

LẦN 1

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....



Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

A. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

D. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -4$.

B. $x = 4$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Câu 3: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2x + 2018)$ bằng

A. 2018.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. $-\infty$.

Câu 4: Hàm số $y = 2x^4 + 3$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Câu 5: Cho khối chóp có thể tích bằng $\frac{1}{3}m^3$ và diện tích đáy bằng $\frac{1}{2}m^2$. Khi đó chiều cao của khối chóp bằng:

A. $1m$.

B. $2m$.

C. $3m$.

D. $\frac{2}{3}m$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. $y = x^3 - 2x + 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 + 3x - 3$.

Câu 7: Tính thể tích của khối chóp, biết diện tích đáy bằng $60cm^2$, chiều cao bằng $2dm$?

A. $120cm^3$.

B. $40cm^3$.

C. $1200cm^3$.

D. $400cm^3$.

Câu 8: Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^3 - x - 2$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $\frac{1}{3}abc$.

B. $\frac{1}{6}abc$.

C. $\frac{1}{9}abc$.

D. $\frac{2}{3}abc$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

B. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

C. $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

D. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

Câu 11: Cho hai hàm số $f(x) = x + 2$ và $g(x) = x^2 - 2x + 3$. Đạo hàm của hàm số $y = g(f(x))$ tại $x = 1$ bằng

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

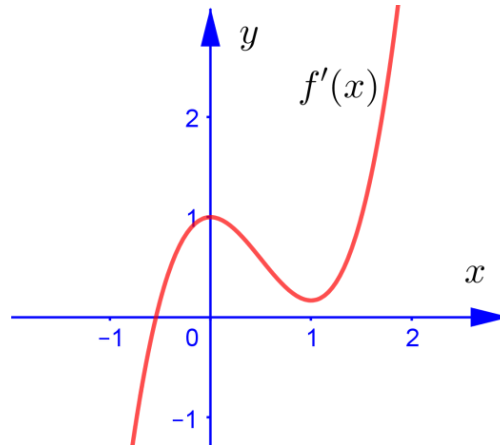
Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}-1 & \text{khi } x > 1 \\ x-1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $d = 4$. B. $d = 8$. C. $d = 6$. D. $d = 10$.

Câu 16: Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 17: Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

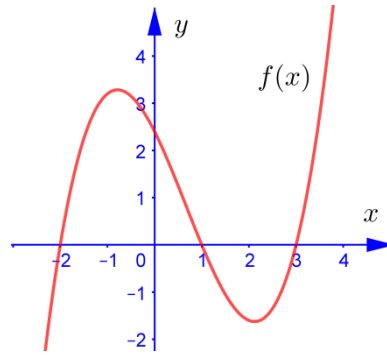
Câu 18: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $b^2 - 3ac \leq 0$.
 B. $a < 0$ và $b^2 - 3ac \leq 0$.
 C. $a > 0$ và $b^2 - 3ac > 0$ hoặc $a = b = 0$ và $c > 0$.
 D. $a < 0$ và $b^2 - 3ac \leq 0$ hoặc $a = b = 0$ và $c < 0$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB , $SH = HC$, $SA = AB$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Giá trị của $\tan \alpha$ là

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 20: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Với $m \in [-1; 1]$ thì hàm số $g(x) = f(|x + 2019m^2 - 2019|)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, góc giữa SC và (SAB) là 30° . Khi đó $d(B, (SDC))$ là

- A. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{22a}{\sqrt{15}}$.

Câu 22: Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax + b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị $a - 2b$ là:

- A. -2. B. -1. C. 3. D. 4.

Câu 23: Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(0; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Câu 24: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$ đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 4$

- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = \pm 2$.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx - 9}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 26: Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 5$ có đồ thị (C_m) . Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông thì giá trị của m là

- A. $m = \sqrt[3]{3}$. B. $-m = \sqrt[3]{3}$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Câu 27: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc α . Thể tích khối chóp là

- A. $\frac{a^2 \tan \alpha}{12}$. B. $\frac{a^3 \cot \alpha}{12}$. C. $\frac{a^3 \tan \alpha}{12}$. D. $\frac{a^2 \cot \alpha}{12}$.

Câu 28: Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là

- A. $6(m/s^2)$. B. $54(m/s^2)$. C. $240(m/s^2)$. D. $60(m/s^2)$.

Câu 29: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 3m - 2}{x + m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là

- A. $1 < m < 2$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 2 \end{cases}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1). Cho $A(2;3)$ tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

- A. $m = \frac{-1}{2}$. B. $m = \frac{-3}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{3}{2}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{1}{1-x}$. Khẳng định nào là **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $y'' - 2y^3 = 0$. B. $y'' - y^3 = 0$. C. $y'' + y^3 = 0$. D. $y'' + 2y^3 = 0$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 7x + 2$. Tập nghiệm của bất phương trình: $f'(x) \geq 0$ là

- A. $[1;7]$. B. $(-\infty;1] \cup [7;+\infty)$. C. $[-7;-1]$. D. $[-1;7]$.

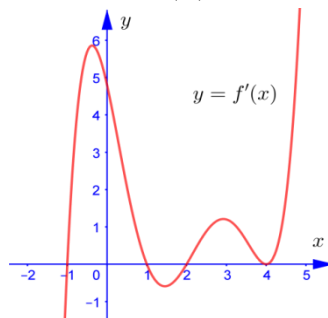
Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , I là trung điểm của AB , có (SIC) và (SID) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = AB = 2a$, $BC = a$, khoảng cách từ I đến (SCD) là $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{3}$. C. $3a^3$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới



Hàm số $g(x) = f(1-4x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-1;0)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(\frac{1}{2};1)$. D. $(-\frac{1}{4};+\infty)$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m-1)x^2 + (5-m)x + m^2 - 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để trên đồ thị hàm số $(C_m): y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-3)x + 2019$ có hai điểm nằm về hai phía của trục tung mà tiếp tuyến của (C_m) tại hai điểm đó cùng vuông góc với đường thẳng $(d): x + 2y + 6 = 0$?

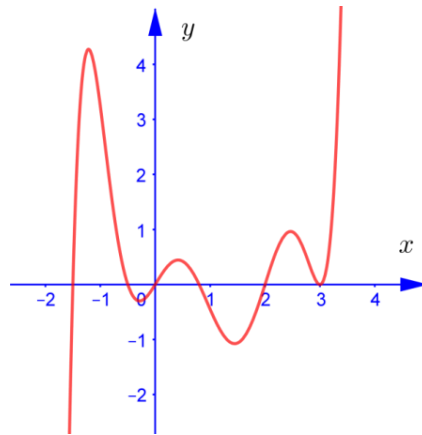
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

- Câu 39:** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-3; -1)$ và $x_2 \in (0; 1)$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có m điểm cực trị, hàm số $y = |f(x)|$ có n điểm cực trị, hàm số $y = f(|x|)$ có p điểm cực trị. Giá trị $m + n + p$ là

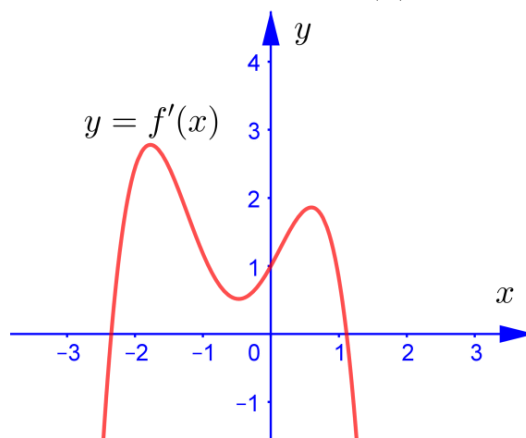
- A. 26. B. 30. C. 27. D. 31.
- Câu 41:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx^2 - x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $[-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -\frac{11}{4})$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; -\frac{11}{4}]$.

Câu 42: Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ chỉ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3.

- A. $m = -\frac{1}{4}$. B. $m = -\frac{15}{4}$. C. $m = \frac{15}{4}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

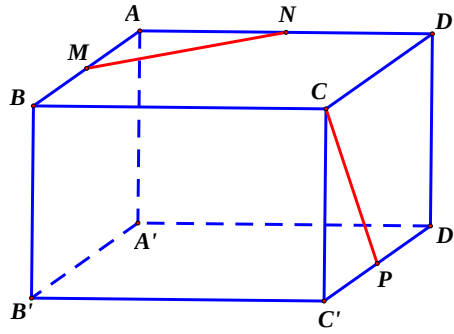
Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hỏi hàm số $y = f(x) + \frac{2017 - 2019x}{2018}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 44:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(2x+m+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, C'D'$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng MN và CP .



- A. $\frac{3}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 46: Cho lăng trụ đứng tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi I là trung điểm của $B'C'$. Khoảng cách từ điểm B tới mặt phẳng $(AA'I)$ là

- A. $\frac{a}{3}$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{4}$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$

- A. $m > -3$. B. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 2 \end{cases}$. C. $m < -3$. D. $\begin{cases} -3 < m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm tới cấp 3 với $f'''(x) = 0$ và thỏa mãn $\left[f'(x)\right]^{2018} [1 - f''(x)] = 2x(x+1)^2(x-2018)^{2019} : f''(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hàm số $g(x) = \left[f'(x)\right]^{2019} [1 - f''(x)]$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 49: Để phương trình $\sqrt[4]{x^4 + 4x + m} + \sqrt{x^4 + 4x + m} = 6$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thì tất cả các giá trị thực của m là

- A. $m < 19$. B. $m > 19$. C. $m \leq 19$. D. $m \geq 19$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

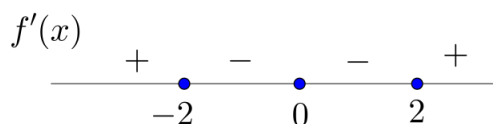
---HẾT---

LẦN 1

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho**A.** $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.**B.** $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.**C.** $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.**D.** $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.**Lời giải**Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0 \Rightarrow$ **Chọn A.****Câu 2:** Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm**A.** $x = -4$.**B.** $x = 4$.**C.** $x = 2$.**D.** $x = -2$.**Lời giải**Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$ Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2 \Rightarrow$ **Chọn C.****Câu 3:** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2x + 2018)$ bằng**A.** 2018.**B.** $+\infty$.**C.** 1.**D.** $-\infty$.**Lời giải**Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2x + 2018) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2018}{x^3} \right) = -\infty \Rightarrow$ **Chọn D.****Câu 4:** Hàm số $y = 2x^4 + 3$ đồng biến trên khoảng**A.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.**B.** $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.**C.** $(0; +\infty)$.**D.** $(-\infty; 0)$.**Lời giải** $y' = 8x^3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$.Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Rightarrow$ **Chọn C.****Câu 5:** Cho khối chóp có thể tích bằng $\frac{1}{3}m^3$ và diện tích đáy bằng $\frac{1}{2}m^2$. Khi đó chiều cao của khối chóp bằng**A.** $1m$.**B.** $2m$.**C.** $3m$.**D.** $\frac{2}{3}m$.**Lời giải** $V = \frac{1}{3}Bh \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = 2m \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. $y = x^3 - 2x + 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 + 3x - 3$.

Lời giải:

Loại ngay đáp án B, C vì hàm nhất biến nếu có đồng biến thì đồng biến trên từng khoảng xác định. Loại đáp án A vì pt $y' = 3x^2 - 2$ có hai nghiệm phân biệt

Với đáp án D: $y' = 3x^2 + 3 > 0$. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

$\Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 7: Tính thể tích của khối chóp, biết diện tích đáy bằng 60cm^2 , chiều cao bằng 2dm ?

A. 120cm^3 .

B. 40cm^3 .

C. 1200cm^3 .

D. 400cm^3 .

Lời giải

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.60.20 = 400\text{cm}^3 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 8: Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^3 - x - 2$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

$$y' = -3x^2 - 1 = -(3x^2 + 1) < 0 \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Do đó hàm số không có điểm cực trị} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một $SA = a$, $SB = b, SC = c$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $\frac{1}{3}abc$.

B. $\frac{1}{6}abc$.

C. $\frac{1}{9}abc$.

D. $\frac{2}{3}abc$.

Lời giải

$$\text{Thể tích hình chóp: } V = \frac{1}{6}SA.SB.SC = \frac{1}{6}abc \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

B. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

C. $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

D. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

Lời giải

Theo định lý về sự biến thiên: $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

$$f(x) \text{ đồng biến trên } (a; b) \Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 11: Cho hai hàm số $f(x) = x + 2$ và $g(x) = x^2 - 2x + 3$. Đạo hàm của hàm số $y = g(f(x))$ tại $x = 1$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } f(x) = x + 2 \text{ và } g(x) = x^2 - 2x + 3.$$

$$\text{Suy ra: } y = g(f(x)) = (x + 2)^2 - 2(x + 2) + 3 \Leftrightarrow y = g(f(x)) = x^2 + 2x + 3.$$

$$\text{Đạo hàm } y' = 2x + 2 \Rightarrow y'(1) = 2.1 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

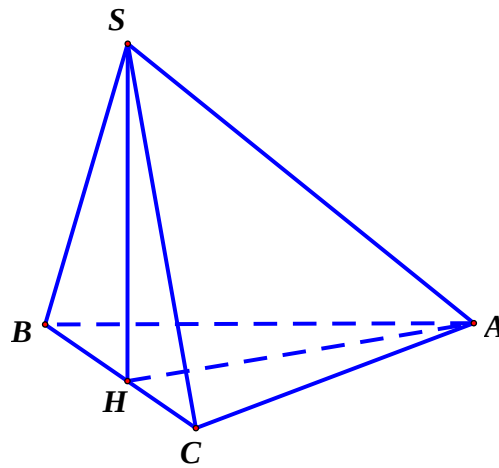
A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm BC . Ta có $SH \perp (ABC)$ và $SH = \frac{1}{2}BC = a$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2}a \cdot 2a = a^2.$$

Vậy thể tích khối chóp $V_{SABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}-1 & \text{khi } x > 1 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Lời giải

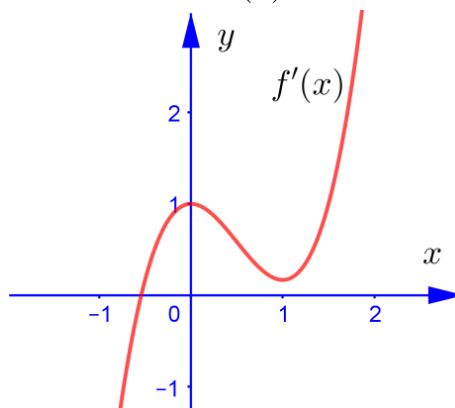
Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (mx+1) = m+1$ và $f(1) = m+1$.

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi hàm số liên tục tại $x=1$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = m+1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 1 điểm nên hàm số $y = f(x)$ có điểm 1 cực trị $\Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 15: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB=6$, $BC=8$, $AC=10$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC .

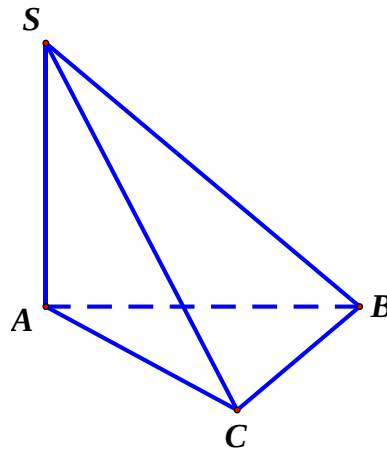
A. $d=4$.

B. $d=8$.

C. $d=6$.

D. $d=10$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại B nên AB là đoạn vuông góc chung của SA và BC .
 Vậy $d(SA; BC) = AB = 6 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 16: Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải:

Ta có $a.b < 0$ nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 17: Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

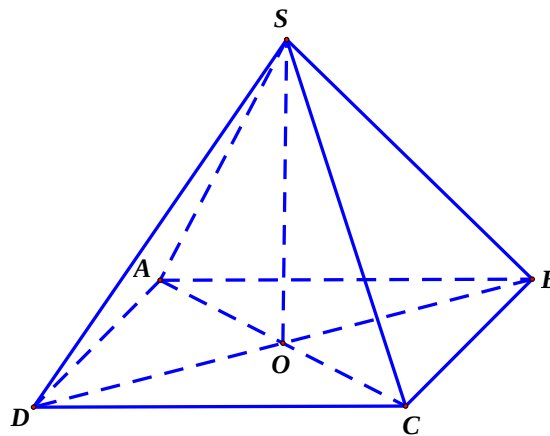
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải



Diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD} = a^2$.

$$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp tứ giác đều là: } V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 18: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $b^2 - 3ac \leq 0$.

B. $a < 0$ và $b^2 - 3ac \leq 0$.

C. $a > 0$ và $b^2 - 3ac > 0$ hoặc $a = b = 0$ và $c > 0$.

D. $a < 0$ và $b^2 - 3ac \leq 0$ hoặc $a = b = 0$ và $c < 0$.

Lời giải

+) Nếu $a = b = 0 \Rightarrow y = cx + d$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $c > 0$

+) Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Vậy điều kiện là: $a < 0$ và $b^2 - 3ac \leq 0$ hoặc $a = b = 0$ và $c < 0 \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB , $SH = HC$, $SA = AB$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Giá trị của $\tan \alpha$ là

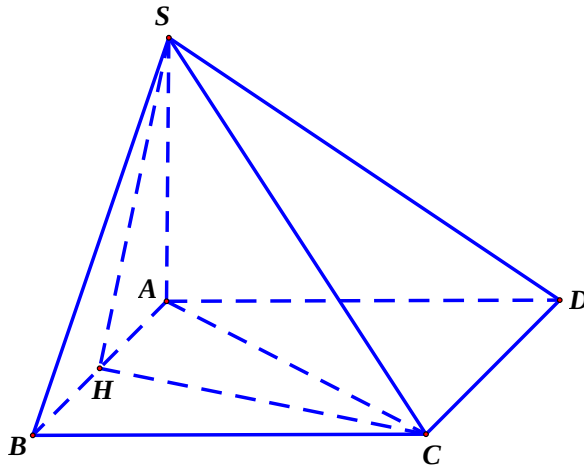
A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải



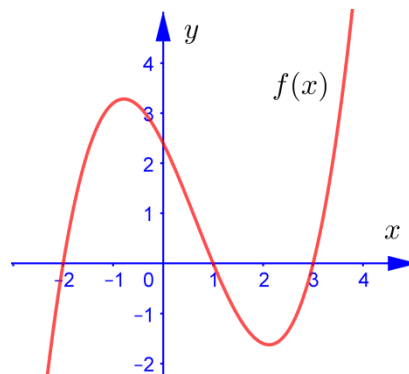
Trong tam giác HBC vuông tại B ta có: $HC = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SH = HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Trong tam giác SAH ta có $SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ nên tam giác SAH vuông tại A .

Suy ra $SA \perp (ABCD)$. Do đó $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \angle SCA = \alpha$.

Vậy $\tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 20: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Với $m \in [-1; 1]$ thì hàm số $g(x) = f(|x + 2019m^2 - 2019|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

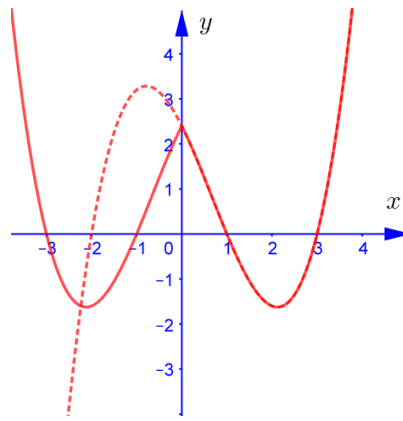
B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Lấy đối xứng trước ta được đồ thị hàm số $f(|x|)$ như hình bên dưới



Đồ thị hàm số $f(|x+m|)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $f(x)$ bằng cách lấy đối xứng trước rồi mới tịnh tiến.

Dựa vào đồ thị hàm số $f(|x|)$ ta thấy $f(|x|)$ có 3 điểm cực trị $\Rightarrow f(|x+2019m^2+1|)$ cũng có 3 điểm cực trị vì phép tịnh tiến không làm thay đổi số cực trị

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, góc giữa SC và (SAB) là 30° . Khi đó $d(B, (SDC))$ là

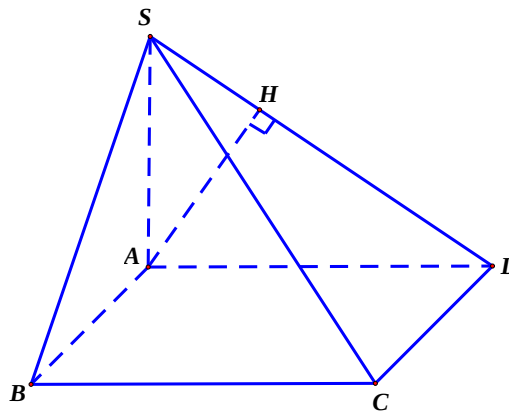
A. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$.

D. $\frac{22a}{\sqrt{15}}$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = BSC = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông SBC ta có $SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SAB có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{11}$.

Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Trong mặt phẳng (SAD) kẻ $AH \perp SD$ thì AH là khoảng cách từ A đến (SCD) .

Xét tam giác vuông SAD ta có $AH = \frac{AS \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{11} \cdot 2a}{\sqrt{11a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 22: Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax + b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị $a - 2b$ là:

A. -2.

B. -1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3} \Rightarrow y' = \frac{(x^2 - 2x + 3)'}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \Rightarrow a = 1; b = -1$.

$\Rightarrow a - 2b = 3 \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 23: Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

A. $(0;1)$.

B. $(0;2)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(1;2)$.

Lời giải

Tập xác định là: $D = [0;2]$.

$$\text{Ta có: } y = \sqrt{2x - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$$

Hàm số nghịch biến khi $y' < 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} < 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow \text{Chọn D.}$

Kết hợp với tập xác định ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 24: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$ đạt cực trị tại 2 điểm

x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 4$

A. $m = 0$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m = \pm 2$.

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 + m - 1$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - (m^2 + m - 1) > 0 \Leftrightarrow m < 1 \quad (*)$$

$$\text{Khi đó: } |x_1 + x_2| = 4 \Leftrightarrow |2m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện $(*)$ ta được $m = -2 \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = \frac{-m^2 + 9}{(x-m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi $\begin{cases} -m^2 + 9 > 0 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq 2 \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 26: Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 5$ có đồ thị (C_m) . Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông thì giá trị của m là

A. $m = \sqrt[3]{3}$.

B. $-m = \sqrt[3]{3}$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Cách 1:

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4mx = -4x(x^2 - m).$$

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4x(x^2 - m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Rightarrow m > 0$.

