương trình } (**) \text{ có nghiệm } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (y-1)^2 + (y-2)^2 \geq (1-3y)^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 2y + 1 + y^2 - 4y + 4 \geq 1 - 6y + 9y^2 \Leftrightarrow 4 - 7y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{\sqrt{7}} \leq y \leq \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$* \text{ Vậy: } \max y = \frac{2}{\sqrt{7}}, \min y = -\frac{2}{\sqrt{7}}$$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{x}{2x-1}$  (C). Số phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

(1) Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là  $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}$ .

(2) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

(3) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng  $\frac{2}{3}$  là  $y = -\frac{1}{9}x + \frac{8}{9}$ .

Số phát biểu đúng là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{2}, \text{ đồ thị có TCN } y = \frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = -\infty, \text{ đồ thị hàm số có TCD } x = \frac{1}{2}.$$

$$y' = -\frac{1}{(2x-1)^2} \Rightarrow y' < 0, \forall x \in D.$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên các khoảng } \left(-\infty; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Đồ thị nhận  $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$  là tâm đối xứng, Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng  $\frac{2}{3}$ . Với

$$y_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x_0}{2x_0-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4x_0 - 2 = 3x_0 \Rightarrow x_0 = 2$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = -\frac{1}{(2x-1)^2} \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{9}$$

$$\text{Vậy PT tiếp tuyến tại điểm } \left(2; \frac{2}{3}\right) \text{ là: } y = -\frac{1}{9}x + \frac{8}{9}$$

**Câu 9.** Cho hàm số:  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  có đồ thị là (C). Biết d là phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A(1;5). Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C) ( $B \neq A$ ). Diện tích tam giác OAB, với O là gốc tọa độ là bao nhiêu:

**Chọn đáp án đúng:**

**A. 12**

**B. 22**

**C. 32**

**D. 42**

**LỜI GIẢI.**

+ Ta có:  $y'(1) = 9 \Rightarrow$  phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm  $A(1;5)$  là:

$$y = 9(x-1) + 5 \Leftrightarrow y = 9x - 4 \quad (d)$$

+ Tọa độ điểm B là giao của d và (C) có hoành độ là nghiệm pt:

$$x^3 + 3x^2 + 1 = 9x - 4 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0 \quad (x-1)^2(x+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$$

Do  $B \neq A$  nên  $B(-5; -49)$ . Ta có:  $\overline{AB} = (-6; -54) \Rightarrow AB = 6\sqrt{82}$ ;  $d(O, d) = \frac{4}{\sqrt{82}}$ .

$$\text{Suy ra: } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} d(O, d) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{82}} \cdot 6\sqrt{82} = 12 \quad (\text{đvdt})$$

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = x^3 + 2(m-2)x^2 + (8-5m)x + m - 5$  có đồ thị  $(C_m)$  và đường thẳng  $d: y = x - m + 1$ . Tìm m để d cắt  $(C_m)$  tại 3 điểm phân biệt có hoành độ tại  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 20$ . **Chọn đáp án đúng:**

$$\text{A. } m = \frac{3}{2} \vee m = 3 \quad \text{B. } m = \frac{3}{2} \vee m = -3 \quad \text{C. } m = -\frac{3}{2} \vee m = -3 \quad \text{D. } m = -\frac{3}{2} \vee m = 3$$

**LỜI GIẢI.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị  $(C_m)$  và đường thẳng d là:

$$x^3 + 2(m-2)x^2 + (8-5m)x + m - 5 = x - m + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2(m-2)x^2 + (7-5m)x + 2m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)[x^2 + 2(m-1)x + 3-m] = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 + 2(m-1)x + 3-m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Đặt  $f(x) = VT(2)$

$(C_m)$  cắt d tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 - (3-m) > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - m - 2) > 0 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases} \quad (3)$$

Khi đó giả sử  $x_1 = 2$ ;  $x_2, x_3$  là nghiệm của (2). Ta có  $x_2 + x_3 = 2(1-m)$ ,  $x_2 x_3 = 3-m$

$$\text{Ta có } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 = 4m^2 - 6m + 2$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 20 \Rightarrow 4m^2 - 6m + 2 = 20 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \vee m = -\frac{3}{2} \quad \text{tm}$$

**Câu 11.** Với các giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - 2x + 1$  luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $m > 0$

B.  $m < 0$

C. Với mọi giá trị  $m$

D. Không có giá trị  $m$

**LỜI GIẢI.**

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - 2x + 1, D = \mathbb{R}$$

$$y' = x^2 - mx - 2 \text{ Để hàm số luôn đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 8 \leq 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy: **không có giá trị nào** của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 12.** Cho các mệnh đề sau . Chọn số mệnh đề đúng

$$(1) A = (-1)^3 \left( -\frac{7}{8} \right)^3 \cdot \left( -\frac{2}{7} \right)^2 \cdot (-7) \cdot \left( -\frac{7}{14} \right) = \frac{49}{256}. \quad (2) B = \frac{(-3)^2 \cdot (-15)^6 \cdot 8^4}{9^2 \cdot (-5)^6 \cdot (-6)^4} = 256.$$

$$(3) C = 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{2}{3}} = 24.$$

$$(4) D = \left( 32^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{-2}{5}} = \frac{1}{8}.$$

