SỞ GD & ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT HÀM RỒNG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ KTCL CÁC MÔN THEO KHỐI THI ĐẠI HỌC
NĂM HỌC 2015-2016
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với d: $y=-x+3$.

Câu 2 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $4\sin x+\cos x=2+\sin 2x$

b) Giải bất phương trình: $\log_{\sqrt{3}}(x+1)^2+8\log_3\sqrt{x-1}\le 4$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I=\int\limits_2^3 x\left[3x-2\ln\left(x-1\right)\right]dx$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 2;\ 3)$, $B(2;\ -4;\ 3)$, $C(4;\ 5;\ 6)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C và tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của C lên đường thẳng AB.

Câu 5 (1,0 *điểm*).

a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2\left(\overline{z}+1\right)=3z+i\left(5-i\right)$. Tính modun của z.

b) Để chuẩn bị chương trình cho một buổi hoạt động ngoài giờ lên lớp với chủ đề "Hướng về biển đảo" của trường THPT Hàm Rồng, ban tổ chức tiến hành lập một danh sách 5 tiết mục văn nghệ, chọn từ các tiết mục của 3 khối lớp 10, 11 và 12. Tính xác suất của biến cố "Danh sách được lập có 2 tiết mục của khối 10, có 2 tiết mục của khối 11 và có 1 tiết mục của khối 12". Biết mỗi khối lớp có 4 tiết mục.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C. $SA\perp(ABC)$, $AC=2a$, $BC=2a\sqrt{3}$. Góc giữa SB và (ABC) bằng 45^0. Gọi M là trung điểm AC. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC sao cho $AC=3AM$, điểm N thuộc tia đối của tia AB sao cho $AB=3AN$, đường tròn (C) ngoại tiếp ΔADN có phương trình $x^2+y^2-8x+6=0$. Tìm tọa độ điểm D và phương trình AB biết $M\in d:x+y-6=0$, điểm M và D có tung độ dương.

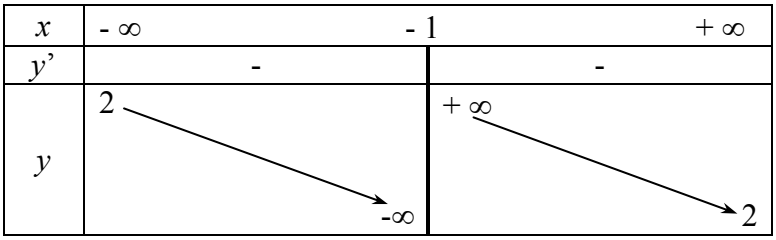
Câu 8 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} y\left(1+\sqrt{y^2+4}\right)+2x+4x.\sqrt{x^2+1}=0 \\ 4.\sqrt{x-1}+4.\sqrt{4-x}=y^2+14y+40 \end{cases}$.

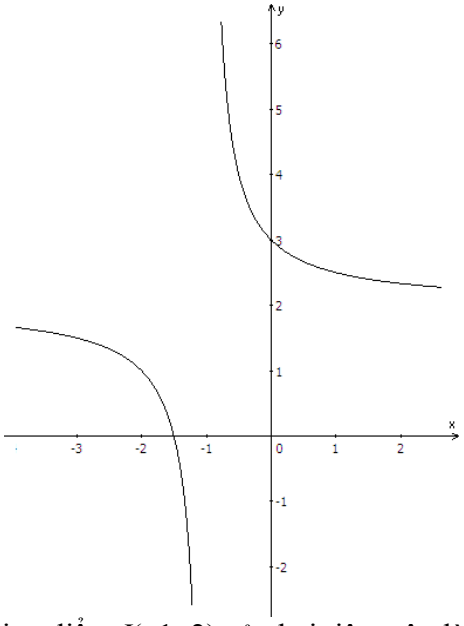
Câu 9 (1,0 *điểm*). Cho a, b, c là các số thực thay đổi thuộc [1; 2].

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\dfrac{9a}{bc}+\dfrac{6b}{ca}+\dfrac{2016c}{ab}$.