Gọi $A(0;2)$, $B(-\sqrt{m}, m^2 + 2)$, $C(\sqrt{m}, m^2 + 2)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên $\triangle ABC$ chỉ có thể vuông tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

$$\text{Với } \overrightarrow{AB} = (-\sqrt{m}; m^2), \overrightarrow{AC} = (\sqrt{m}; m^2) \Rightarrow -m + m^4 = 0 \Leftrightarrow m(m^3 - 1) = 0 \Rightarrow m = 1.$$

Cách 2: Công thức giải nhanh: Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ tạo thành một tam giác vuông khi $8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8m^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.
 $\Rightarrow \text{Chọn D.}$

Câu 27: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc α . Thể tích khối chóp là

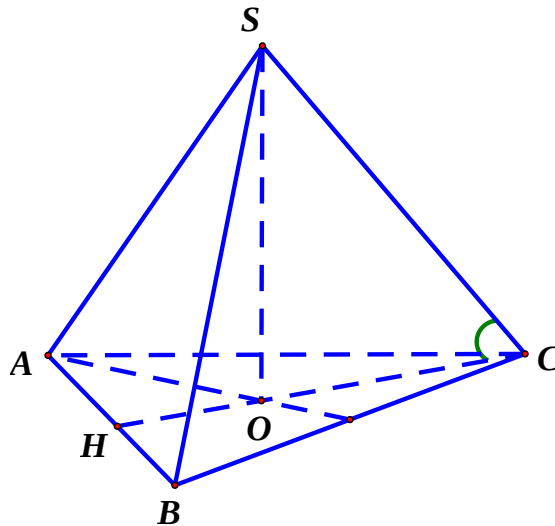
A. $\frac{a^2 \tan \alpha}{12}$.

B. $\frac{a^3 \cot \alpha}{12}$.

C. $\frac{a^3 \tan \alpha}{12}$.

D. $\frac{a^2 \cot \alpha}{12}$.

Lời giải



Gọi O giao điểm của 3 đường cao trong tam giác đều suy ra $SO \perp (ABC)$

Ta có $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên góc giữa cạnh bên và cạnh đáy là $SCO = \alpha$

Ta có $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CO = \frac{2}{3}CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Tam giác SOC vuông tại O nên $\tan \alpha = \frac{SO}{CO} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3} \tan \alpha}{3}$.

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3} \tan \alpha}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{12} \tan \alpha \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 28: Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s).

Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là

A. $6(m/s^2)$.

B. $54(m/s^2)$.

C. $240(m/s^2)$.

D. $60(m/s^2)$.

Lời giải

Ta có: $s = t^3 - 3t^2 - 5 \Rightarrow s' = 3t^2 - 6t \Rightarrow s'' = 6t - 6$.

Gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là: $a = 6 \cdot 10 - 6 = 54(m/s^2) \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 29: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 3m - 2}{x + m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là

A. $1 < m < 2$.

B. $1 \leq m \leq 2$.

C. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 2 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{m^2 - 3m + 2}{(x + m)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định thì $y' = \frac{m^2 - 3m + 2}{(x + m)^2} < 0$,

$(\forall x \neq -m) \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$

$\Rightarrow \text{Chọn A.}$

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1). Cho $A(2;3)$ tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

A. $m = \frac{-1}{2}$.

B. $m = \frac{-3}{2}$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{3}{2}$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 - 3m$. Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

$$y' = 0 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $B(\sqrt{m}; -2m\sqrt{m} + 1)$ $C(-\sqrt{m}; 2m\sqrt{m} + 1)$

Suy ra $\overline{BC}(-2\sqrt{m}; 4m\sqrt{m})$. Gọi M là trung điểm của BC thì $M(0;1)$ nên $\overline{AM}(-2;-2)$

Vậy tam giác ABC là tam giác cân khi và chỉ khi

$AM \perp BC$ khi và chỉ khi $\overline{AM} \cdot \overline{BC} = 0$. Suy ra $m = \frac{1}{2} \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{1}{1-x}$. Khẳng định nào là **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $y'' - 2y^3 = 0$.

B. $y'' - y^3 = 0$.

C. $y'' + y^3 = 0$.

D. $y'' + 2y^3 = 0$.

Lời giải

$$y' = \left(\frac{1}{1-x} \right)' = \frac{1}{(1-x)^2} \Rightarrow y'' = \left(\frac{1}{(1-x)^2} \right)' = \frac{-(2x-2)}{(1-x)^4} = \frac{2-2x}{(1-x)^4} = \frac{2}{(1-x)^3} \text{ mà } y^3 = \frac{1}{(1-x)^3}.$$

Vậy $y'' - 2y^3 = 0 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 7x + 2$. Tập nghiệm của bất phương trình: $f'(x) \geq 0$ là

A. $[1;7]$.

B. $(-\infty;1] \cup [7;+\infty)$.

C. $[-7;-1]$.

D. $[-1;7]$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = -x^2 + 8x - 7$. Khi đó $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 7 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 7$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [1;7] \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , I là trung điểm của AB , có (SIC) và (SID) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = AB = 2a$, $BC = a$, khoảng cách từ I đến (SCD) là $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

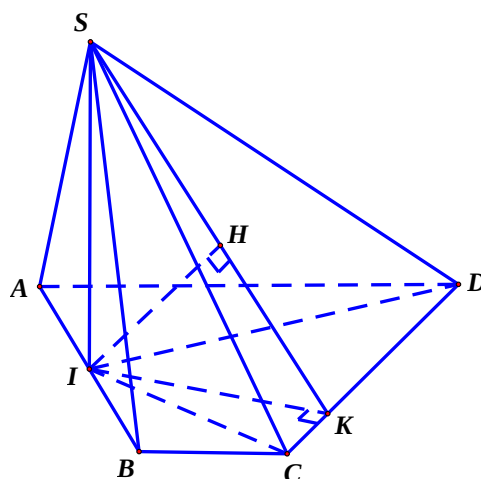
A. a^3 .

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $3a^3$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $SI \perp (ABCD)$, $S_{ABCD} = \frac{(AD+BC).AB}{2} = 3a^2$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên CD , H là hình chiếu vuông góc của I trên SK .

Xét $\triangle ICD$: $ID = CD = a\sqrt{5}$, $CI = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\triangle ICD} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow IK = \frac{2S_{\triangle ICD}}{CD} = \frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Ta có: $SI \perp CD$, $IK \perp CD \Rightarrow CD \perp (SIK) \Rightarrow CD \perp IH$.

Mà $IH \perp SK \Rightarrow IH \perp (SCD)$. Do đó $IH = d(I; (SCD)) = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Xét $\triangle IHK$ vuông tại I : $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} \Rightarrow SI = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SI.S_{ABCD} = \sqrt{3}a^3 \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sin \pi x = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ do đó hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

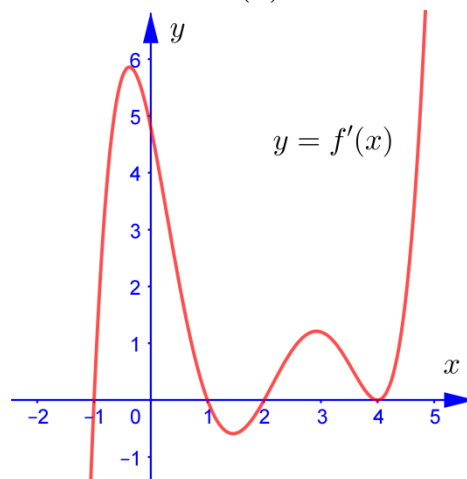
Tương tự: $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x+1) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \sin \pi x = 0$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ do đó hàm số liên tục tại $x = -1$.

Với $x \neq \pm 1$ thì hàm số liên tục trên tập xác định.

Vậy hàm số đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty) \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới



Hàm số $g(x) = f(1-4x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Ta có $g'(x) = -4f'(1-4x)$.

Hàm số $g(x) = f(1-4x)$ đồng biến $\Rightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-4x) < 0$

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$.

$$f'(1-4x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-4x < -1 \\ 1 < 1-4x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} < x < 0 \end{cases}$$

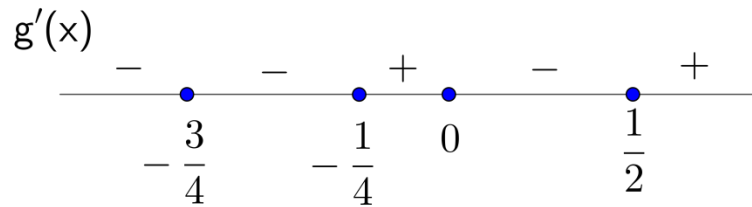
Vậy $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Cách 2.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x)$ có dạng $f'(x) = k(x+1)(x-1)(x-2)(x-4)^2$ với $k > 0$

$$g'(x) = -4f'(1-4x) = -4k(-4x+2)(-4x)(-4x-1)(-4x-3)^2.$$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$.



Vậy $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m-1)x^2 + (5-m)x + m^2 - 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2(m-1)x + 5 - m$

Với hàm đa thức: Số điểm cực trị của $f(|x|)$ bằng 2 lần số điểm cực trị (dương) của $f(x)$ cộng với 1.

Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị $\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ có hai cực trị dương

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \text{ có hai nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 3(5-m) > 0 \\ \frac{2(m-1)}{3} > 0 \\ \frac{5-m}{3} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1 + \sqrt{57}}{2} < m < 5. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 4. \text{ Có 1 giá trị nguyên của tham số } m \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để trên đồ thị hàm số $(C_m): y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-3)x + 2019$ có hai điểm nằm về hai phía của trục tung mà tiếp tuyến của (C_m) tại hai điểm đó cùng vuông góc với đường thẳng $(d): x + 2y + 6 = 0$?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 + 2mx + 2m - 3$.

Đường thẳng $(d): x + 2y + 6 = 0 \Rightarrow (d): y = -\frac{1}{2}x - 3$ có hệ số góc $k = -\frac{1}{2}$.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$. Tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với d nên $y'_{(x_0)} \cdot k = -1 \Rightarrow y'_{(x_0)} = 2$
 $x_0^2 + 2mx_0 + 2m - 3 = 2 \Leftrightarrow x_0^2 + 2mx_0 + 2m - 5 = 0$ (*)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow 2m - 5 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$.

Do m nguyên dương nên $m=1$ hoặc $m=2 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

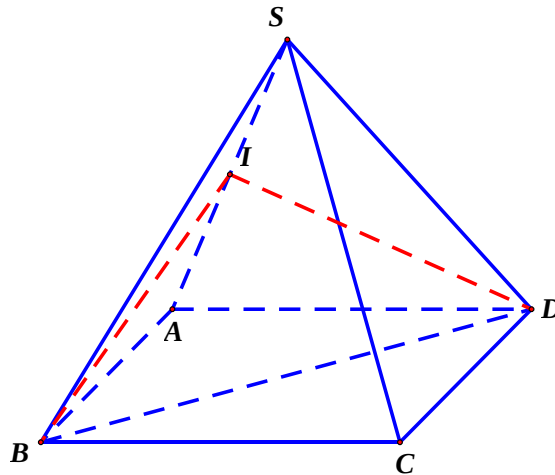
A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm SA .

Vì các tam giác SAB và SAD là tam giác đều nên ta có BI và DI cùng vuông góc với $SA \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là (BI, DI) .

Trong tam giác BID ta có: $\cos(BI, DI) = |\cos BID| = \left| \frac{DI^2 + BI^2 - BD^2}{2BI \cdot DI} \right| = \frac{1}{3}$.

Vậy cosin của góc giữa mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng $\frac{1}{3} \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 39: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-3; -1)$ và $x_2 \in (0; 1)$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

+) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d > 0$.

+) Hàm số nghịch biến trên $(x_1; x_2) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(x_2; +\infty)$, đồ thị hàm số có hướng đi lên khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow a > 0 \rightarrow$ Loại C.

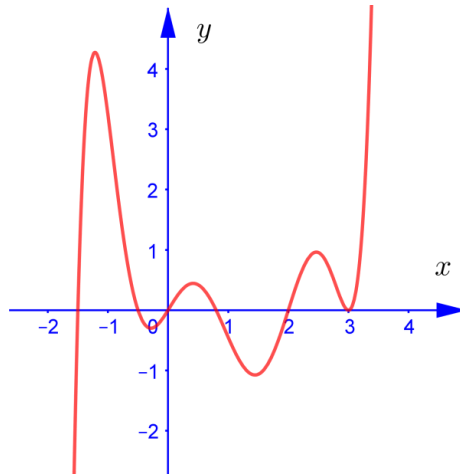
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

+) Hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \xrightarrow{a>0} c < 0 \Rightarrow$ Loại A.

+) Do $x_1 \in (-2; -1)$ và $x_2 \in (0; 1) \Rightarrow x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{2b}{3a} < 0 \Leftrightarrow ab > 0 \xrightarrow{a>0} b > 0 \Rightarrow$ Loại D

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có m điểm cực trị, hàm số $y = |f(x)|$ có n điểm cực trị, hàm số $y = f(|x|)$ có p điểm cực trị. Giá trị $m+n+p$ là

A. 26.

B. 30.

C. 27.

D. 31.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ có 6 điểm cực trị,

Hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 5 điểm nên $y = |f(x)|$ có $6+5=11$ điểm cực trị,

Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị có hoành độ dương nên hàm số $y = f(|x|)$ có $2.4+1=9$ điểm cực trị.

Vậy $m+n+p = 6+11+9 = 26 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 41: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx^2 - x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $[-1; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{11}{4}\right)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{11}{4}\right]$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 2mx - 1$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng

$$(1; 2) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2mx - 1 \leq 0 \\ \forall x \in (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1-3x^2}{2x} = f(x) \\ \forall x \in (1; 2) \end{cases}$$

Ta có $f'(x) = -\frac{3x^2+1}{2x^2} < 0 \forall x \in (1; 2) \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$

$$\Rightarrow f(x) > f(2) = -\frac{11}{4}.$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} m \leq f(x) \\ \forall x \in (1; 2) \end{cases} \Rightarrow m \leq f(2) = -\frac{11}{4} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{11}{4}\right] \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 42: Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ chỉ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3.

A. $m = -\frac{1}{4}$.

B. $m = -\frac{15}{4}$.

C. $m = \frac{15}{4}$.

D. $m = \frac{1}{4}$.

Lời giải

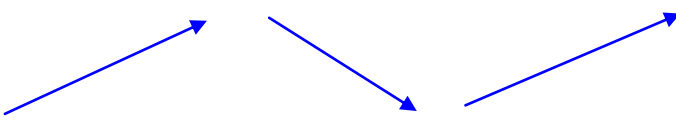
Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 + 6x + m, \Delta' = 9 - 3m$$

Xét $\Delta' \leq 0$ thì $y' \geq 0, \forall x$: Hàm luôn đồng biến (loại)

Xét $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 0$ thì $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 nên $x_1 + x_2 = -2, x_1 x_2 = \frac{m}{3}$

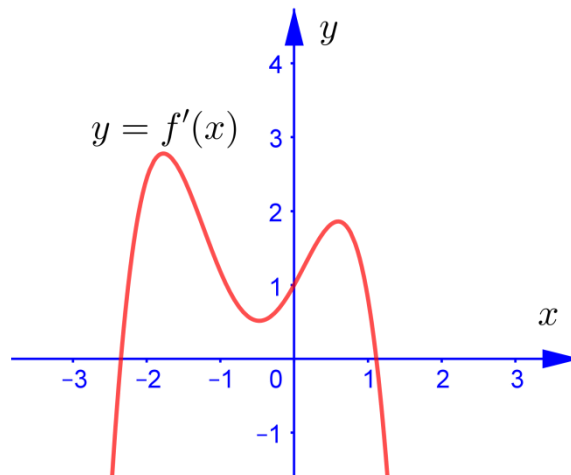
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Theo đề bài: $x_2 - x_1 = 3 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 9 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = 9$

$$\Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 9 \Leftrightarrow 4 - \frac{4}{3}m = 9 \Leftrightarrow m = -\frac{15}{4} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hỏi hàm số $y = f(x) + \frac{2017 - 2019x}{2018}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 3.

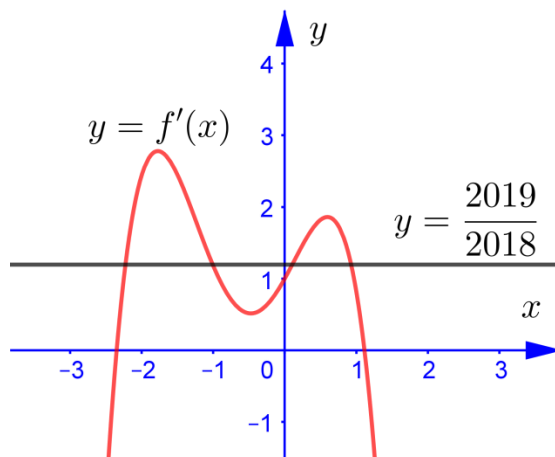
C. 2.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $y' = f'(x) - \frac{2019}{2018}$. Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{2019}{2018}$ (*).

Số nghiệm của (*) là số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = \frac{2019}{2018}$.



Suy ra (*) có 4 nghiệm phân biệt nên hàm số có 4 cực trị $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(2x+m+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra $f'(x^2) = x^2(x^2-2)^2(2x^2+m+1)$.

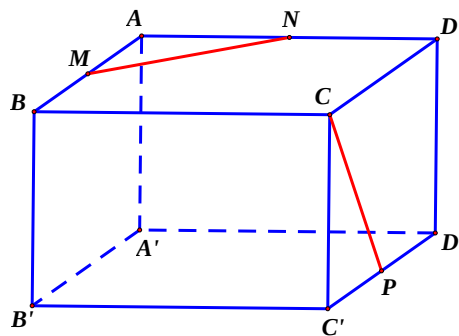
Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2)$. Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $g'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 2xf'(x^2) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 2x.x^2(x^2-2)^2(2x^2+m+1) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + m + 1 \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -2x^2 - 1, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{(1; +\infty)}(-2x^2 - 1) = -5 \Rightarrow m \geq -5. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow m = \{-5; -4; -3; -2; -1\} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, C'D'$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng MN và CP .



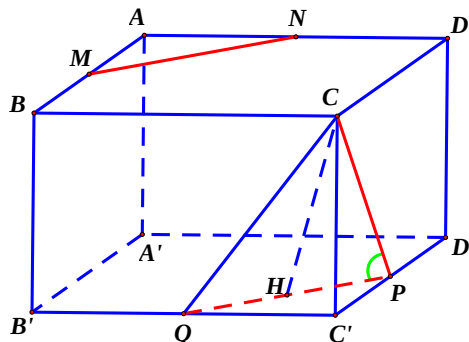
A. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải



Gọi Q là trung điểm $B'C'$. Khi đó $PQ \parallel MN$.

Ta có $(MN, CP) = (PQ, CP) = \angle CPQ$ vì tam giác CPQ cân tại C do $CP = CQ = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Gọi H trung điểm PQ nên $CH \perp PQ$; $PQ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow PH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Vậy } \cos \angle CPH = \frac{PH}{CP} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 46: Cho lăng trụ đứng tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi I là trung điểm của $B'C'$. Khoảng cách từ điểm B tới mặt phẳng $(AA'I)$ là

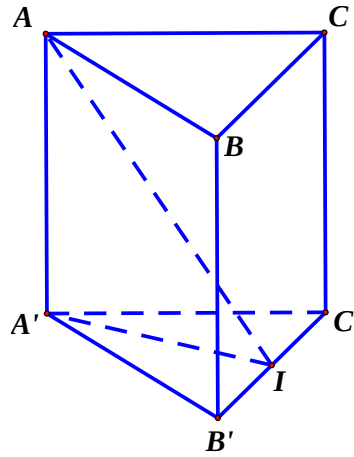
A. $\frac{a}{3}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{4}$.

Lời giải



Ta có $BB' \parallel AA' \Rightarrow BB' \parallel (AA'I) \Rightarrow d(B, (AA'I)) = d(B', (AA'I))$.

Ta có tam giác $A'B'C'$ là tam giác đều nên $A'I \perp B'C'$ (1).

Mặt khác $AA' \perp (A'B'C') \Rightarrow AA' \perp B'C'$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $B'C' \perp (AA'I)$ tại $I \Rightarrow d(B', (AA'I)) = B'I = \frac{a}{2} \Rightarrow \text{Chọn C}$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2 \cos x + 3}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$

A. $m > -3$.

B. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

C. $m < -3$.

D. $\begin{cases} -3 < m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Lời giải

Đặt $t = \cos x$, với $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Hàm số trở thành $y(t) = \frac{2t+3}{2t-m} \Rightarrow y'(t) = \frac{-2m-6}{(2t-m)^2}$.

Ta có $t' = -\sin x < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$, do đó $t = \cos x$ **nghịch biến** trên $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

Do đó YCBT $\Leftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow y'(t) > 0, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m-6 > 0 \\ 2t-m \neq 0 \end{cases}, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m \neq 2t \end{cases}, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m \notin (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow m < -3 \Rightarrow \text{Chọn C}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm tới cấp 3 với $f'''(x) = 0$ và thỏa mãn $\left[f'(x)\right]^{2018} [1 - f''(x)] = 2x(x+1)^2(x-2018)^{2019} : f''(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = \left[f'(x)\right]^{2019} [1 - f''(x)]$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có $g'(x) = 2019 \left[f'(x)\right]^{2018} f''(x) \cdot [1 - f''(x)] - \left[f'(x)\right]^{2019} f'''(x)$. Do $f'''(x) = 0$

$\Rightarrow g'(x) = 2019 \left[f'(x)\right]^{2018} f''(x) \cdot [1 - f''(x)]$

Ta có $\left[f'(x)\right]^{2018} [1 - f''(x)] = 2x(x+1)^2(x-2018)^{2019} : \left[f''(x)\right]$

$$\Rightarrow \left[f'(x) \right]^{2018} [1 - f''(x)] f''(x) = 2x(x+1)^2 (x-2018)^{2019}$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2019 \cdot 2x(x+1)^2 (x-2018)^{2019}$$

Ta thấy $x=0$ và $x=2018$ là các nghiệm đơn nên hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực trị

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 49: Để phương trình $\sqrt[4]{x^4+4x+m} + \sqrt{x^4+4x+m} = 6$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thì tất cả các giá trị thực của m là

A. $m < 19$.

B. $m > 19$.

C. $m \leq 19$.

D. $m \geq 19$.

Lời giải

Điều kiện: $x^4 + 4x + m \geq 0$

Đặt $t = \sqrt[4]{x^4 + 4x + m} \Rightarrow \sqrt{x^4 + 4x + m} = t^2$ với $t \geq 0$.

Khi đó, phương trình đã cho trở thành $t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases} \Rightarrow t = 2$ (do $t \geq 0$)

Với $t = 2$ ta có $\sqrt[4]{x^4 + 4x + m} = 2 \Leftrightarrow x^4 + 4x + m = 16$

Do đó phương trình $x^4 + 4x + m = 16 \Leftrightarrow m = -x^4 - 4x + 16$

Xét hàm số $f(x) = -x^4 - 4x + 16$ trên $\mathbb{R}$

Ta có: $f'(x) = -4x^3 - 4 = -4(x^3 + 1)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	19	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì $m < 19$

$\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) .