A.1

B.2

**C.3**

D.4

**LỜI GIẢI.**

$$(1) A = (-1)^3 \left( -\frac{7}{8} \right)^3 \cdot \left( -\frac{2}{7} \right)^2 \cdot (-7) \cdot \left( -\frac{7}{14} \right) = \left( -1 \cdot \frac{-7}{2^3} \right)^3 \cdot \frac{2^2}{7^2} \cdot \frac{7^2}{14} = \frac{7^3}{2^9} \cdot \frac{2^2}{7^2} \cdot \frac{7^2}{7 \cdot 2} = \frac{7^2}{2^8} = \frac{49}{256}.$$

$$(2) B = \frac{(-3)^2 \cdot (-15)^6 \cdot 8^4}{9^2 \cdot (-5)^6 \cdot (-6)^4} = \frac{3^2 \cdot (3 \cdot 5)^6 \cdot (2^3)^4}{(3^2)^2 \cdot 5^6 \cdot (2 \cdot 3)^4} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot 5^6}{2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^6} = 2^8 = 256.$$

$$(3) C = 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{2}{3}} = \left( 2^2 \right)^{\frac{3}{2}} + \left( 2^3 \right)^{\frac{2}{3}} = 2^{2 \cdot \frac{3}{2}} + 2^{3 \cdot \frac{2}{3}} = 2^3 + 2^2 = 12.$$

$$D = \left( 32^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{-2}{5}} = \left[ \left( 2^5 \right)^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{-2}{5}} = 2^{5 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{-2}{5}} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

**Câu 13.** Tính giá trị của biểu thức  $S = \frac{\sqrt[5]{b^2 \sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b \sqrt{b}}}$

A.  $S = 1$

B.  $S = b$

C. 3

D.  $\sqrt{b}$

**LỜI GIẢI.**

$$\frac{\sqrt[5]{b^2 \sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b \sqrt{b}}} = \frac{\left( b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{5}}}{\frac{1}{1}} = \frac{\left( b^{\frac{5}{2}} \right)^{\frac{1}{5}}}{1} = b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}.$$

**Câu 14.** Cho phương trình  $2\log_8(2x) + \log_8(x^2 - 2x + 1) = \frac{4}{3}$

Chọn phát biểu đúng :

A. Nghiệm của phương trình thỏa mãn  $\log_x \frac{1}{16} < -4$

B.  $2^x > 3^{\log_3 4}$

C.  $\log_2 2^x + 1 < 3^{\log_3(x+1)}$

**D. Tất cả đều sai**

**LỜI GIẢI.**

Điều kiện  $x > 0, x \neq 1$ . Với điều kiện đó, pt đã cho tương đương với :

$$\log_8(2x)^2(x-1)^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow [2x(x-1)]^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x(x-1) = 4 \\ 2x(x-1) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

**Câu 15.** Tính:  $A = 81^{\frac{1}{\log_3 3}} + 27^{\log_3 6} + 3^{\frac{4}{3\log_3 9}}$

Chọn đáp án đúng

A. 844

**B. 845**

C. 856

D. 847

**LỜI GIẢI.**

$$A = 3^{4\log_3 5} + 3^{3\log_3 6} + 3^{\frac{4}{3\log_3 3^2}} \\ = 5^4 + 6^3 + 3^{2\log_3 2} = 5^4 + 6^3 + 2^2 = 845$$

**Câu 16.** Giải bất phương trình:  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 \leq 0$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $x$  thỏa mãn bất phương trình trên

A. 2

B. 3

C. 4

**D. 1**

**LỜI GIẢI.**

Bất phương trình tương đương  $2 \leq 2^x \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \log_2 3$

**Câu 17.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$  là:

A.  $D = (-\infty; 0)$

B.  $D = (2; 3)$

**C.  $D = (-\infty; 0]$**

D.  $D = (0; +\infty)$

Đáp án C vì: Xét về trái:  $y = \log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2)$  hàm đồng biến nên ta thấy  $x = 0$

$$f(0) = 2 \Rightarrow \text{tập nghiệm } x \leq 0 \text{ hay } D = (-\infty; 0]$$

**Câu 18.** Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

B.  $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b > 0$

C.  $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

**D.  $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a > b > 0$**

**Câu 19.** Cho  $I = \int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$  Chọn phát biểu đúng

A.  $a : b = 1 : 2$

B.  $a + b = 20$

C.  $a.b = 60$

D.  $a - b = 12$

**LỜI GIẢI.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} \ln x = u(x) \\ x^3 = v'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} dx = u'(x) dx \\ v(x) = \frac{1}{4} x^4 \end{cases} \quad I = \frac{1}{4} x^4 \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{1}{4} x^4 \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{e^4}{4} - \frac{1}{16} x^4 \Big|_1^e = \frac{3e^4 + 1}{16}$$

