

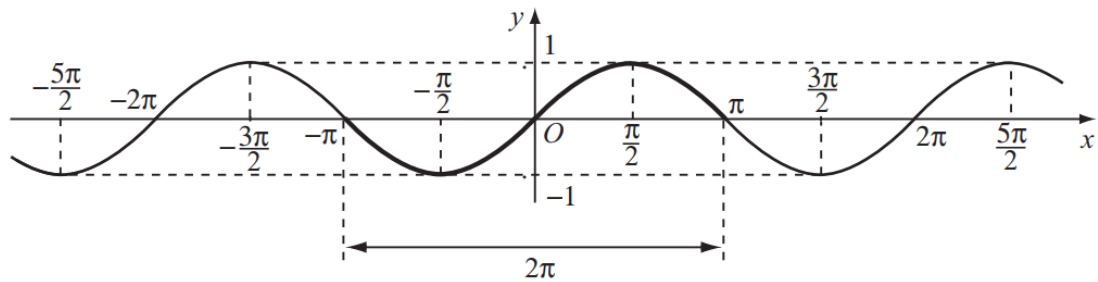
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3n$ có công sai d bằng

- A.** $d = 2$. **B.** $d = 3$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 4$.

Câu 2: Biết rằng hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$ là

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 3: Điểm kiểm tra giữa học kì I của lớp 11A được thống kê theo bảng sau :

Số điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	1	3	8	18	10

Trong các nhóm sau đây, nhóm nào chứa một của bảng số liệu ghép nhóm trên ?

- A.** $[8; 10]$ **B.** $[4; 6)$ **C.** $[6; 8)$ **D.** $[2; 4)$

Câu 4: Với góc lượng giác có số đo bằng α tùy ý. Đẳng thức nào sau đây luôn **đúng**?

- A.** $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{3\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)$. **B.** $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} (\cos 2\alpha + \cos \alpha)$.
C. $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{3\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$. **D.** $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} (\cos 2\alpha - \cos \alpha)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

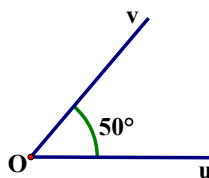
Câu 6: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra 45 phút môn toán của 40 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian	$[30; 33)$	$[33; 36)$	$[36; 39)$	$[39; 42)$	$[42; 45)$
Số học sinh	3	5	8	10	14

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là

- A.** $[30; 33)$ **B.** $[39; 42)$ **C.** $[33; 36)$ **D.** $[36; 39)$

Câu 7: Cho góc hình học uOv có số đo 50° (hình vẽ). Xác định số đo của các góc lượng giác $(Ou; Ov)$.



- A. $sd(Ou; Ov) = 50^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 B. $sd(Ou; Ov) = 50^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $sd(Ou; Ov) = -50^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 D. $sd(Ou; Ov) = -50^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Khảo sát thời gian tham gia câu lạc bộ trong một tuần của 100 bạn học sinh, thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180]$
Số học sinh	36	28	18	14	4

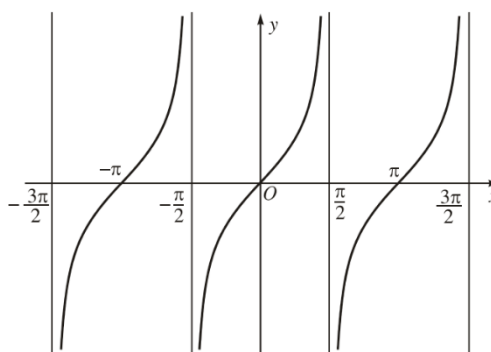
Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. $[90; 120)$.
 B. $[30; 60)$.
 C. $[60; 90)$.
 D. $[120; 150)$.

Câu 9: Biến đổi $\sin 6x + \sin 4x$ thành tích là

- A. $2 \sin 6x \cdot \cos 4x$.
 B. $2 \sin x \cdot \cos 5x$.
 C. $2 \sin 5x \cdot \cos x$.
 D. $2 \sin 10x \cdot \cos 2x$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \tan x$ có đồ thị như hình bên dưới



Số giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 0 là

- A. 0.
 B. 2.
 C. 1.
 D. 3.

Câu 11: Một cặp số nhân có số hạng thứ nhất và thứ hai theo thứ tự là 16 và 36. Số hạng thứ ba là

- A. 64.
 B. 56.
 C. 81.
 D. 720.

Câu 12: Cho một đường tròn có bán kính 5cm . Tính độ dài cung tròn có số đo $\frac{\pi}{3}$.

- A. $l = 5 + \frac{\pi}{3}(\text{cm})$.
 B. $l = \frac{15}{\pi}(\text{cm})$.
 C. $l = \frac{5\pi}{3}(\text{cm})$.
 D. $l = 5 - \frac{\pi}{3}(\text{cm})$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biết $\cos x = -\frac{12}{13}$ và $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.

a) $\sin x > 0$.

b) $\sin x = -\frac{5}{13}$.

c) $\cot x = \frac{5}{12}$.

d) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.

Câu 2: Cho phương trình $2\sin x = -\sqrt{2}$ (1).

a) Phương trình (1) tương đương với phương trình $\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

b) Phương trình (1) có các nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

c) Phương trình (1) có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$.

d) Số nghiệm của phương trình (1) trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là 1 nghiệm.

Câu 3: Cho cấp số cộng biết: $\begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases}$.

a) Số hạng đầu của cấp số cộng là: $u_1 = -5$.

b) Số hạng thứ 20 của cấp số cộng là: 32.

c) Tổng 30 số hạng đầu của cấp số cộng là: 750.

d) Số 201 là một số hạng của cấp số cộng.

Câu 4: Điểm thi môn Toán trong kì thi TNTHPT của lớp 12A được thống kê như sau:

Điểm thi	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	2	5	6	10	12	5

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 10.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 8.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 2.

d) Phương sai của mẫu số liệu bằng 1,9.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ sao cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 2: Trong một hoạt động thiện nguyện, các bạn học sinh lớp 11B đã tiến hành tặng sách cho các trẻ em vùng khó khăn. Kết quả hoạt động được ghi nhận ở bảng sau:

Số sách (quyển)	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh	10	13	8	5	4

Tìm tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- Câu 3:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố X ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}$, $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?
- Câu 4:** Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị tỉ đồng).
- Câu 5:** Một chiếc đu quay có tâm của vòng quay ở độ cao $35m$ so với mặt đất, khoảng cách từ tâm vòng quay đến vị trí gắn các cabin là $30m$. Thời gian thực hiện mỗi vòng của đu quay là 3 phút 20 giây. Một hành khách vào cabin số 1 được gắn tại vị trí A, thấp nhất của vòng quay (tham khảo hình vẽ), sau t giây kể từ lúc quay, vị trí A cách mặt đất $h(t)$ mét. Biết rằng $h(t)$ có dạng $h(t) = a\cos(\omega t) + b$ (a, b, ω là hằng số). Xác định a, b, ω và tính thời gian ngắn nhất kể từ lúc quay để vị trí A cách mặt đất $25m$ (thời gian làm tròn đến hàng đơn vị).



- Câu 6:** Tỷ lệ tăng dân số mỗi năm của một tỉnh X từ năm 2010 đến năm 2019 là 0,4%. Vì thực hiện các chính sách về dân số nên tỉnh X dự kiến từ năm 2020 đến 2030 tỷ lệ tăng dân số mỗi năm chỉ còn lại 0,35%. Theo thống kê số dân tỉnh X năm 2021 nhiều hơn năm 2017 là 30400 người. Hỏi số dân tỉnh X năm 2030 khoảng bao nhiêu triệu người? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3n$ có công sai d bằng

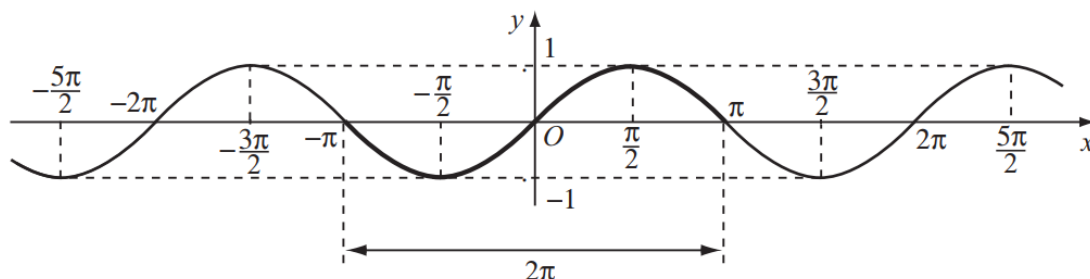
- A. $d = 2$. B. $d = 3$. C. $d = 1$. D. $d = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 3n = 3$ nên $d = 3$.

Câu 2: Biết rằng hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$ là

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, số nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$ là 3.

Câu 3: Điểm kiểm tra giữa học kì I của lớp 11A được thống kê theo bảng sau :

Số điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	1	3	8	18	10

Trong các nhóm sau đây, nhóm nào chứa một của bảng số liệu ghép nhóm trên ?

- A. $[8; 10]$ B. $[4; 6)$ C. $[6; 8)$ D. $[2; 4)$

Lời giải

Chọn C

Nhóm chứa một của bảng số liệu ghép nhóm trên là $[6; 8)$.

Câu 4: Với góc lượng giác có số đo bằng α tùy ý. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

- A. $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{3\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)$. B. $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} (\cos 2\alpha + \cos \alpha)$.
C. $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{3\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$. D. $\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} (\cos 2\alpha - \cos \alpha)$.

Lời giải

Chọn B

$$\cos \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} (\cos 2\alpha + \cos \alpha).$$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra 45 phút môn toán của 40 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian	$[30;33)$	$[33;36)$	$[36;39)$	$[39;42)$	$[42;45)$
Số học sinh	3	5	8	10	14

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là

A. $[30;33)$

B. $[39;42)$

C. $[33;36)$

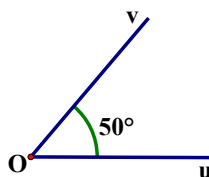
D. $[36;39)$

Lời giải

Chọn D

Mẫu số liệu này có 40 giá trị nửa đầu có 20 giá trị; do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$ mà $x_{10}; x_{11}$ thuộc nhóm $[36;39)$ vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[36;39)$.

Câu 7: Cho góc hình học uOv có số đo 50° (hình vẽ). Xác định số đo của các góc lượng giác $(Ou; Ov)$.



A. $sd(Ou; Ov) = 50^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $sd(Ou; Ov) = 50^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $sd(Ou; Ov) = -50^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $sd(Ou; Ov) = -50^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Số đo của các góc lượng giác $(Ou; Ov)$ là: $sd(Ou; Ov) = 50^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Khảo sát thời gian tham gia câu lạc bộ trong một tuần của 100 bạn học sinh, thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180]$
Số học sinh	36	28	18	14	4

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[90;120)$.

B. $[30;60)$.

C. $[60;90)$.

D. $[120;150)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có cỡ mẫu $n = 36 + 28 + 18 + 14 + 4 = 102$ nên trung vị của mẫu số liệu trên là trung bình cộng của giá trị thứ 51 và 52.

Mà giá trị thứ 51 và 52 thuộc nhóm $[60;90)$ nên nhóm này chính là nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu đã cho.

Câu 9: Biến đổi $\sin 6x + \sin 4x$ thành tích là

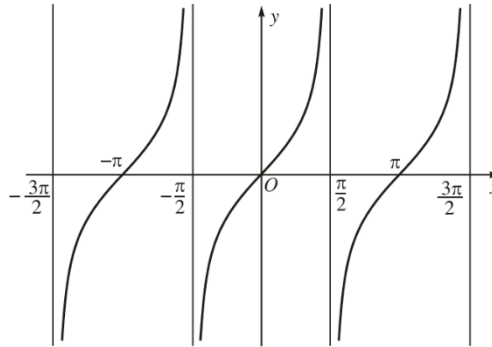
- A. $2 \sin 6x \cdot \cos 4x$. B. $2 \sin x \cdot \cos 5x$. **C. $2 \sin 5x \cdot \cos x$.** D. $2 \sin 10x \cdot \cos 2x$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin 6x + \sin 4x = 2 \sin 5x \cos x$$

Câu 10: Cho hàm số $y = \tan x$ có đồ thị như hình bên dưới



Số giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 0 là

- A. 0. **B. 2.** C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ đồ thị hàm số $y = \tan x$ cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt nên số giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 0 là 2.

Câu 11: Một cấp số nhân có số hạng thứ nhất và thứ hai theo thứ tự là 16 và 36. Số hạng thứ ba là

- A. 64. B. 56. **C. 81.** D. 720.

Lời giải

Chọn C

Gọi q là công bội của cấp số nhân.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 16 \\ u_2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ u_1 q = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ q = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow u_3 = u_2 \cdot q = 36 \cdot \frac{9}{4} = 81.$$

Câu 12: Cho một đường tròn có bán kính $5cm$. Tính độ dài cung tròn có số đo $\frac{\pi}{3}$.

- A. $l = 5 + \frac{\pi}{3}(cm)$. B. $l = \frac{15}{\pi}(cm)$. **C. $l = \frac{5\pi}{3}(cm)$.** D. $l = 5 - \frac{\pi}{3}(cm)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Độ dài cung tròn là } l = R \cdot \alpha = 5 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}(cm).$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biết $\cos x = -\frac{12}{13}$ và $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.

a) $\sin x > 0$.

b) $\sin x = -\frac{5}{13}$.

c) $\cot x = \frac{5}{12}$.

d) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Vì $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin x < 0$.

b) Ta có: $\cos x = -\frac{12}{13} \Rightarrow \sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{5}{13}$.

c) $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{12}{5}$

d) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos x - \cos \frac{\pi}{3} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{12}{13}\right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$

Câu 2: Cho phương trình $2\sin x = -\sqrt{2}$ (1).

a) Phương trình (1) tương đương với phương trình $\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

b) Phương trình (1) có các nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

c) Phương trình (1) có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$.

d) Số nghiệm của phương trình (1) trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là 1 nghiệm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $2\sin x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ (2)

b) (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy phương trình có các nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

c) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{5\pi}{4}$.

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là 1 nghiệm.