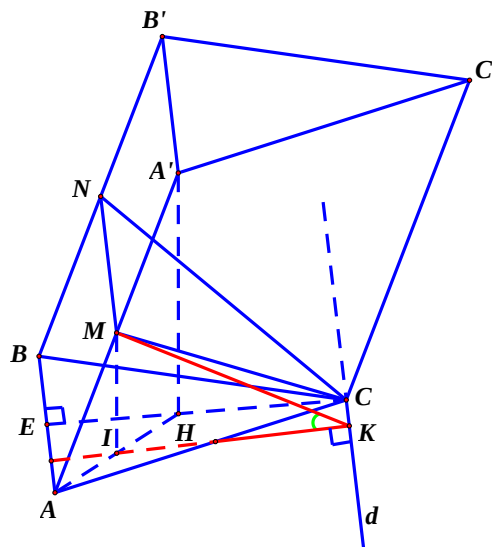
A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trực tâm tam giác đều ABC và I là trung điểm của AH . Ta có $AH \perp (ABC)$ và $MI \perp (ABC)$. Qua C kẻ đường thẳng d song song với $MN \parallel AB$ nên d giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) . Kẻ $IK \perp d$ tại K .

Ta có $MI \perp d$ và $IK \perp d$ nên $MK \perp d$. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) là $\alpha = MKI$.

Gọi E là trung điểm cạnh AB . Xét tam giác ABC ta có $KI = CP - \frac{1}{2}EH = \frac{5}{6}CP = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$ (

Ta có $MI = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}\sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$.

Vậy $\tan \alpha = \tan MKI = \frac{MI}{KI} = \frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{12}{5a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

LẦN 2

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....



- Câu 1.** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
- A. Nếu $f'(x) = 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi trên khoảng $(a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu hàm số $y = f(x)$ không đổi trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) = 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.
- Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và $SA \perp (ABC)$, biết $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m-1)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?
- A. $0 < m < 1$. B. $0 \leq m \leq 1$. C. $m < 0$ hoặc $m > 1$. D. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.
- Câu 4.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?
- A. $y = x^2 - 4x + 2$. B. $y = \frac{x-2}{x-1}$. C. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$. D. $y = -x^4 + 1$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m-3)x + m - 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có hai cực trị.
- A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 2$ B. $-1 < m < 2$ C. $-1 \leq m \leq 2$ D. $m < -1$ hoặc $m > 2$
- Câu 6.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$; $AA' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đó là
- A. $4a^3\sqrt{3}$. B. $2a^3$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $6a^3$.
- Câu 7.** Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{x+2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây?
- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $y = 1$. D. $x = -1$.
- Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng
- A. 1 B. 4 C. 5 D. 3

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	—	—	—	—	
y	-3 ↘ -5	$+\infty$ ↘ -1 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 3		

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 4 tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

Câu 10. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ không có cực trị.
- B. Hàm số $y = 2x^4 + 3x^2 - 4$ không có cực trị.
- C. Hàm số $y = x^2 + 3x - 1$ có một cực tiểu.
- D. Hàm số $y = 2x^3$ không có cực trị.

Câu 11. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 1 + \frac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Giá trị của m là

- A. $m = 2$
- B. $m = 5$
- C. $m = 3$
- D. $m = 4$

Câu 12. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AD, BD, BC . Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là

- A. $\frac{V}{6}$
- B. $\frac{V}{3}$
- C. $\frac{V}{4}$
- D. $\frac{V\sqrt{2}}{3}$

Câu 13. Tìm tất cả giá trị m để hàm số sau nghịch biến trên các khoảng xác định: $y = \frac{mx-4}{x-m}$

- A. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
- B. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
- C. $-2 \leq m \leq 2$.
- D. $-2 < m < 2$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau có 3 điểm cực trị: $y = -x^4 - mx^2 + m^2 - 1$.

- A. $m = -1$.
- B. $m \leq -1$.
- C. $m > 0$.
- D. $m < 0$.

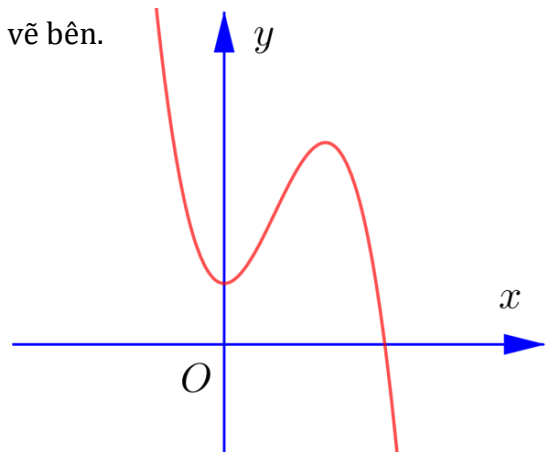
Câu 15. Trong các giá trị sau đây, giá trị nào là giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$?

- A. 1.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 2.

Câu 16. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
- B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



Câu 17. Hàm số $y = x^4 - 4x^3 - 5$ đạt giá trị cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 1.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với và SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. SAD .
- B. ASD .
- C. SDA .
- D. BSD .

Câu 19. Hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số tăng trên khoảng $(-1; 3)$. B. Hàm số giảm trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số tăng trên khoảng $(-3; -1)$. D. Hàm số giảm trên khoảng $(2; 3)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA ; SB ; SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = a$; $SB = 2a$; $SC = 3a$. Tính chiều cao SH của khối chóp $SABC$.

- A. $\frac{49a}{36}$. B. $\frac{7a}{6}$. C. $\frac{6a}{7}$. D. $\frac{36a}{49}$.

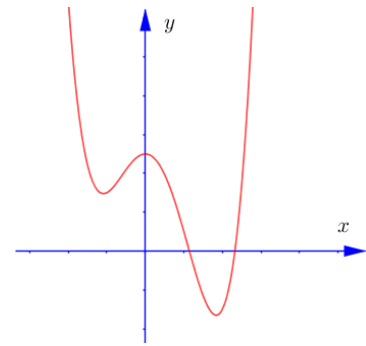
Câu 21. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là a^3 . Khi đó thể tích khối $ACB'D'$ là:

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 22. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.



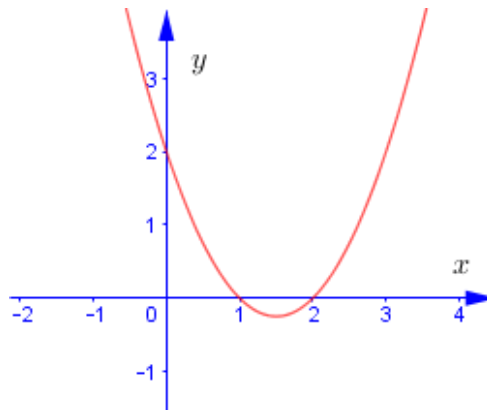
Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết $AB = a$, $AD = 3a$, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 6a^3$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m+1)x^2 + 9mx - m + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số đã cho có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa: $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 28$.

- A. $m = 2$. B. $m = -\frac{1}{4}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1-3x)$ đồng biến trên khoảng:



- A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + mx - m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trên $(3; +\infty)$

- A. $m \leq 3$. B. $m > 3$. C. $m < 3$. D. $m \geq 3$.

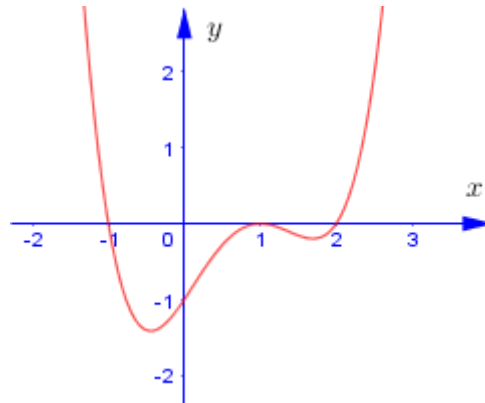
Câu 27. Tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD ?

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. a .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $3\sqrt{2}a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = f(1 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 30. Một kim tự tháp Ai Cập được xây dựng khoảng 2500 năm trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 150 m, cạnh đáy dài 220 m. Hỏi diện tích xung quanh của kim tự tháp đó bằng bao nhiêu? (Diện tích xung quanh của hình chóp là tổng diện tích của các mặt bên)

- A. $2200\sqrt{346}(\text{m}^2)$ B. $1100\sqrt{346}(\text{m}^2)$
C. $(4400\sqrt{346} + 48400)(\text{m}^2)$ D. $4400\sqrt{346}(\text{m}^2)$

Câu 31. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\triangle ABC$ vuông cân tại B , $AC = 2a$. Thể tích khối $ABC.A'B'C'$ là $2a^3$. Chiều cao của khối chóp $A.A'BC$ là:

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

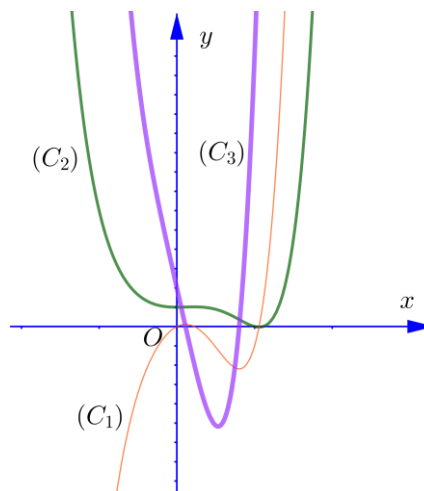
Câu 32. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x + m(\sin x + \cos x + m)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. Vô số.

Câu 34. Hình vẽ bên dưới cho biết 3 đồ thị $(C_1), (C_2), (C_3)$. Thứ tự các đồ thị $f(x), f'(x), f''(x)$ lần lượt là



- A. $(C_1), (C_2), (C_3)$. B. $(C_2), (C_1), (C_3)$. C. $(C_3), (C_2), (C_1)$. D. $(C_2), (C_3), (C_1)$.

- Câu 35.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy là 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 36.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$
- A. 2017 B. 2019 C. 2020 D. 2018
- Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, có SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) là
- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ B. $\frac{a\sqrt{57}}{18}$ C. $\frac{a\sqrt{45}}{7}$ D. $\frac{a\sqrt{52}}{16}$
- Câu 38.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AD ; H là giao điểm của CN với DM . Biết SH vuông góc với $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường DM và SC theo a .
- A. $\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$ B. $\frac{2\sqrt{3}a}{19}$ C. $\frac{\sqrt{3}a}{19}$ D. $\frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$
- Câu 39.** Cho các hàm số $f(x), g(x), h(x) = \frac{f(x)}{3-g(x)}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0 = 2018$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $f(2018) \geq -\frac{1}{4}$ B. $f(2018) \leq -\frac{1}{4}$ C. $f(2018) \geq \frac{1}{4}$ D. $g(2018) \leq \frac{1}{4}$
- Câu 40.** Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích 2 phần đó.
- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{17}$. D. $\frac{5}{17}$.
- Câu 41.** Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^2$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị tham số m là:
- A. $m = -\sqrt{2}$ B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $m = \pm\sqrt{2}$ D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- Câu 42.** Cho tứ diện $ABCD$, có $AB = CD = 6$, khoảng cách giữa AB và CD là 8, góc giữa AB và CD là α . Thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất là
- A. 48. B. 52. C. 64. D. 36.
- Câu 43.** Biết trên đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{x+2}$ có hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng $d: 3x - y + 15 = 0$. Tính giá trị $S = x_1 + y_1 + x_2 + y_2$
- A. $S = 3$. B. $S = -2$. C. $S = -4$. D. $S = 5$.
- Câu 44.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Các mặt bên $(SAB), (SAC), (SBC)$ lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC .
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4(4+\sqrt{3})}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2(4+\sqrt{3})}$.

- Câu 45.** Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên).
- A. 10 (km/giờ). B. 25 (km/giờ). C. 15 (km/giờ). D. 20 (km/giờ).
- Câu 46.** Cho hai số dương x, y thỏa mãn $x + y = \frac{5}{4}$. Khi biểu thức $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x^2 + y^2$.
- A. $x^2 + y^2 = \frac{25}{32}$. B. $x^2 + y^2 = \frac{25}{16}$. C. $x^2 + y^2 = \frac{17}{16}$. D. $x^2 + y^2 = \frac{13}{16}$.
- Câu 47.** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $I(1;2)$. Điểm $M(a;b)$, $a > 0$ thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại M của (C) vuông góc với đường thẳng IM. Giá trị $a+b$ bằng
- A. 1. B. 2. C. 4. D. 5.
- Câu 48.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC). Giá trị $\sin \alpha$ bằng
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 49.** Cho a, b, c là các số thực thỏa $0 \leq a < b \leq c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
- $$P = \frac{2a^2 + b^2 + c^2}{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)} + \frac{a+b+c}{(a+b)c} + 2\sqrt{a+b+c}$$
- thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?
- A. (2;3). B. (3;4). C. (4;5). D. (5;6).
- Câu 50.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C), điểm M di động trên (C). Gọi d là tổng khoảng cách từ điểm M đến hai trục tọa độ. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của d là
- A. $\frac{207}{250}$. B. $\sqrt{2} - 1$. C. $2\sqrt{2} - 1$. D. $2\sqrt{2} - 2$.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

**Câu 1.** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?A. Nếu $f'(x) = 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi trên khoảng $(a; b)$.B. Nếu $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.C. Nếu hàm số $y = f(x)$ không đổi trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) = 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.

Lời giải

Chọn B

Câu B sai do thiếu điều kiện dấu bằng trong $f'(x) \geq 0$ xảy ra tại hữu hạn điểm vì nếu $f'(x) = 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm hằng không phải là hàm đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và $SA \perp (ABC)$, biết $SA = a$.Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn ATa có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA$ là chiều cao.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12} \text{ (đvtt).}$$

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m-1)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $0 < m < 1$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $m < 0$ hoặc $m > 1$.

D. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn B

$y' = -x^2 - 2(m-1)x + m - 1$. Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \leq 0$ với $\forall x$
 $-x^2 - 2(m-1)x + m - 1 \leq 0, \forall x$.

$$\text{Điều kiện } \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$$

Câu 4. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

A. $y = x^2 - 4x + 2$.

B. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$.

D. $y = -x^4 + 1$.

Lời giải

Chọn B

$y = x^2 - 4x + 2$ suy ra $y' = 2x - 4 \leq 0, \forall x \in (1, 2)$. Loại A

$y = \frac{x-2}{x-1}$ suy ra $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$. Do đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty, 1)$ và $(1, +\infty)$

Suy ra, hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. Chọn B

$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ suy ra $y' = x^2 - 4x + 3. y' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$. Loại C

$y = -x^4 + 1$ suy ra $y' = -4x^3 < 0, \forall x \in (1; 2)$. Loại D

Câu 5. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m-3)x + m - 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có hai cực trị.

A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 2$ B. $-1 < m < 2$ C. $-1 \leq m \leq 2$

D. $m < -1$ hoặc $m > 2$

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$; Ta có: $y' = -x^2 + 2(m-1)x + m - 3$.

Hàm số có hai cực trị khi $(m-1)^2 + m - 3 > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$.

Câu 6. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a; AA' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $4a^3\sqrt{3}$.

B. $2a^3$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $6a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = h.S = AA'.S_{ABC} = 2a\sqrt{3}.4a^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = 6a^3$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{x+2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây?

A. $y = -2$.

B. $x = -2$.

C. $y = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x+2} = -\infty$.

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

Câu 8. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 1

B. 4

C. 5

D. 3

Lời giải

Chọn B

$y = -x^4 + 4x^2 \Rightarrow y' = -4x^3 + 8x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = \sqrt{2} \in [-1; 2] \\ x = -\sqrt{2} \notin [-1; 2] \end{cases}$

$y(-1) = 3; y(2) = 0; y(0) = 0; y(\sqrt{2}) = 4$

Vậy $\max_{[-1; 2]} y = y(\sqrt{2}) = 4$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	-		-	-	-
y	-3	$+\infty$	-1	$+\infty$	3

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 4 tiệm cận.
 B. Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = -2, x = 2$ và hai tiệm cận ngang $y = -3, y = 3$.

Câu 10. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ không có cực trị.
 B. Hàm số $y = 2x^4 + 3x^2 - 4$ không có cực trị.
 C. Hàm số $y = x^2 + 3x - 1$ có một cực tiểu.
 D. Hàm số $y = 2x^3$ không có cực trị.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = 2x^4 + 3x^2 - 4$. Có tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 8x^3 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	-4	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 11. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 1 + \frac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Giá trị của m là

- A. $m = 2$ B. $m = 5$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Lời giải

Chọn D

Xét trên khoảng $(1; +\infty)$, ta có $x - 1 > 0$ và $\frac{4}{x-1} > 0$. Nên theo bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$y = x - 1 + \frac{4}{x-1} \geq 2\sqrt{(x-1)\left(\frac{4}{x-1}\right)} = 4.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x - 1 = \frac{4}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = 4$.

Cách 2:

$$\text{Có } y' = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ x-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1. \end{cases}$$

x	1	3	$+\infty$
y'		$-$	0 $+$
y			4

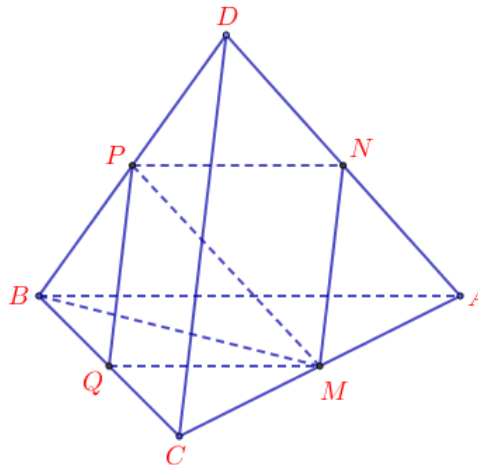
Vậy từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = 4$

Câu 12. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AD, BD, BC . Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là

- A. $\frac{V}{6}$ B. $\frac{V}{3}$ C. $\frac{V}{4}$ D. $\frac{V\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{AMNPQ} = 2V_{APMQ}$ (do $MNPQ$ là hình thoi), $AB \parallel MQ \Rightarrow V_{APMQ} = V_{BPMQ}$

Mặt khác do P là trung điểm của BD nên $d(P, (ABC)) = \frac{1}{2}d(D, (ABC))$, đồng thời

$$\begin{aligned} S_{BQM} &= \frac{1}{4}S_{ABC} \Rightarrow V_{BPMQ} = \frac{1}{3}d(P, (ABC)).S_{BQM} = \frac{1}{6}d(D, (ABC)).\frac{1}{4}S_{ABC} \\ &= \frac{1}{8}.\frac{1}{3}d(D, (ABC)).S_{ABC} = \frac{V}{8} \Rightarrow V_{AMNPQ} = \frac{V}{4}. \end{aligned}$$

Câu 13. Tìm tất cả giá trị m để hàm số sau nghịch biến trên các khoảng xác định: $y = \frac{mx-4}{x-m}$

- A. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
C. $-2 \leq m \leq 2$. D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$.

Theo yêu cầu bài toán: $y' < 0 \Leftrightarrow -m^2+4 < 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 2$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau có 3 điểm cực trị: $y = -x^4 - mx^2 + m^2 - 1$.

- A. $m = -1$. B. $m \leq -1$. C. $m > 0$. D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$y = -x^4 - mx^2 + m^2 - 1 \quad (1)$$

$$y' = -4x^3 - 2mx = -2x(2x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 = -m \end{cases} \quad (1)$$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (1) \text{ có 2 nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$$

Câu 15. Trong các giá trị sau đây, giá trị nào là giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = -28 \\ x = -1 \Rightarrow y = 4 \end{cases}.$$

Đối với hàm bậc ba thì giá trị cực đại luôn lớn hơn giá trị cực tiểu nên chọn C

Câu 16. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

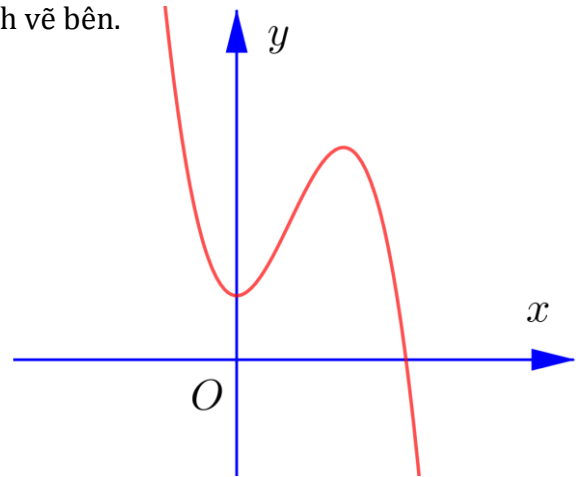
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



Lời giải

Chọn D.

Từ hình dáng đồ thị ta suy ra hệ số $a < 0, d > 0$ loại đáp án C.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$ nên $y'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ loại đáp án A.

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-2b}{3a} \end{cases}$$

Do hoành độ điểm cực đại dương nên $\frac{-2b}{3a} > 0$, mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 17. Hàm số $y = x^4 - 4x^3 - 5$ đạt giá trị cực tiểu tại điểm nào sau đây?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

$$y' = 4x^3 - 12x^2, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
y'	-	0	-	0	+		
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\searrow$	-32	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số giá trị cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với và SA vuông góc với mặt đáy.

Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. SAD .

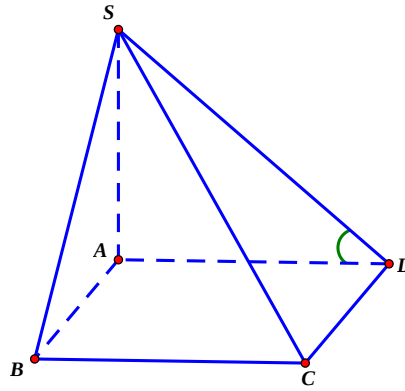
B. ASD .

C. SDA .

D. BSD .

Lời giải

Chọn C



Ta có $SA \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow AD$ là hình chiếu vuông góc của SD xuống mặt $(ABCD)$.

$\Rightarrow (SD, (ABCD)) = (SD, AD) = SDA$.

Câu 19. Hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số tăng trên khoảng $(-1; 3)$.

B. Hàm số giảm trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số tăng trên khoảng $(-3; -1)$.

D. Hàm số giảm trên khoảng $(2; 3)$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Có: $f'(x) = -6x^2 + 6x + 12$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-7		20		$-\infty$

$\Rightarrow$ hàm số giảm trên khoảng $(2; 3)$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA ; SB ; SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = a$; $SB = 2a$; $SC = 3a$. Tính chiều cao SH của khối chóp $SABC$.

A. $\frac{49a}{36}$.

B. $\frac{7a}{6}$.

C. $\frac{6a}{7}$

D. $\frac{36a}{49}$.

Lời giải

Chọn C.