**Câu 20.** Tính nguyên hàm  $I = \int (x-2) \sin 3x dx = -\frac{(x-a) \cos 3x}{b} + \frac{1}{c} \sin 3x + C$

Tính giá trị của tổng  $S = a + b + c$ . Chọn đáp án đúng

A.  $S = 14$

B.  $S = -2$

C.  $S = 9$

D.  $S = 10$

**LỜI GIẢI.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x-2 \\ dv = \sin 3x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{\cos 3x}{3} \end{cases}$$

Do đó:  $I = -\frac{(x-2) \cos 3x}{3} + \frac{1}{3} \int \cos 3x dx = -\frac{(x-2) \cos 3x}{3} + \frac{1}{9} \sin 3x + C$

**Câu 21.** Tìm hàm số  $f(x)$  biết  $f'(x) = \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x+1}$  và  $f(0) = 1$ . Biết nguyên hàm của  $f(x)$  có dạng

$F(x) = ax^2 + bx + \ln|2x+1| + c$ . Tìm tỉ lệ của  $a : b : c$

A.  $a : b : c = 1 : 2 : 1$

B.  $a : b : c = 1 : 1 : 1$

C.  $a : b : c = 2 : 2 : 1$

D.  $a : b : c = 1 : 2 : 2$

**LỜI GIẢI.**

Ta có  $f(x) = \int \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x+1} dx = \int \left( 2x+1 + \frac{2}{2x+1} \right) dx = x^2 + x + \ln|2x+1| + c$

Mà  $f(0)=1 \Rightarrow c=1 \Rightarrow f(x) = x^2 + x + \ln|2x+1| + 1$

**Câu 22.** Cho  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1-\sin x) dx$ . Biết  $I = \frac{\pi^2}{a} - \frac{\pi}{b} - 1$

Cho các mệnh đề sau :

(1)  $a = 2b$

(2)  $a + b = 5$

(3)  $a + 3b = 10$

(4)  $2a + b = 10$

Các phát biểu đúng

A. (1), (2), (3)

B. (2), (3), (4)

C. (1), (2), (4)

D. (1), (3), (4)

**LỜI GIẢI.**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = A - B - C$$

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x dx = x^2 \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4}; \quad B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$$

$$C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = (-\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$I = A - B + C = \boxed{\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} - 1}$$

**Câu 23.** Cho  $I = \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^4 + 1} = \frac{1}{a} \ln b$  Chọn phát biểu đúng

**A. a : b = 2 : 1**

**B. a + b = 3**

**C. a - b = 1**

**D. Tất cả đều đúng**

**LỜI GIẢI.**

$$I = \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^4 + 1}. \text{ Đặt: } u = x^4 + 1 \Rightarrow du = 4x^3 dx$$

Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow u = 1; x = 1 \Rightarrow u = 2$

$$\Rightarrow I = \int_1^2 \frac{du}{4u} = \frac{1}{4} \ln |u| \Big|_1^2 = \frac{1}{4} \ln 2$$

**Câu 24.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  và các trục tọa độ  $Ox, Oy$ .  $S =$

$a \ln \frac{b}{c} - 1$  Chọn đáp án đúng

**A. a + b + c = 8**

**B. a > b**

**C. a - b + c = 1**

**D. a + 2b - 9 = c**

**LỜI GIẢI.**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại  $(-1; 0)$ . Do đó  $S = \int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx$

$$\text{Ta có } S = \left| \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x-2} dx \right| = \left| \int_{-1}^0 \left( 1 + \frac{3}{x-2} \right) dx \right| = \left| (x + 3 \ln |x-2|) \Big|_{-1}^0 \right| = \left| 1 + 3 \ln \frac{2}{3} \right| = 3 \ln \frac{3}{2} - 1$$

**Câu 25.** Tính modun của số phức  $z = (2 + 3i) + (-3 + 4i)$ .

**A. 6**

**B. 50**

**C.  $5\sqrt{2}$**

**D.  $2\sqrt{13}$**

**LỜI GIẢI.**

$$z = (2 + 3i) + (-3 + 4i) = -1 + 7i$$

$$\rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$$

**Câu 26.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$ . Tìm môđun của  $\bar{z} + iz$ .

A. 8

B. -8

C.  $8\sqrt{2}$

D. 16

**LỜI GIẢI.**

$$\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i} = -4 - 4i$$

$$\rightarrow z = -4 + 4i$$

$$\bar{z} + iz = (-4 - 4i) + i(-4 + 4i) = -8 - 8i$$

$$\text{Từ đó suy ra môđun của } \bar{z} + iz = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}$$

**Câu 27.** Cho số phức  $z$ , biết  $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$ . Tìm số phức liên hợp của số phức  $w = 3z - 3i$

A.  $\frac{1}{3} - \frac{1}{3}i$

B.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$

C.  $1 - 4i$

D.  $1 + 4i$

**LỜI GIẢI.**

Giả sử  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Thay vào biểu thức ta được:

$$(2a + bi - 1)(1 - i) + (a - bi + 1)(1 - i) = 2 - 2i$$

$$\Leftrightarrow 2a + 2ai + 2bi - 2b - 1 - i + a - ai - bi - b + 1i = 2 - 2i$$

$$\Leftrightarrow (3a - 3b) + (a + b - 2)i = 2 - 2i \Rightarrow \begin{cases} 3a - 3b = 2 \\ a + b - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow w = 3z - 3i = 3\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}i\right) - 3i = 1 - 4i \Rightarrow \bar{w} = 1 + 4i$$