Câu 3: Cho cấp số cộng biết: $\begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases}$.

a) Số hạng đầu của cấp số cộng là: $u_1 = -5$.

b) Số hạng thứ 20 của cấp số cộng là: 32.

c) Tổng 30 số hạng đầu của cấp số cộng là: 750.

d) Số 201 là một số hạng của cấp số cộng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $\begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases} \quad (1).$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d + u_1 + 3d - (u_1 + 5d) = -7 \\ u_1 + 7d - (u_1 + 6d) = 2(u_1 + 3d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - d = -7 \\ 2u_1 + 5d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 2. \end{cases}$$

Vậy cấp số cộng có $u_1 = -5$, $d = 2$, $u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + (n-1).2 = 2n - 7$.

a) Số hạng đầu của cấp số cộng là: $u_1 = -5$ nên mệnh đề đúng.

b) Ta có $u_n = 2n - 7$ nên $u_{20} = 2.20 - 7 = 33$. Vậy mệnh đề sai.

c) Ta có $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$ nên $S_{30} = \frac{30}{2}[2.(-5) + (30-1).2] = 720$. Vậy mệnh đề sai.

d) Ta có: $u_n = 2n - 7 = 201 \Leftrightarrow n = 104$. Suy ra $u_{104} = 201$. Vậy mệnh đề đúng.

Câu 4: Điểm thi môn Toán trong kì thi TNTHPT của lớp 12A được thống kê như sau:

Điểm thi	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	2	5	6	10	12	5

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 10.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 8.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 2.

d) Phương sai của mẫu số liệu bằng 1,9.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Cỡ của mẫu số liệu là: $n = 2 + 5 + 6 + 10 + 12 + 5 = 40$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{40}$ là điểm thi Toán của 40 bạn học sinh lớp 12A trong kì thi TNTHPT và giả sử dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

a) **Sai**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 10 - 4 = 6$

b) **Đúng**

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm

[8;9) nên ta có

$$Q_3 = 8 + \left[\frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - (2 + 5 + 6 + 10)}{12} \right] \cdot 1 = \frac{103}{12} \approx 8,58$$

c) Sai

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[6; 7)$ nên ta có

$$Q_1 = 6 + \left[\frac{\frac{40}{4} - (2 + 5)}{6} \right] \cdot 1 = \frac{13}{2} = 6,5$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{103}{12} - \frac{13}{2} = \frac{25}{12}$$

d) Đúng

Ta có: $\bar{x} = \frac{4,5 \times 2 + 5,5 \times 5 + 6,5 \times 6 + 7,5 \times 10 + 8,5 \times 12 + 9,5 \times 5}{40} = 7,5$

$$\text{Phương sai: } s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + m_3(x_3 - \bar{x})^2 + m_4(x_4 - \bar{x})^2}{32} = 1,9$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$ sao cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$.

Lời giải

Trả lời: 0,98

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{5}{9}.$$

$$\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right) \Rightarrow \sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{\sqrt{5}}{3} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 + \sqrt{15}}{6} \approx 0,98.$$

Câu 2: Trong một hoạt động thiện nguyện, các bạn học sinh lớp 11B đã tiến hành tặng sách cho các trẻ em vùng khó khăn. Kết quả hoạt động được ghi nhận ở bảng sau:

Số sách (quyển)	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	10	13	8	5	4

Tìm tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời: 5,75

$$\text{Ta có } n = 10 + 13 + 8 + 5 + 4 = 40.$$

Tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

$$Q_3 = 4 + \frac{\frac{3.40}{4} - (10+13)}{8} (6-4) = \frac{23}{4} = 5,75.$$

Câu 3: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố X ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}$, $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

Trả lời: 171

Vì $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, $\forall \alpha$ nên ta có: $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12 \leq 3.1 + 12 = 15$.

Suy ra $d(t)_{\max} = 15$ đạt được khi $\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\Leftrightarrow t = 171 + 364k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Vì $0 < t \leq 365$ nên ta có: $0 < 171 + 364k \leq 365 \Rightarrow \frac{-171}{364} < k \leq \frac{194}{364}$ do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Vậy vào ngày thứ 171 trong năm thì thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất.

Câu 4: Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị tỉ đồng).

Lời giải

Đáp án: 1,23

Giá trị còn lại của chiếc máy ủi lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 80\% = 0,8$.

Khi đó giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng là: $u_5 = 3.0,8^4 = 1,2288$.

Vậy giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng là 1,23 (tỉ đồng).

Câu 5: Một chiếc đu quay có tâm của vòng quay ở độ cao $35m$ so với mặt đất, khoảng cách từ tâm vòng quay đến vị trí gắn các cabin là $30m$. Thời gian thực hiện mỗi vòng của đu quay là 3 phút 20 giây. Một hành khách vào cabin số 1 được gắn tại vị trí A, thấp nhất của vòng quay (tham khảo hình vẽ), sau t giây kể từ lúc quay, vị trí A cách mặt đất $h(t)$ mét. Biết rằng $h(t)$ có dạng $h(t) = a\cos(\omega t) + b$ (a, b, ω là hằng số). Xác định a, b, ω và tính thời gian ngắn nhất kể từ lúc quay để vị trí A cách mặt đất $25m$ (thời gian làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 39

Ta có 3 phút 20 giây bằng 200 giây.

Ta có chu kì của vòng quay là $\frac{2\pi}{\omega} = 200 \Leftrightarrow \omega = \frac{\pi}{100}$.

Ta có $-a \leq a \cos(\omega t) \leq a \Leftrightarrow -a + b \leq a \cos(\omega t) + b \leq a + b \Leftrightarrow -a + b \leq h(t) \leq a + b$.

Mặt khác, theo đề bài ta có chiều cao $h(t) = a \cos(\omega t) + b$ có chiều cao thấp nhất và cao nhất lần lượt là 5 và 65 nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} -a + b = 5 \\ a + b = 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 30 \\ b = 35 \end{cases}$.

Khi đó $h(t) = 30 \cos\left(\frac{\pi}{100}t\right) + 35$.

Để cabin A cách mặt đất 25m thì $30 \cos\left(\frac{\pi}{100}t\right) + 35 = 25 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{100}t\right) = \frac{-1}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{100}t = \arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + k2\pi \\ \frac{\pi}{100}t = -\arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{100}{\pi} \arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + 200k \\ t = -\frac{100}{\pi} \arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + 200k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})(*)$$

Khi đó, ta có được thời gian ngắn nhất từ lúc bắt đầu đến khi cabin A cách mặt đất 25m là nghiệm dương nhỏ nhất của (*) hay $t = \frac{100}{\pi} \arccos\left(\frac{-1}{3}\right) \approx 39$.

Vậy thời gian ngắn nhất từ lúc bắt đầu đến khi cabin A cách mặt đất 25m là 39 giây.

Câu 6: Tỉ lệ tăng dân số mỗi năm của một tỉnh X từ năm 2010 đến năm 2019 là 0,4%. Vì thực hiện các chính sách về dân số nên tỉnh X dự kiến từ năm 2020 đến 2030 tỉ lệ tăng dân số mỗi năm chỉ còn lại 0,35%. Theo thống kê số dân tỉnh X năm 2021 nhiều hơn năm 2017 là 30400 người. Hỏi số dân tỉnh X năm 2030 khoảng bao nhiêu triệu người? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,11

Gọi dân số của tỉnh X vào năm 2010 là a (người, $a \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó số dân mỗi năm của tỉnh X từ năm 2010 đến năm 2019 là một cấp số nhân có $u_1 = a$ và $q = 1 + 0,4\%$.

Khi đó số dân năm 2017 và số dân năm 2019 là $u_8 = a(1 + 0,4\%)^7$ và $u_{10} = a(1 + 0,4\%)^9$. Từ đó số dân của tỉnh X năm 2020 là $a(1 + 0,4\%)^9 (1 + 0,35\%)$.

Khi đó số dân mỗi năm của tỉnh X từ năm 2020 đến năm 2030 là một cấp số nhân có $u_1^* = a(1 + 0,4\%)^9 (1 + 0,35\%)$ và $q^* = 1 + 0,35\%$ nên số dân năm 2021 là $a(1 + 0,4\%)^9 (1 + 0,35\%)^2$.

Theo đề bài, ta có $a(1 + 0,4\%)^9 (1 + 0,35\%)^2 - a(1 + 0,4\%)^7 = 30400 \Leftrightarrow a = 1959782$ (người).

Khi đó, số dân tỉnh X năm 2030 là $1959782(1 + 0,4\%)^9 (1 + 0,35\%)^{11} \approx 2,11$ triệu người.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$

Câu 2: Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3: Phương trình lượng giác $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào bị chặn dưới?

A. $u_n = n - 2$. **B.** $u_n = -n^2 - 6n$. **C.** $u_n = 1 - 2n$. **D.** $u_n = (-1)^n \cdot n^2$.

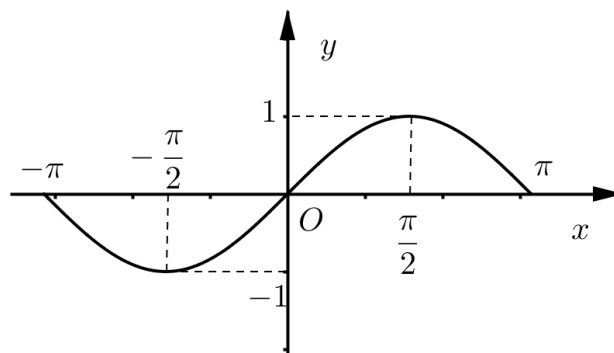
Câu 5: Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian ngủ (giờ) của một buổi tối thu được kết quả sau

Thời gian	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Số học sinh	10	18	23	20	15

75% số học sinh ngủ ít nhất bao nhiêu giờ trong một buổi tối?

A. 5,92. **B.** 7,68. **C.** 6,65. **D.** 5,64.

Câu 6: Trên khoảng $(-\pi; \pi)$, đồ thị hàm số $y = \sin x$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(-\pi; 0)$. **B.** $(0; \pi)$. **C.** $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. **D.** $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 7: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $P = 4$. B. $P = \frac{8}{5}$. C. $P = 3$. D. $P = \frac{3}{5}$.

Câu 8: Biết bốn số 2; 8; x ; 128 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của x bằng

- A. $x = 64$. B. $x = 24$. C. $x = 32$. D. $x = 16$.

Câu 9: Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $S = \frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{\pi}{6}$. C. $S = \frac{\pi}{3}$. D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 10: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024)$.

- A. $m = -1$. B. $m = -2023\sqrt{2}$. C. $m = -\sqrt{2}$. D. $m = -2024\sqrt{2}$.

Câu 11: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con muỗi cái trong phòng thí nghiệm cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Muỗi cái có tuổi thọ khoảng bao nhiêu ngày là nhiều nhất?

- A. 76 ngày. B. 90 ngày. C. 80 ngày. D. 66 ngày.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 94 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- A. 33. B. 20. C. 34. D. 35.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cot \alpha = -3$ $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0\right)$.

a) $\sin \alpha > 0$.

b) $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}$.

c) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

d) $\cos^2 \alpha + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{3}{2}$.

Câu 2: Cho phương trình $2\sin x = m$.

a) Khi $m = \sqrt{5}$ phương trình đã cho có nghiệm.

b) Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [-1; 1]$.

c) Khi $m = \sqrt{2}$ phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) Khi $m = -1$ phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng thứ nhất có 20 ghế, số ghế ở các hàng sau đều hơn số ghế hàng ngay trước đó một ghế. Cho biết rạp hát đã bán hết vé với giá mỗi vé là 60 nghìn đồng. Rạp hát dự định quyên góp cho quỹ Be Flower 35000000 đồng để hỗ trợ các em nhỏ vùng khó khăn được tiếp bước đến trường. Gọi u_n là số ghế ở hàng thứ n .

a) Dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng với $u_1 = 20$ và $d = 1$.

b) Dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng, công thức số hạng tổng quát là $u_n = 19 + n$.

c) Tổng số ghế có trong rạp hát là 590 ghế.

d) Tổng số tiền vé thu được đủ để rạp hát quyên góp vào quỹ BE Flower.

Câu 4: Số lượng người đi xem bộ phim Lật Mặt 7 của Lý Hải theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1h đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng số liệu sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	19	28	16	7	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 74.

b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim Lật Mặt 7 nhất là thuộc nhóm [50; 60).

c) Trung vị của mẫu số liệu là 26,42 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

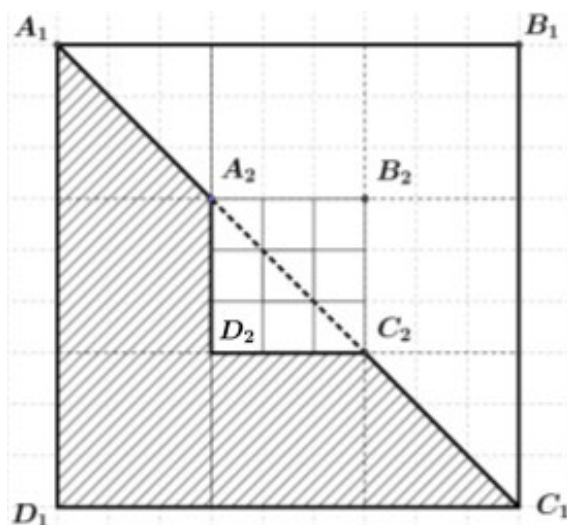
d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim Lật Mặt 7 nhiều nhất là 29 tuổi.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút(đơn vị tính bằng mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$), biết rằng đường kính của bánh xe đạp là $0,68m$.

Câu 2: Số nghiệm phương trình: $(2\sin x + 2)(2\cos x - \sqrt{3}) = 0$ trên $[0; 21\pi]$ là

Câu 3: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ dưới đây, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau...

Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm ít nhất 49,99% diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Câu 4: Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi hàm số $y = 9 - 2 \cos \left[\frac{\pi}{118} (t - 61) \right]$, $t \in \mathbb{N}^*$. Vào ngày thứ bao nhiêu trong năm 2023 thì thành phố

A có số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất?

Câu 5: Anh Thắng kí quỹ hợp đồng thi công xây dựng tòa chung cư với Công ty Cổ phần Xây dựng ADP tại Ngân hàng TMCP Kỹ Thương Việt Nam (Techcombank). Theo đó, hai bên cam kết khoản thanh toán lần đầu là 5 tỉ đồng. Sau đó, mỗi tháng nghiệm thu đúng tiến độ, sẽ tiếp tục thanh toán một khoản giảm 200 triệu đồng so với tháng trước cho đến bàn giao xong tòa chung cư. Gọi s_n (triệu đồng) là số tiền mà công ty ADP nhận được vào lần thứ n , khi đó: $s_n = s_{n-1} - 200$, $\forall n \geq 2$. Số tiền công ty ADP nhận được vào tháng thứ 18 kể từ khi thi công là a (triệu đồng). Tính giá trị của a , biết công ty ADP chậm tiến độ 1 tháng.