Kẻ $SK \perp BC$, kẻ $SH \perp AK$

$$\begin{cases} BC \perp SK \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp SH$$

$$\begin{cases} SH \perp AK \\ SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{49}{36a^2} \Rightarrow SH = \frac{6a}{7}$$

Câu 21. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là a^3 . Khi đó thể tích khối $ACB'D'$ là:

A. $\frac{a^3}{6}$.

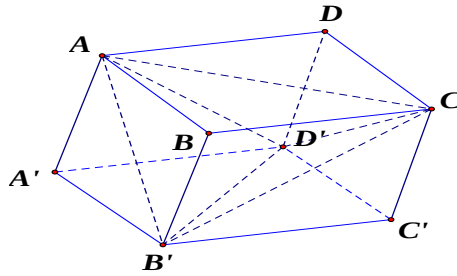
B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

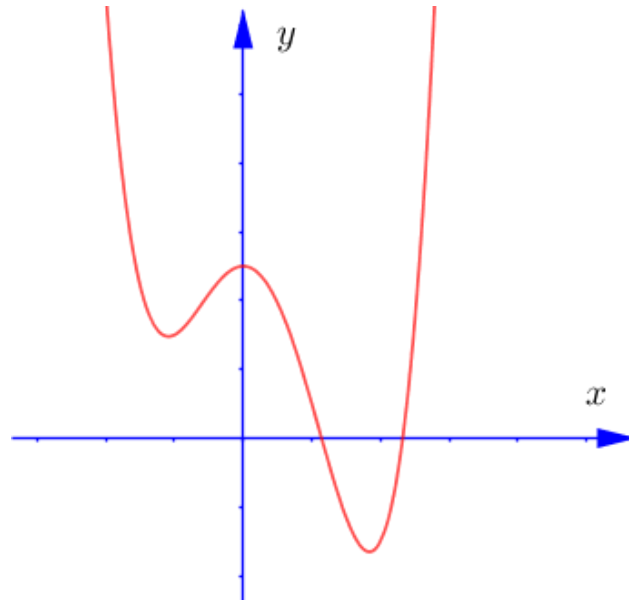
Chọn B.



$$V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} a^3.$$

Câu 22. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy ($ABCD$). Biết $AB = a$, $AD = 3a$, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$.

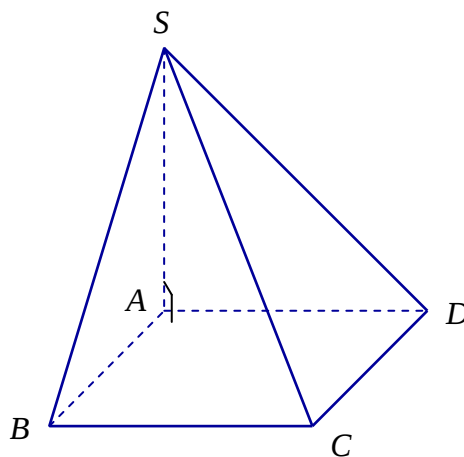
B. $V = 2a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 6a^3$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} 2a \cdot 3a^2 = 2a^3.$$

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m+1)x^2 + 9mx - m + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số đã cho có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa: $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 28$.

- A. $m = 2$. B. $m = -\frac{1}{4}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - (2m+1)x^2 + 9mx - m + 1 \quad (1)$$

$$y' = x^2 - 2(2m+1)x + 9m$$

Hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ (2) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(2m+1)x + 9m = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt}$$

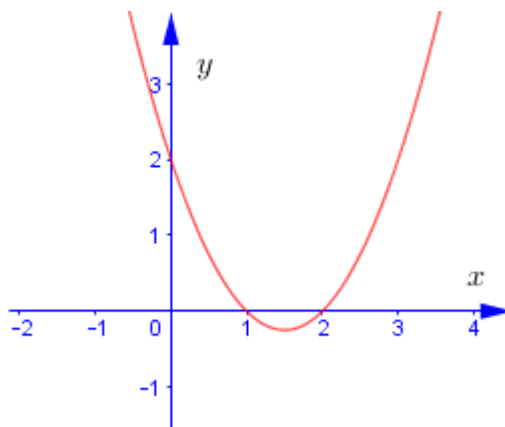
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta' = (2m+1)^2 - 9m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2 - 5m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4} \vee m > 1$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (2) $\Rightarrow x_1, x_2$ là 2 điểm cực trị.

$$\text{Theo định lí Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(2m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = 9m \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } x_1 + x_2 + x_1x_2 = 28 \Leftrightarrow 2(2m+1) + 9m = 28 \Leftrightarrow m = 2 \text{ (nhận).}$$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1-3x)$ đồng biến trên khoảng:



- A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } (f(1-3x))' = (1-3x)' \cdot f'(1-3x) = -3f'(1-3x).$$

$$\text{Ta có: } (f(1-3x))' > 0 \Leftrightarrow f'(1-3x) < 0 \Leftrightarrow 1 < 1-3x < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 0.$$

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + mx - m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trên $(3; +\infty)$

- A. $m \leq 3$. B. $m > 3$. C. $m < 3$. D. $m \geq 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$+ y' = x^2 - 4x + m.$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ thì $y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + m \geq 0$ (1) $\forall x \in (3; +\infty)$

$$(1) \Leftrightarrow m \geq -x^2 + 4x$$

+ Xét $f(x) = -x^2 + 4x \quad \forall x \in (3; +\infty), f'(x) = -2x + 4$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Ta có Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		/	+	/	-	/	
$f(x)$		/		0			

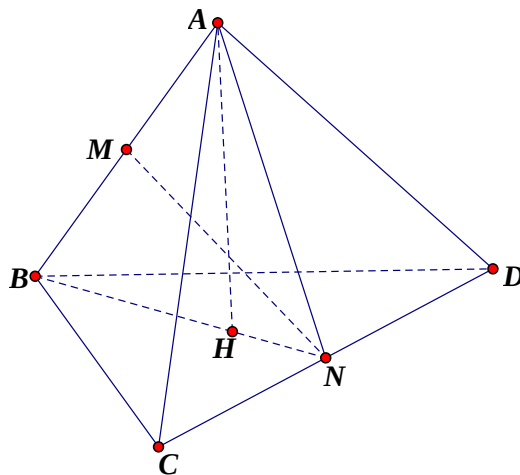
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m \geq 3$

Câu 27. Tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD ?

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. a .

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Ta có: $BN = AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $NM \perp AB$.

Tương tự $MN \perp CD$. Do đó MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD .

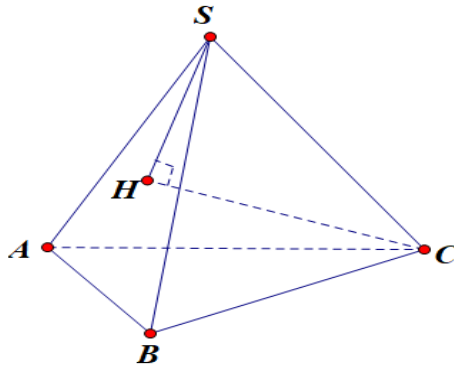
$$\Rightarrow d(AB, CD) = MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $3\sqrt{2}a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

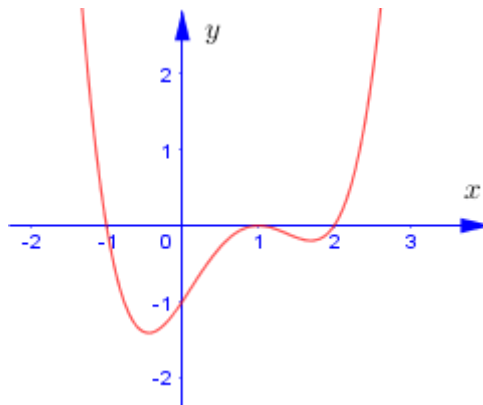


Ta có $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB \cdot \sin ASB \leq \frac{1}{2} SA \cdot SB$ và $d(C, (SAB)) = CH \leq SC$.

Vì $V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SAB} \cdot d(C, (SAB)) \leq \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot a \cdot 2a \cdot 3a = a^3$.

Dấu “=” xảy ra khi $\sin ASB = 1$ và $SC \perp (SAB)$ hay SA, SB, SC đôi một vuông góc tại S .
Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ là a^3 .

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = f(1 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\left(f(1 - x^2) \right)' = 2x \cdot f'(1 - x^2)$.

Ta có: $\left(f(1 - x^2) \right)' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 - x^2 = -1 \\ 1 - x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$. Có 3 điểm cực trị.

Câu 30. Một kim tự tháp Ai Cập được xây dựng khoảng 2500 năm trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 150 m, cạnh đáy dài 220 m. Hỏi diện tích xung quanh của kim tự tháp đó bằng bao nhiêu? (Diện tích xung quanh của hình chóp là tổng diện tích của các mặt bên)

A. $2200\sqrt{346}(\text{m}^2)$.

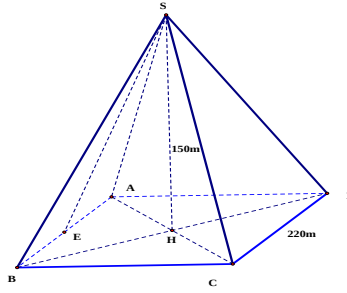
B. $1100\sqrt{346}(\text{m}^2)$

C. $(4400\sqrt{346} + 48400)(\text{m}^2)$

D. $4400\sqrt{346}(\text{m}^2)$

Lời giải

Chọn D



Để thấy $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 220\sqrt{2} \Rightarrow BH = \frac{1}{2}BD = 110\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SHB , có $SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = \sqrt{150^2 + (110\sqrt{2})^2} = 10\sqrt{467}$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều $\Rightarrow SA = SB = SC = SD = 10\sqrt{467}$.

Gọi E là trung điểm của AB .

Trong tam giác vuông SEA , có $SE = \sqrt{SA^2 - EA^2} = \sqrt{(10\sqrt{467})^2 - 110^2} = 10\sqrt{346}$

Vậy $S_{xq} = 4S_{ABC} = 4 \cdot \frac{1}{2} SE \cdot AB = 2 \cdot 10\sqrt{346} \cdot 220 = 4400\sqrt{346} \text{ (m}^2\text{)}$

Câu 31. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\triangle ABC$ vuông cân tại B , $AC = 2a$. Thể tích khối $ABC.A'B'C'$ là $2a^3$. Chiều cao của khối chóp $A.A'BC$ là:

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

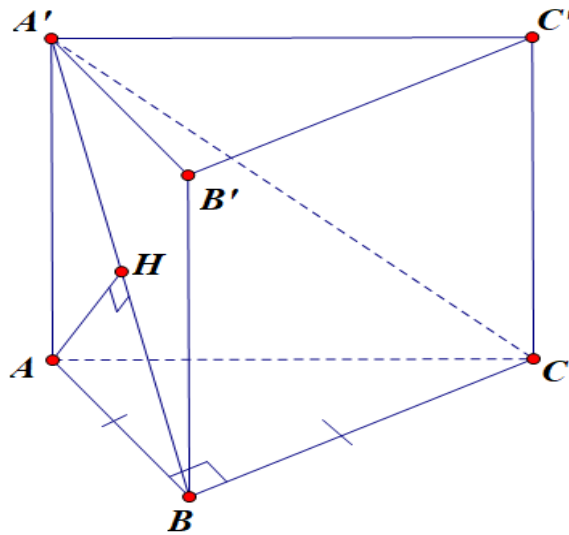
B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Xét $\triangle ABC$ cân tại B có $AC = 2a \Rightarrow AB = BC = a\sqrt{2}$.

Suy ra $AA' = \frac{2a^3}{\frac{1}{2} \cdot (a\sqrt{2})^2} = 2a$.

Từ A kẻ $AH \perp A'B$ ($H \in A'B$) $\Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH$.

Ta có: $AH \cdot A'B = AA' \cdot AB \Rightarrow AH = \frac{AA' \cdot AB}{A'B} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Câu 32. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

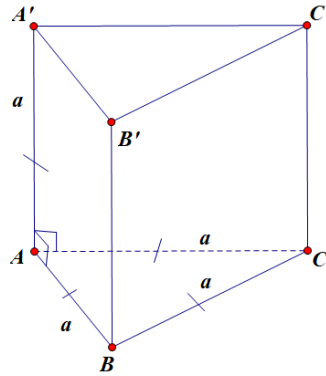
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$



Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x + m(\sin x + \cos x + m)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = 3 + m\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4})$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' = 3 + m\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

TH1: $m = 0$ thỏa mãn.

TH2: $m > 0$ thì để $y' = 3 + m\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 3 - m\sqrt{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{\sqrt{2}}$

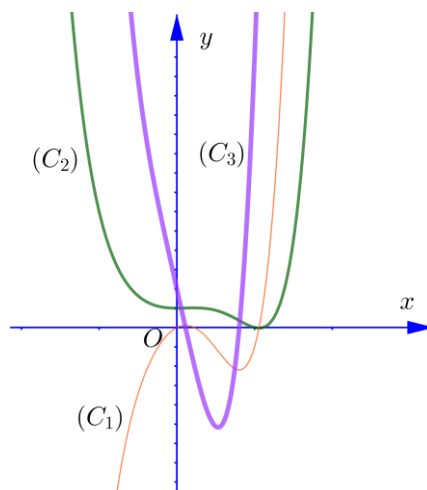
Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1; 2\}$

TH3: $m < 0$ thì để $y' = 3 + m\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 3 + m\sqrt{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{\sqrt{2}}$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; -2\}$

Vậy: $m = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

Câu 34. Hình vẽ bên dưới cho biết 3 đồ thị $(C_1), (C_2), (C_3)$. Thứ tự các đồ thị $f(x), f'(x), f''(x)$ lần lượt là



A. $(C_1), (C_2), (C_3)$.

B. $(C_2), (C_1), (C_3)$.

C. $(C_3), (C_2), (C_1)$.

D. $(C_2), (C_3), (C_1)$.

Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy là 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

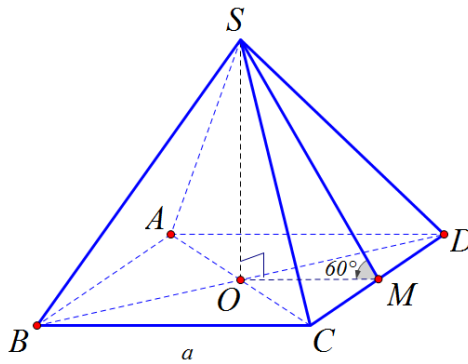
A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Chọn B.

Chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SO vuông với đáy. Góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $SOM = 60^\circ$.

Xét $\triangle SOM$ có $SO = OM \tan SMO = \frac{a}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

A. 2017

B. 2019

C. 2020

D. 2018

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

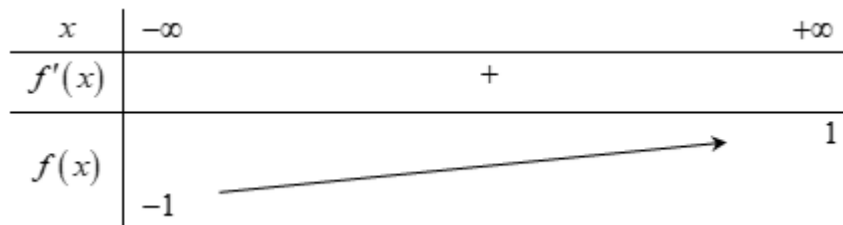
$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - m.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \forall x \in \mathbb{R} (1)$.

Xét $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ trên $\mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1.$$

$$f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}.$$



Ta có: $m \leq \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -1$. Mặt khác $m \in [-2018; 2018] \Rightarrow m \in [-2018; -1]$.

Vậy có 2018 số nguyên m thỏa điều kiện.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, có SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$

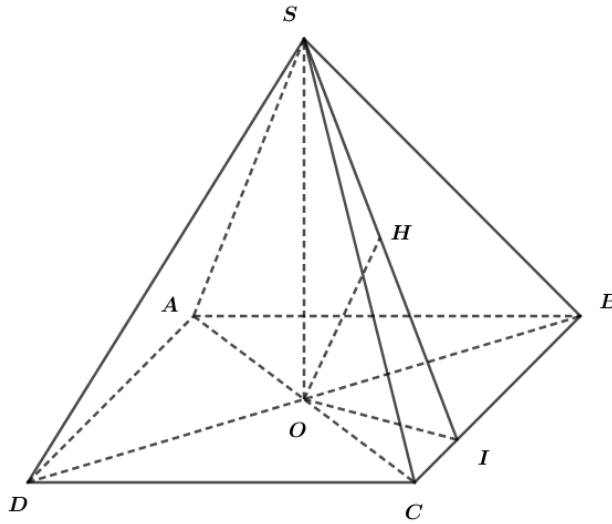
B. $\frac{a\sqrt{57}}{18}$

C. $\frac{a\sqrt{45}}{7}$

D. $\frac{a\sqrt{52}}{16}$

Lời giải

Chọn A



Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên BC

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên SI

Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp OI \\ BC \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow BC \perp OH$

Ta lại có $OH \perp SI$ từ đó suy ra $OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = OH$

Do tam giác ABD đều nên suy ra $OA = OC = a\sqrt{3}$ và $OB = \frac{a}{2}$

Trong tam giác vuông OBC có $\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$

Trong tam giác vuông OSI có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{19}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{57}}{19}$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AD ; H là giao điểm của CN với DM . Biết SH vuông góc với $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường DM và SC theo a .

A. $\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$

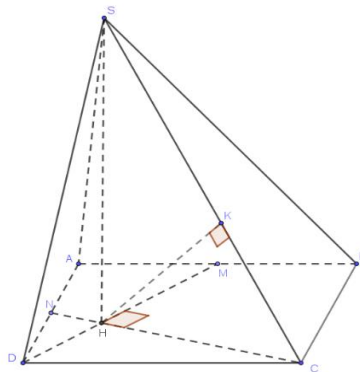
B. $\frac{2\sqrt{3}a}{19}$

C. $\frac{\sqrt{3}a}{19}$

D. $\frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$

Lời giải

Chọn A



Do $SC \perp DM$ nên gọi K là hình chiếu của H lên SC ta có HK là đường vuông góc chung của DM và SC .

Ta có $HC = \frac{4}{5}CN = \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}a = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$ nên $\frac{1}{HK^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{19}{12a^2}$, suy ra $HK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$

Vậy khoảng cách giữa hai đường DM và SC là: $HK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$

Câu 39. Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$, $h(x) = \frac{f(x)}{3-g(x)}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0 = 2018$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(2018) \geq -\frac{1}{4}$ B. $f(2018) \leq -\frac{1}{4}$ C. $f(2018) \geq \frac{1}{4}$ D. $g(2018) \leq \frac{1}{4}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x_0) = g'(x_0) = h'(x_0) \neq 0$ mà $h'(x) = \frac{f'(x)[3-g(x)] + g'(x)f(x)}{[3-g(x)]^2}$

Ta có $h'(x_0) = \frac{f'(x_0)[3-g(x_0)] + g'(x_0)f(x_0)}{[3-g(x_0)]^2} \Leftrightarrow [3-g(x_0)]^2 = 3-g(x_0) + f(x_0)$.

Đặt $a = g(x_0)$ nên $f(x_0) = a^2 - 5a + 6 = \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$.

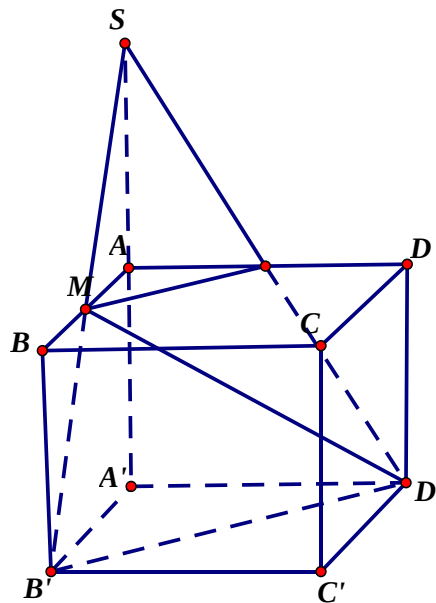
Vậy $f(2018) \geq -\frac{1}{4}$, dấu "=" xảy ra khi $g(2018) = \frac{5}{2}$.

Câu 40. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích 2 phần đó.

- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{17}$. D. $\frac{5}{17}$.

Lời giải

Chọn C



Đặc biệt hóa: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a .

Gọi N là trung điểm của AD suy ra $MN \parallel BD \parallel B'D'$ suy ra thiết diện là $MND'B'$.

V_1 là thể tích phần chứa đỉnh A ; V_2 là phần còn lại.

Gọi $S = AA' \cap MB$ nên S, N, D' thẳng hàng; $MN = \frac{1}{2} B'D' \Rightarrow SA = \frac{1}{2} SA'$

$$V_1 = V_{SA'B'D'} - V_{SAMN} = \frac{1}{3} (SA' \cdot S_{A'B'D'} - SA \cdot S_{AMN}) = \frac{1}{3} \left[2a \cdot \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} a \right)^2 \right] = \frac{1}{3} \left(a^3 - \frac{a^3}{8} \right) = \frac{7}{24} a^3.$$

$$V_2 = V_{lp} - V_1 = \frac{17a^3}{24}. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$$

Câu 41. Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^2$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị tham số m là:

- A. $m = -\sqrt{2}$ B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $m = \pm\sqrt{2}$ D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn B

+Để đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C $\Leftrightarrow a.b < 0 \Leftrightarrow -2m^2 < 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

$$+ y' = 4x^3 - 4m^2x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4m^2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm m \end{cases}$$

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị là $A(0; m^2), B(m; -m^4 + m^2), C(-m; -m^4 + m^2)$

BC có trung điểm là $I(0; -m^4 + m^2)$

Để bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi thì $I(0; -m^4 + m^2)$ phải là trung điểm của AO

$$\text{Do đó ta có: } \frac{m^2 + 0}{2} = -m^4 + m^2 \Leftrightarrow -2m^4 + m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 0 \\ m^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (\text{loại}) \\ m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Câu 42. Cho tứ diện ABCD, có $AB = CD = 6$, khoảng cách giữa AB và CD là 8, góc giữa AB và CD là α . Thể tích khối tứ diện ABCD đạt giá trị lớn nhất là

- A. 48. B. 52. C. 64. D. 36.