----------HẾT----------

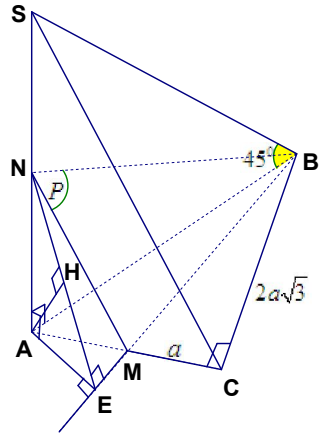
ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

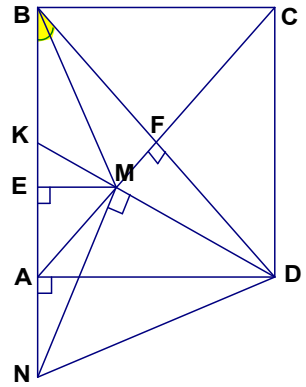
<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="8">1</td><td>Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ (C)
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>1) Hàm số có TXĐ: $D = R\setminus\{-1\}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>2) Sự biến thiên của hàm số:
a) Giới hạn vô cực và các đường tiệm cận:
* $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty$ nên đường thẳng x = -1 là tiệm cận đứng của (C).
* $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$ nên đường thẳng y = 2 là tiệm cận ngang của (C).</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b) Bảng biến thiên: Ta có: $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0,\quad \forall x\neq -1$
Bảng biến thiên:
 

* Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>3) Đồ thị:
 

+ Nhận xét: Đồ thị nhận giao điểm $I(-1;\ 2)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với d: $y=-x+3$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Tiếp tuyến có dạng: $y=-x+m,\ m\neq 3$ => ĐK: $\begin{cases}\dfrac{2x+3}{x+1}=-x+m & (1)\\ \dfrac{-1}{(x+1)^2}=-1 & (2)\end{cases}$ có nghiệm.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>(1) $\Leftrightarrow x=0, x=-2$
+ Với x = 0 => m = 3 (loại)
+ Với x = – 2 => m = – 1 => PTTT: $y=-x-1$
Vậy tiếp tuyến của (C) có phương trình: $y=-x-1$</td><td>0,5</td></tr>
</table>

2	a) Giải phương trình: $4\sin x + \cos x = 2 + \sin 2x$	**0,5**
	Phương trình $\Leftrightarrow 4\sin x + \cos x = 2 + 2\sin x.\cos x \Leftrightarrow 2\sin x(2 - \cos x) - (2 - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (2 - \cos x)(2\sin x - 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 - \cos x = 0 (VN) \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. , k \in Z.$	0,25
	b) Giải bất phương trình: $\log_{\sqrt{3}}(x+1)^2 + 8\log_3\sqrt{x-1} \le 4$.	**0,5**
	Điều kiện xác định: x > 1 (*). $\log_{\sqrt{3}}(x+1)^2 + 8\log_3\sqrt{x-1} \le 4$ $4\log_3(x+1) + 4\log_3(x-1) \le 4 \Leftrightarrow \log_3[(x+1)(x-1)] \le 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 \le 3$	0,25
	$\Leftrightarrow -2 \le x \le 2$ Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1;2]$.	0,25
3	Tính tích phân $I = \int_2^3 x\left[3x - 2\ln(x-1)\right]dx$.	**1,0**
	$I = \int_2^3 3x^2 dx - \int_2^3 2x\ln(x-1)dx = x^3\Big\|_2^3 - I_1 = 19 - I_1$	0,5
	$I_1 = \int_2^3 2x\ln(x-1)dx = \int_2^3 \ln(x-1)d(x^2) = x^2\ln(x-1)\Big\|_2^3 - \int_2^3 x^2 d(\ln(x-1)) = 9\ln 2 - \int_2^3 \frac{x^2}{x-1}dx$ $= 9\ln 2 - \int_2^3\left(x+1+\frac{1}{x-1}\right)dx = 9\ln 2 - \left(\frac{x^2}{2} + x + \ln\lvert x-1\rvert\right)\Big\|_2^3 = 8\ln 2 - \frac{7}{2}$	0,25
	Vậy $I = \frac{45}{2} - 8\ln 2$.	0,25
4	Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm *A*(–1; 2; 3), *B*(2; –4; 3), *C*(4; 5; 6). Viết phương trình mặt phẳng (*P*) đi qua ba điểm *A*, *B*, *C* và tìm tọa độ hình chiếu vuông góc *H* của *C* lên đường thẳng *AB*.	**1,0**
	$\overrightarrow{AB} = (3;-6;0), \overrightarrow{AC} = (5;3;3)$. Mặt phẳng (*P*) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-18;-9;39)$	0,25
	Do đó (*P*) có PT: $-18(x+1) - 9(y-2) + 39(z-3) = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y - 13z + 39 = 0$.	0,25
	PT của AB: $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 \end{cases}$. Vì H thuộc AB $\Rightarrow H(-1+t;\ 2-2t;\ 3)$	0,25
	ĐK: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CH} = 0 \Leftrightarrow 3(5-t) - 6(3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{5} \Rightarrow H\left(-\frac{6}{5};\frac{12}{5};3\right)$ KL:	0,25