Câu 6: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Hỏi công ty nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu mua nhất?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Đáp án A có: $u_{n+1} = -3u_n \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = -3$ không đổi, suy ra dãy số ở đáp án A là một cấp số nhân.

Câu 2: Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3: Phương trình lượng giác $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. Vô nghiệm.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

$$3 \tan x - \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào bị chặn dưới?

A. $u_n = n - 2$.

B. $u_n = -n^2 - 6n$.

C. $u_n = 1 - 2n$.

D. $u_n = (-1)^n \cdot n^2$.

Lời giải

Chọn A

$u_n = n - 2 \geq -1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên u_n bị chặn dưới.

Câu 5: Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian ngủ (giờ) của một buổi tối thu được kết quả sau

Thời gian	$[4; 5)$	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$
Số học sinh	10	18	23	20	15

75% số học sinh ngủ ít nhất bao nhiêu giờ trong một buổi tối?

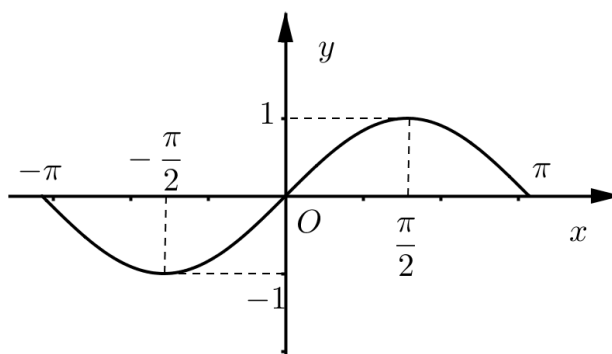
- A. 5,92. B. 7,68. C. 6,65. **D. 5,64.**

Lời giải

Chọn D

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 \approx 5,64$ nên 75% số học sinh ngủ ít nhất 5,64 giờ trong một buổi tối.

Câu 6: Trên khoảng $(-\pi; \pi)$, đồ thị hàm số $y = \sin x$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(-\pi; 0)$. B. $(0; \pi)$. **C. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.** D. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Câu 7: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $P = 4$.** B. $P = \frac{8}{5}$. C. $P = 3$. D. $P = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = \frac{\frac{3}{5} + 1}{1 - \frac{3}{5}} = 4.$$

Câu 8: Biết bốn số 2; 8; x; 128 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của x bằng

- A. $x = 64$. B. $x = 24$. **C. $x = 32$.** D. $x = 16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có 2; 8; x; 128 lập thành 1 cấp số nhân nên $8^2 = 2 \cdot x \Rightarrow x = 32$

Kiểm tra lại ta thấy $32^2 = 8 \cdot 128$ (thỏa mãn).

Câu 9: Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{\pi}{2}$.

B. $S = \frac{\pi}{6}$.

C. $S = \frac{\pi}{3}$.

D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + l2\pi \end{cases} \quad (\text{với } k, l \in \mathbb{Z})$$

$$+\text{Xét bất phương trình } -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{1}{6} + 2k \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{6}$$

$$\text{Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$+\frac{-\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + l2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{5}{6} + 2l \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq l \leq -\frac{1}{6}$$

$$\text{Do } l \in \mathbb{Z} \text{ nên không có giá trị } l \text{ nguyên để } -\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + l2\pi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{\pi}{6} \text{ là nghiệm duy nhất của phương trình thuộc } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\pi}{6}.$$

Câu 10: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024)$.

A. $m = -1$.

B. $m = -2023\sqrt{2}$.

C. $m = -\sqrt{2}$.

D. $m = -2024\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\text{Suy ra } -1 \leq \sin(2023x + 2024) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024) \leq \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất } m \text{ của hàm số } y = -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024) \text{ là } m = -\sqrt{2}.$$

Câu 11: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con muỗi cái trong phòng thí nghiệm cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Muỗi cái có tuổi thọ khoảng bao nhiêu ngày là nhiều nhất?

A. 76 ngày.

B. 90 ngày.

C. 80 ngày.

D. 66 ngày.

Lời giải

Chọn A

Số ngày muỗi cái có tuổi thọ nhiều nhất là một của mẫu số liệu.

Nhóm có tần số nhiều nhất là nhóm 4. Vì vậy nhóm chứa một là nhóm 4: $[60; 80)$.

Ta có $j = 4, a_4 = 60, m_4 = 31, m_3 = 23, m_5 = 29, h = 20$.

$$\text{Do đó } M_o = 60 + \frac{31 - 23}{(31 - 23) + (31 - 29)} \cdot 20 = 76.$$

Vậy Muối cái có tuổi thọ khoảng 76 ngày là nhiều nhất.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 94 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. 33.

B. 20.

C. 34.

D. 35.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $u_n = u_1 + (n - 1) \cdot d$

$$\text{Suy ra } 94 = -5 + (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow 3n = 102 \Leftrightarrow n = 34.$$

Vậy số 94 là số hạng thứ 34 của cấp số cộng (u_n) .

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cot \alpha = -3 \left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \right)$.

a) $\sin \alpha > 0$.

$$\text{b) } \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}.$$

$$\text{c) } \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{d) } \cos^2 \alpha + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} + \alpha \right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right) = \frac{3}{2}.$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) **Sai:** Do $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0$.

$$\text{b) } \textbf{Đúng: } \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}$$

$$\text{Xét biểu thức } P = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha}$$

$$\text{Chia cả tử và mẫu cho } \sin^3 \alpha \text{ ta được } P = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} + 3 + 2 \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha}} = \frac{\cot \alpha (1 + \cot^2 \alpha) - (1 + \cot^2 \alpha)}{\cot^3 \alpha + 3 + 2 \cot \alpha (1 + \cot^2 \alpha)}$$

$$\text{Thay } \cot \alpha = -3 \text{ vào } P \text{ ta được } P = \frac{10}{21}.$$

c) **Sai:** $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Do $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0$

Từ hệ thức $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, suy ra $\sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Do $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\cos \alpha > 0$

Từ hệ thức $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^2 = \frac{9}{10}$, suy ra $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

Ta có: $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

d) **Đúng :** $\cos^2 \alpha + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) =$
 $= \frac{1}{2} \left[3 + \cos 2\alpha + \cos\left(\frac{4\pi}{3} + 2\alpha\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3} - 2\alpha\right) \right] = \frac{1}{2} \left[3 + \cos 2\alpha + 2 \cos \frac{4\pi}{3} \cos 2\alpha \right] = \frac{3}{2}$

Câu 2: Cho phương trình $2 \sin x = m$.

a) Khi $m = \sqrt{5}$ phương trình đã cho có nghiệm.

b) Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [-1; 1]$.

c) Khi $m = \sqrt{2}$ phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) Khi $m = -1$ phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) **Sai.** Khi $m = \sqrt{5}$ ta có phương trình $2 \cos x = \sqrt{5} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ vô nghiệm.

b) **Sai.** Phương trình $2 \cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \frac{m}{2}$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq \frac{m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$

c) **Đúng.** Khi $m = \sqrt{2}$ ta có phương trình $2 \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) Đúng. Khi $m = -1$ ta có phương trình $2\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 3: Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng thứ nhất có 20 ghế, số ghế ở các hàng sau đều hơn số ghế hàng ngay trước đó một ghế. Cho biết rạp hát đã bán hết vé với giá mỗi vé là 60 nghìn đồng. Rạp hát dự định quyên góp cho quỹ Be Flower 35000000 đồng để hỗ trợ các em nhỏ vùng khó khăn được tiếp bước đến trường. Gọi u_n là số ghế ở hàng thứ n .

a) Đúng (u_n) tạo thành cấp số cộng với $u_1 = 20$ và $d = 1$.

b) Đúng (u_n) tạo thành cấp số cộng, công thức số hạng tổng quát là $u_n = 19 + n$.

c) Đúng Tổng số ghế có trong rạp hát là 590 ghế.

d) Đúng Tổng số tiền vé thu được đủ để rạp hát quyên góp vào quỹ BE Flower.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

a) Đúng, Vì dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng với $u_1 = 20$ và $d = 1$.

b) Đúng, Vì dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng với $u_1 = 20$ và $d = 1$. Nên số hạng tổng quát là $u_n = 19 + n$.

c) Đúng, Vì tổng số ghế có trong rạp hát là: $S_{20} = \frac{20 \cdot [2 \cdot 20 + (20 - 1) \cdot 1]}{2} = 590$ (ghế).

d) Đúng, Vì tổng số tiền vé thu được là: $590 \cdot 60000 = 35400000$ (đồng).

$35000000 \leq 35400000$ nên đủ để rạp hát quyên góp vào quỹ BE Flower.

Câu 4: Số lượng người đi xem bộ phim Lật Mặt 7 của Lý Hải theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1h đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng số liệu sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	19	28	16	7	4

a) Đúng Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 74.

b) Đúng Độ tuổi được dự báo là ít xem phim Lật Mặt 7 nhất là thuộc nhóm [50; 60).

c) Đúng Trung vị của mẫu số liệu là 26,42 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Đúng Độ tuổi được dự báo là thích xem phim Lật Mặt 7 nhiều nhất là 29 tuổi.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đúng, Cỡ mẫu của mẫu số liệu là: $n = 19 + 28 + 16 + 7 + 4 = 74$

b Đúng, Nhóm có tần số bé nhất là nhóm $[50;60)$ nên độ tuổi được dự báo là ít xem phim Lật Mặt 7 nhất là thuộc nhóm $[50;60)$.

c) Sai, Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{74}$ là mẫu số liệu sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu: $\frac{x_{37} + x_{38}}{2}$. Do 2 giá trị x_{37}, x_{38} thuộc nhóm $[20;30)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 2, a_2 = 20, m_2 = 28, m_1 = 19, a_3 - a_2 = 10$.

$$\text{Vậy trung vị là: } M_c = 20 + \left(\frac{\frac{74}{2} - 19}{28} \right) \cdot 10 = \frac{185}{7} \approx 26,43.$$

d) Sai, Tần số lớn nhất là 28 nên nhóm chứa một là nhóm $[20;30)$. Ta có: $j = 2, a_2 = 20, m_2 = 28, m_1 = 19, m_3 = 16, h = 10$.

$$\text{Do đó một là: } M_0 = 20 + \left(\frac{28 - 19}{(28 - 19) + (28 - 16)} \right) \cdot 10 = \frac{170}{7} \approx 24,28.$$

Vậy độ tuổi được dự báo là thích xem phim Lật Mặt 7 nhiều nhất là 24 tuổi.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút (đơn vị tính bằng mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$), biết rằng đường kính của bánh xe đạp là $0,68m$.

Lời giải

Trả lời: 256

Chu vi bánh xe: $C = \pi \cdot d = 3,14 \cdot 0,68(m)$

Trong 1 giây bánh xe quay được số vòng: $\frac{10}{5} = 2,$

Số vòng bánh xe quay được trong 1 phút là: $60 \cdot 2 = 120$ (vòng)

Vậy quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút là:

$$S = 3,14 \cdot 0,68 \cdot 120 \approx 256(m)$$

Câu 2: Số nghiệm phương trình: $(2 \sin x + 2)(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$ trên $[0; 21\pi]$ là

Lời giải

Trả lời: 31

$$\text{Ta có } (2 \sin x + 2)(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

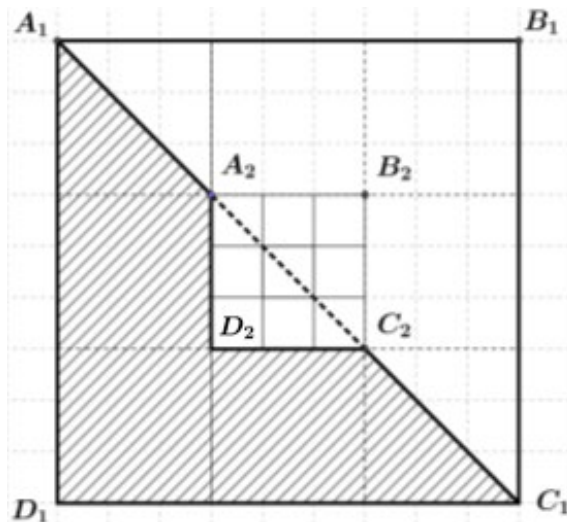
$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Phương trình có nghiệm $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$.

Vậy số nghiệm phương trình: $(2 \sin x + 2)(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$ trên $[0; 21\pi]$ là 31

Câu 3: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ dưới đây, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau...

Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm ít nhất 49,99% diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Lời giải

Trả lời: 4

Từ đề bài ta thấy được tỉ lệ diện tích giữa đa giác được tô màu so với hình vuông tương ứng là $\frac{4}{9}$ và tỉ lệ diện tích giữa các hình vuông là $\frac{1}{9}$. Kí hiệu u_n là diện tích phần đa giác tô màu thứ

$$n, \text{ khi đó } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{4}{9} S_{A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}}}{\frac{4}{9} S_{A_nB_nC_nD_n}} = \frac{\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{9} S_{A_nB_nC_nD_n}}{\frac{4}{9} S_{A_nB_nC_nD_n}} = \frac{1}{9}.$$

Khi đó dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = \frac{4}{9} S_{A_1B_1C_1D_1}$ và $q = \frac{1}{9}$.

$$\text{Khi đó } S_n = \frac{4}{9} S_{A_1B_1C_1D_1} \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^n - 1}{\frac{1}{9} - 1} \geq S_{A_1B_1C_1D_1} 49,99\% \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^n - 1 \geq \frac{9}{4} \left(\frac{-8}{9}\right) 49,99\% \Rightarrow n = 4.$$

Vậy ta cần làm ít nhất cần 4 bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm ít nhất 49,99% diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Câu 4: Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi hàm số $y = 9 - 2 \cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right]$, $t \in \mathbb{N}^*$. Vào ngày thứ bao nhiêu trong năm 2023 thì thành phố A có số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất?

Lời giải

Trả lời: 179

Ta có $-1 \leq \cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right] \leq 1 \Leftrightarrow 7 \leq 9 - 2 \cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right] \leq 11 \Leftrightarrow 7 \leq y \leq 11$.

Vậy giá trị lớn nhất của $y = 11$.

Khi $\cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{118}(t - 61) = \pi + k2\pi \Leftrightarrow k = \frac{t - 179}{236}$

Mặt khác $1 \leq t \leq 365$ nên $\frac{-89}{118} \leq k \leq \frac{93}{118}$. Suy ra $k = 0$ hay $t = 179$

Vậy số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất của thành phố A trong một ngày là ngày thứ 179 trong năm 2023.