Lời giải :

Dựng hình bình hành BCDE

Ta có: $(AB, CD) = (AB, BE) = \alpha$

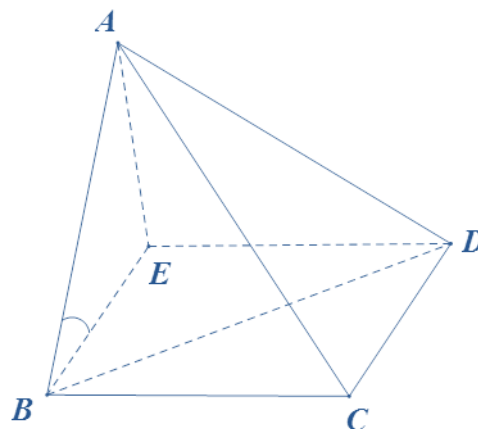
$$\Rightarrow S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BE \cdot \sin \alpha = 18 \cdot \sin \alpha$$

$$CD // (ABE) \Rightarrow d_{(D, (ABE))} = d_{(AB, CD)} = 8$$

$$V_{ABCD} = V_{ABED} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABE} \cdot d_{(D, (ABE))} = 48 \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Do } \sin \alpha \leq 1 \text{ đẳng thức } \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

Vậy $\text{Max} V_{ABCD} = 48 \Rightarrow \text{Chọn A.}$



Câu 43. Biết trên đồ thị (C): $y = \frac{x-1}{x+2}$ có hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng $d: 3x - y + 15 = 0$. Tính giá trị $S = x_1 + y_1 + x_2 + y_2$

- A. $S = 3$. B. $S = -2$. C. $S = -4$. D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+2)^2} \quad \forall x \neq -2$; đường thẳng $d: 3x - y + 15 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 15$

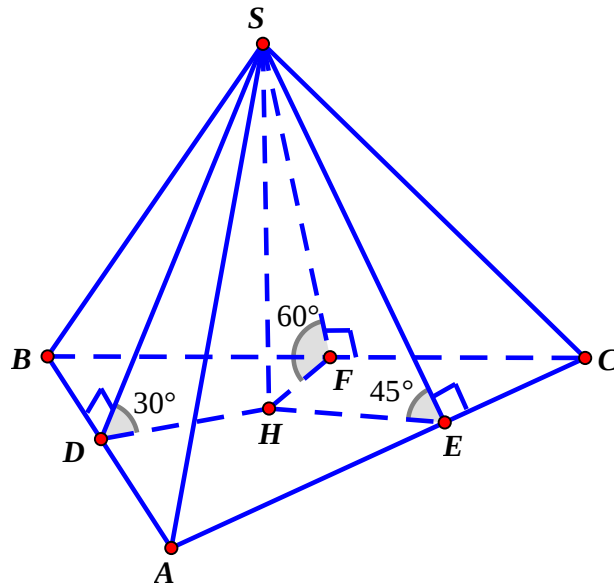
Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Khi đó: $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{(x_0 + 2)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = -2 \\ x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = 4 \end{cases}$. Vậy $S = -2$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Các mặt bên (SAB) , (SAC) , (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4(4+\sqrt{3})}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2(4+\sqrt{3})}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) . Kẻ $HD \perp AB (D \in AB)$, $HE \perp AC (E \in AC)$, $HF \perp BC (F \in BC)$.

Khi đó ta có $HD = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = SH\sqrt{3}$, $HE = \frac{SH}{\tan 45^\circ} = SH$, $HF = \frac{SH}{\tan 60^\circ} = \frac{SH}{\sqrt{3}}$.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ suy ra $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle HAB} + S_{\triangle HBC} + S_{\triangle HAC}$

$$\frac{1}{2}SH \left(1 + \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow SH = \frac{3a}{2(4+\sqrt{3})}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2(4+\sqrt{3})} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 45. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên).

A. 10 (km/giờ). B. 25 (km/giờ). C. 15 (km/giờ). D. 20 (km/giờ).

Lời giải

Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu, $x > 0$

Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\frac{1}{x}$ (giờ)

+) Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{x} \cdot 480 = \frac{480}{x}$ (ngàn đồng)

+) Hàm chi phí cho phần thứ hai là $p = kx^3$ (ngàn đồng/ giờ)

Mà khi $x = 10 \Rightarrow p = 30 \Rightarrow k = 0,03$. Nên $p = 0,03x^3$ (ngàn đồng/ giờ)

Do đó chi phí phần 2 để chạy 1 km là: $\frac{1}{x} \cdot 0,03x^3 = 0,03x^2$. (ngàn đồng)

Vậy tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2 = \frac{240}{x} + \frac{240}{x} + 0,03x^2 \geq 3\sqrt[3]{1728} = 36$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = 20 \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 46. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $x + y = \frac{5}{4}$. Khi biểu thức $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính $x^2 + y^2$.

A. $x^2 + y^2 = \frac{25}{32}$.

B. $x^2 + y^2 = \frac{25}{16}$.

C. $x^2 + y^2 = \frac{17}{16}$.

D. $x^2 + y^2 = \frac{13}{16}$.

Lời giải

Chọn C.

Từ giả thiết ta có $x = \frac{5}{4} - y$

$$P = \frac{4}{\frac{5}{4} - y} + \frac{1}{4y} = \frac{16}{5 - 4y} + \frac{1}{4y} \Rightarrow P' = \frac{64}{(5 - 4y)^2} - \frac{1}{4y^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{5 - 4y} = \frac{1}{2y} \\ \frac{8}{5 - 4y} = -\frac{1}{2y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4} \\ y = -\frac{5}{12} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^-} P = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^-} \left(\frac{16}{5 - 4y} + \frac{1}{4y} \right) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} P = +\infty, P\left(\frac{1}{4}\right) = 5$$

$$\text{Suy ra } \min P = 5 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{17}{16}$$

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $I(1; 2)$. Điểm $M(a; b)$, $a > 0$ thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại M của (C) vuông góc với đường thẳng IM. Giá trị $a + b$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } M(a; b) \in (C) \Rightarrow b = \frac{2a-1}{a-1}.$$

$$\text{Lại có } y' = \frac{-1}{(x-1)^2} \text{ nên tiếp tuyến } d \text{ tại } M \text{ có hệ số góc là } k = \frac{-1}{(a-1)^2}.$$

Đường thẳng IM có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{IM} = \left(a-1; \frac{1}{a-1}\right)$ nên có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left(-1; (a-1)^2\right)$.

$$\text{Do đó đường thẳng IM có hệ số góc là } k' = \frac{-(-1)}{(a-1)^2} = \frac{1}{(a-1)^2}.$$

$$\text{Để } d \perp IM \text{ thì } k \cdot k' = -1 \Leftrightarrow \frac{-1}{(a-1)^2} \cdot \frac{1}{(a-1)^2} = -1 \Leftrightarrow (a-1)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=1 \\ a-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=0 \end{cases}$$

Mà $a > 0$, nên $a = 2$ và $b = 3$. Do đó $a + b = 5$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$.

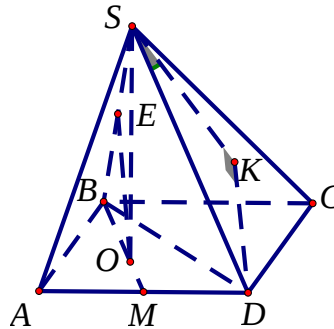
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Vì đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$ nên tam giác BAD đều cạnh a .

Gọi O là tâm của tam giác đều BAD , M là trung điểm AD . Ta có $BO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vì $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O .

Có $BC \perp SO$, $BC \perp OM$ nên $BC \perp (SOM) \Rightarrow (SBC) \perp (SOM)$. Kẻ $OE \perp SB$, $E \in SB \Rightarrow OE \perp (SBC) \Rightarrow d(O; (SBC)) = OE$

$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{\sqrt{15}a}{6}. \text{ Khi đó } OE = \frac{SO \cdot OB}{\sqrt{SO^2 + OB^2}} = \frac{\sqrt{15}a}{9}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{d(M; (SBC))}{d(O; (SBC))} = \frac{MB}{OB} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(M; (SBC)) = \frac{3}{2} d(O; (SBC)) = \frac{\sqrt{15}a}{6}.$$

$$\text{Vì } DM \parallel (SBC) \Rightarrow d(M; (SBC)) = d(D; (SBC)) = \frac{\sqrt{15}a}{6}.$$

Gọi hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (SBC) là K .

Ta có $DK = d(D; (SBC)) = \frac{\sqrt{15}a}{6}$ và góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) là

$$DSK = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{DK}{SD} = \frac{\sqrt{15}a}{6} : \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 49. Cho a, b, c là các số thực thỏa $0 \leq a < b \leq c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2a^2 + b^2 + c^2}{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)} + \frac{a + b + c}{(a + b)c} + 2\sqrt{a + b + c} \text{ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?}$$

A. $(2; 3)$.

B. $(3; 4)$.

C. $(4; 5)$.

D. $(5; 6)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $P = \frac{1}{a^2+b^2} + \frac{1}{a^2+c^2} + \frac{a+b+c}{(a+b)c} + 2\sqrt{a+b+c}$

Do $0 \leq a < b \leq c \Rightarrow a^2 + b^2 \leq \left(\frac{a}{2} + b\right)^2$ và $a^2 + c^2 \leq \left(\frac{a}{2} + c\right)^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2+b^2} + \frac{1}{a^2+c^2} \geq \frac{1}{\left(\frac{a}{2}+b\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}+c\right)^2} \geq \frac{8}{(a+b+c)^2}$$

Áp dụng AM-GM: $(a+b)c \leq \frac{1}{4}(a+b+c)^2 \Rightarrow \frac{a+b+c}{(a+b)c} \geq \frac{4}{a+b+c}$

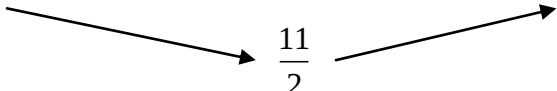
$$\Rightarrow P \geq \frac{8}{(a+b+c)^2} + \frac{4}{a+b+c} + 2\sqrt{a+b+c}$$

Đặt $t = \sqrt{a+b+c} \Rightarrow t > 0 \Rightarrow P \geq f(t) = \frac{8}{t^4} + \frac{4}{t^2} + 2t$

Xét hàm số $f(t) = \frac{8}{t^4} + \frac{4}{t^2} + 2t$ với $t \in (0, +\infty)$

$$\Rightarrow f'(t) = -\frac{32}{t^5} - \frac{8}{t^3} + 2 = \frac{(t-2)(2t^4+4t^2+8t+16)}{t^5} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow f(t) \geq f(2) = \frac{11}{2} \Rightarrow P \geq \frac{11}{2}$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a=0, b=c \\ a+b+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow a=0, b=c=2$

Giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{11}{2}$ khi $a=0, b=c=2$.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C), điểm M di động trên (C). Gọi d là tổng khoảng cách từ điểm M đến hai trục tọa độ. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của d là

A. $\frac{207}{250}$.

B. $\sqrt{2} - 1$.

C. $2\sqrt{2} - 1$.

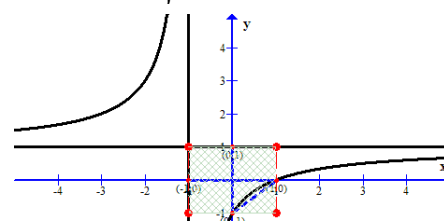
D. $2\sqrt{2} - 2$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y) \in (C)$. Suy ra $d = |x| + |y| = |x| + \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$, với $x \neq -1$.

Để ý rằng, với $M(1; 0) \in (C)$ thì ta có $d(M) = 1$. Từ đó suy ra $d \leq 1$, với mọi $M \in (C)$. Do đó, để tìm giá trị nhỏ nhất của d trên miền $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -1\}$, ta chỉ cần đi tìm giá trị nhỏ nhất của d trên miền trong của hình vuông $H = \{(x, y) \in (C) | -1 < x, y < 1\}$.



$$\text{Ta có } \begin{cases} -1 < x < 1 \\ -1 < \frac{x-1}{x+1} < 1 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < 1.$$

$$\text{Khi đó, } d = |x| + \left| \frac{x-1}{x+1} \right| = x + \frac{1-x}{x+1} = x - 1 + \frac{2}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow d = x + 1 + \frac{2}{x+1} - 2 \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 2\sqrt{2} - 2.$$

$$\text{Vậy } \min d = 2\sqrt{2} - 2 \text{ khi } \begin{cases} x+1 = \frac{2}{x+1} \\ 0 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 + \sqrt{2}; y = 1 - \sqrt{2}.$$

LẦN 3

Họ và tên thí sinh:.....SBD.....

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là

- A. $x=3$. B. $x=-\frac{3}{2}$. C. $x=-\frac{1}{2}$. D. $x=2$.

Câu 2. Một khối lập phương lớn có thể tích bằng V , diện tích xung quanh bằng S . Người ta lấy đi một khối lập phương nhỏ có thể tích bằng $\frac{1}{4}V$ (như hình vẽ). Diện tích xung quanh hình còn lại là

- A. S . B. $\frac{1}{4}S$.
C. $\frac{3}{4}S$. D. $\frac{1}{2}S$.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

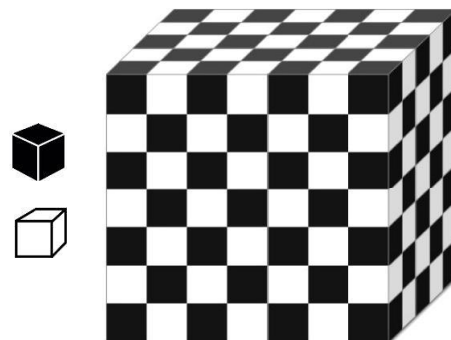
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3		0		$+\infty$

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng.

- A. 3. B. -1. C. 1. D. 0.

Câu 4. Các khối lập phương đen và trắng xếp chồng lên nhau xen kẽ màu tạo thành một khối rubik $7 \times 5 \times 7$ (như hình vẽ). Gọi x là số khối lập phương nhỏ màu đen, y là số khối lập phương nhỏ màu trắng. Giá trị $x - y$ là

- A. -1.
B. 0.
C. 1.
D. 2.



Câu 5. Cho hàm số $f(x) = (x-1)^{2017} (x+1)^{2018} (x-2)^{2019} (x-5)^{2020} (x-3)^{2021}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x+2019)$ là

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 7.

Câu 6. Hàm số $y = \frac{x^2}{1-x}$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$ và $(1; 2)$. D. $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Câu 7. Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 30 cạnh. B. 12 cạnh. C. 16 cạnh. D. 20 cạnh.

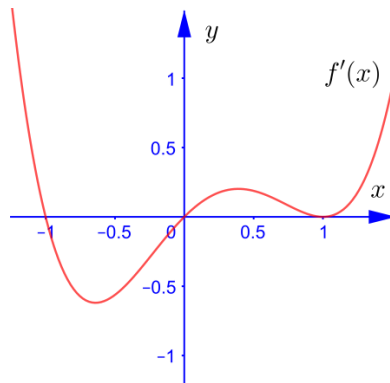
- Câu 8.** Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + x^2 - 5$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $K(-5; 0)$. **B.** $M(0; -2)$. **C.** $P(0; -5)$. **D.** $N(1; -3)$.
- Câu 9.** Hình lăng trụ tứ giác có tối đa bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.
- Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 1

Giá trị cực đại của hàm số là

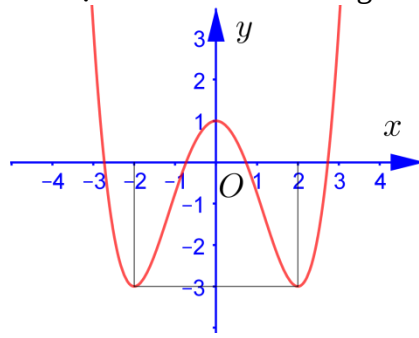
- A.** 0. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.
- Câu 11.** Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị
A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$. **B.** $y = -x^4 - 3x^2 + 4$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$. **D.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.
- Câu 12.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{m^2x^2 + 4}}{x-1}$ có ba đường tiệm cận.
A. $\mathbb{R} \setminus \{0; \pm 2\}$. **B.** $(-\infty; 0) \setminus \{-2\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.
- Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = (x+4)(x+2)(x-1)^2(3-x)^3$. Biết hàm số đạt cực đại tại $x = a$ và $x = b$, với $a < b$. Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ nằm trong khoảng nào dưới đây?
A. $(-8; 0)$. **B.** $(-2; 4)$. **C.** $(0; 7)$. **D.** $(2; 8)$.
- Câu 14.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

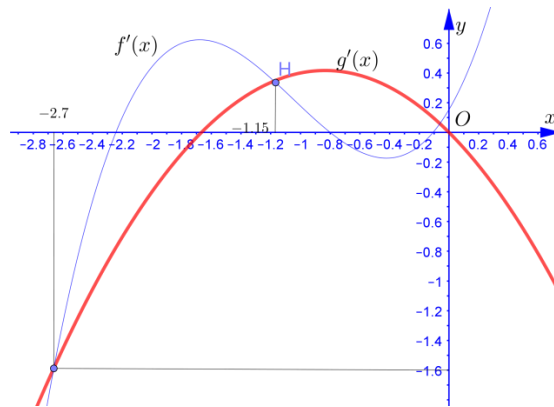
- A.** $(-1; 0,5)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(-0,5; 1)$. **D.** $(0; 1)$.
- Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ có đồ thị là (C) . Biết (C) có điểm cực tiểu là $A(1; 2)$. Giá trị $2a + 3b$ bằng
A. 7. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 16.** Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt là $15cm^2, 24cm^2, 40cm^2$. Thể tích của khối hộp đó là
A. $120cm^3$. **B.** $140cm^3$. **C.** $150cm^3$. **D.** $100cm^3$.

Câu 17. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



- A. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình bên trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$



Hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(-\infty; -\frac{11}{5}\right)$. B. $\left(-\frac{13}{5}; -\frac{13}{10}\right)$. C. $\left(-\frac{9}{10}; -\frac{2}{5}\right)$. D. $\left(\frac{1}{10}; \frac{3}{6}\right)$.

Câu 19. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang đi qua điểm

$A(3;1)$:

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = -4$.

Câu 20. Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích S cho trước thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $2\sqrt{S}$. B. $4\sqrt{S}$. C. $2S$. D. $4S$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	-4	6	-4	4	

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 22. Cho $\left(\frac{2x^2-3x+5}{x-3}\right)' = \frac{ax^2-bx+c}{(x-3)^2}$. Tính $S = a+b+c$.

- A. $S = 0$. B. $S = 12$. C. $S = -6$. D. $S = 18$.

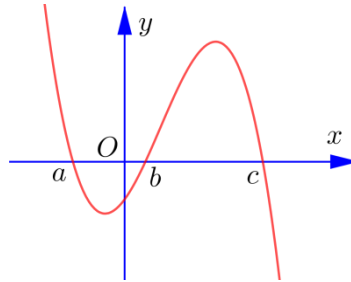
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = (x-1)^2(x-2)^3(x+3)^5$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là

- A. 5. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $h = \sqrt{3}a$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây có thể xảy ra?

- A. $f(a) > f(b) > f(c)$. B. $f(b) > f(a) > f(c)$.
C. $f(c) > f(a) > f(b)$. D. $f(c) > f(b) > f(a)$

Câu 26. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos x(1 + 2 \cos 2x)$. Tính $2M + m$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |-x^3 + 3x^2 - 1 - 2m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của hình thang $ABCD$ biết khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$.

- A. $h = 2a$. B. $h = 3a$. C. $h = \frac{a}{3}$. D. $h = a$.

Câu 29. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là:

- A. $y = x - 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - \sqrt{2}$. D. $y = x + \sqrt{2}$.

Câu 30. Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 4\sqrt{3}a^2$ B. $S = \sqrt{3}a^2$ C. $I = 2\sqrt{3}a^2$ D. $I = 8a^2$

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $5x - 2y + 13 = 0$. B. $y = 3x + 13$. C. $y = 6x + 13$. D. $2x + 4y - 1 = 0$.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m < 5$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 33. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. a .

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 2)(x^2 - 2mx + m + 2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x) + 2019$ có đúng ba điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3$, $BC = 4$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết cạnh $SA = 4$. Gọi M , N lần lượt là chiều cao của A lên cạnh SB và SC . Thể tích khối tứ diện $AMNC$ là

- A. $\frac{128}{41}$. B. $\frac{768}{41}$. C. $\frac{384}{41}$. D. $\frac{256}{41}$.

Câu 36. Cho hình chữ nhật $MNPQ$ nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính R . Chu vi hình chữ nhật đạt lớn nhất khi tỉ số $\frac{MN}{MQ}$ bằng:

- A. 2. B. 4. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 37. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Biết $A'M = MA$, $DN = 3ND'$, $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn tính theo V bằng?

- A. $\frac{5V}{12}$. B. $\frac{7V}{12}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{6}$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của m để $x = 1$ thuộc vào khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + mx^2 + mx + 2018$.

- A. $m < -1$. B. $m > 3$. C. $m > 3$ hoặc $m < 0$. D. $m < 0$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = x^{2018} + (m - 2)x^{20} + (m^2 - 9)x^{10} + 2019$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x_0 = 0$ là

- A. 6. B. 5. C. 4. D. Vô số.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E , F lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và BB' . Đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' . Đường thẳng CF cắt đường thẳng $B'C'$ tại F' . Gọi V_2 là thể tích khối chóp $C.ABFE$ và V_1 là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $V_2 = \frac{1}{3}V_1$. B. $V_2 = \frac{1}{4}V_1$. C. $V_2 = \frac{1}{8}V_1$. D. $V_2 = \frac{1}{6}V_1$.

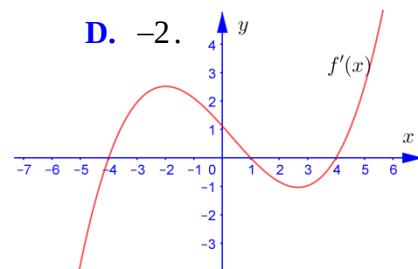
Câu 41. Cho $(C_m): y = x^3 + x^2 + (m - 2)x - m$. Tìm tất cả giá trị của m để (C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 7$

- A. 0. B. -1. C. 1. D. -2.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Hỏi hàm số $y = f(5 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 6. B. 7. C. 4. D. 5.



Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(ACC'A')$ tạo với đáy góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{3a^3}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{16}$.

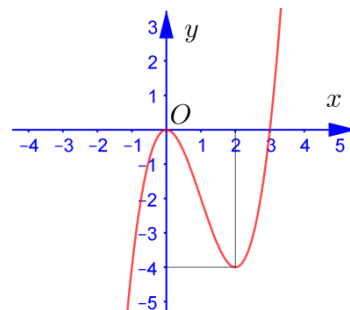
Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) với hoành độ $x_0 = 0$ cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác IAB , với I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) .

- A. $S_{\Delta IAB} = 6$. B. $S_{\Delta IAB} = 3$. C. $S_{\Delta IAB} = 12$. D. $S_{\Delta IAB} = 6\sqrt{2}$.

Câu 45. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên.

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$.

- A. 5.
B. 3.
C. 4.
D. 6.



Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, $AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $x + y$ bằng:

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng:

- A. $\frac{5}{24}V$. B. $\frac{1}{4}V$. C. $\frac{7}{24}V$. D. $\frac{1}{3}V$.