5	a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2\left(\overline{z}+1\right)=3z+i\left(5-i\right)$. Tính modun của z.	**0,5**
	Gọi $z=a+bi\ \ (a,b\in R)$ $2\left(\overline{z}+1\right)=3z+i\left(5-i\right)\Leftrightarrow\left(2a+2\right)-2bi=3a+1+\left(3b+5\right)i\Leftrightarrow\begin{cases}2a+2=3a+1\\-2b=3b+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$	0,25
	$z=1-i\Rightarrow\left\|z\right\|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$	0,25
	b) Để chuẩn bị chương trình cho một buổi hoạt động ngoài giờ lên lớp với chủ đề "Hướng về biển đảo" của trường THPT Hàm Rồng, ban tổ chức tiến hành lập một danh sách 5 tiết mục văn nghệ, chọn từ các tiết mục của 3 khối lớp 10, 11 và 12. Tính xác suất của biến cố "Danh sách được lập có 2 tiết mục của khối 10, có 2 tiết mục của khối 11 và có 1 tiết mục của khối 12". Biết mỗi khối lớp có 4 tiết mục.	**0,5**
	Chọn 5 tiết mục và lập thành một danh sách có: A_{12}^5 cách $\Rightarrow n(\Omega)=A_{12}^5$	0,25
	Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Chọn khối 10, khối 11, khối 12 lần lượt 2, 2, 1 tiết mục có : $C_4^2.C_4^2.C_4^1$ cách. Với mỗi cách chọn trên, tạo ra một danh sách các tiết mục có: 5! Cách $\Rightarrow n(\Omega_A)=C_4^2.C_4^2.C_4^1.5!$ $\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{11}$	0,25
6	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C. $SA\perp(ABC)$, $AC=2a$, $BC=2a\sqrt{3}$. Góc giữa SB và (ABC) bằng 45^0. Gọi M là trung điểm AC. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM.	**1,0**
	Vì $SA\perp(ABC)$ nên góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBA}$ $\Rightarrow SA=AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=4a$	0,25
	$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{1}{2}2a.2a\sqrt{3}\right)4a=\dfrac{8a^3.\sqrt{3}}{3}$	0,25
	 + Gọi N là trung điểm $SA\Rightarrow SC//MN\Rightarrow\begin{cases}(BMN)//SC\\(BMN)\supset BM\end{cases}$ Do đó: $d\left(SC,BM\right)=d\left(SC,(BMN)\right)=d\left(C,(BMN)\right)$ $=d\left(A,(BMN)\right)$ + Gọi E, H lần lượt là hình chiếu của A lên BM, NE. Vì $\begin{cases}BM\perp AE\\BM\perp AN\end{cases}\Rightarrow BM\perp(ANE)\Rightarrow BM\perp AH$ (1) mặt khác, $NE\perp AH$ (2) Từ (1), (2) $\Rightarrow AH\perp(BMN)\Rightarrow d\left(A,(BMN)\right)=AH$ Vậy: $d\left(SC,BM\right)=AH$	0,25
	Do hai tam giác vuông EMA và CMB đồng dạng nên: $\dfrac{AE}{BC}=\dfrac{AM}{BM}\Rightarrow AE=\dfrac{AM.BC}{BM}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$ Trong tam giác vuông ANE: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AE^2}+\dfrac{1}{AN^2}=\dfrac{13}{12.a^2}+\dfrac{1}{4.a^2}=\dfrac{4}{3.a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ Vậy: $d\left(SC,BM\right)=AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25