Câu 5: Anh Thắng kí quỹ hợp đồng thi công xây dựng tòa chung cư với Công ty Cổ phần Xây dựng ADP tại Ngân hàng TMCP Kỹ Thương Việt Nam (Techcombank). Theo đó, hai bên cam kết khoản thanh toán lần đầu là 5 tỉ đồng. Sau đó, mỗi tháng nghiệm thu đúng tiến độ, sẽ tiếp tục thanh toán một khoản giảm 200 triệu đồng so với tháng trước cho đến bàn giao xong tòa chung cư. Gọi s_n (triệu đồng) là số tiền mà công ty ADP nhận được vào lần thứ n , khi đó: $s_n = s_{n-1} - 200$, $\forall n \geq 2$. Số tiền công ty ADP nhận được vào tháng thứ 18 kể từ khi thi công là a (triệu đồng). Tính giá trị của a , biết công ty ADP chậm tiến độ 1 tháng.

Lời giải

Trả lời: 1800.

Vì công ty ADP chậm tiến độ 1 tháng nên $a = s_{17}$

$$s_1 = 5000.$$

$$s_2 = s_1 - 200$$

$$s_3 = s_2 - 200$$

$$s_4 = s_3 - 200$$

.....

$$s_{17} = s_{16} - 200$$

Cộng theo về các đẳng thức trên, ta được:

$$s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \dots + s_{16} + s_{17} = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \dots + s_{15} + s_{16} + 5000 - 16.200.$$

$$\text{Khi đó: } s_{17} = 5000 - 16.200 = 1800$$

Vậy số tiền công ty ADP nhận được vào tháng thứ 18 kể từ khi thi công là 1800 triệu đồng.

Câu 6: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Hỏi công ty nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu mua nhất?

Lời giải

Trả lời: 19,4

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[18;22)$.

Do đó $u_m = 18, n_{m-1} = 78, n_m = 120, n_{m+1} = 45, u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 18 + \frac{120 - 78}{(120 - 78) + (120 - 45)} \cdot 4 = \frac{758}{39} \approx 19,4$$

Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng nếu công ty xây nhà ở mức giá 19,4 triệu đồng/ m^2 thì sẽ có nhiều người có nhu cầu mua nhất.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Phương trình $\tan x = -\sqrt{3}$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3; n \geq 2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $u_4 = 29$.

B. $u_2 = 5$.

C. $u_5 = 58$.

D. $u_3 = 13$.

Câu 3: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$.

A. $P = -\frac{12}{25}$.

B. $P = \frac{3}{7}$.

C. $P = \frac{12}{25}$.

D. $P = -3$.

Câu 4: Mức thưởng tết (triệu đồng) của các công nhân trong một nhà máy được cho trong bảng sau:

Mức thưởng	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số công nhân	19	30	42	6	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. 16,25.

B. 20,25.

C. 21,25.

D. 15,25.

Câu 5: Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \tan x + \cot x$.

A. $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x \in \mathbb{R}$

D. $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ là:

A. $[\sqrt{2}; 2]$.

B. $[2; 4]$.

C. $[4\sqrt{2}; 8]$.

D. $[4\sqrt{2} - 1; 7]$.

Câu 7: Cân nặng (kg) của 45 học sinh lớp 11 được cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[41,5; 46,5)	[46,5; 51,5)	[51,5; 56,5)	[56,5; 61,5)	[61,5; 66,5)	[66,5; 71,5)
Số học sinh	10	8	17	4	3	3

Cân nặng (kg) trung bình là:

A. $\bar{x} = 55$.

B. $\bar{x} = 53$.

C. $\bar{x} = 54$.

D. $\bar{x} = 52$.

Câu 8: Biểu thức $\sin 7x \cdot \sin x + \cos 7x \cdot \cos x$ bằng

A. $\sin 8x$.

B. $\cos 6x$.

C. $\cos 8x$.

D. $\sin 6x$.

Câu 9: Giải phương trình lượng giác $2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k4\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10: Một cấp số nhân có $u_1 = 3$ và $q = 2$. Số 384 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân này?

A. 7.

B. 6.

C. 9.

D. 8.

Câu 11: Cho $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

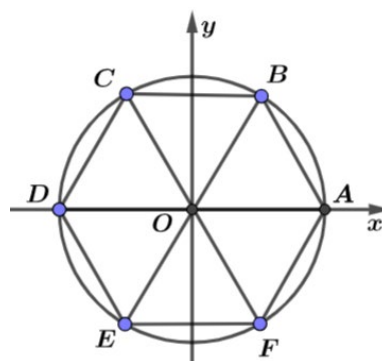
A. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{10}}$.

B. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 + \sqrt{3}}{2\sqrt{10}}$.

D. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 - \sqrt{3}}{2\sqrt{10}}$.

Câu 12: Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn lượng giác có gốc là A , các đỉnh lấy theo thứ tự đó và các điểm B, C có tung độ dương. Khi đó số đo của các góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OC bằng:



A. -120° .

B. 240° .

C. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $240^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn.

a) $\tan a = \frac{8}{15}$.

b) $\sin(a - b) = \frac{21}{221}$.

c) $\cos(a + b) \cdot \sin(a - b) - \cos(a - b) \cdot \sin(a + b) = \frac{120}{169}$.

d) $\tan a, \tan b$ là nghiệm của phương trình $18t^2 - 17t + 4 = 0$.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $\tan(5x + 30^\circ) + 1 = 0$ (1).

a) Phương trình (1) tương đương $\tan(5x + 30^\circ) = \tan(-45^\circ)$.

b) Đồ thị của hàm số $y = \tan(5x + 30^\circ) + 1$ cắt trục hoành tại điểm gốc tọa độ.

c) Phương trình (1) có các nghiệm là $x = -15^\circ + k72^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

d) Số nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(-90^\circ; 360^\circ)$ là 13 nghiệm.

Câu 3: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) biết số hạng tổng quát là $u_n = 6n + 3; v_n = 2n - 3u_n$.

a) Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3$.

b) Tổng 100 số hạng đầu của dãy số (u_n) là: $S_{100} = 30600$.

c) Dãy số (v_n) là một cấp số cộng với $v_1 = -25$, công sai $d = -16$.

d) Đặt S_n là tổng n số hạng đầu của dãy số (v_n) và $4u_n^2 + 17S_n = 336$. Khi đó $n < 18$.

Câu 4: Tiền lương tháng của một số nhân viên ở 01 công ty được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

13,8; 6,7; 8,4; 11,9; 11,1; 8,3; 13,2; 11,2; 8,9; 10,7; 6,5; 13,1;
12,5; 9,6; 11,7; 12,7; 10,0; 10,0; 12,2; 9,8; 10,9; 6,7; 13,6; 9,2;

a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 10,8$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu: $Q_1 = 6,05$.

c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được: $Q_2 = 6,75$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

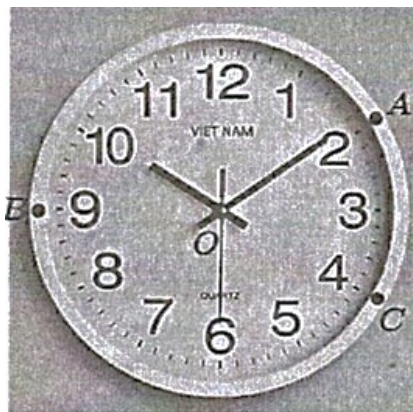
Câu 1: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cot \alpha$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Khảo sát thời gian (phút) tập thể dục trong ngày của 1 số học sinh lớp 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

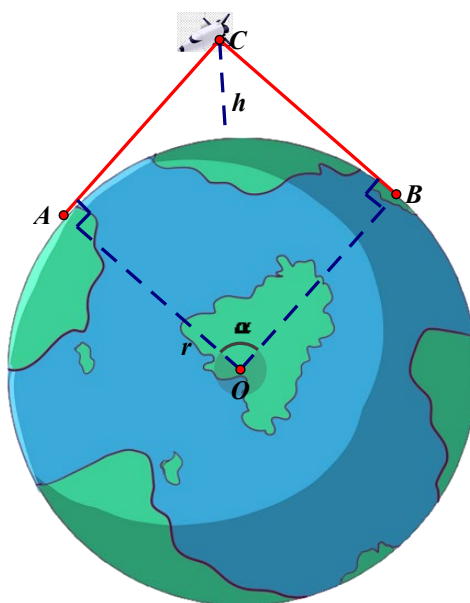
Thời gian (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số học sinh	5	10	13	9	7

Tìm số a sao cho có 25% số học sinh tập thể dục với thời gian ít nhất là a (phút). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

- Câu 3:** đường tròn với các điểm A, B, C lần lượt tương ứng với vị trí các số 2, 9, 4. Tính tổng độ dài cung nhỏ AB và AC (kết quả tính theo đơn vị centimet và làm tròn đến hàng phần chục).



- Câu 4:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố B trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày mùng 1 tháng giêng) của một năm không nhuận được mô hình hóa bởi hàm số : $S(t) = 12 + 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Hỏi vào ngày nào đầu tiên trong năm thì thành phố B có khoảng 10 giờ ánh sáng mặt trời?
- Câu 5:** Dân số của một thành phố A hiện nay là 4 triệu người. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số hàng năm của thành phố A là 3%. Hãy ước tính dân số của thành phố A sau 10 năm nữa? (đơn vị triệu người, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)
- Câu 6:** Một tàu vũ trụ di chuyển theo quỹ đạo tròn cách mặt đất một khoảng h (dặm) như hình vẽ. Biết $r = 3959$ (dặm) là bán kính của trái đất. Hãy tính giá trị của α ($0 < \alpha < \pi$) khi tàu vũ trụ cách mặt đất một khoảng $h = 446,4$ dặm? (làm tròn đến hàng phần trăm)



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Phương trình $\tan x = -\sqrt{3}$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

$$\tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3; n \geq 2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $u_4 = 29$.

B. $u_2 = 5$.

C. $u_5 = 58$.

D. $u_3 = 13$.

Lời giải

Chọn C

$$u_1 = 1; u_2 = 2u_1 + 3 = 5; u_3 = 2u_2 + 3 = 13; u_4 = 2u_3 + 3 = 29; u_5 = 2u_4 + 3 = 61.$$

Câu 3: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$.

A. $P = -\frac{12}{25}$.

B. $P = \frac{3}{7}$.

C. $P = \frac{12}{25}$.

D. $P = -3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \cos \alpha < 0 \text{ do đó } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}, \text{ vậy } \tan \alpha = -\frac{3}{4},$$

$$\text{suy ra } P = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = -\frac{12}{25}.$$

Câu 4: Mức thưởng tết (triệu đồng) của các công nhân trong một nhà máy được cho trong bảng sau:

Mức thưởng	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số công nhân	19	30	42	6	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. 16,25.

B. 20,25.

C. 21,25.

D. 15,25.

Lời giải

Chọn A

Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm [15;20). Vậy một của mẫu số liệu trên là

$$M_o = 15 + \frac{42 - 30}{(42 - 30) + (42 - 6)} \cdot 5 = 15 + \frac{5}{4} = 16,25.$$

Câu 5: Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \tan x + \cot x$.

- A.** $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$
C. $x \in \mathbb{R}$ **D.** $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn A

$$y = \tan x + \cot x.$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ là:

- A.** $[\sqrt{2}; 2].$ **B.** $[2; 4].$ **C.** $[4\sqrt{2}; 8].$ **D.** $[4\sqrt{2} - 1; 7].$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq \sin x + 3 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} \leq \sqrt{\sin x + 3} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{2} \leq 4\sqrt{\sin x + 3} \leq 8$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{2} - 1 \leq 4\sqrt{\sin x + 3} - 1 \leq 7$$

$$\text{Vậy tập giá trị của hàm số } y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1 \text{ là } [4\sqrt{2} - 1; 7]$$

Câu 7: Cân nặng (kg) của 45 học sinh lớp 11 được cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[41,5; 46,5)	[46,5; 51,5)	[51,5; 56,5)	[56,5; 61,5)	[61,5; 66,5)	[66,5; 71,5)
Số học sinh	10	8	17	4	3	3

Cân nặng (kg) trung bình là:

- A.** $\bar{x} = 55.$ **B.** $\bar{x} = 53.$ **C.** $\bar{x} = 54.$ **D.** $\bar{x} = 52.$

Lời giải

Chọn B

Cân nặng (kg)	[41,5; 46,5)	[46,5; 51,5)	[51,5; 56,5)	[56,5; 61,5)	[61,5; 66,5)	[66,5; 71,5)
Giá trị đại diện	44	49	54	59	64	69
Số học sinh	10	8	17	4	3	3

$$\text{Cân nặng (kg) trung bình là: } \bar{x} = \frac{44.10 + 49.8 + 54.17 + 59.4 + 64.3 + 69.3}{45} = 53.$$

Câu 8: Biểu thức $\sin 7x \cdot \sin x + \cos 7x \cdot \cos x$ bằng

- A.** $\sin 8x.$ **B.** $\cos 6x.$ **C.** $\cos 8x.$ **D.** $\sin 6x.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sin 7x \cdot \sin x + \cos 7x \cdot \cos x = \cos(7x - x) = \cos 6x.$$

Câu 9: Giải phương trình lượng giác $2 \cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k4\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình lượng giác

$$2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{x}{2} = \cos\frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10: Một cấp số nhân có $u_1 = 3$ và $q = 2$. Số 384 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân này?

A. 7.

B. 6.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n = u_1 q^{n-1}$ nên $384 = 3.2^{n-1} \Leftrightarrow n = 8$.

Câu 11: Cho $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

A. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$.

B. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}$.

D. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}$.

Lời giải

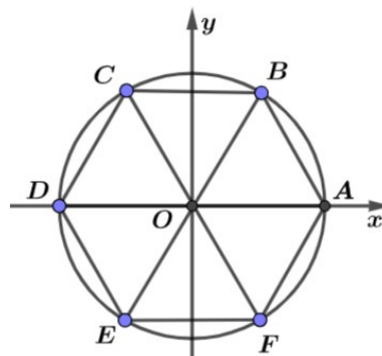
Chọn C

Vì $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} \text{ và } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{Khi đó } \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}.$$

Câu 12: Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn lượng giác có gốc là A , các đỉnh lấy theo thứ tự đó và các điểm B, C có tung độ dương. Khi đó số đo của các góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OC bằng:



A. -120° .

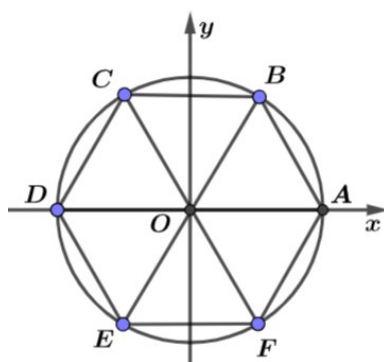
B. 240° .