**Câu 28.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn:  $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = 9 + 14i$ . Tính  $29x + 8y$

A.  $29x + 8y = \frac{4964}{61}$

B.  $29x + 8y = \frac{1425}{61}$

C.  $29x + 8y = \frac{169}{61}$

D.  $29x + 8y = \frac{2016}{61}$

**LỜI GIẢI.**

$$\begin{aligned}x(3+5i) + y(1-2i)^3 &= 9+14i \\3x+5xi-11y+2yi &= 9+14i \\(3x-11y) + (5x+2y)i &= 9+14i \\ \rightarrow x &= \frac{172}{61}, y = \frac{-3}{61}\end{aligned}$$

**Câu 29.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $z + \bar{z} = 6$ ;  $z \cdot \bar{z} = 25$ . Số giá trị của  $z$  thỏa mãn là:

A. 1

**B. 2**

C. 3

D. 4

**LỜI GIẢI.**

$$\begin{cases} z + \bar{z} = 6 \\ z \cdot \bar{z} = 25 \end{cases} \text{ Nghiệm của hệ trên thỏa mãn phương trình sau trên tập số phức: } X^2 - 6X + 25 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} X = 3 + 4i \\ X = 3 - 4i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 3 + 4i \\ z = 3 - 4i \end{cases} \text{ Có hai giá trị thỏa mãn}$$

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A, B$   
 $AB = BC = a$ ;  $AD = 2a$ ;  $SA \perp (ABCD)$ . Nhận định nào sau đây đúng

**A.  $\triangle SCD$  vuông.**

B.  $\triangle SCD$  cân.

C.  $\triangle SCD$  đều

D.  $\triangle SCD$  vuông cân.

**LỜI GIẢI.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ CD \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp CD \quad (1).$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AD$ . Tứ giác  $ABCI$  là hình vuông.

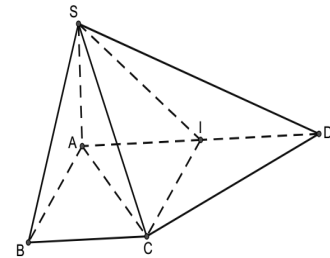
Do đó  $\widehat{ACI} = 45^\circ$  (\*).

Mặt khác, tam giác  $CID$  là tam giác vuông cân tại  $I$

nên  $\widehat{BCI} = 45^\circ$  (\*\*).

Từ (\*), (\*\*)  $\Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CD$  (2).

Từ (1), (2)  $\Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp SC \Rightarrow \triangle SCD$  vuông.



**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh  $AC = 2a$ , góc  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  vuông góc với đáy  $(ABC)$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $AC$ , mặt phẳng qua  $SN$  và song song với  $BC$  cắt  $AB$  tại  $M$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.MNBC$

A.  $\frac{8}{3}a^3$

B.  $\frac{5}{8}a^3$

C.  $\frac{8}{5}a^3$

**D.  $\frac{3}{8}a^3$**

**LỜI GIẢI.**

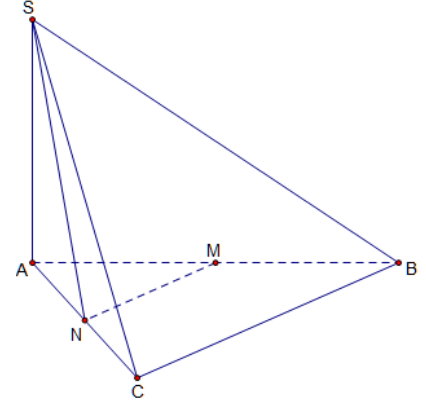
Do  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với  $(ABC)$  nên  $SA$  vuông góc với đáy

$$AB = \frac{1}{2} AC = a; BC = a\sqrt{3} \text{ Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

$$\text{Do đó } (\widehat{SBC}, \widehat{ABC}) = \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có } V_{SMNBC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{MNBC}$$

$$\text{Mà } S_{MNBC} = \frac{1}{2} (MN + BC) \cdot MB = \frac{3\sqrt{3}a^2}{8} \Rightarrow V_{SMNBC} = \frac{3}{8} a^3$$



**Câu 32.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , đáy  $ABC$  có  $AC = a\sqrt{3}, BC = 3a, \widehat{ACB} = 30^\circ$ . Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$  và mặt phẳng  $(A'BC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$  và mặt phẳng  $(A'AH)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng:

A.  $\frac{4a^3}{9}$

B.  $\frac{19a^3}{4}$

C.  $\frac{9a^3}{4}$

D.  $\frac{4a^3}{19}$

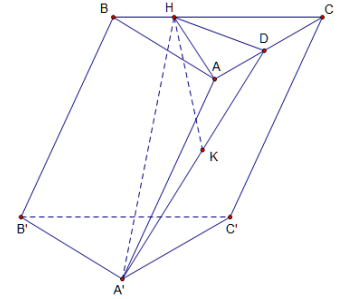
**LỜI GIẢI.**

Từ giả thiết, áp dụng định lý cosin trong tam giác  $AHC$  ta tính được  $AH = a$ .