7	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC sao cho $AC = 3AM$, điểm N thuộc tia đối của tia AB sao cho $AB = 3AN$, đường tròn (C) ngoại tiếp ΔADN có phương trình $x^2 + y^2 - 8x + 6 = 0$. Tìm tọa độ điểm D và phương trình AB biết $M \in d: x + y - 6 = 0$, điểm M và D có tung độ dương.	**1,0**
	 + Gọi E là hình chiếu của M lên AB => ME//BC + Gọi $F = AC \cap BD$ + Do $AC=3AM \Leftrightarrow AF = \frac{3}{2}AM$ và $BF=DF$ nên: M là trọng tâm ΔABD và $BE=2AE$ => $BE = NE$. + ΔMBN và ΔMBD cân tại M nên: $MB=MD=MN$ (1) => B, D, N thuộc đường tròn tâm M => $\widehat{DMN} = 2\widehat{ABD} = 90^0$ (2) Từ (1), (2) => ΔMDN vuông cân tại M => $M \in (C)$.	0,25
	$M = d \cap (C): \begin{cases} x^2 + y^2 - 8x + 6 = 0 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, y = 3 \\ x = 7, y = -1 \ (ko\,tm) \end{cases} \Rightarrow M(3;3)$	0,25
	Gọi I là trung điểm DN=> I là tâm của đường tròn (C). Do ΔMDN vuông cân tại M => $DN \perp MI \Rightarrow DN: x - 3y - 4 = 0$ + Tọa độ điểm N, D là nghiệm của $\begin{cases} x^2 + y^2 - 8x + 6 = 0 \\ x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, y = -1 \\ x = 7, y = 1 \end{cases} \Rightarrow D(7;1),\ N(1;-1)$	0,25
	+ Gọi K là trung điểm AB $\Rightarrow \overrightarrow{DM} = 2.\overrightarrow{MK} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2(x_k - 3) \\ 2 = 2(y_k - 3) \end{cases} \Rightarrow K(1;4)$ + AB đi qua $K(1;4)$ và nhận $\overrightarrow{NK}(0;5)$ làm VTCP nên có pt: $x - 1 = 0$. KL: $D(7; 1)$ và AB: $x - 1 = 0$	0,25
8	Giải hệ phương trình $\begin{cases} y\left(1 + \sqrt{y^2 + 4}\right) + 2x + 4x.\sqrt{x^2 + 1} = 0 \quad (1) \\ 4.\sqrt{x - 1} + 4.\sqrt{4 - x} = y^2 + 14y + 40 \quad (2) \end{cases}$.	**1,0**
	ĐK: $1 \le x \le 4$ (*)	0,25
	(1) $\Leftrightarrow y + y\sqrt{y^2 + 4} = (-2x) + (-2x).\sqrt{4x^2 + 4}$ (3) Xét $f(t) = t + t\sqrt{t^2 + 4}$ $f'(t) = 1 + \sqrt{t^2 + 4} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 4}} > 0\ \forall t \Rightarrow f(t) = t + t\sqrt{t^2 + 4}$ là hàm số đồng biến. Mà pt (3) có dạng: $f(y) = f(-2x) \Leftrightarrow y = -2x$	0,25

	Thay vào (2) ta được: $\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}=x^2-7x+10$ (4) $\Rightarrow x^2-7x+10>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$. Kết hợp với (*) suy ra: $x\in[1;2)$ $\Leftrightarrow\left(x^2-5x+5\right)-\left(x-2+\sqrt{x-1}\right)-\left(x-3+\sqrt{4-x}\right)=0$ $\Leftrightarrow\left(x^2-5x+5\right)-\frac{x^2-5x+5}{x-2-\sqrt{x-1}}-\frac{x^2-5x+5}{x-3-\sqrt{4-x}}=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-5x+5=0\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}\\1+\frac{1}{2-x+\sqrt{x-1}}+\frac{1}{3-x+\sqrt{4-x}}=0\ (5)\end{array}\right.$	0,25
	Vì $x\in[1;2)\Rightarrow VT(5)>0\Rightarrow$ (5) vô nghiệm và thu được $x=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ KL: Hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2};\sqrt{5}-5\right)$	0,25
9	Cho *a*, *b*, *c* là các số thực thay đổi thuộc [1; 2]. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\frac{9a}{bc}+\frac{6b}{ca}+\frac{2016c}{ab}$.	**1,0**
	Coi c là biến, còn a và b là tham số. Ta có: $P=f(c)=\frac{2016c}{ab}+\frac{1}{c}\left(\frac{9a}{b}+\frac{6b}{a}\right)$ $f'(c)=\frac{2016}{ab}-\frac{1}{c^2}\left(\frac{9a}{b}+\frac{6b}{a}\right)=\frac{2016c^2-9a^2-6b^2}{ab}\ge\frac{2016-9.2^2-6.2^2}{ab}>0$ $\Rightarrow f(c)\le f(2)=\frac{4032}{ab}+\frac{9a}{2b}+\frac{3b}{a}=g(a)$	0,25
	Tiếp tục coi a là biến, còn b là tham số. Ta có: $g'(a)=-\frac{4032}{a^2b}+\frac{9}{2b}-\frac{3b}{a^2}\le-\frac{4032}{2^3}+\frac{9}{2}-\frac{3}{2^2}<0$ $\Rightarrow g(a)\le g(1)=\frac{4032}{b}+\frac{9}{2b}+3b=\frac{8073}{2b}+3b=h(b)$	0,25
	$h'(b)=-\frac{8073}{2b^2}+3<0\ \forall b\in[1;2]\Rightarrow h(b)\le h(1)=\frac{8073}{2}+3=\frac{8079}{2}$	0,25
	Vậy maxP = $\frac{8079}{2}$ khi: $a=b=1$ và $c=2$.	0,25

----------HẾT----------