C. $120^0 + k360^0, k \in \mathbb{Z}$.

D. $240^0 + k360^0, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $sđ(OA, OC) = 120^0 + k360^0, k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn.

a) $\tan a = \frac{8}{15}$.

b) $\sin(a - b) = \frac{21}{221}$.

c) $\cos(a + b) \cdot \sin(a - b) - \cos(a - b) \cdot \sin(a + b) = \frac{120}{169}$.

d) $\tan a, \tan b$ là nghiệm của phương trình $18t^2 - 17t + 4 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Vì a, b là các góc nhọn nên $\cos a > 0, \cos b > 0$.

Ta có: $\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \frac{15}{17} \Rightarrow \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{8}{15}$;

b) Đúng. Vì $\cos b = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 b}} = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin b = \cos b \tan b = \frac{5}{13}$. Khi đó:

$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{8}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{15}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{21}{221}$.

c) Sai. $\cos(a + b) \cdot \sin(a - b) - \cos(a - b) \cdot \sin(a + b) = \sin(a - b - a - b) = -\sin 2b = -\frac{120}{169}$.

d) Sai.

$$\left. \begin{array}{l} \tan a + \tan b = \frac{19}{20} \\ \tan a \tan b = \frac{2}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan a, \tan b \text{ là nghiệm của phương trình } 180t^2 - 171t + 40 = 0.$$

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $\tan(5x + 30^\circ) + 1 = 0$ (1).

a) Phương trình (1) tương đương $\tan(5x + 30^\circ) = \tan(-45^\circ)$.

b) Đồ thị của hàm số $y = \tan(5x + 30^\circ) + 1$ cắt trục hoành tại điểm gốc tọa độ.

c) Phương trình (1) có các nghiệm là $x = -15^\circ + k72^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

d) Số nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(-90^\circ; 360^\circ)$ là 13 nghiệm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng.** Ta có $\tan(5x + 30^\circ) + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan(5x + 30^\circ) = -1 \Leftrightarrow \tan(5x + 30^\circ) = \tan(-45^\circ)$.

b) **Sai.** Hoành độ giao điểm của hàm số $y = \tan(5x + 30^\circ) + 1$ và trục hoành là nghiệm của phương trình $\tan(5x + 30^\circ) + 1 = 0$

$$\text{Ta có } y(0) = \tan(5 \cdot 0 + 30^\circ) + 1 = \tan 30^\circ + 1 = \frac{\sqrt{3}}{3} + 1$$

Do đó $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $\tan(5x + 30^\circ) + 1 = 0$.

c) **Sai.** Ta có $\tan(5x + 30^\circ) + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan(5x + 30^\circ) = -1 \Leftrightarrow \tan(5x + 30^\circ) = \tan(-45^\circ)$

$$\Leftrightarrow 5x + 30^\circ = -45^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -15^\circ + k36^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy nghiệm của phương trình (*) là $x = -15^\circ + k36^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

d) **Đúng.** Ta có $x \in (-90^\circ; 360^\circ)$ nên $-90^\circ < x < 360^\circ \Leftrightarrow -90^\circ < -15^\circ + k36^\circ < 360^\circ$

$$\Leftrightarrow -75^\circ < k36^\circ < 375^\circ \Leftrightarrow -\frac{25}{12} < k < \frac{125}{12}$$

Do đó $k \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Vậy phương trình có 13 nghiệm trong khoảng $(-90^\circ; 360^\circ)$ tương ứng với 13 giá trị k .

Câu 3: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) biết số hạng tổng quát là $u_n = 6n + 3$; $v_n = 2n - 3u_n$.

a) Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3$.

b) Tổng 100 số hạng đầu của dãy số (u_n) là: $S_{100} = 30600$.

c) Dãy số (v_n) là một cấp số cộng với $v_1 = -25$, công sai $d = -16$.

d) Đặt S_n là tổng n số hạng đầu của dãy số (v_n) và $4u_n^2 + 17S_n = 336$. Khi đó $n < 18$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

$$\text{Vì } u_n = 6n + 3 \Rightarrow u_{n+1} = 6(n+1) + 3 = 6n + 9.$$

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = (6n + 9) - (6n + 3) = 6, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Do đó dãy số (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 6$.

b) Đúng.

Vì dãy (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 9$ công sai $d = 6$

$$\Rightarrow S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2} d = 100 \cdot 9 + \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot 6 = 30600.$$

c) Đúng.

$$\text{Ta có: } v_n = 2n - 3u_n = 2n - 3(6n + 3) = -16n - 9 \Rightarrow v_{n+1} = -16(n+1) - 9 = -16n - 25$$

Ta có $v_{n+1} - v_n = (-16n - 25) - (-16n - 9) = -16, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (v_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $v_1 = -25$, công sai $d = -16$.

d) Sai.

$$\text{Ta có: } 4u_n^2 + 17S_n = 336$$

$$\Leftrightarrow 4(6n+3)^2 + 17 \left[-25n + \frac{n(n-1)}{2}(-16) \right] = 336$$

$$\Leftrightarrow 4(36n^2 + 36n + 9) + 17(-8n^2 - 17n) = 336$$

$$\Leftrightarrow 8n^2 - 145n - 300 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{15}{8}(l) \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

Câu 4: Tiền lương tháng của một số nhân viên ở 01 công ty được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

13,8; 6,7; 8,4; 11,9; 11,1; 8,3; 13,2; 11,2; 8,9; 10,7; 6,5; 13,1;

12,5; 9,6; 11,7; 12,7; 10,0; 10,0; 12,2; 9,8; 10,9; 6,7; 13,6; 9,2;

a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 10,8$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu: $Q_1 = 6,05$.

c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được: $Q_2 = 6,75$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng.** Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

6, 7; 6, 7; 8, 3; 8, 4; 8, 9; 9, 2; 9, 6; 9, 8; 10; 10; 10, 7; 10, 9; 11, 1;
11, 2; 11, 7; 11, 9; 12, 2; 12, 5; 12, 7; 13, 1; 13, 2; 13, 6; 13, 8

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:

$$Q_2 = 10,7 + 10,92 = 10,8.$$

b) **Sai.** Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu số liệu:

$$\Rightarrow Q_1 = 8,9 + 9,22 = 9,05.$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu số liệu:

10, 9; 11, 1; 11, 2; 11, 7; 11, 9; 12, 2; 12, 5; 12, 7; 13, 1; 13, 2; 13, 6; 13, 8

$$\Rightarrow Q_3 = 12,2 + 12,52 = 12,35.$$

c) **Đúng.**

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

d) **Sai.** Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{24}$ lần lượt là lương tháng của mỗi nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_3 \in [6;8); x_4; \dots; x_9 \in [8;10); x_{10}; \dots; x_{17} \in [10;12); x_{18}; \dots; x_{24} \in [12;14)$ nên trung vị của mẫu là $\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) \in [10;12)$.

Ta xác định được $n = 24, n_m = 8, C = 3 + 6 = 9, u_m = 10, u_{m+1} = 12$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:

$$Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8}(12 - 10) = 10,75$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cot \alpha$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,89

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-2}{3} : \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{-2\sqrt{5}}{5} \approx 0,89.$$

Câu 2: Khảo sát thời gian (phút) tập thể dục trong ngày của 1 số học sinh lớp 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số học sinh	5	10	13	9	7

Tìm số a sao cho có 25% số học sinh tập thể dục với thời gian ít nhất là a (phút). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 35,6

Số a chính là tứ phân vị thứ 3.

Gọi $x_1, \dots, x_{44}$ là thời gian tập thể dục (phút) trong ngày của 44 học sinh lớp 11 và giả sử dãy này được xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, tứ phân vị thứ 3 là $\frac{x_{33} + x_{34}}{2}$. Do x_{33}, x_{34} đều thuộc nhóm $[30;40)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

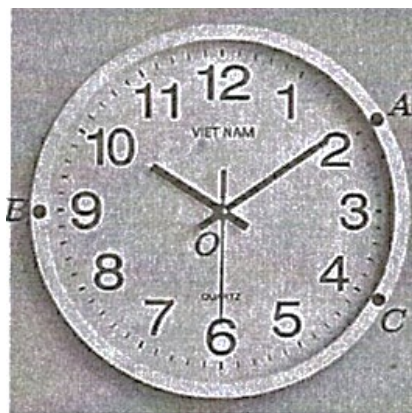
Do đó $p = 4; a_4 = 30; m_4 = 9; m_1 + m_2 + m_3 = 5 + 10 + 13 = 28; a_5 - a_4 = 10$.

$$Q_3 = 30 + \frac{\frac{3.44}{4} - 28}{9} \cdot 10 = \frac{320}{9} \approx 35,6$$

Vậy có 25% số học sinh tập thể dục với thời gian ít nhất là 35,6 (phút).

Câu 3: Một cái đồng hồ treo tường có đường kính bằng 60cm, ta xem vành ngoài chiếc đồng hồ là một đường tròn với các điểm A, B, C lần lượt tương ứng với vị trí các số 2, 9, 4.

Tính tổng độ dài cung nhỏ AB và AC (kết quả tính theo đơn vị centimét và làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Trả lời: 110

Bán kính đường tròn là $R = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$.

Ta có: $\widehat{AOB} = 150^\circ = \frac{150\pi}{180} \text{ rad} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$; suy ra độ dài cung nhỏ AB là

$$l_{\widehat{AB}} = R \cdot \widehat{AOB} = 30 \cdot \frac{5\pi}{6} = 25\pi.$$

Ta có: $\widehat{AOC} = 60^\circ = \frac{60\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$; suy ra độ dài cung nhỏ AC là

$$l_{\widehat{AC}} = R \cdot \widehat{AOC} = 30 \cdot \frac{\pi}{3} = 10\pi.$$

$$\text{Vậy } l_{\widehat{AB} + \widehat{AC}} = 35\pi \approx 110 \text{ cm}$$

Câu 4: Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố B trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày mùng 1 tháng giêng) của một năm không nhuận được mô hình hóa bởi hàm số: $S(t) = 12 + 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right)$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Hỏi vào ngày nào đầu tiên trong năm thì thành phố B có khoảng 10 giờ ánh sáng mặt trời?

Lời giải

Trả lời: 34

Thành phố B có khoảng 10 giờ ánh sáng mặt trời $\Leftrightarrow S(t) = 10$

$$\Leftrightarrow 12 + 2,83 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right) = 10 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right) = \frac{-2}{2,83}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{365}(t - 80) = \arcsin\left(\frac{-2}{2,83}\right) + k2\pi \\ \frac{2\pi}{365}(t - 80) = \pi - \arcsin\left(\frac{-2}{2,83}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 80 + \frac{365}{2\pi} \arcsin\left(\frac{-2}{2,83}\right) + k365 \\ t = \frac{525}{2} - \frac{365}{2\pi} \arcsin\left(\frac{-2}{2,83}\right) + k365 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Ta có các nghiệm $0 < t \leq 365$ khi $k = 0$ suy ra $t = 80 + \frac{365}{2\pi} \arcsin\left(\frac{-2}{2,83}\right) \approx 34,7$,

$$t = \frac{525}{2} - \frac{365}{2\pi} \arcsin\left(\frac{-2}{2,83}\right) \approx 308,3 \text{ nên vào các ngày thứ } 34, 35, 308 \text{ và } 309 \text{ là các ngày}$$

thành phố B có khoảng 10 giờ ánh sáng mặt trời.

Vậy ngày đầu tiên trong năm mà thành phố B có khoảng 10 giờ ánh sáng mặt trời là ngày thứ 34.

Câu 5: Dân số của một thành phố A hiện nay là 4 triệu người. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số hàng năm của thành phố A là 3%. Hãy ước tính dân số của thành phố A sau 10 năm nữa? (đơn vị triệu người, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

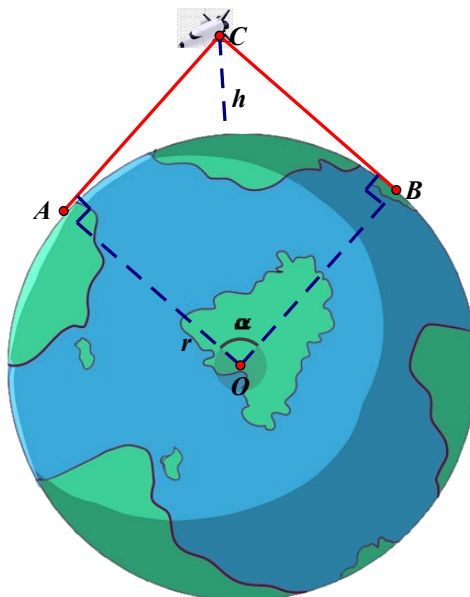
Trả lời: 5,4

Theo đề bài, số dân số của thành phố A trong từng năm lập thành 1 cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 4$ và công bội $q = 1,03$.

Dân số của thành phố A sau 10 năm nữa là: $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 4.1,03^{10} \approx 5,4$ (triệu người)

Vậy dân số của thành phố A sau 10 năm nữa là khoảng 5,4 triệu người.

Câu 6: Một tàu vũ trụ di chuyển theo quỹ đạo tròn cách mặt đất một khoảng h (dặm) như hình vẽ. Biết $r = 3959$ (dặm) là bán kính của trái đất. Hãy tính giá trị của α ($0 < \alpha < \pi$) khi tàu vũ trụ cách mặt đất một khoảng $h = 446,4$ dặm? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời: 0,91

Ta có: $OC = h + r$

Mà $\triangle AOC = \triangle BOC$ (Vì $OA = OB$, $\widehat{OAC} = \widehat{OBC}$, OC chung), nên có $\widehat{AOC} = \widehat{BOC} = \frac{\alpha}{2}$.

$$\triangle AOC \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \cos \widehat{AOC} = \frac{AO}{OC} \Leftrightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{h+r} \Leftrightarrow h = \frac{r - r \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{Vậy phương trình cần tìm là } h = \frac{r - r \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}},$$

Thế $h = 446,4$ (dặm) và $r = 3959$ (dặm) vào phương trình (ta được:

$$\frac{3959 - 3959 \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = 446,4 \Leftrightarrow 3959 - 3959 \cos \frac{\alpha}{2} = 446,4 \cos \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow 4405,4 \cos \frac{\alpha}{2} = 3959$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\alpha}{2} \approx 0,899$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{2} \approx 0,454 + 2k_1\pi \\ \frac{\alpha}{2} \approx -0,454 + 2k_2\pi \end{cases} \quad (k_1, k_2 \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \approx 0,908 + 4k_1\pi \\ \alpha \approx -0,908 + 4k_2\pi \end{cases} \quad (k_1, k_2 \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 < \alpha < \pi$ nên ta có

$$\begin{cases} 0 < 0,908 + k_1 4\pi < \pi \\ 0 < -0,908 + k_2 4\pi < \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0,072 < k_1 < 0,178 \\ 0,072 < k_2 < 0,322 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = 0 \\ k_2 \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

Vậy $k_1 = 0 \Rightarrow \alpha \approx 0,908 + k_1 4\pi = 0,908 \Leftrightarrow \alpha \approx 0,91 \text{ (rad)}$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

- A. 240° . B. 270° . C. 72° . D. 135° .