$$\text{Do } \begin{cases} (A'BC) \perp (ABC) \\ (A'AH) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'AH} = 60^\circ$$

$$\text{Do } \Delta AA'H \text{ vuông tại H suy ra } A'H = d(A'; (ABC)) = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot d(A'; (ABC)) = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ \cdot a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{4}$$



**Câu 33.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , đáy  $ABC$  có  $AC = a\sqrt{3}, BC = 3a, \widehat{ACB} = 30^\circ$ . Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$  và mặt phẳng  $(A'BC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$  và mặt phẳng  $(A'AH)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(A'AC)$  là:

A.  $\frac{3a\sqrt{3}}{8}$

B.  $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$

C.  $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{7a\sqrt{3}}{4}$

**LỜI GIẢI.**

$$\text{Kẻ } \begin{cases} HD \perp AC \\ AC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HD) \Rightarrow (A'AC) \perp (A'HD) = A'D \text{ Ta có } HD = CH \cdot \sin 30^\circ = a.$$

$$\text{Ta có } HD = CH \cdot \sin 30^\circ = a.$$

$$\text{Kẻ } HK \perp A'D \Rightarrow HK \perp (A'AC) \Rightarrow HK = d(H; (A'AC))$$

$$\text{Xét tam giác } A'HD \text{ vuông tại H có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HD^2} + \frac{1}{A'H^2} \Leftrightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta lại có } \frac{d(B; (A'AC))}{d(H; (A'AC))} = \frac{BC}{HC} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(B; (A'AC)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{9a^3}{4} \text{ và } d(B; (A'AC)) = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$$

**Câu 34.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a\sqrt{3}$ ,  $BD = 3a$ , hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  là trung điểm của  $A'C'$ . biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(CDD'C')$  bằng  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . Tính theo  $a$  thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$

**A.**  $\frac{9a^3}{4}$

**B.**  $a^3$

**C.**  $\frac{9}{2}a^3$

**D.**  $\frac{3}{2}a^3$

**LỜI GIẢI.**

Áp dụng định lý cosin cho tam giác  $A'B'D'$  suy ra  $\widehat{B'A'D'} = 120^\circ$ .

Do đó  $A'B'C'$ ,  $A'C'D'$  là các tam giác đều cạnh  $a\sqrt{3}$ .

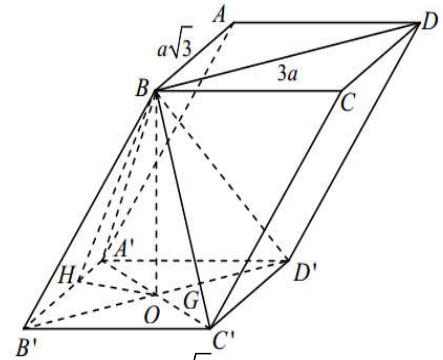
Gọi  $O = A'C' \cap B'D'$ , Ta có  $BO \perp (A'B'C'D')$ .

Kẻ  $OH \perp A'B'$  tại  $H$ , suy ra  $A'B' \perp (BHO)$ .

Do đó  $(\widehat{(ABCD), (CDD'C')}) = \widehat{BHO}$ .

$$\text{Từ } \cos \widehat{BHO} = \frac{\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \tan \widehat{BHO} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow BO = HO \cdot \tan \widehat{BHO} = A'O \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = \frac{9a^3}{4}.$$



**Câu 35.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a\sqrt{3}$ ,  $BD = 3a$ , hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  là trung điểm của  $A'C'$ . biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(CDD'C')$  bằng  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . Tính theo  $a$  bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $A'BC'D'$ .

**A.**  $a$

**B.**  $a\sqrt{2}$

**C.**  $2\sqrt{3}a$

**D.**  $\sqrt{3}a$

**LỜI GIẢI.**

**Hình vẽ bài 31.**

$$\text{Vì } BO = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}A'C' \text{ nên tam giác } A'BC' \text{ vuông tại } b.$$

Vì  $B'D' \perp (A'BC')$  nên  $B'D'$  là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác  $A'BC'$ . Gọi  $G$  là tâm của tam giác đều  $A'C'D'$ .

Khi đó  $GA' = GC' = GD'$  và  $GA' = GB = GC'$  nên  $G$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $A'BC'D'$ . Mặt cầu này có bán kính  $R = GD' = \frac{2}{3}OD' = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a$ .