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 3)x + m^2 + 2m$ (C) Khi tham số thực m thay đổi nhận thấy đồ thị (C) luôn tiếp xúc với một parabol cố định (P) . Gọi tọa độ đỉnh của parabol (P) là $I(x_I; y_I)$. Khi đó giá trị $T = x_I - 2y_I$ là

- A. 5. B. 4. C. -3. D. 1.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tỉ số $\frac{SM}{SA}$ bằng bao nhiêu để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Tổng tất cả các số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

- A. $-\frac{2}{17}$. B. $\frac{4}{17}$. C. $\frac{14}{17}$. D. $\frac{20}{17}$.

---HẾT---

LẦN 3

Họ và tên thí sinh:.....



Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là

A. $x = 3$.B. $x = -\frac{3}{2}$.C. $x = -\frac{1}{2}$.D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{x-2} = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{x-2} = -\infty$

Nên tiệm cận ngang của hàm số trên là đường thẳng: $x = 2 \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 2. Một khối lập phương lớn có thể tích bằng V , diện tích xung quanh bằng

S . Người ta lấy đi một khối lập phương nhỏ có thể tích bằng $\frac{1}{4}V$

(như hình vẽ). Diện tích xung quanh hình còn lại là

A. S .B. $\frac{1}{4}S$.C. $\frac{3}{4}S$.D. $\frac{1}{2}S$.

Lời giải

Khi mất đi 3 mặt nhỏ lại bù vào đủ chỗ đó nên diện tích xung quanh không đổi và bằng $S \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng.

A. 3 .B. -1 .C. 1 .D. 0 .

Lời giải

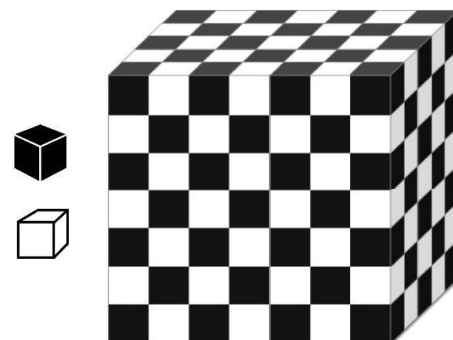
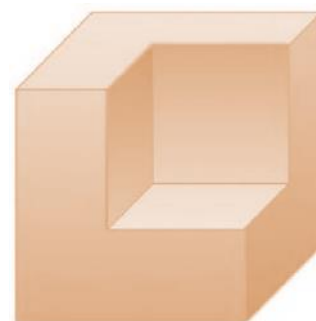
Quan sát bảng biến thiên ta có: hàm số có giá trị cực tiểu bằng $0 \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 4. Các khối lập phương đen và trắng xếp chồng lên nhau xen kẽ màu tạo thành một khối rubik $7 \times 5 \times 7$ (như hình vẽ). Gọi x là số khối lập phương nhỏ màu đen, y là số khối lập phương nhỏ màu trắng. Giá trị $x - y$ là

A. -1 .B. 0 .C. 1 .D. 2 .

Lời giải

Có 7 lớp hình vuông xếp chồng lên nhau. Mỗi lớp có $7 \times 5 = 35$ khối nhỏ.



Ta quan sát hai lớp dưới đáy, một khối đen chồng lên một khối trắng (hay ngược lại) nên số lượng khối đen, trắng bằng nhau. Tương tự 6 lớp bên dưới có số lượng khối đen, trắng bằng nhau. Bây giờ xét lớp trên cùng:

Lớp trên cùng có $4+3+4+3+4 = 18$ khối màu đen và có $3+4+3+4+3 = 17$ khối màu trắng

$\Rightarrow x - y = 1 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = (x-1)^{2017} (x+1)^{2018} (x-2)^{2019} (x-5)^{2020} (x-3)^{2021}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x+2019)$ là

A. 2.

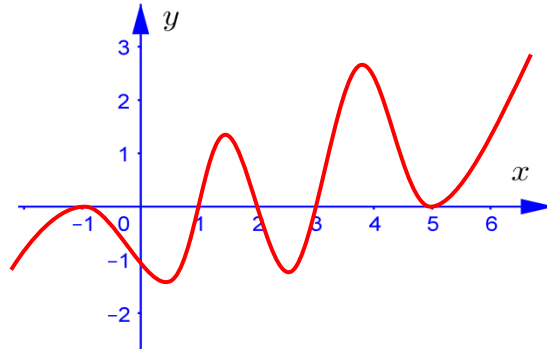
B. 3.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Đồ thị hàm số $f(x)$ có dạng giống như đồ thị trong hình vẽ:



Hàm số $f(x+2019)$ có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị hàm số $f(x)$ nên hàm số $f(x+2019)$ có 6 điểm cực trị $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 6. Hàm số $y = \frac{x^2}{1-x}$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$ và $(1; 2)$.

D. $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{-x^2 + 2x}{(1-x)^2}, \forall x \neq 1; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		-	0	+		+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
		0				-4			
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
		$+\infty$		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2) \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 7. Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

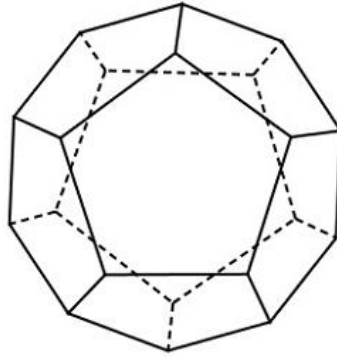
A. 30 cạnh.

B. 12 cạnh.

C. 16 cạnh.

D. 20 cạnh.

Lời giải



⇒ **Chọn A.**

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + x^2 - 5$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $K(-5; 0)$. **B.** $M(0; -2)$. **C.** $P(0; -5)$. **D.** $N(1; -3)$.

Lời giải

Xét hàm số $y = -x^3 + x^2 - 5$, ta có: $x = 0 \Rightarrow y = -5$.

Vậy điểm $P(0; -5)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số ⇒ **Chọn C.**

Câu 9. Hình lăng trụ tứ giác có tối đa bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A.** 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Xét hình lập phương, ta có 9 mặt phẳng đối xứng.

+ Có 3 mặt phẳng đi qua trung điểm của các cạnh song song với nhau.

+ Có 6 mặt phẳng chứa các cạnh đối xứng qua tâm của hình lập phương ⇒ **Chọn A.**

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 1 5 $-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = y(2) = 5 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 11. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị

- A.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$. **B.** $y = -x^4 - 3x^2 + 4$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$. **D.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Xét hàm số bậc ba $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$, $y' = 3x^2 - 12x + 9$, $y' = 0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Xét hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$, $y' = 3x^2 - 6x + 3$, $y' = 0$ có nghiệm kép nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Xét hàm số bậc bốn $y = -x^4 - 3x^2 + 4$, $y' = -4x^3 - 6x$, $y' = 0$ có một nghiệm nên đồ thị hàm số có một điểm cực trị.

Xét hàm số bậc bốn $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$, $y' = 8x^3 - 8x$, $y' = 0$ có ba nghiệm nên đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

⇒ **Chọn B.**

Câu 12. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{m^2 x^2 + 4}}{x-1}$ có ba đường tiệm cận.

A. $\mathbb{R} \setminus \{0; \pm 2\}$.

B. $(-\infty; 0) \setminus \{-2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Lời giải

+) Xét $m = 0$: $y = \frac{2}{x-1}$ nên đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 0$ (không thỏa).

+) Xét $m \neq 0$: Do điều kiện xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang $y = \pm m$

Xét $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{m^2 x^2 + 4}}{x-1} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{m^2 x^2 + 4}}{x-1} = -\infty$, nên $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Vậy $m \neq 0$ là yêu cầu bài toán $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = (x+4)(x+2)(x-1)^2(3-x)^3$. Biết hàm số đạt cực đại tại $x = a$ và $x = b$, với $a < b$. Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-8; 0)$.

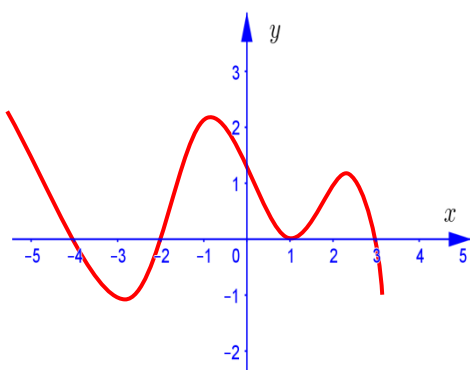
B. $(-2; 4)$.

C. $(0; 7)$.

D. $(2; 8)$.

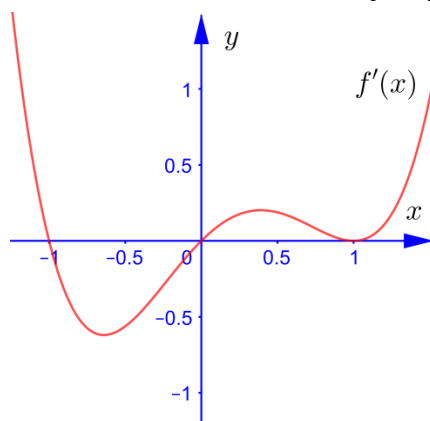
Lời giải

Đồ thị hàm số $f(x)$ có dạng giống như đồ thị trong hình vẽ:



Trên $-2 < a < 1, 1 < b < 3 \Rightarrow 0 < a + 2b < 7 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-1; 0,5)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-0,5; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Trên $(0; 1)$ đồ thị $f'(x)$ nằm phía trên trục hoành nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ có đồ thị là (C) . Biết (C) có điểm cực tiểu là $A(1; 2)$. Giá trị $2a + 3b$ bằng

A. 7.

B. 5.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x + a$

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(1; 2)$

Ta được $\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$. Vậy $2a + 3b = 7 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 16. Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt là $15\text{cm}^2, 24\text{cm}^2, 40\text{cm}^2$. Thể tích của khối hộp đó là

A. 120cm^3 .

B. 140cm^3 .

C. 150cm^3 .

D. 100cm^3 .

Lời giải

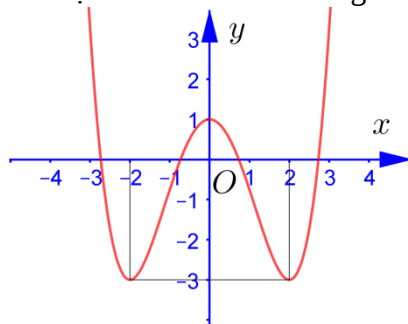
Gọi kích thước ba cạnh của hình hộp chữ nhật là $a; b; c(\text{cm})$.

Vì các mặt là các hình chữ nhật nên diện tích ba mặt lần lượt là:

$$\begin{cases} ab = 15 \\ bc = 24 \\ ac = 40 \end{cases} \Rightarrow (abc)^2 = 15 \cdot 24 \cdot 40 \Rightarrow abc = 120$$

Vậy thể tích của hình hộp chữ nhật là: $V = abc = 120\text{cm}^3 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 17. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



A. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1$.

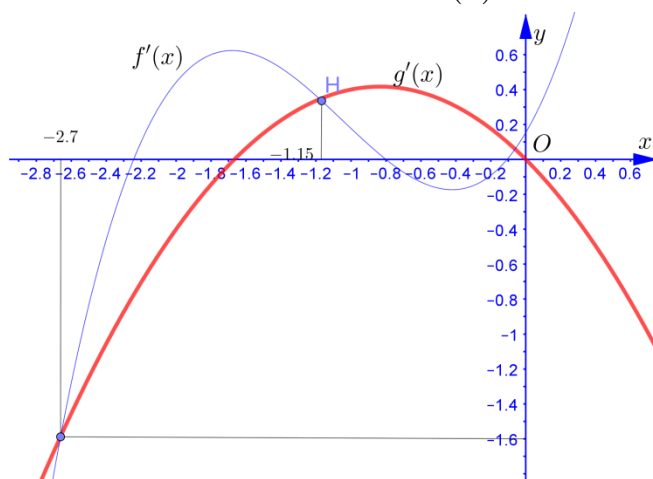
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có:

- Hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên chọn A hoặc B.

- Đồ thị hàm số cắt Ox tại 4 điểm phân biệt nên $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình bên trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$



Hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(-\infty; -\frac{11}{5}\right)$. B. $\left(-\frac{13}{5}; -\frac{13}{10}\right)$. C. $\left(-\frac{9}{10}; -\frac{2}{5}\right)$. D. $\left(\frac{1}{10}; \frac{3}{6}\right)$.

Lời giải

Ta có: $h'(x) = f'(x) - g'(x)$.

Với $x \in \left(-\frac{9}{10}; -\frac{2}{5}\right)$. Đồ thị $y = f'(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới đồ thị $y = g'(x)$ nên

$$h'(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{9}{10}; -\frac{2}{5}\right)$$

Nên hàm số $h(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{9}{10}; -\frac{2}{5}\right) \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 19. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang đi qua điểm

$A(3;1)$:

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = -4$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -(m+1)$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y = -(m+1)$.

Tiệm cận ngang đi qua điểm $A(3;1)$ nên: $-(m+1) = 1 \Leftrightarrow m = -2 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 20. Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích S cho trước thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

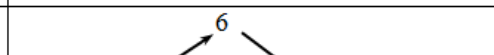
- A. $2\sqrt{S}$. B. $4\sqrt{S}$. C. $2S$. D. $4S$.

Lời giải

Gọi a, b là độ dài 2 cạnh của hình chữ nhật ($a, b > 0$). Ta có $ab = S \Rightarrow b = \frac{S}{a}$

Khi đó chu vi HCN là: $2(a+b) = 2\left(a + \frac{S}{a}\right) \geq 4\sqrt{S}$ (Cauchy). $\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

x	$-\infty$	1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Ta có $f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3$.

Đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt nên phương trình $f(x) - 3 = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 22. Cho $\left(\frac{2x^2-3x+5}{x-3}\right)' = \frac{ax^2-bx+c}{(x-3)^2}$. Tính $S = a+b+c$.

- A. $S = 0$. B. $S = 12$. C. $S = -6$. D. $S = 18$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(\frac{2x^2 - 3x + 5}{x-3} \right)' = \frac{(4x-3)(x-3) - (2x^2 - 3x + 5)}{(x-3)^2} = \frac{2x^2 - 12x + 4}{(x-3)^2}.$$

$$\text{Theo giả thiết } \left(\frac{2x^2 - 3x + 5}{x-3} \right)' = \frac{ax^2 - bx + c}{(x-3)^2} \Rightarrow \frac{2x^2 - 12x + 4}{(x-3)^2} = \frac{ax^2 - bx + c}{(x-3)^2} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 12 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Vậy $S = a + b + c = 2 + 12 + 4 = 18 \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = (x-1)^2(x-2)^3(x+3)^5$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-2)^3(x+3)^5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

Do $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua $x = -3$ và $x = 2$ nên hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị $x = -3$ và $x = 2$ trong đó chỉ có 1 điểm cực trị dương. Khi đó hàm số $y = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

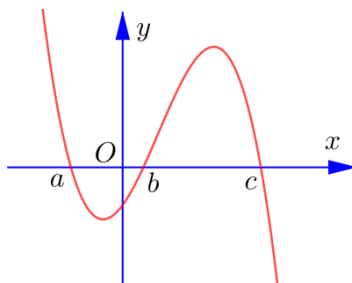
D. $h = \sqrt{3}a$.

Lời giải

$$\text{Do đáy là tam giác đều cạnh } 2a \text{ nên } S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

$$\text{Mà } V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3a^3}{\sqrt{3}a^2} = \sqrt{3}a \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây có thể xảy ra?

A. $f(a) > f(b) > f(c)$.

B. $f(b) > f(a) > f(c)$.

C. $f(c) > f(a) > f(b)$.

D. $f(c) > f(b) > f(a)$.

Lời giải

Từ đồ thị của $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	-			
y									
	$-\infty$		$f(a)$		$f(b)$		$f(c)$		$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f(a) > f(b)$, $f(c) > f(b)$ ($f(b)$ là số nhỏ nhất) nên phương án C có thể xảy ra $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 26. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos x(1 + 2 \cos 2x)$.

Tính $2M + m$.

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Ta có $y = \cos x(1 + 2 \cos 2x) = \cos x[1 + 2(2 \cos^2 x - 1)] = 4 \cos^3 x - \cos x$

Đặt $t = \cos x$ với $-1 \leq t \leq 1$

Ta được $y = 4t^3 - t$

Ta có $y' = 12t^2 - 1$, $y' = 0 \Leftrightarrow 12t^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{3}}{6} \\ t = -\frac{\sqrt{3}}{6} \end{cases}$

Bảng biến thiên

t	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$	1	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	-3	$\frac{\sqrt{3}}{9}$	$-\frac{\sqrt{3}}{9}$	3	

Suy ra $M = 3, n = -3 \Rightarrow 2M + m = 3 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |-x^3 + 3x^2 - 1 - 2m|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Xét hàm $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0		
y	$+\infty$				3		
			-1				$-\infty$

$y = m$

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $f(x) - 2m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$ (*) có 3 nghiệm phân biệt nên đường thẳng $y = 2m$ cắt $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$.

Vì m nguyên nên các giá trị cần tìm của m là $m \in \{0; 1\}$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của hình thang $ABCD$ biết khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$.

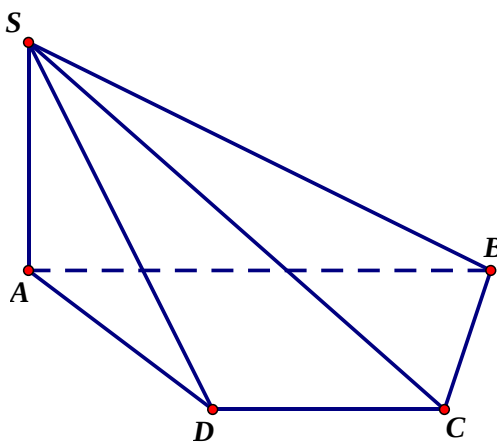
A. $h = 2a$.

B. $h = 3a$.

C. $h = \frac{a}{3}$.

D. $h = a$.

Lời giải



$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{3V_{S.ABCD}}{SA} = \frac{3 \cdot a^3\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 3a^2.$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = \frac{1}{2} h(AB + CD) \Rightarrow h = \frac{2S_{ABCD}}{AB + CD} = \frac{2 \cdot 3a^2}{3a} = 2a \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 29. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là:

A. $y = x - 1$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x - \sqrt{2}$.

D. $y = x + \sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } x = 0 \Rightarrow y = 1; y' = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \Rightarrow y'(0) = 1.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là: $y = x + 1 \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 30. Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 4\sqrt{3}a^2$.

B. $S = \sqrt{3}a^2$.

C. $S = 2\sqrt{3}a^2$.

D. $S = 8a^2$.

Lời giải

Bát diện đều có 8 mặt bằng nhau, mỗi mặt là một tam giác đều cạnh a

$$\text{Vậy } S = 8 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}a^2 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $5x - 2y + 13 = 0$.

B. $y = 3x + 13$.

C. $y = 6x + 13$.

D. $2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Gọi $(x_0; y_0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho. Đặt $u(x) = 3x^2 + 13x + 19$ và $v(x) = x + 3$.

Khi đó, ta có $y = \frac{u(x)}{v(x)}$.

$$y'(x_0) = \frac{u'(x_0) \cdot v(x_0) - u(x_0) \cdot v'(x_0)}{(v(x_0))^2}$$

$$\Rightarrow y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow u'(x_0) \cdot v(x_0) - u(x_0) \cdot v'(x_0) = 0 \Leftrightarrow y(x_0) = \frac{u(x_0)}{v(x_0)} = \frac{u'(x_0)}{v'(x_0)} \quad (1).$$

Các điểm cực trị của đồ thị hàm số đều thỏa mãn (1) nên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có

phương trình là $y(x) = \frac{u'(x)}{v'(x)} = \frac{6x + 13}{1} = 6x + 13 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m < 5$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có $y' = \frac{-m-1}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(2; 3) \Leftrightarrow \frac{-m-1}{(x-m)^2} < 0, \forall x \in (2; 3)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m-1 < 0 \\ m \notin (2; 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m \leq 2 \\ m \geq 3 \end{cases}.$$

Kết hợp $m < 5$ và nguyên ta được $m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn $\Rightarrow$ **Chọn C.**

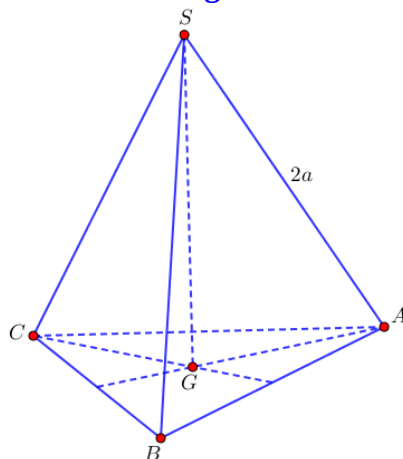
Câu 33. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. a .

Lời giải

Gọi G là tâm tam giác đều ABC thì $SG \perp (ABC)$, $SAG = 30^\circ$.

Ta có $\sin SAG = \frac{SG}{SA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{SG}{2a} \Rightarrow SG = a \Rightarrow \text{Chọn D.}$

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 2)(x^2 - 2mx + m + 2)$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x) + 2019$ có đúng ba điểm cực trị ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x - 2)(x^2 - 2mx + m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 2 \\ x^2 - 2mx + m + 2 = 0 (*) \end{cases}$$

Số điểm cực trị hàm số $y = f(x) + 2019$ bằng số điểm cực trị hàm số $y = f(x)$

Để $y = f(x) + 2019$ có đúng ba điểm cực trị thì $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm bằng $\pm 1; 2$

Trường hợp 1: $(*)$ vô nghiệm $\Rightarrow x^2 - 2mx + m + 2 \geq 0$ với mọi x suy ra

$$\Delta' = m^2 - m - 2 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq m \leq 2$$

Trường hợp 2: $g(x) = x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có nghiệm bằng nghiệm bằng $\pm 1; 2$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ g(-1) = 0 \\ g(1) = 0 \\ g(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \\ m = -1 \\ m = 3 \\ m = 2 \end{cases}$$

Khi $m = -1 \Rightarrow x = -1$ (nhận)

Khi $m = 2 \Rightarrow x = 2$ (nhận)

$$\text{Khi } m = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases} \text{ (loại)}$$

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn là : $m = \{-1; 0; 1; 2\} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3$, $BC = 4$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết cạnh $SA = 4$. Gọi M, N lần lượt là chiều cao của A lên cạnh SB và SC . Thể tích khối tứ diện $AMNC$ là

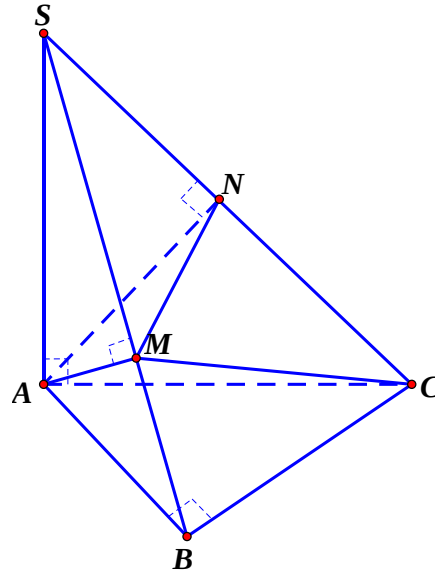
A. $\frac{128}{41}$.