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Có bao nhiêu nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 35 đến dưới 40 phút?

- A. 9. B. 21. C. 13. D. 37.

Câu 3: Mức thưởng tết (triệu đồng) của các công nhân trong một nhà máy được cho trong bảng sau:

Mức thưởng	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số công nhân	19	30	42	6	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

- A. 16, 25. B. 20, 25. C. 21, 25. D. 15, 25.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- A. $-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Điều tra về chiều cao của 100 học sinh nữ lớp 10 của trường THPT A, ta được kết quả:

Chiều cao (cm)	[150; 152)	[152; 154)	[154; 156)	[156; 158)	[158; 160)	[160; 162)	[162; 168)
Số học sinh	5	18	40	25	8	3	1

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng trên là

- A. 155. B. 155,35. C. 155,5. D. 154,96.

Câu 6: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn. B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. D. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là

- A. $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. B. $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$. C. $u_n = 3 \cdot 2^{n+2}$. D. $u_n = 3 \cdot 2^n$.

Câu 8: Cho biết $\sin x = \frac{3}{5}$, khi đó $\cos 2x$ bằng

- A. $-\frac{7}{25}$. B. $\frac{7}{25}$. C. $\frac{16}{25}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1$ là cấp số cộng. Khi đó công sai của dãy số bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n + 1} (n \in \mathbb{N}^*)$. Số hạng thứ 6 của dãy số bằng

- A. $\frac{1}{65}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{6}{65}$. D. $\frac{1}{13}$.

Câu 11: Phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 3\pi]$?

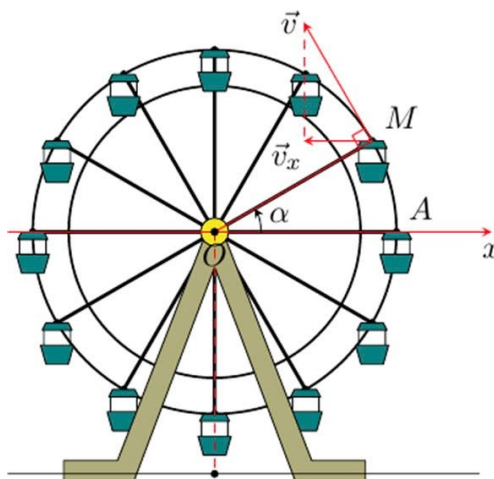
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -4$ và số hạng thứ ba $u_3 = 2$. Gọi S_6 là tổng 6 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_6 = -21$. B. $S_6 = 69$. C. $S_6 = 21$. D. $S_6 = -69$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha = (Ox, OM)$ theo hàm số $v_x = 0,3 \sin \alpha$ (m/s) (tham khảo hình vẽ).



- a) Giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3 (m/s).
 b) Giá trị nhỏ nhất của $v_x - 1$ bằng 0,3 - 1 (m/s).
 c) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0.
 d) Trong vòng quay đầu tiên $(0 \leq \alpha \leq 2\pi)$, v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Câu 2: Cho phương trình $2 \sin^3 2x - (2m - 1) \sin^2 2x + (3m - 5) \sin 2x - m + 2 = 0 (*)$

- a) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) có nghiệm $x = 0$
 b) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) tương đương với phương trình

$$\sin 2x(2 \sin 2x - 1)(\sin 2x - 1) = 0$$

c) Khi $m = 3$ thì phương trình (*) có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

d) Khi $2 \leq m < 3$ thì phương trình (*) có đúng 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

Câu 3: Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: “Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận

số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô”. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam.

a) Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$.

b) Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 .

c) Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tỉ tấn.

d) Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.

Câu 4: Một công ty cung cấp nước sạch thông kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Giá trị đại diện trong [3;6) là 4,5.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.

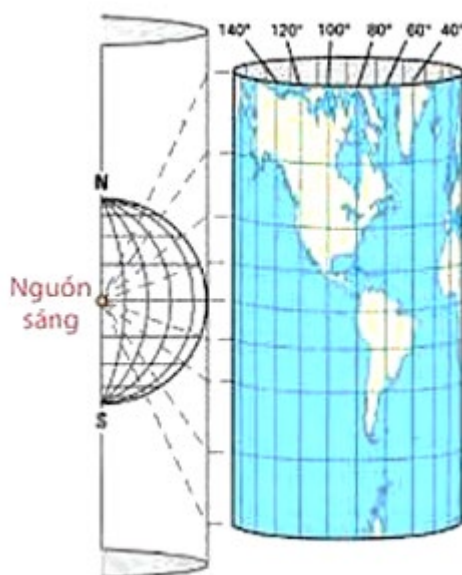
c) Trung vị của mẫu số liệu là 8,0625.

d) Vì Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất nên công ty đã lựa chọn hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $10,79 m^3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Trong Địa lí, phép chiếu hình trụ được sử dụng để vẽ một bản đồ phẳng như trong hình vẽ dưới đây. Trên bản đồ phẳng lấy đường xích đạo làm trục hoành và kinh tuyến 0° làm trục tung. Khi đó tung độ của một điểm có vĩ độ φ° ($-90 < \varphi < 90$) được cho bởi hàm số $y = 20 \tan\left(\frac{\pi}{180} \varphi\right) (cm)$. Sử dụng đồ thị hàm số tang, ta tìm được những điểm nằm cách xích đạo không quá 20 cm trên bản đồ có vĩ độ thuộc $[a^\circ; b^\circ]$. Tính $b - a$.



(Theo <https://geologyscience.com/geology/types-of-maps/>)

Câu 3: Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

Câu 4: Biểu thức: $A = \frac{(\cos 10x + \cos 7x) - (\cos 9x + \cos 8x)}{(\sin 10x + \sin 7x) - (\sin 9x + \sin 8x)} = \cot \frac{m}{n}x$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính

$m + n$.

Câu 5: Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 12 tiến hành thu nhặt vỏ lon nước ngọt để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ lon nước ngọt của học sinh khối 12 ở bảng sau:

Số vỏ lon	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
Số học sinh	58	87	54	44	23

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng 26, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ ba và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

- A. 240° . B. 270° . C. 72° . D. 135° .

Lời giải

Chọn C

Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là $\frac{2 \cdot 180^\circ}{5} = 72^\circ$.

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Có bao nhiêu nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 35 đến dưới 40 phút?

- A. 9. B. 21. C. 13. D. 37.

Lời giải

Chọn B

Câu 3: Mức thưởng tết (triệu đồng) của các công nhân trong một nhà máy được cho trong bảng sau:

Mức thưởng	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số công nhân	19	30	42	6	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

- A. 16,25. B. 20,25. C. 21,25. D. 15,25.

Lời giải

Chọn A

Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm [15; 20). Vậy một của mẫu số liệu trên là

$$M_o = 15 + \frac{42 - 30}{(42 - 30) + (42 - 6)} \cdot 5 = 15 + \frac{5}{4} = 16,25.$$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- A. $-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 5: Điều tra về chiều cao của 100 học sinh nữ lớp 10 của trường THPT A, ta được kết quả:

Chiều cao (cm)	[150; 152)	[152; 154)	[154; 156)	[156; 158)	[158; 160)	[160; 162)	[162; 168)
Số học sinh	5	18	40	25	8	3	1

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng trên là

- A.** 155. **B.** 155,35. **C.** 155,5. **D.** 154,96.

Lời giải

Chọn B

Ta có cỡ mẫu $n = 100$ nên trung vị là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$.

Do 2 giá trị $x_{50}; x_{51}$ thuộc nhóm $[154; 156)$ nên nhóm này là nhóm chứa trung vị.

Do đó trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$M_e = 154 + \frac{\frac{100}{2} - (5 + 18)}{40} \cdot 2 = 155,35.$$

Câu 6: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn. **B.** Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. **D.** Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \cos x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $y(-x) = \cos(-x) = \cos x = y(x)$ nên hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là

- A.** $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. **B.** $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$. **C.** $u_n = 3 \cdot 2^{n+2}$. **D.** $u_n = 3 \cdot 2^n$.

Lời giải

Chọn A

Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 8: Cho biết $\sin x = \frac{3}{5}$, khi đó $\cos 2x$ bằng

- A.** $-\frac{7}{25}$. **B.** $\frac{7}{25}$. **C.** $\frac{16}{25}$. **D.** $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}.$$

Câu 9: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1$ là cấp số cộng. Khi đó công sai của dãy số bằng

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Cấp số cộng có công sai $d = u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 1 - (3n+1) = 3$.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n + 1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Số hạng thứ 6 của dãy số bằng

- A.** $\frac{1}{65}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\frac{6}{65}$. **D.** $\frac{1}{13}$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ 6 của dãy số là $u_6 = \frac{(-1)^6}{2^6 + 1} = \frac{1}{65}$.

Câu 11: Phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 3\pi]$?

- A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$$\cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ta có } -2\pi \leq x \leq 3\pi \Rightarrow -2\pi \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -2 \leq \frac{1}{6} + k \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{13}{6} \leq k \leq \frac{17}{6}, k \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra $-2 \leq k \leq 2, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc $[-2\pi; 3\pi]$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -4$ và số hạng thứ ba $u_3 = 2$. Gọi S_6 là tổng 6 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $S_6 = -21$. **B.** $S_6 = 69$. **C.** $S_6 = 21$. **D.** $S_6 = -69$.

Lời giải

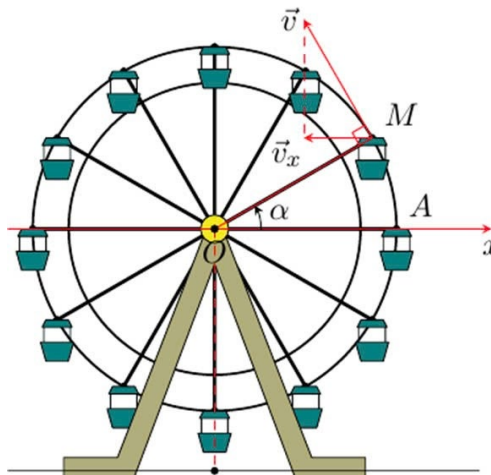
Chọn C

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow d = \frac{u_3 - u_1}{2} = \frac{2 - (-4)}{2} = 3.$$

$$\text{Do đó } S_6 = \frac{(2u_1 + 5d) \cdot 6}{2} = \frac{[2(-4) + 5 \cdot 3] \cdot 6}{2} = 21.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha = (Ox, OM)$ theo hàm số $v_x = 0,3 \sin \alpha$ (m/s) (tham khảo hình vẽ).



- a) Giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3 (m/s).
b) Giá trị nhỏ nhất của v_x bằng 0,3-1 (m/s).
c) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0.

d) Trong vòng quay đầu tiên ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$), v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $v_x \in [-0,3; 0,3]$ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$ nên giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3, giá trị nhỏ nhất của v_x bằng -0,3. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0

Mặt khác $(v_x - 1) \in [-1,3; -0,7]$ nên giá trị nhỏ nhất của $v_x - 1$ bằng -1,3.

Vì $v_x = 0,3 \sin \alpha$ nên v_x tăng khi và chỉ khi $\sin \alpha$ tăng. Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin \alpha$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thì v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

a) Giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Giá trị nhỏ nhất của $v_x - 1$ bằng 0,3 - 1. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Trong vòng quay đầu tiên ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$), v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Cho phương trình $2\sin^3 2x - (2m - 1)\sin^2 2x + (3m - 5)\sin 2x - m + 2 = 0(*)$

a) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) có nghiệm $x = 0$

b) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) tương đương với phương trình

$$\sin 2x(2\sin 2x - 1)(\sin 2x - 1) = 0$$

c) Khi $m = 3$ thì phương trình (*) có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

d) Khi $2 \leq m < 3$ thì phương trình (*) có đúng 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) trở thành

$$2\sin^3 2x - 3\sin^2 2x + \sin 2x = 0(1)$$

Thay $x = 0$ vào phương trình (1) ta thấy thoả mãn.

Vậy $m = 2$ thì phương trình (*) có nghiệm $x = 0$. Suy ra mệnh đề **đúng**

b) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) trở thành

$$2\sin^3 2x - 3\sin^2 2x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x(2\sin^2 2x - 3\sin 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x(\sin 2x - 1)(2\sin 2x - 1) = 0$$

Suy ra mệnh đề **đúng**

c) Khi $m = 3$ thì phương trình (*) trở thành

$$2\sin^3 2x - 5\sin^2 2x + 4\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin 2x - 1)^2(2\sin 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases} (**)$$

Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right] \Rightarrow 2x \in [-\pi; 0] \Rightarrow \sin 2x \in [-1; 0]$. Suy ra phương trình (**) vô nghiệm

Suy ra mệnh đề **sai**

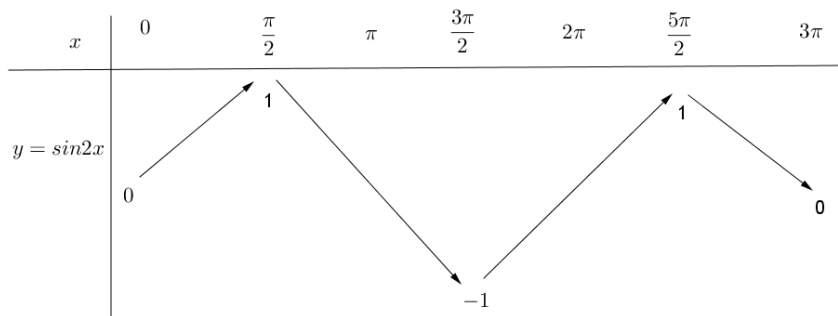
d)

$$2\sin^3 2x - (2m-1)\sin^2 2x + (3m-5)\sin 2x - m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin 2x - 1)(\sin 2x - 1)(\sin 2x + 2 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = m - 2 \end{cases}$$

Do $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow 2x \in [0; 3\pi]$ bảng biến thiên của hàm số $y = \sin 2x$



Từ bảng biến thiên ta nhận thấy

+ Phương trình $\sin 2x = \frac{1}{2}$ có 4 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

+ Phương trình $\sin 2x = 1$ có 2 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

+ Để phương trình có 10 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ thì $\begin{cases} 0 \leq m-2 < 1 \\ m-2 \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m < 3 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$

Suy ra mệnh đề **sai**

Câu 3: Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: “Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô”. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam.

a) Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$.

b) Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 .

c) Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tỉ tấn.

d) Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$, khi đó số hạt thóc ở ô thứ tám là $u_8 = u_1 q^7 = 2^7$.