**Câu 36.** Cho số nguyên dương  $n$  thỏa mãn điều kiện  $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2}A_n^2 = 821$ . Hệ số của  $x^{31}$  trong khai triển

Newton của  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$  ( $x \neq 2$ ) là:

**A.**  $C_{40}^3$

**B.**  $C_{40}^5$

**C.**  $C_{40}^7$

**D.**  $C_{40}^1$

**LỜI GIẢI.**

$$\text{Ta có } C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2}A_n^2 = 821 \Leftrightarrow 1 + C_n^1 + \frac{1}{2}A_n^2 = 821 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{n^2 - n}{2} = 821 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 40 \\ n = -41(l) \end{cases}$$

$$\text{Khai triển trở thành: } \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = (x + x^{-2})^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot x^k = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-3k}.$$

Từ đó suy ra số hạng tổng quát là  $C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$

Số hạng chứa  $x^{31}$  nên  $40 - 3k = 31 \Rightarrow k = 3$

Vậy hệ số của  $x^{31}$  là  $C_{40}^3$

**Câu 37.** Trong đợt tổng tuyển cử năm 2046, có 3 chức vụ trong chính phủ là Thủ Tướng và hai P. Thủ Tướng. Có tất cả 8 người ứng cử trong số đó có 3 người là cựu thành viên của *Group Toán Thầy Quang*. Xác suất để cả 3 người vào 3 vị trí trên là:

**A.**  $\frac{7}{26}$

**B.**  $\frac{1}{56}$

**C.**  $\frac{5}{26}$

**D.**  $\frac{5}{13}$

**LỜI GIẢI.**

Gọi A: "Chọn 3 người đều là 3 người cựu thành viên nhóm toán thầy Quang"

Chọn 3 người và sắp xếp vào 3 chức vụ có  $A_8^3$  cách.  $\Rightarrow n_\Omega = A_8^3$

$$\Rightarrow n_A = 3! \Rightarrow P_A = \frac{3!}{A_8^3} = \frac{1}{56} \text{ Vậy xác suất cần tìm là } \frac{1}{56}$$

**Câu 38.** Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi sao cho bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.

**A.** 518400

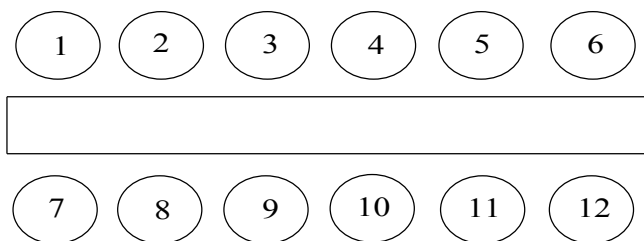
**B.** 1036800

**C.** 777600

**D.** 1555200

**LỜI GIẢI.**

Đánh số các ghế theo hình vẽ



| Ghế                      | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--------------------------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Số cách sắp xếp chỗ ngồi | 12 | 6 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2  | 1  | 1  |

Vậy số cách xếp 2 học sinh ngồi cạnh hoặc đối diện phải khác trường là:

$$12 \times 6 \times 5^2 \times 4^2 \times 3^2 \times 2^2 \times 1^2 = 1\,036\,800.$$

**Câu 39.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 3; -2)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x - y + 2z - 1 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$ . Tọa độ tiếp điểm là:

- A.**  $H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$       **B.**  $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$       **C.**  $H\left(\frac{7}{3}; -\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$       **D.**  $H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$

**LỜI GIẢI.**

$$R = d(A, P) = \frac{|2 - 3 - 4 - 1|}{3} = 2 \quad (S) : (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 4$$

Gọi  $H$  là tiếp điểm, ta có  $AH$  đi qua  $A(1; 3; -2)$ , có véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; 2)$

$$AH : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \Rightarrow H(1 + 2t; 3 - t; -2 + 2t)$$

$$H \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) - (3 - t) + 2(-2 + 2t) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$$

**Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình thoi  $ABCD$  với  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(2; 3; 2)$ . Tọa độ các đỉnh  $D$  nếu tâm  $I$  của hình thoi thuộc đường thẳng  $d : \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$  có thể là:

- A.**  $D(-2; -1; 0)$       **C.**  $D(0; -1; -2)$   
**B.**  $D(0; 1; 2)$       **D.**  $D(2; 1; 0)$

**LỜI GIẢI.**

Gọi  $I(-1-t; -t; 2+t) \in d$ . Ta có  $\overline{IA} = (t; t+2; -t-1)$ ,  $\overline{IB} = (t+3; t+3; -t)$

Do ABCD là hình thoi nên  $\overline{IA} \cdot \overline{IB} = 0 \Leftrightarrow 3t^2 + 9t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1; t = -2$

Do C đối xứng với A qua I và D đối xứng với B qua I nên

$t = -1 \Rightarrow I(0; 1; 1) \Rightarrow C(1; 0; 1), D(-2; -1; 0)$   $t = -2 \Rightarrow I(1; 2; 0) \Rightarrow C(3; 2; -1), D(0; 1; -2)$

**Câu 41.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(2;0;-2), B(3;-1;-4), C(-2;2;0). Điểm D trong mặt phẳng (Oyz) có tung độ dương sao cho thể tích của khối tứ diện ABCD bằng 2 và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (Oxy) bằng 1 có thể là:

A.  $D(0; -3; -1)$

C.  $D(0; 2; -1)$

B.  $D(0; 1; -1)$

D.  $D(0; 3; -1)$

### LỜI GIẢI.

$D \in (Oyz) \Rightarrow D(0; y_0; z_0)$ , Điều kiện  $z_0 < 0$ .