B. $\frac{768}{41}$.

C. $\frac{384}{41}$.

D. $\frac{256}{41}$.

Lời giải



$$V_{A.MNC} = V_{S.AMC} - V_{S.AMN}.$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{V_{S.AMC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} = \frac{SM \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2}.$$

$$\text{Và } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \left(\frac{SM \cdot SB}{SB^2} \right) \left(\frac{SN \cdot SC}{SC^2} \right) = \frac{SA^2}{SB^2} \cdot \frac{SA^2}{SC^2}.$$

$$\text{Do đó: } V_{A.MNC} = V_{S.AMC} - V_{S.AMN} = \left(\frac{SA^2}{SB^2} - \frac{SA^2}{SB^2} \cdot \frac{SA^2}{SC^2} \right) \cdot V_{S.ABC} = \left(\frac{4^2}{5^2} - \frac{4^2}{5^2} \cdot \frac{4^2}{4^2 + 5^2} \right) \cdot 8 = \frac{128}{41}.$$

$\Rightarrow$ Chọn A.

Câu 36. Cho hình chữ nhật $MNPQ$ nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính R . Chu vi hình chữ nhật đạt lớn nhất khi tỉ số $\frac{MN}{MQ}$ bằng:

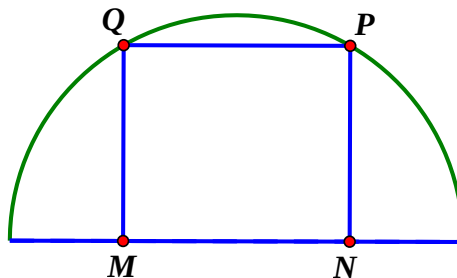
A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Đặt $MQ = x$, ta có $MN = 2\sqrt{R^2 - x^2}$, chu vi: $f(x) = x + 2\sqrt{R^2 - x^2}$, $\forall x \in (0; R)$.

Ta có: $f'(x) = 1 - \frac{2x}{\sqrt{R^2 - x^2}} = \frac{\sqrt{R^2 - x^2} - 2x}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{R^2}{5} \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{5}}{5}$ thì chu vi hình chữ nhật

là lớn nhất. Suy ra: $MQ = \frac{R\sqrt{5}}{5}$; $MN = \frac{4R\sqrt{5}}{5}$ nên $\frac{MN}{MQ} = 4 \Rightarrow$ Chọn B.

Câu 37. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Biết $A'M = MA$, $DN = 3ND'$, $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn tính theo V bằng?

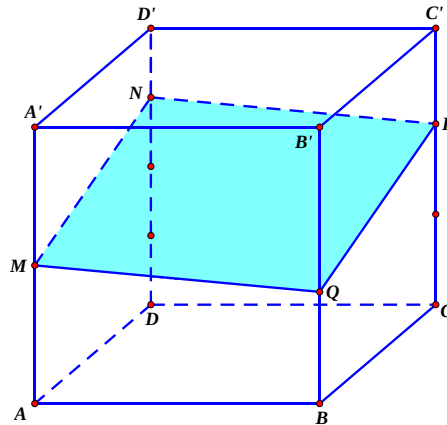
A. $\frac{5V}{12}$.

B. $\frac{7V}{12}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải



Áp dụng công thức giải nhanh:

$$\frac{V_{A'B'C'D'.MNPQ}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{A'M}{AA'} + \frac{C'P}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}.$$

$$\Rightarrow V_{A'B'C'D'.MNPQ} = \frac{5}{12} V_{A'B'C'D'.ABCD} = \frac{5V}{12} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của m để $x=1$ thuộc vào khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + mx^2 + mx + 2018$.

A. $m < -1$.

B. $m > 3$.

C. $m > 3$ hoặc $m < 0$. **D.** $m < 0$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 2mx + m$, $\Delta' = m^2 - 3m$.

Để hàm số có khoảng nghịch biến thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 3 \end{cases}$.

Khi đó, khoảng nghịch biến của hàm số là $\left(\frac{-m - \sqrt{m^2 - 3m}}{3}; \frac{-m + \sqrt{m^2 - 3m}}{3} \right)$.

$x=1$ thuộc khoảng nghịch biến của hàm số khi

$$\frac{-m - \sqrt{m^2 - 3m}}{3} < 1 < \frac{-m + \sqrt{m^2 - 3m}}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m^2 - 3m} > -m - 3 & (1) \\ \sqrt{m^2 - 3m} > m + 3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 3 \leq 0 \\ m^2 - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases} (4).$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 \leq 0 \\ m^2-3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m < 0 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \quad (5).$$

Từ (4) và (5) suy ra $m < -1 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = x^{2018} + (m-2)x^{20} + (m^2-9)x^{10} + 2019$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x_0 = 0$ là:

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= 2018x^{2017} + 20(m-2)x^{19} + 10(m^2-9)x^9 \\ &= 2x^9 [1009x^{2008} + 10(m-2)x^{10} + 5(m^2-9)] = 2x^9 \cdot g(x). \end{aligned}$$

Nhận thấy $x = 0$ là một nghiệm của đạo hàm. Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 0 \Leftrightarrow y'$ đổi dấu từ (+) sang (-) khi qua nghiệm $x = 0$.

*) Trường hợp 1: $x = 0$ là nghiệm của $g(x)$ hay $m = \pm 3$.

- Nếu $m = 3$, ta có $y' = 2018x^{2017} + 20x^{19} = 2x^{19}(1009x^{1998} + 10)$, suy ra y' đổi dấu từ (-) sang (+) khi qua nghiệm $x = 0 \Rightarrow$ loại $m = 3$.

- Nếu $m = -3$, ta có $y' = 2018x^{2017} - 100x^{19} = 2x^{19}(1009x^{1998} - 100)$ suy ra y' đổi dấu từ (+) sang (-) khi qua nghiệm $x = 0 \Rightarrow m = -3$ thỏa mãn.

*) Trường hợp 2: $x = 0$ là nghiệm của $g(x)$ hay $m \neq \pm 3$.

$$y' = x^3 \cdot g(x) \text{ đổi dấu từ (+) sang (-) qua nghiệm } x = 0 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 5(m^2-9) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$$

Kết hợp 2 trường hợp với m nguyên ta có: $m = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow$ **Chọn A.**

Cách 2: Không tính đạo hàm

Trường hợp 1:

$$m^2-9=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \Rightarrow f(x) = x^{2018} + x^{20} + 2019 = x^{20}(x^{2198} + 1) + 2019 \Rightarrow (Ko_TM) \\ m=-3 \Rightarrow f(x) = x^{2018} - 5x^{20} + 2019 = x^{20}(x^{1998} - 5) + 2019 \Rightarrow (TM) \end{cases}$$

Trường hợp 2: $m^2-9 \neq 0 \Leftrightarrow f(x) = x^{10}(x^{2008} + (m-2)x^2 + (m^2-9)) + 2019$ với

$g(x) = x^{2008} + (m-2)x^2 + (m^2-9) < 0$. Để hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ thì:

$$g(0) = (m^2-9) < 0 \Rightarrow -3 < m < 3 \Rightarrow m = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow$$
 Chọn A.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và BB' . Đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' . Đường thẳng CF cắt đường thẳng $B'C'$ tại F' . Gọi V_2 là thể tích khối chóp $C.ABFE$ và V_1 là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_2 = \frac{1}{3}V_1$.

B. $V_2 = \frac{1}{4}V_1$.

C. $V_2 = \frac{1}{8}V_1$.

D. $V_2 = \frac{1}{6}V_1$.

Lời giải

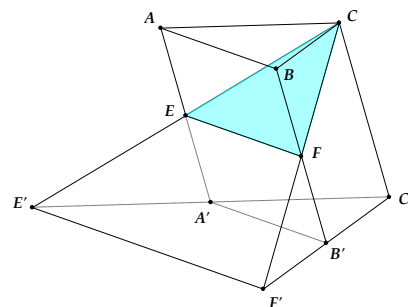
Hình chóp $C.A'B'C'$ và lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đường cao và đáy bằng nhau nên

$$V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C.ABB'A'} = V_1 - \frac{1}{3} V_1 = \frac{2}{3} V_1.$$

Do EF là đường trung bình của hình bình hành

$$ABB'A' \Rightarrow S_{ABFE} = \frac{1}{2} S_{ABB'A'} \Rightarrow V_{C.ABFE} = \frac{1}{2} V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} V_1$$

$$\text{hay } V_2 = \frac{1}{3} V_1 \Rightarrow \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



Câu 41. Cho $(C_m): y = x^3 + x^2 + (m-2)x - m$. Tìm tất cả giá trị của m để (C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 7$

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Xét PTHĐGD với trục hoành:

$$x^3 + x^2 + (m-2)x - m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 2x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + 2x + m = 0(*) \end{cases}$$

Để (C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt thì PT $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ g(1) = 3 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -3 \end{cases}.$$

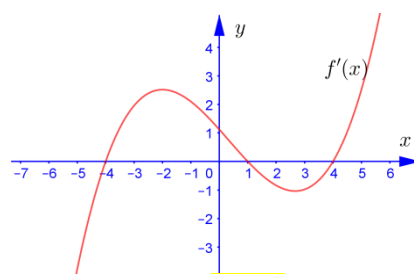
Ta lại có $x_3 = 1; x_1, x_2$ là hai nghiệm của PT $(*)$ nên theo định lý Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -2 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m \end{cases}$

$$\text{Mà } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 7 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow (-2)^2 - 2m = 6 \Leftrightarrow m = -1 (\text{thỏa mãn}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Hỏi hàm số $y = f(5 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 6.

B. 7.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = -2xf'(5 - x^2) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5-x^2=-4 \\ 5-x^2=1 \\ 5-x^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 3 \\ x=\pm 2 \\ x=\pm 1 \end{cases}.$$

Ta có BBT

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$-2x$		+	+	+	+	0	-	-	-
y'		-	0	+	0	-	0	+	0
y									

$\Rightarrow$ hàm số $y = f(5 - x^2)$ có 4 điểm cực tiểu $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(ACC'A')$ tạo với đáy góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

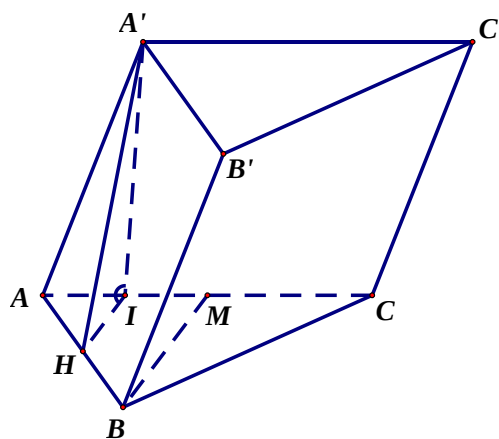
A. $\frac{3a^3}{16}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a^3}{16}$

Lời giải



Gọi H, M, I lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, AM .

Do $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AC$. Có $HI \parallel BM, BM \perp AC \Rightarrow HI \perp AC$

Do đó $AC \perp (A'HI) \Rightarrow AC \perp A'I$, suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và (ABC) là góc giữa $A'I$ và IH , tức là góc $A'IH = 45^\circ$.

$$\text{Có } IH = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Trong tam giác } A'HI \text{ có } A'H = IH \cdot \tan A'IH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Diện tích đáy } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) với hoành độ $x_0 = 0$ cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác IAB , với I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) .

A. $S_{\triangle IAB} = 6$.

B. $S_{\triangle IAB} = 3$.

C. $S_{\triangle IAB} = 12$.

D. $S_{\triangle IAB} = 6\sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Có } y' = -\frac{3}{(x-1)^2}, y'(0) = -3, y(0) = -1.$$

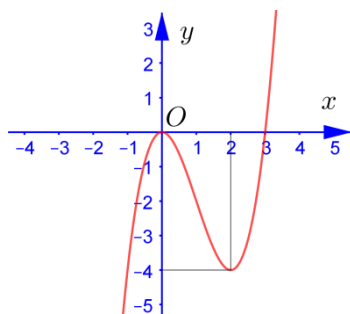
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ là $y = -3x - 1$.

Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 2 \Rightarrow I(1; 2)$.

Tiếp tuyến cắt các đường tiệm cận tại $A(1; -4), B(-1; 2)$.

Tam giác IAB vuông tại I , có $IA=6$, $IB=2 \Rightarrow S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2}.IA.IB=6 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 45. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Xét hàm số: $y = f[f(x)]$, $y' = f'(x).f'[f(x)]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = a \in (3; +\infty) \end{cases}.$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		0		2		3		a		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+		+		+	
$f'(f(x))$		+	0	+		+	0	-	0	+	
$y' = f'(x)f'(f(x))$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu vậy hàm số $y = f[f(x)]$ có bốn điểm cực trị $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, $AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $x + y$ bằng:

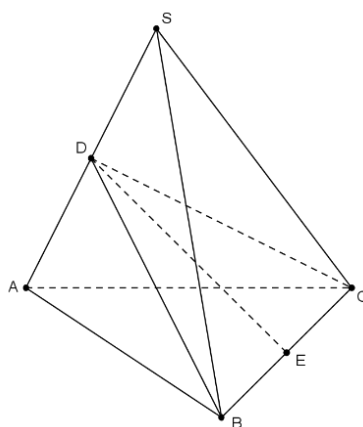
A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$

D. $4\sqrt{3}$

Lời giải



Gọi D , E lần lượt là trung điểm SA , BC .

Ta có: $SD \perp DB$, $SD \perp DC$ (ΔSAB cân tại B , ΔSAC cân tại C)

$\Rightarrow SD \perp (BCD)$.

Ta có: $\Delta SDC = \Delta SDB \Rightarrow DC = DB \Rightarrow DE \perp BC$.

$$DE^2 = DC^2 - EC^2 = SC^2 - SD^2 - EC^2 = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} \Rightarrow DE = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2-y^2}.$$

$$V_{S.ABC} = 2V_{S.DBC} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot SD \cdot S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} y \cdot \frac{1}{2} \sqrt{4-x^2-y^2} = \frac{1}{12} xy \sqrt{4-x^2-y^2}$$

$$\leq \frac{1}{12} \frac{(x^2 + y^2 + 4 - x^2 - y^2)^3}{27} = \frac{16}{81} \text{ (BĐT Côsi).}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x = y = \sqrt{4-x^2-y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ \sqrt{4-2x^2} = x \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do đó: GTLN của } V_{S.ABC} \text{ là } \frac{16}{81} \text{ khi } x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Suy ra: } x + y = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng:

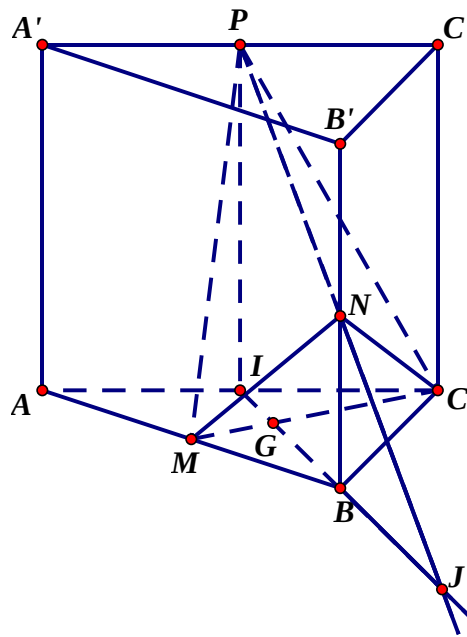
A. $\frac{5}{24}V$.

B. $\frac{1}{4}V$.

C. $\frac{7}{24}V$.

D. $\frac{1}{3}V$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm $AC \Rightarrow NP \cap BI = J$.

Lại có $BP \parallel \frac{1}{2}NI$ suy ra BP là đường trung bình tam giác NIJ . Suy ra B là trung điểm IJ .

Suy ra $CM \cap BI = G$ là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \frac{S_{JCM}}{S_{BCM}} = \frac{JG}{BG} \text{ mà } JG = BJ + BG = BI + \frac{2}{3}BI = \frac{5}{3}BI \Rightarrow \frac{S_{JCM}}{S_{BCM}} = \frac{\frac{5}{3}BI}{\frac{2}{3}BI} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow S_{JCM} = \frac{5}{2}S_{BCM} \Rightarrow S_{JCM} = \frac{5}{4}S_{ABC}.$$

$$\text{Ta có } V_1 = V_{N.MJC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{JMC} = \frac{5}{12}V.$$

$$V_2 = V_{P.MJC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot S_{JMC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{5}{8} \cdot S_{ABC} = \frac{5}{24} V.$$

$$\text{Vậy } V_{N.CMP} = V_1 - V_2 = \frac{5}{24} V \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 3)x + m^2 + 2m$ (C) Khi tham số thực m thay đổi nhận thấy đồ thị (C) luôn tiếp xúc với một parabol cố định (P). Gọi tọa độ đỉnh của parabol (P) là $I(x_I; y_I)$. Khi đó giá trị $T = x_I - 2y_I$ là

A. 5.

B. 4.

C. -3.

D. 1.

Lời giải

Để (C) tiếp xúc (P) thì phương trình hoành độ giao điểm phải có nghiệm bội 2 trở nên. Tức là

$$\text{hàm số } y = f(x) \text{ sẽ được phân tích dưới dạng: } \begin{cases} f(x) = (x - x_1)^3 + (ax^2 + bx + c) \\ f(x) = (x - x_2)^2 (x - x_3) + (ax^2 + bx + c) \end{cases} \text{ trong}$$

đó các hệ số thực a, b, c là cố định không phụ thuộc vào tham số m .

$$\text{Ta có } y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 3)x + m^2 + 2m = (x - m - 1)^2 (x + 1) + x^2 - 2x - 1$$

$$\text{Suy ra parabol cố định là: } (P): y = x^2 - 2x - 1 \text{ Đỉnh } I(1; -2) \Rightarrow x_I - 2y_I = 5 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tỉ số $\frac{SM}{SA}$ bằng bao nhiêu để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

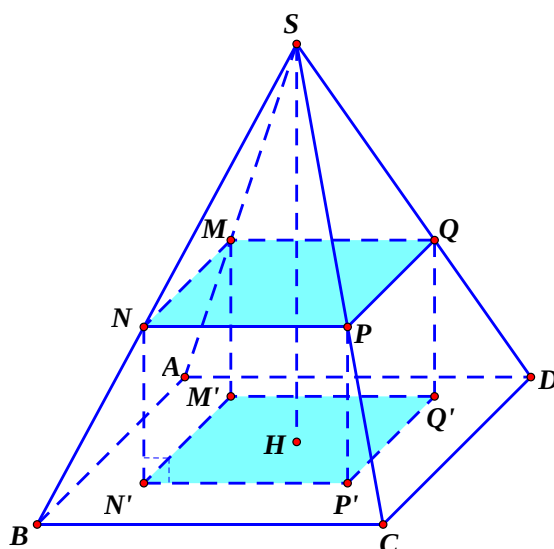
A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải



$$\text{Đặt: } \frac{SM}{SA} = k \text{ với } k \in [0; 1].$$

$$\text{Ta có: } MN \parallel AB \text{ nên } \frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = k \Rightarrow MN = k \cdot AB.$$

Tương tự: $MQ \parallel AD$ nên $\frac{MQ}{AD} = \frac{SM}{SA} = k \Rightarrow MQ = k.AD$

Kẻ đường cao SH của hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $MM' \parallel SH$ nên $\frac{MM'}{SH} = \frac{AM}{SA} = \frac{SA-SM}{SA} = 1 - \frac{SM}{SA} = 1 - k \Rightarrow MM' = (1-k).SH$.

Ta có: $V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = MN.MQ.MM' = AB.AD.SH.k^2(1-k)$

Mặt khác: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.AB.AD \Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = 3V_{S.ABCD}.k^2(1-k)$

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2(1-k)$ lớn nhất.

Ta có: $k^2(1-k) = \frac{2(1-k).k.k}{2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2-2k+k+k}{3} \right)^3 = \frac{4}{27}$.

Dấu "=" xảy ra khi: $2(1-k) = k \Leftrightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SM}{SA} = k = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

Câu 50. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Tổng tất cả các số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

A. $-\frac{2}{17}$.

B. $\frac{4}{17}$.

C. $\frac{14}{17}$.

D. $\frac{20}{17}$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3m^2 - 3 = 3[(x-m)^2 - 1]$; $2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m+1 \\ x = m-1 \end{cases}$.

Do đó, hàm số luôn có hai cực trị với mọi m .

Giả sử $A(m+1; -4m-2)$; $B(m-1; -4m+2)$. Ta có $AB = 2\sqrt{5}$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

Mặt khác, vì ΔIAB có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R = \sqrt{5}$ nên từ $\frac{AB}{\sin AIB} = 2R$ suy ra

$\sin AIB = \frac{AB}{2R} = 1 \Rightarrow AIB = 90^\circ$ hay ΔAIB vuông tại I .

Gọi M là trung điểm AB , ta có $M(m; -4m)$ và $IM = \frac{1}{2}AB \Leftrightarrow IM^2 = \frac{AB^2}{4} = 5$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 + (-4m+2)^2 = 5 \Leftrightarrow 17m^2 - 20m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{17} \end{cases}$$

Tổng tất cả các số m bằng $1 + \frac{3}{17} = \frac{20}{17} \Rightarrow \text{Chọn D.}$

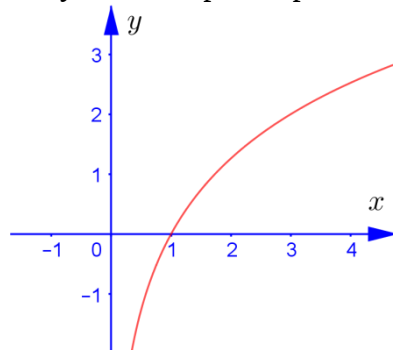
LẦN 4



Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.
- Câu 2.** Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.
- A. 50 m^2 . B. $50\pi \text{ m}^2$. C. $100\pi \text{ m}^2$. D. 100 m^2 .
- Câu 3.** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$ có đồ thị (C). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. (C) không có điểm cực trị. B. (C) có hai điểm cực trị.
 C. (C) có ba điểm cực trị. D. (C) có một điểm cực trị.
- Câu 4.** Với các số dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.
 C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 6.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 19^x$.
- A. $y' = x \cdot 19^{x-1}$. B. $y' = 19^x$. C. $y' = 19^x \ln 19$. D. $y' = \frac{19^x}{\ln 19}$.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ xác định trên $[1; 3]$. Gọi M và m lần lượt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số thì $M + m$ bằng
- A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.
- Câu 8.** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $V = AB \cdot BC \cdot AA'$. B. $V = \frac{1}{3} AB \cdot BC \cdot AA'$. C. $V = AB \cdot AC \cdot AA'$. D. $V = AB \cdot AC \cdot AD$.
- Câu 9.** Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây sai?
- A. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. B. $S_p = \pi r l + \pi r^2$. C. $h^2 = r^2 + l^2$. D. $S_{xq} = \pi r l$.
- Câu 10.** Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?
- A. $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a (x + y) = \log_a x \cdot \log_a y$.
 C. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a (xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Câu 11. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ bên:



- A. $y = e^x$. B. $y = e^{-x}$. C. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. D. $y = \log_{0,6} x$.