Tổng số hạt thóc của 64 ô là: $S_{64} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$ hạt thóc, do đó tổng khối lượng thóc trên 64 ô trên bàn cờ là: $(2^{64} - 1) \cdot \frac{20}{100} \approx 3,69 \cdot 10^8 (g) = 369$ (tấn).

Tương tự, ta có khối lượng thóc của 32 ô đầu tiên là $(2^{32} - 1) \cdot \frac{20}{100} = 858993459 \approx 859$ (tấn),

Mỗi tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa thì cần tối thiểu 86 chuyến tàu để có thể chở hết số thóc trên.

a) Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$. Mệnh đề **Đúng**.

b) Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 . Mệnh đề **Sai**.

c) Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tấn. Mệnh đề **Sai**.

d) Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó. Mệnh đề **Sai**.

Câu 4: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Giá trị đại diện trong [3;6) là 4,5.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.

c) Trung vị của mẫu số liệu là 8,0625.

d) Vì Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất nên công ty đã lựa chọn hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $10,79m^3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Giá trị đại diện trong [3;6) là 4,5. **Suy ra mệnh đề đúng.**

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.

Cỡ mẫu $n = 160$.

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Giá trị đại diện	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1}{160} (24 \cdot 4,5 + 57 \cdot 7,5 + 42 \cdot 10,5 + 29 \cdot 13,5 + 8 \cdot 16,5) = 9,375.$$

Suy ra mệnh đề đúng.

c) Trung vị của mẫu số liệu là 8,0625.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{24} \in [3;6); x_{25}, \dots, x_{81} \in [6;9); x_{82}, \dots, x_{123} \in [9;12);$

$x_{124}, \dots, x_{152} \in [12;15); x_{153}, \dots, x_{160} \in [15;18).$

Cỡ mẫu $n = 160$ là số chẵn nên trung vị là $M_e = \frac{1}{2}(x_{80} + x_{81})$.

Do x_{80} và x_{81} thuộc nhóm $[6; 9)$ nên trung vị của mẫu số liệu là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{160}{2} - 24}{57} \cdot (9 - 6) \approx 8,95.$$

Suy ra mệnh đề sai.

d) Vì Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất nên công ty đã lựa chọn hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $10,79m^3$, 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất có lượng nước tiêu thụ không nhỏ hơn Q_3 , với Q_3 là tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là $\frac{1}{2}(x_{120} + x_{121})$. Do x_{120} và x_{121} thuộc nhóm

$$[9; 12) \text{ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là } Q_3 = 9 + \frac{\frac{160 \cdot 3}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (12 - 9) \approx 11,79$$

Vậy công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $11,79m^3$ nước trở lên.

Suy ra mệnh đề sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 8,72

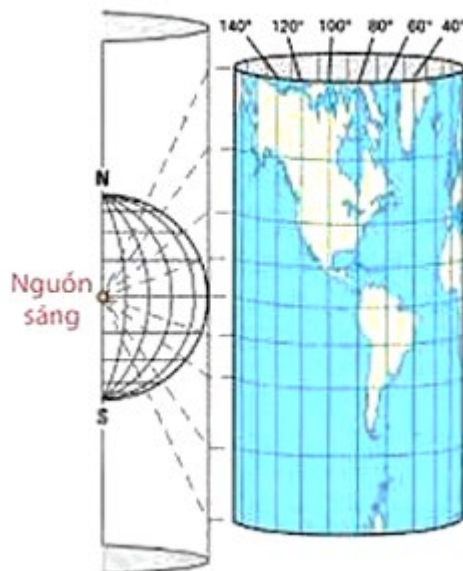
$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}.$$

Vì:

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19} \approx 8,72.$$

Câu 2: Trong Địa lí, phép chiếu hình trụ được sử dụng để vẽ một bản đồ phẳng như trong hình vẽ dưới đây. Trên bản đồ phẳng lấy đường xích đạo làm trục hoành và kinh tuyến 0° làm trục tung. Khi đó tung độ của một điểm có vĩ độ φ° ($-90 < \varphi < 90$) được cho bởi hàm số $y = 20 \tan\left(\frac{\pi}{180} \varphi\right) (cm)$. Sử dụng đồ thị hàm số tang, ta tìm được những điểm nằm cách xích đạo không quá $20cm$ trên bản đồ có vĩ độ thuộc $[a^\circ; b^\circ]$. Tính $b - a$.



(Theo <https://geologyscience.com/geology/types-of-maps/>)

Lời giải

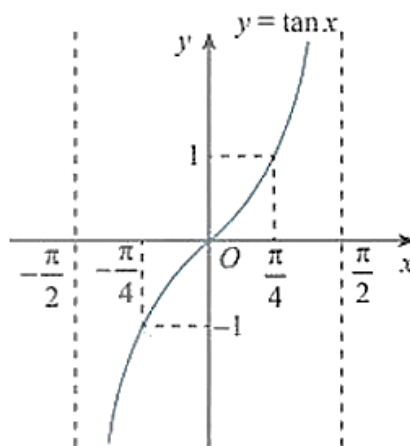
Trả lời: 90

Vì điểm nằm cách xích đạo không quá 20 cm trên bản đồ nên ta có $-20 \leq y \leq 20$.

Khi đó $-20 \leq 20 \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 20$ hay $-1 \leq \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 1$.

Ta có với điều kiện $-90 < \varphi < 90$ thì $-\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{180}\varphi < \frac{\pi}{2}$.

Xét đồ thị hàm số $y = \tan x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ (Hình 10).



Hình 10

Ta thấy $-1 \leq \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 1$ khi và chỉ khi $-\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{180}\varphi \leq \frac{\pi}{4}$ hay $-45 \leq \varphi \leq 45$.

Vậy trên bản đồ, các điểm cách xích đạo không quá 20 cm nằm ở vĩ độ từ -45° đến 45° .

Vậy $b - a = 90$.

Câu 3: Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

Lời giải

Trả lời: 34

Lãi suất 8% một năm $\Leftrightarrow \frac{2}{3}\% = \frac{2}{300} = n$ (lãi suất một tháng)

□ Cuối tháng 1, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ: $S_1 = 60(1+n) - 2$

□ Cuối tháng 2, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ:

$$S_2 = [60(1+n) - 2](1+n) - 2 = 60(1+n)^2 - 2[(1+n) + 1]$$

□ Cuối tháng 3, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ:

$$S_3 = \{60(1+n)^2 - 2[(1+n) + 1]\}(1+n) - 2 = 60(1+n)^3 - 2[(1+n)^2 + (1+n) + 1]$$

...

□ Cuối tháng m , sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ 0 đồng

$$0 = 60(1+n)^m - 2[(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1]$$

Ta có $(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1$ là tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có $u_1 = 1$ và công bội $q = n+1$ gồm m số hạng

$$(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1 = 1 \cdot \frac{(n+1)^m - 1}{n+1-1} = \frac{(n+1)^m - 1}{n}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 60(1+n)^m - 2 \frac{(1+n)^m - 1}{n} \Leftrightarrow 2 = \frac{60(1+n)^m \cdot n}{(1+n)^m - 1}$$

$$\text{Ta có } 2 = \frac{60 \left(1 + \frac{2}{300}\right)^m \cdot \frac{2}{300}}{\left(1 + \frac{2}{300}\right)^m - 1} \Leftrightarrow m \approx 33,58.$$

Vậy ông Bình trả hết nợ sau 34 tháng.

Câu 4: Biểu thức: $A = \frac{(\cos 10x + \cos 7x) - (\cos 9x + \cos 8x)}{(\sin 10x + \sin 7x) - (\sin 9x + \sin 8x)} = \cot \frac{m}{n}x$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Lời giải

Trả lời: 19

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{(\cos 10x + \cos 7x) - (\cos 9x + \cos 8x)}{(\sin 10x + \sin 7x) - (\sin 9x + \sin 8x)} = \frac{2 \cos \frac{17x}{2} \cos \frac{3x}{2} - 2 \cos \frac{17x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{17x}{2} \cos \frac{3x}{2} - 2 \sin \frac{17x}{2} \cos \frac{x}{2}} \\ &= \frac{2 \cos \frac{17x}{2} \left(\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)}{2 \sin \frac{17x}{2} \left(\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)} = \cot \frac{17x}{2} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{17}{2} \Rightarrow m+n = 19. \end{aligned}$$

Câu 5: Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 12 tiến hành thu nhặt vỏ lon nước ngọt để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ lon nước ngọt của học sinh khối 12 ở bảng sau:

Số vỏ lon	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
-----------	---------	---------	---------	---------	---------

Số học sinh	58	87	54	44	23
-------------	----	----	----	----	----

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 19,8

Do số vở chai là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số vở lon	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)	[30,5;35,5)
Số học sinh	58	87	54	44	23

Số học sinh tham gia thu nhặt vở lon nước ngọt là $n = 58 + 87 + 54 + 44 + 23 = 266$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{266}$ lần lượt là số vở chai của 266 học sinh khối 12 thu nhặt đã được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{58} \in [10,5;15,5)$; $x_{59}; x_{55}; \dots; x_{145} \in [15,5;20,5)$ nên trung vị của mẫu số liệu

$$x_1; x_2; \dots; x_{266} \text{ là } \frac{1}{2}(x_{133} + x_{134}) \in [15,5;20,5).$$

Ta xác định được $n = 266, m_p = m_2 = 87, m_1 = 58, a_p = 15,5, a_{p+1} = 20,5$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 15,5 + \frac{\frac{266}{2} - 58}{87} \cdot (20,5 - 15,5) \approx 19,8.$$

Câu 6: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng 26, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ ba và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

Lời giải

Trả lời: -29

$$\text{Ta có } \begin{cases} ac = b^2 & (1) \\ bd = c^2 & (2) \\ a + b + c = 26 & (3) \end{cases}$$

Gọi x là công sai của cấp số cộng (u_n) có $u_1 = a, u_3 = b, u_8 = c$. Vì cấp số nhân có công bội khác 1 nên $x \neq 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} b = a + 2x \\ c = a + 7x \end{cases} \quad (4).$$

$$\text{Từ (1) và (4) ta được: } a(a + 7x) = (a + 2x)^2 \Leftrightarrow 3ax - 4x^2 = 0.$$

$$\text{Do } x \neq 0 \text{ nên } a = \frac{4}{3}x.$$

$$\text{Từ (3) và (4), suy ra } 3a + 9x = 26 \Leftrightarrow 13x = 26 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Do đó : } \begin{cases} a = \frac{8}{3} \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{20}{3} \\ c = \frac{50}{3} \\ d = \frac{c^2}{b} = \frac{125}{3} \end{cases} .$$

$$\text{Vậy } T = a - b + c - d = -29 .$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có $u_3 = 5$, $u_7 = 21$. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số cộng đã cho.

- A. $u_1 = 3$. B. $u_1 = -3$. C. $u_1 = -1$. D. $u_1 = 1$.

Câu 2: Một người đi xe đạp với vận tốc không đổi, biết rằng bánh xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe đạp quay được góc bằng bao nhiêu radian?

- A. 6π . B. 4π . C. 8π . D. 10π .

Câu 3: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- A. $\frac{17}{25}$. B. $\frac{8}{25}$. C. $-\frac{17}{25}$. D. $-\frac{8}{25}$.

Câu 4: Tính tổng của nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

- A. $-\frac{2\pi}{3}$ B. $-\frac{11\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{11\pi}{6}$

Câu 5: Biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x$ trên đường tròn lượng giác.

Có bao nhiêu điểm biểu diễn như thế?

- A. 3 B. 2 C. 0. D. 1

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Xác định số hạng thứ hai của cấp số nhân (u_n) .

- A. $u_2 = 18$. B. $u_2 = 5$. C. $u_2 = 6$. D. $u_2 = 8$.

Câu 7: Góc có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị radian là

- A. $\frac{25\pi}{36}$. B. $\frac{25\pi}{12}$. C. $\frac{25\pi}{9}$. D. $\frac{25\pi}{18}$.

Câu 8: Cân nặng (đơn vị: kg) của học sinh lớp 11A được cho trong bảng dưới đây:

Cân nặng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số học sinh	8	11	9	8	4

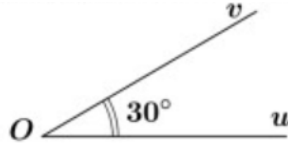
Tính cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

- A. 51,1. B. 54,6. C. 50,3. D. 52,4.

Câu 9: Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos 5a - \cos a}{3 \sin 2a}$ (với $\sin 2a \neq 0$) ta được $P = m \sin 3a$ ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; -1)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; 3)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 10: Cho góc hình học $\widehat{uOv}$ có số đo bằng 30° (tham khảo hình vẽ)



Xác định số đo các góc lượng giác (Ou, Ov) .

A. $sd(Ou, Ov) = 330^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

B. $sd(Ou, Ov) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

C. $sd(Ou, Ov) = 330^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

D. $sd(Ou, Ov) = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = m$ ($m \neq \pm 1$). Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $\frac{m+1}{m-1}$.

B. $\frac{m-1}{m+1}$.

C. $\frac{1-m}{1+m}$.

D. $\frac{m+1}{1-m}$.

Câu 12: Tìm tập giá trị của hàm số $y = 5 \sin x - 2$.

A. $[-5; 5]$.

B. $[-1; 1]$.

C. $[-7; 3]$.

D. $[-2; 5]$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + (2m-1)(\sin^4 x + \cos^4 x)$.

a) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

b) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 + 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$.

c) $A = 2m - (1 + 4m) \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$.

d) Với $m = -4$ thì A không phụ thuộc vào x .

Câu 2: Cho phương trình $2 \sin x - 1 = 0$.

a) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{5\pi}{6}$.

b) Tổng các nghiệm thuộc $[0; 5\pi]$ của phương trình là $\frac{41\pi}{6}$.

c) Phương trình có đúng 4 nghiệm thuộc $(0; 3\pi)$.

d) Phương trình tương đương với phương trình $2 \cos x = \sqrt{3}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2.

b) Số hạng $u_{15} = 58$.

c) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350.

d) Tổng $T = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \dots + \frac{1}{u_{2024} u_{2025}} = 0,125$.