Phương trình (Oxy):  $z = 0 \Rightarrow d(D, (Oxy)) = |z_0| = -z_0 = 1$ . Suy ra  $z_0 = -1 \Rightarrow D(0; y_0; -1)$ .

Ta có  $\overline{AB} = (1; -1; -2)$ ,  $\overline{AC} = (-4; 2; 2)$ ,  $\overline{AD} = (-2; y_0; 1)$ .

Suy ra  $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (2; 6; -2) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = 6y_0 - 6$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}| = |y_0 - 1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = 3 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

Suy ra D(0;3;-1) hoặc D(0;-1;-1) (loại)

**Câu 42.** Cho phương trình  $\sin 2x + \sqrt{2} \cos x = 0$ . Hỏi phương trình có bao nhiêu vị trên vòng tròn lượng giác:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

### LỜI GIẢI.

$$\Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + \sqrt{2} \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x (2 \sin x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \text{Phương trình có nghiệm: } x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi.$$

**Câu 43.** Cho  $\cot a = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^2 a - \cos^2 a}$ . Giá trị của P là

A.  $P = -\frac{17}{25}$

B.  $-\frac{27}{15}$

C.  $P = -\frac{17}{15}$

D.  $\frac{17}{15}$ .

### LỜI GIẢI.

$$P = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^2 a - \cos^2 a} = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{(\sin^2 a - \cos^2 a)(\sin^2 a + \cos^2 a)} = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^4 a - \cos^4 a} = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{(\sin^2 a - \cos^2 a)(\sin^2 a + \cos^2 a)} = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^4 a - \cos^4 a}$$

$$\text{Chia tử và mẫu cho } \sin^4 a, \text{ ta được } P = \frac{1 + \cot^4 a}{1 - \cot^4 a} = \frac{1 + 2^4}{1 - 2^4} = -\frac{17}{15}$$

**Câu 44.** Cho  $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Giá trị của biểu thức

**A.**  $-\frac{2\sqrt{5}}{3}$

**B.**  $P = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

**C.**  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

**D.**  $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$

**LỜI GIẢI.**

Do  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  nên  $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$ . Ta có:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}},$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -3$$

$$\text{Khi đó: } P = (1 + \tan \alpha) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha + \sin \alpha) = (1 - 3) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} \right) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

**Câu 45.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm  $M(-3;4)$  và  $N(7;2)$ . Đường tròn đường kính MN có phương trình là:

**A.**  $x(x+3) + y(y-4) = 0$

**B.**  $x(x-3) + y(y+4) = 0$

**C.**  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$

**D.**  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

**LỜI GIẢI.**

$$M(-3;4), N(7;2) \Rightarrow \text{Tâm } I(2;3) \text{ Bán kính } R = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{104}}{2} = \sqrt{26} \Rightarrow (C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$$

**Câu 46.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh  $A(-1;4)$  và  $AB = 2AD$ . Đường thẳng chứa đường chéo BD có phương trình:  $x - y + 1 = 0$ , biết điểm D có hoành độ dương. Phương trình đường thẳng chứa đường chéo  $AC: ax + by + 3 = 0$ . Tính tổng của  $S = 3a + 4b$ . Chọn đáp án đúng

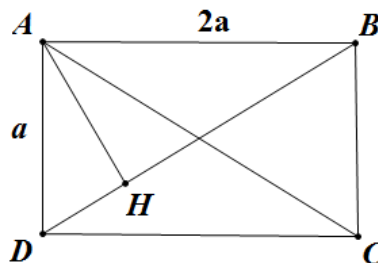
**A.**  $S = 25$

**B.**  $S = 20$

**C.**  $S = 18$

**D.**  $S = 15$

**LỜI GIẢI.**



+ Giả sử  $AD = a \Rightarrow AB = 2a$ . Kí hiệu  $h = d(A, BD) = \frac{|-1 - 4 + 1|}{\sqrt{1+1}} = 2\sqrt{2}$

$$\Delta ABD \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow 5.h^2 = 4.a^2 \Rightarrow 4.a^2 = 40 \Rightarrow a = \sqrt{10}$$

$$+ D(x; x+1) \quad AD = \sqrt{(x+1)^2 + (x-3)^2} = a = \sqrt{10} \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy  $D(2; 3)$  ( $x_D > 0$ ); đường thẳng AB:  $3x - y + 7 = 0$

$$\text{Tọa độ B } \begin{cases} 3x - y + 7 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-3; -2); \text{Gọi I là trung điểm BD} \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Đường thẳng AC qua  $A(-1; 4)$  nhận  $\overline{AI} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$  làm VTCP :  $7x + y + 3 = 0$

Từ đó suy ra  $S = 3a + 4b = 25$

**Câu 47.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (Q),  $AB \neq AC$ , trực tâm H. Gọi M là trung điểm của BC. Tia MH cắt đường tròn (Q) ở K. Biết AK đi qua  $P\left(\frac{1}{5}; \frac{13}{5}\right)$ ; AB đi qua  $E\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), F\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ ;

$KH : x - 2y + 1 = 0$ . EA = ?