Câu 4: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên một trường đại học Y được cho bởi bảng sau:

Số giờ làm thêm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số sinh viên	12	20	37	21	10

- a) Số sinh viên được điều tra là 100.
 b) Số giờ làm thêm trung bình của mỗi sinh viên trường đại học Y không ít hơn 6.
 c) Một của mẫu số liệu trên là 7,5.
 d) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu lớn hơn 6,5.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.

(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 2: Một nhà thi đấu có tất cả 25 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 22 ghế, hàng thứ hai có 24 ghế, hàng thứ ba có 26 ghế, ... Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó là 2 ghế. Tính tổng số ghế có trong nhà thi đấu.

Câu 3: Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Nhóm	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 4: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40^0 Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Hỏi thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào thuộc quý 3, 4 trong năm?

Câu 5: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Hỏi dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

Câu 6: Tình trạng nắng nóng, hạn hán, thiếu nước đã làm cho các hồ thủy điện ảnh hưởng nghiêm trọng, nguồn điện sản xuất không đáp ứng đủ nhu cầu tiêu thụ của người dân. Nhằm muốn người dân tiết kiệm điện, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho người dân theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số điện (với 1 số điện bằng 1 kWh); bậc 1 từ số điện thứ 1 đến số điện thứ 10; bậc 2 từ số điện thứ 11 đến số điện thứ 20; bậc 3 từ số điện thứ 21 đến số điện thứ 30; ... Giá của mỗi số điện ở bậc 1 là 1500 đồng/1 số điện, giá của mỗi số điện ở bậc thứ n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) tăng 2,5% so với giá của mỗi số điện ở bậc thứ $n-1$. Biết rằng trong tháng 1, gia đình ông Hưng sử dụng hết 330 số điện, hỏi gia đình ông Hưng phải trả bao nhiêu tiền điện (đơn vị: nghìn đồng) trong tháng này? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có $u_3 = 5$, $u_7 = 21$. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số cộng đã cho.
A. $u_1 = 3$. **B.** $u_1 = -3$. **C.** $u_1 = -1$. **D.** $u_1 = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = 5 \\ u_7 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 5 \\ u_1 + 6d = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } u_1 = -3.$$

- Câu 2:** Một người đi xe đạp với vận tốc không đổi, biết rằng bánh xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe đạp quay được góc bằng bao nhiêu radian?
A. 6π . **B.** 4π . **C.** 8π . **D.** 10π .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Trong 2 giây, bánh xe đạp quay được số vòng là: } \frac{2 \cdot 10}{5} = 4 \text{ (vòng)}$$

$$\text{Vậy trong 2 giây, bánh xe đạp quay được góc } 4 \cdot 2\pi = 8\pi.$$

- Câu 3:** Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. Tính $\cos 2\alpha$.

A. $\frac{17}{25}$. **B.** $\frac{8}{25}$. **C.** $-\frac{17}{25}$. **D.** $-\frac{8}{25}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{17}{25}.$$

- Câu 4:** Tính tổng của nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$
A. $-\frac{2\pi}{3}$ **B.** $-\frac{11\pi}{6}$ **C.** $\frac{\pi}{3}$ **D.** $\frac{11\pi}{6}$

Lời giải

Chọn A

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$$

nghiệm âm lớn nhất

$$x < 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} + k\pi < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} - \pi = -\frac{5\pi}{6}.$$

nghiệm dương nhỏ nhất

$$x > 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} + k\pi > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}.$$

Tổng của nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất là $\frac{-5\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{-2\pi}{3}$

Câu 5: Biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x$ trên đường tròn lượng giác.

Có bao nhiêu điểm biểu diễn như thế?

A. 3

B. 2

C. 0.

D. 1

Lời giải

Chọn B

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi.$$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Xác định số hạng thứ hai của cấp số nhân (u_n) .

A. $u_2 = 18$.

B. $u_2 = 5$.

C. $u_2 = 6$.

D. $u_2 = 8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ nên $u_2 = u_1 \cdot q = 6$.

Câu 7: Góc có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị radian là

A. $\frac{25\pi}{36}$.

B. $\frac{25\pi}{12}$.

C. $\frac{25\pi}{9}$.

D. $\frac{25\pi}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Góc 250° có số đo theo đơn vị radian là:

$$250 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{25\pi}{18}.$$

Câu 8: Cân nặng (đơn vị: kg) của học sinh lớp 11A được cho trong bảng dưới đây:

Cân nặng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số học sinh	8	11	9	8	4

Tính cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

A. 51,1.

B. 54,6.

C. 50,3.

D. 52,4.

Lời giải

Chọn A

Cân nặng (đơn vị: kg) của học sinh lớp 11A, với cân nặng đại diện:

Cân nặng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	
Cân nặng đại diện	42,5	47,5	52,5	57,5	62,5	
Số học sinh	8	11	9	8	4	Tổng: 40

Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất):

$$\frac{8.42,5 + 11.47,5 + 9.52,5 + 8.57,5 + 4.62,5}{40} = 5,125 \approx 51,1$$

- Câu 9:** Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos 5a - \cos a}{3 \sin 2a}$ (với $\sin 2a \neq 0$) ta được $P = m \sin 3a$ ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây?
- A. $(-3; -1)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; 3)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải

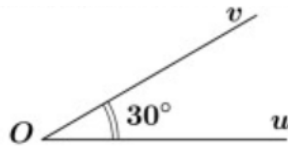
Chọn D

Với $\sin 2a \neq 0$:

$$P = \frac{\cos 5a - \cos a}{3 \sin 2a} = \frac{-2 \sin 3a \cdot \sin 2a}{3 \sin 2a} = -\frac{2}{3} \sin 3a = m \sin 3a.$$

$$\Rightarrow m = -\frac{2}{3} \Rightarrow m \in (-1; 1).$$

- Câu 10:** Cho góc hình học $\widehat{uOv}$ có số đo bằng 30° (tham khảo hình vẽ)



Xác định số đo các góc lượng giác (Ou, Ov) .

- A. $sd(Ou, Ov) = 330^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ B. $sd(Ou, Ov) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 C. $sd(Ou, Ov) = 330^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ D. $sd(Ou, Ov) = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Chọn B

- Câu 11:** Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = m$ ($m \neq \pm 1$). Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\frac{m+1}{m-1}$. B. $\frac{m-1}{m+1}$. C. $\frac{1-m}{1+m}$. D. $\frac{m+1}{1-m}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{m-1}{1+m}.$$

- Câu 12:** Tìm tập giá trị của hàm số $y = 5 \sin x - 2$.

- A. $[-5; 5]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-7; 3]$. D. $[-2; 5]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -5 \leq 5 \sin x \leq 5 \Leftrightarrow -7 \leq 5 \sin x - 2 \leq 3 \Leftrightarrow -7 \leq y \leq 3.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + (2m-1)(\sin^4 x + \cos^4 x)$.

- a) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
 b) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 + 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$.
 c) $A = 2m - (1 + 4m) \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$.

d) Với $m = -4$ thì A không phụ thuộc vào x .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

b) Sai. Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3$
 $= (\sin^2 x + \cos^2 x) \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x \right]$
 $= 1 - 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

c) Đúng.

$$\begin{aligned} A &= \sin^6 x + \cos^6 x + (2m-1)(\sin^4 x + \cos^4 x) \\ &= 1 - 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x + (2m-1) \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x \right] \\ &= 1 - 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x + (2m-1)(1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x) \\ &= 2m - (1+4m)\sin^2 x \cdot \cos^2 x \end{aligned}$$

d) Sai.

Để A không phụ thuộc vào x thì $1+4m=0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$

Câu 2: Cho phương trình $2\sin x - 1 = 0$.

a) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{5\pi}{6}$.

b) Tổng các nghiệm thuộc $[0; 5\pi]$ của phương trình là $\frac{41\pi}{6}$.

c) Phương trình có đúng 4 nghiệm thuộc $(0; 3\pi)$.

d) Phương trình tương đương với phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Phương trình có các họ nghiệm là $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Do đó nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{6}$. Sai

b) Các nghiệm thuộc $[0; 5\pi]$ của phương trình là $\frac{\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}; \frac{25\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}; \frac{29\pi}{6}$. Tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{\pi}{6} + \frac{13\pi}{6} + \frac{25\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{17\pi}{6} + \frac{29\pi}{6} = 15\pi$. Sai

c) Với $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{13\pi}{6}$.

Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}; x = \frac{17\pi}{6}$. Đúng

d) Phương trình $2\cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pm\pi}{6} + k2\pi$. Ta thấy nghiệm $x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi$ không phải là nghiệm của phương trình đã cho nên hai phương trình không tương đương với nhau. Sai

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2.

b) Số hạng $u_{15} = 58$.

c) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350.

d) Tổng $T = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \dots + \frac{1}{u_{2024} u_{2025}} = 0,125$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) **Đúng**

Gọi d là công sai của cấp số cộng, ta có: $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$;

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow \frac{4n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{2n}{2}[2u_1 + (2n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 4u_1 + (2n-2)d = 2u_1 + (2n-1)d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2, d = 4$.

b) **Đúng**

Số hạng tổng quát $u_n = 2 + (n-1)4 = 4n-2$ suy ra $u_{15} = 58$

c) **Sai**

Tổng 15 số hạng đầu cấp số cộng là:

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2u_1 + 14d) = \frac{15}{2}(2 \cdot 2 + 14 \cdot 4) = 450.$$

d) **Sai**

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \dots + \frac{1}{u_{2024} u_{2025}} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_4} \right) + \dots + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{u_{2024}} - \frac{1}{u_{2025}} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{2025}} \right) = \frac{506}{4049} \end{aligned}$$

Câu 4: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên một trường đại học Y được cho bởi bảng sau:

Số giờ làm thêm	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số sinh viên	12	20	37	21	10

a) Số sinh viên được điều tra là 100.

b) Số giờ làm thêm trung bình của mỗi sinh viên trường đại học Y không ít hơn 6.

c) Một của mẫu số liệu trên là 7,5.

d) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu lớn hơn 6,5.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Cỡ mẫu $n = 100$.

b) Từ bảng thống kê ta có

Số giờ làm thêm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{3.12 + 5.20 + 7.37 + 9.21 + 11.10}{100} = 6,94.$$

c) Nhóm chứa một số liệu trên là nhóm $[6;8)$.

Do đó: $u_m = 6$; $n_m = 37$, $n_{m-1} = 20$; $n_{m+1} = 21$; $u_{m+1} = 8$.

Vậy một của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_0 = 6 + \frac{37-20}{(37-20)+(37-21)} \cdot (8-6) \approx 7,03.$$

d) Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Do x_{50} và x_{51} thuộc nhóm $[6;8)$ nên $Q_2 = 6 + \frac{\frac{2.100}{4} - 32}{37} \cdot (8-6) \approx 6,97$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.
(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -0,6

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \left(\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$\text{Ta có: } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha \cdot \tan \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$P = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{6} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1-2\sqrt{6}}{6}$$

Câu 2: Một nhà thi đấu có tất cả 25 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 22 ghế, hàng thứ hai có 24 ghế, hàng thứ ba có 26 ghế. Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó là 2 ghế. Tính tổng số ghế có trong nhà thi đấu.

Lời giải

Trả lời: 1150

Theo giả thiết, số ghế ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 22$ và công sai $d = 2$ và $n = 25$

Tổng số ghế có trong nhà thi đấu là:

$$S_{25} = \frac{25}{2} [2.22 + (25-1).2] = 1150.$$

Câu 3: Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Nhóm	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời: 18,1

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{56}$ là thời gian truy cập Internet của lần lượt 56 học sinh theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2} \in [15, 5; 18, 5)$.

Ta có: $n_m = 15; C = 3 + 12 = 15; u_m = 15, 5; u_{m+1} = 18, 5$.

Khi đó trung vị của mẫu số liệu phép nhóm là:

$$M_e = 15, 5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} (18, 5 - 15, 5) = \frac{181}{10} = 18, 1$$

Câu 4: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và

$0 < t \leq 365$. Hỏi thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào thuộc quý 3, 4 trong năm?

Lời giải

Trả lời: 262

Thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời khi

$$3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12 = 12$$

$$\Leftrightarrow \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{182} (t - 80) = k\pi$$

$$\Leftrightarrow t = 80 + k182$$

Vì $t, k \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$ nên $k = 0 \Rightarrow t = 80$ hoặc $k = 1 \Rightarrow t = 262$

Vậy thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày thứ 80 và ngày thứ 262 của năm.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$. Hỏi dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

Lời giải

Trả lời: 7

$$\text{Ta có } u_n = n + 2 + \frac{5}{n + 1}$$

Do đó u_n nguyên khi và chỉ khi $\frac{5}{n+1}$ nguyên hay $n+1$ là ước của 5.

Suy ra $n+1=5 \Leftrightarrow n=4$

Vậy dãy số có duy nhất một số hạng nguyên là $u_4=7$.

Câu 6: Tình trạng nắng nóng, hạn hán, thiếu nước đã làm cho các hồ thủy điện ảnh hưởng nghiêm trọng, nguồn điện sản xuất không đáp ứng đủ nhu cầu tiêu thụ của người dân. Nhằm muốn người dân tiết kiệm điện, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho người dân theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số điện (với 1 số điện bằng 1 kWh); bậc 1 từ số điện thứ 1 đến số điện thứ 10; bậc 2 từ số điện thứ 11 đến số điện thứ 20; bậc 3 từ số điện thứ 21 đến số điện thứ 30; ... Giá của mỗi số điện ở bậc 1 là 1500 đồng/1 số điện, giá của mỗi số điện ở bậc thứ n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) tăng 2,5% so với giá của mỗi số điện ở bậc thứ $n-1$. Biết rằng trong tháng 1, gia đình ông Hưng sử dụng hết 330 số điện, hỏi gia đình ông Hưng phải trả bao nhiêu tiền điện (đơn vị: nghìn đồng) trong tháng này? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 755

Theo đề bài, số tiền điện mỗi bậc theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có $u_1=1500.10=15000$ và $q=1+2.5\%$.

Khi đó ta có tổng số tiền điện bậc n là $u_n=15000(1+2.5\%)^{n-1}$. Khi đó, số tiền điện ông Hưng sử dụng trong tháng là:

$$S_{33}=15000+15000(1+2.5\%)+\dots+15000(1+2.5\%)^{32}=15000\frac{(1+2.5\%)^{33}-1}{2.5\%}=755311 \approx 755$$

(nghìn đồng).

----- **HẾT** -----