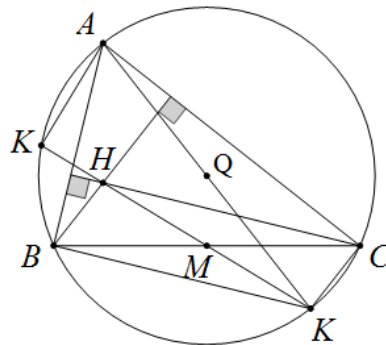
**A.**  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

**B.** 2

**C.**  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

**D.** 1

**LỜI GIẢI.**



*Chứng minh : Kẽ đường kính AF. Ta có  $FB \perp AB$  và  $CH \perp AB$  nên  $FB \parallel CH$ . Tương tự  $FC \parallel BH$ . Suy ra BHCF là hình bình hành. Ta lại có M là trung điểm của BC nên M là trung điểm của FH. Do đó ba điểm F, M, H thẳng hàng. Tam giác AKF nội tiếp đường tròn đường kính AF nên  $\widehat{AKF} = 90^\circ \Rightarrow AK \perp KH$ .*

*Tam giác AKF nội tiếp đường tròn đường kính AF nên  $\widehat{AKF} = 90^\circ \Rightarrow AK \perp KH$ .*

$$\left. \begin{array}{l} AK \perp KH \\ P\left(\frac{1}{5}; \frac{13}{5}\right) \in AK \\ KH : x - 2y + 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow AK : 2x + y - 3 = 0; \left. \begin{array}{l} E\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \in AB \\ F\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right) \in AB \end{array} \right\} \Rightarrow AB : x + y - 1 = 0$$

$$\text{Tọa độ của A } \begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow A(2; -1) \Rightarrow \overline{EA}\left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right) \Rightarrow EA = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 48.** Giải phương trình sau  $\frac{\sqrt{2(x^2 - 16)}}{\sqrt{x - 3}} + \sqrt{x - 3} = \frac{7 - x}{\sqrt{x - 3}}$ , nghiệm là  $S = \{a - \sqrt{b}\}$

Chọn đáp án đúng :

A.  $a+b=22$

**B.  $a+b=44$**

C.  $a+b = 34$

D.  $a+b = 36$

**LỜI GIẢI.**

Điều kiện:  $x \geq 4$  Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \sqrt{2(x^2 - 16)} + x - 3 &= 7 - x \Leftrightarrow \sqrt{2(x^2 - 16)} = 10 - 2x \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ 2(x^2 - 16) = (10 - 2x)^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x^2 - 16 = 2(x^2 - 10x + 25) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x^2 - 20x + 66 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 10 - \sqrt{34} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \{10 - \sqrt{34}\}$

**Câu 49.** Cho bất phương trình:  $x^3 - x + 2 \leq 2\sqrt[3]{3x - 2}$ . Có bao nhiêu nghiệm nguyên  $x \in (-2, 1]$  thỏa mãn bất phương trình trên

A. 4

B. 3

C. 2

**D. 1**

**LỜI GIẢI.**

$$\begin{aligned} x^3 - x + 2 \leq 2\sqrt[3]{3x - 2} &\Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 \leq 2\sqrt[3]{3x - 2} - 2x \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 \leq 2 \frac{3x - 2 - x^3}{\sqrt[3]{3x - 2} + x\sqrt[3]{3x - 2} + x^2} \\ &\Leftrightarrow (x^3 - 3x + 2) \left( 1 + \frac{2}{\sqrt[3]{3x - 2}^2 + x\sqrt[3]{3x - 2} + x^2} \right) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 \leq 0 \left( 1 + \frac{2}{\sqrt[3]{3x - 2}^2 + x\sqrt[3]{3x - 2} + x^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \leq -2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Bài 50.** Cho  $2 \leq x \leq 3 \leq y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $B = \frac{2x^2 + y^2 + 2x + y}{xy}$  là:

A. 4

B. 6

**C.  $\frac{4\sqrt{6} + 1}{3}$**

D.  $2\sqrt{3} + 1$

**LỜI GIẢI.**

Xét hàm số  $g(y): \frac{2x^2 + y^2 + 2x + y}{xy} = \frac{2(x+1)}{y} + \frac{y+1}{x}$  với  $2 \leq x \leq 3 \leq y$

Cố định biến số:  $g'(y) = \frac{-2(x+1)}{y^2}, g'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \sqrt{2x(x+1)}$

Thấy  $\min g(y) = g(\sqrt{2x(x+1)}) = 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{x} + 1} + \frac{1}{x}$

Xét hàm số  $f(x) = 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{x} + 1} + \frac{1}{x}, 2 \leq x \leq 3$  có  $f'(x) = \frac{-\sqrt{2}}{x^2\sqrt{\frac{1}{x} + 1}} - \frac{1}{x^2} < 0$  nên  $f(x)$  nghịch biến trên  $[2;3]$

$$\text{do đó } \min f(x) = f(3) = \frac{4\sqrt{6} + 1}{3}$$

Do đó  $B \geq \frac{4\sqrt{6} + 1}{3}$ , dấu “=” xảy ra khi  $x = 3$  và  $y = 2\sqrt{6}$