Câu 12. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(1; 3)$. C. $(-3; -1)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 13. Kết quả tính đạo hàm nào sau đây là **sai**?

- A. $(3^x)' = 3^x \cdot \ln 3$. B. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$. C. $(\log_3 x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$. D. $(e^{2x})' = e^{2x}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min_{[0;4]} f(x) + \max_{[0;4]} f(x) = 5$.

Giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $m \in (-5; -3)$. B. $m \in (-3; -1)$. C. $m \in (-1; 1)$. D. $m \in (1; 3)$.

Câu 15. Số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-9}-4}$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 16. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$+$
y	-1	$+\infty$	0	1

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

- A. $y = \frac{1}{x(x+1)}$. B. $y = |x|(x+1)$. C. $y = \frac{x}{|x+1|}$. D. $y = \frac{|x|}{x+1}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \log_2(2x^2 - x - 1)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 19. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x+1}$ với m là tham số, có hai điểm cực trị A, B và $AB = 6$. Giá trị m thuộc khoảng nào dưới đây?
A. $m \in (-1; 0)$. **B.** $m \in (0; 1)$. **C.** $m \in (2; 3)$. **D.** $m \in (3; 4)$.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

D. $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

Câu 21. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$.

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$.

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = -4$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Câu 23. Cho hai số thực a, b với $0 < a < b < 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$.

B. $1 < \log_a b < \log_b a$.

C. $\log_b a < \log_a b < 1$.

D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $1 \leq m < 5$.

B. $1 < m < 5$.

C. $1 < m \leq 5$.

D. $0 < m < 4$.

Câu 25. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $0 < a \neq 1$ và $bc > 0$. Trong các khẳng định sau:

I. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

II. $\log_a(bc) = \frac{1}{\log_{bc} a}$.

III. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right)^2 = 2 \log_a \frac{b}{c}$.

IV. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

Có bao nhiêu khẳng định đúng?

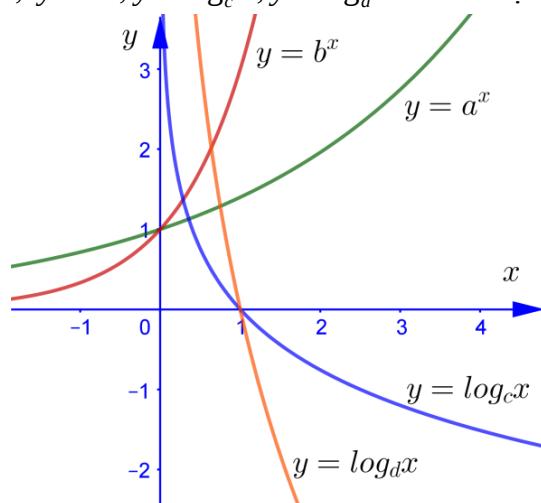
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 26. Cho các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x, y = \log_d x$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng?

A. $a > b > d > c$.

B. $b > a > d > c$.

C. $a > c > b > d$.

D. $c > d > b > a$.

Câu 27. Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích của khối nón tương ứng.

- A. $V = 800\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 28. Cho a là số thực dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Cho các mệnh đề sau:

1. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. 2. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. 3. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

4. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. 5. $\log_a (x : y) = \log_a x - \log_a y$. 6. $\log_a (xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

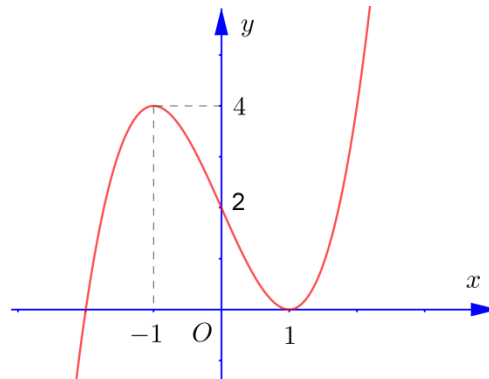
Số mệnh đề đúng là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 29. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} & \text{nếu } x \geq 1 \\ \frac{2x}{x-1} & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x - 2017) - 2018x + 2019$ là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 31. Để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 7$ thì số giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 15)$ thỏa mãn là

- A. 8. B. 15. C. 12. D. 9.

Câu 32. Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $\ln(abcd)$. D. $\ln\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{1+x}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $xy' + 1 = e^x$. B. $yy' + 1 = e^x$. C. $xy' + 1 = e^y$. D. $xy' - 1 = e^y$.

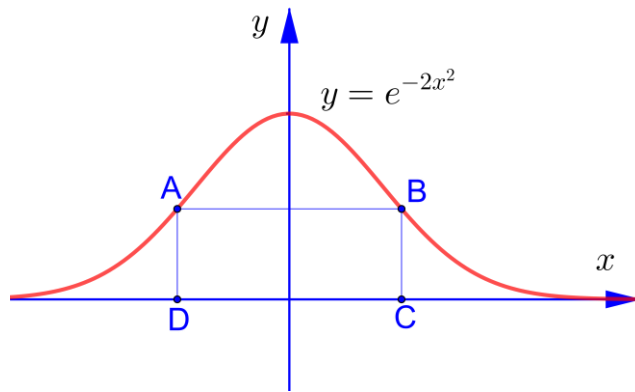
Câu 34. Hàm số $y = x^3 \cdot e^x$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$ và $AD = a$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ bằng

- A. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{5}}{6}$. B. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{5}}{24}$. C. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{5}}{25}$. D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{5}}{8}$.

Câu 36. Cho đồ thị hàm số $y = e^{-2x^2}$ như hình vẽ.



$ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho A và B luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho, CD luôn nằm trên trục hoành. Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

- A. $\sqrt{e}$. B. $e^{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{e^{\sqrt{2}}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 37. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Gọi V_1, V_2, V_3 là thể tích các khối tròn xoay sinh bởi tam giác đó khi lần lượt quay quanh AB , CA , BC . So sánh $\frac{1}{V_3^2}$ và $\frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$.

- A. $\frac{1}{V_3^2} < \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$ B. $\frac{1}{V_3^2} = \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$
C. $\frac{1}{V_3^2} > \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$ D. $\frac{1}{V_3^2} \geq \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A , gốc tọa độ O và B sao cho tiếp tuyến tại A, B vuông góc với nhau.

- A. $m = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = \frac{1}{4}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-5; 5)$ sao cho hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 40. Một người đẽo một khối gỗ hình lập phương cạnh 20cm thành một khối trụ sao cho khối trụ có thể tích lớn nhất. Tính thể tích khối trụ.

- A. $1000\pi \text{ cm}^3$. B. $2000\pi \text{ cm}^3$. C. $4000\pi \text{ cm}^3$. D. $1500\pi \text{ cm}^3$.

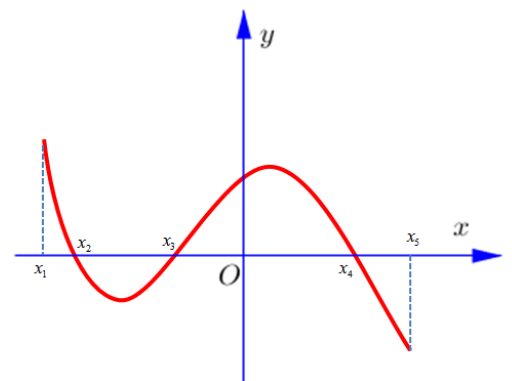
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình bên.

Biết rằng: $f(x_1) = f(x_4)$ và

$$f(x_2) + f(x_3) = f(x_4) + f(x_5).$$

Giá trị nhỏ nhất của $y = f(x)$ trên $[x_1; x_5]$ bằng

- A. $f(x_1)$. B. $f(x_2)$.
C. $f(x_3)$. D. $f(x_5)$.



Câu 42. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$ bằng

- A. $2a$. B. $a\sqrt{3}$. C. a . D. $a\sqrt{2}$.

- Câu 43.** Biết đường thẳng $y = (3m - 1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm phân biệt, sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây ?
A. $(-1; 0)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.
- Câu 44.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
A. $V = \frac{a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{3a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{9a^3}{8}$.
- Câu 45.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$ có đồ thị (C) . Tổng khoảng cách từ một điểm M thuộc đồ thị (C) đến hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất bằng?
A. 2. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{6}$.
- Câu 46.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, khác 0 và có đạo hàm tại mọi điểm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\frac{f(-x)}{f(x+2)} = \frac{x^2 + 2x + 4}{f(-x)}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?
A. $y = -2x + 2019$. **B.** $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{4}$. **C.** $y = 2x + 2019$. **D.** $y = -\frac{1}{2}x + 1$.
- Câu 47.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông tại A . Khoảng cách từ AA' đến $(BCC'B')$ và khoảng cách từ C đến (ABC') đều bằng x không đổi, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Để thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là nhỏ nhất thì góc α có giá trị gần nhất giá trị nào sau đây?
A. 25° . **B.** 35° . **C.** 45° . **D.** 55° .
- Câu 48.** Cho các số thực dương $x; y$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2 + y^2 + xy + 2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$ lần lượt là M và m . Tính $M + m$.
A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{77}{54}$. **C.** $\frac{67}{47}$. **D.** $\frac{9}{7}$.
- Câu 49.** Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60° , độ dài đường sinh bằng a . Dây hình cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N) ; (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) ; (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) . Tính tổng thể tích các khối cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ theo a .
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$. **B.** $\frac{27\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{9\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.
- Câu 50.** Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{7x+2} - ax^2 + bx + c}{(x-2)^3}$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi giá trị biểu thức $4a - 3b - 2c$ là
A. $-0,34375$. **B.** 3,215. **C.** 7,125. **D.** $-7,785$.

---HẾT---

LẦN 4

Họ và tên thí sinh:.....SBD.....

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

$$\text{Ta có } y = \frac{2x+3}{-x+1} \Rightarrow y' = \frac{5}{(-x+1)^2} > 0, \forall x \neq 1 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(1; +\infty)$ và $(-\infty; 1)$.

Câu 2. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

- A. 50 m^2 . B. $50\pi \text{ m}^2$. C. $100\pi \text{ m}^2$. D. 100 m^2 .

Lời giải

$$\text{Ta có chu vi đáy } C = 2\pi R = 5.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ là } S_{xq} = 2\pi Rl = 5.20 = 100 \text{ m}^2 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 3. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$ có đồ thị (C). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. (C) không có điểm cực trị. B. (C) có hai điểm cực trị.
 C. (C) có ba điểm cực trị. D. (C) có một điểm cực trị.

Lời giải

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 6x - 5 = -3(x-1)^2 - 2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Vì đạo hàm của hàm số không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Câu 4. Với các số dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.
 C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

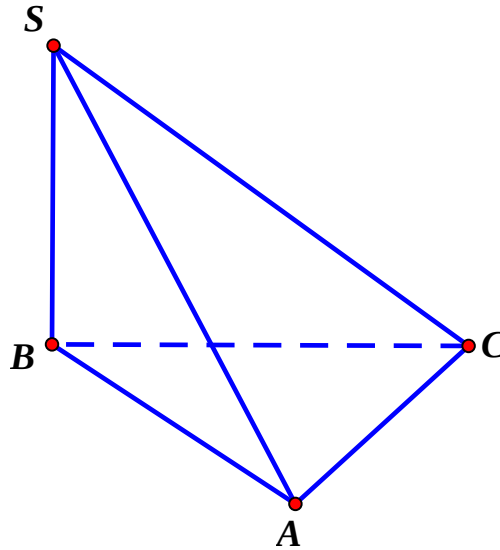
Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = 19^x$.

A. $y' = x \cdot 19^{x-1}$.

B. $y' = 19^x$.

C. $y' = 19^x \ln 19$.

D. $y' = \frac{19^x}{\ln 19}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(a^u)' = u' \cdot a^u \ln a$, ta được $y' = (19^x)' = 19^x \cdot \ln 19 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ xác định trên $[1; 3]$. Gọi M và m lần lượt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số thì $M + m$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

$$y = x^3 - 3x^2 + 3 \text{ trên } [1; 3]$$

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (1; 3) \\ x = 2 \in (1; 3) \end{cases}$$

$$y(1) = 1; y(2) = -1; y(3) = 3 \Rightarrow \text{GTLN: } M = 3; \text{GTNN: } m = -1$$

Vậy: $M + m = 2 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 8. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Mệnh đề nào sau đây đúng?

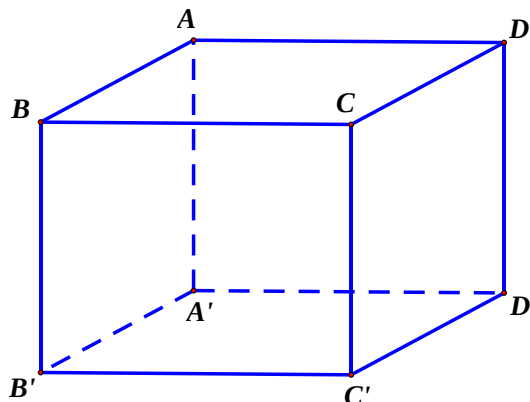
A. $V = AB \cdot BC \cdot AA'$.

B. $V = \frac{1}{3} AB \cdot BC \cdot AA'$.

C. $V = AB \cdot AC \cdot AA'$.

D. $V = AB \cdot AC \cdot AD$.

Lời giải



Ta có $V = S.h = AB.BC.AA' \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 9. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây **sai**?

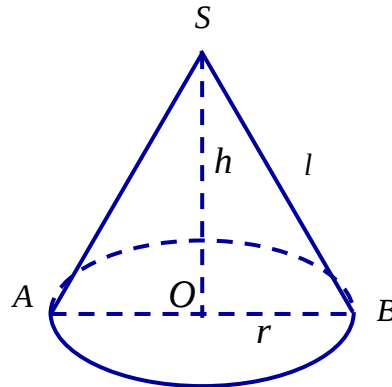
A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$.

C. $h^2 = r^2 + l^2$.

D. $S_{xq} = \pi r l$.

Lời giải



Ta có tam giác SOB vuông tại O nên: $h^2 + r^2 = l^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - r^2 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 10. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$.

B. $\log_a(x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

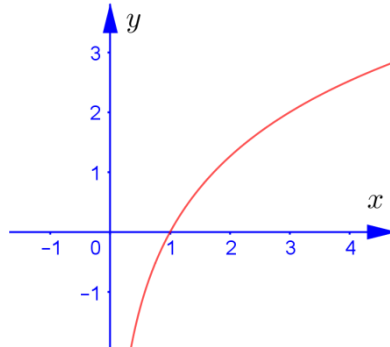
C. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Lời giải.

Ta có $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 11. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ bên:



A. $y = e^x$.

B. $y = e^{-x}$.

C. $y = \log_{\sqrt{3}} x$.

D. $y = \log_{0,6} x$.

Lời giải.

Do đường cong đi qua điểm $(1; 0)$ và nằm phía phải trục tung Oy , suy ra đây là đồ thị của hàm số logarit có dạng $y = \log_a x$, suy ra $y = \log_{\sqrt{3}} x$ hoặc $y = \log_{0,6} x$.

Do đồ thị có hướng đi lên khi x tăng nên hàm số đồng biến $\Rightarrow a > 1 \Rightarrow y = \log_{\sqrt{3}} x \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 12. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(1; 4)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-3; -1)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3) \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 13. Kết quả tính đạo hàm nào sau đây là **sai**?

A. $(3^x)' = 3^x \cdot \ln 3$. B. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$. C. $(\log_3 x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$. D. $(e^{2x})' = e^{2x}$.

Lời giải.

Ta có $(e^{2x})' = e^{2x} \cdot (2x)' = 2e^{2x}$. Vậy khẳng định D sai. $\Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min_{[0;4]} f(x) + \max_{[0;4]} f(x) = 5$.

Giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $m \in (-5; -3)$. B. $m \in (-3; -1)$. C. $m \in (-1; 1)$. D. $m \in (1; 3)$.

Lời giải

$$f(x) = \frac{x-m}{x+1}. \text{ TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$f'(x) = \frac{1+m}{(x+1)^2}.$$

$$\text{Vì } f'(x) \text{ chỉ mang một dấu trên } D \text{ nên } \begin{cases} \min_{[0;4]} f(x) = f(0) \\ \max_{[0;4]} f(x) = f(4) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} \min_{[0;4]} f(x) = f(4) \\ \max_{[0;4]} f(x) = f(0) \end{cases}.$$

$$\text{Do đó: } \min_{[0;4]} f(x) + \max_{[0;4]} f(x) = 5 \Leftrightarrow f(0) + f(4) = 5 \Leftrightarrow -m + \frac{4-m}{5} = 5 \Leftrightarrow m = -\frac{7}{2}.$$

$$\Rightarrow m \in (-5; -3) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 15. Số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-9}-4}$ là

A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - 9} \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty) \setminus \{\pm 5\}$$

Khi đó có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-9}-4} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-9}-4} = 2$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

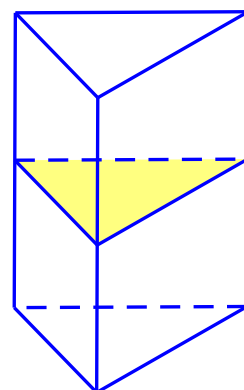
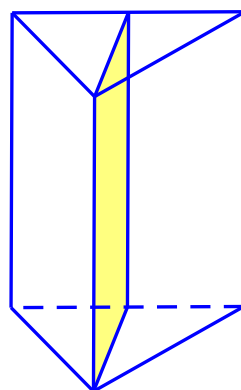
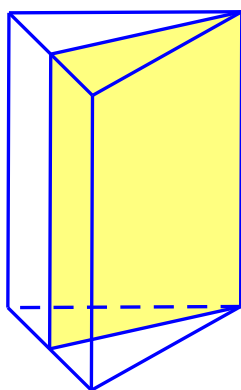
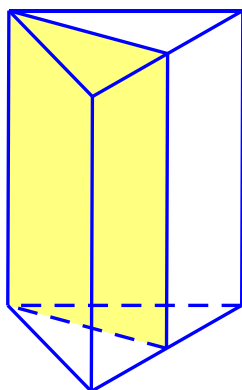
Mặt khác có $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-9}-4} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-9}-4} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận $\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 16. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Lời giải



Hình lăng trụ tam giác đều có bốn mặt đối xứng như hình vẽ:
Ba mặt phẳng tạo bởi một cạnh bên và trung điểm của hai cạnh đối diện.
Một mặt phẳng tạo bởi trung điểm của ba cạnh bên.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$		$-$	$+$
y	-1	$+\infty$	0	1

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

A. $y = \frac{1}{x(x+1)}.$

B. $y = |x|(x+1).$

C. $y = \frac{x}{|x+1|}.$

D. $y = \frac{|x|}{x+1}.$

Lời giải

Đáp án B sai vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} |x|(x+1) = +\infty.$

Đáp án C sai vì $y = \frac{x}{|x+1|} = \frac{x}{\sqrt{(x+1)^2}}$ có $y'(0) = 1 \left(\frac{d}{dx} \left(\frac{x}{|x+1|} \right) \Big|_{x=0} = 1 \right).$

Đáp án A sai vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x(x+1)} = 0 \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 18. Cho hàm số $y = \log_2(2x^2 - x - 1)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

Ta có tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty).$

$y' = \frac{4x-1}{(2x^2-x-1)\ln 2} > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{4}$, do điều kiện tập xác định suy ra $x > 1$.

Mặt khác $y' = \frac{4x-1}{(2x^2-x-1)\ln 2} < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{4}$, do điều kiện tập xác định suy ra $x < -\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, đồng biến trên $(1; +\infty) \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 19. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x+1}$ với m là tham số, có hai điểm cực trị A, B và $AB = 6$. Giá trị m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $m \in (-1; 0).$

B. $m \in (0; 1).$

C. $m \in (2; 3).$

D. $m \in (3; 4).$

Lời giải

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm là $y' = \frac{x^2 + 2x - m}{(x+1)^2}.$

Để hàm số có hai điểm cực trị ta phải có $\begin{cases} 1+m > 0 \\ 1-2-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$

Gọi hai hoành độ cực trị là x_1 và x_2 ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}.$

Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y = \frac{(x^2 - mx)'}{(x+1)'} = 2x - m$

Khi đó điểm $A(x_1, 2x_1 - m)$ và $B(x_2, 2x_2 - m)$.

$$AB = \sqrt{4+4m} \cdot \sqrt{5} = 6 \Leftrightarrow 4+4m = \frac{36}{5} \Leftrightarrow m = \frac{4}{5} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}.$

A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (x+1) \cdot (4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{4^x - (x+1) \cdot 4^x \cdot \ln 4}{(4^x)^2} = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 21. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}.$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}.$

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}.$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } b = \log_5 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 5} = \frac{a}{\log_2 5} \Rightarrow \log_2 5 = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{a+2ab}{ab+b} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1.$

B. $m = -4.$

C. $m = -2.$

D. $m = 2.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3mx^2 + 2x + m^2 - 6 \text{ và } y'' = 6mx + 2$$

Để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 4 = 0 \\ 6m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Thử lại: với $m=1$ ta có: $y = x^3 + x^2 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2x - 5, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$.

Vì $a=1 > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{5}{3}$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Vậy $m=1$ thỏa mãn $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 23. Cho hai số thực a, b với $0 < a < b < 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. **B.** $1 < \log_a b < \log_b a$. **C.** $\log_b a < \log_a b < 1$. **D.** $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Lời giải.

Cách 1: Từ $0 < a < b < 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b < \log_a a \\ \log_b a > \log_b b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b < 1 \\ \log_b a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \log_a b < 1 < \log_b a$

Cách 2: Có thể cho $\begin{cases} a = 0,1 \\ b = 0,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a b = \log_{0,1} 0,2 < 1 \\ \log_b a = \log_{0,2} 0,1 > 1 \end{cases} \rightarrow \log_a b < 1 < \log_b a$

$\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $1 \leq m < 5$.

B. $1 < m < 5$.

C. $1 < m \leq 5$.

D. $0 < m < 4$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y(-1) = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Theo ycbt dựa vào bảng biến thiên ta có: $0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5 \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 25. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $0 < a \neq 1$ và $bc > 0$. Trong các khẳng định sau:

I. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

II. $\log_a(bc) = \frac{1}{\log_{bc} a}$

III. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right)^2 = 2 \log_a \frac{b}{c}$

IV. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$

Có bao nhiêu khẳng định **đúng**?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

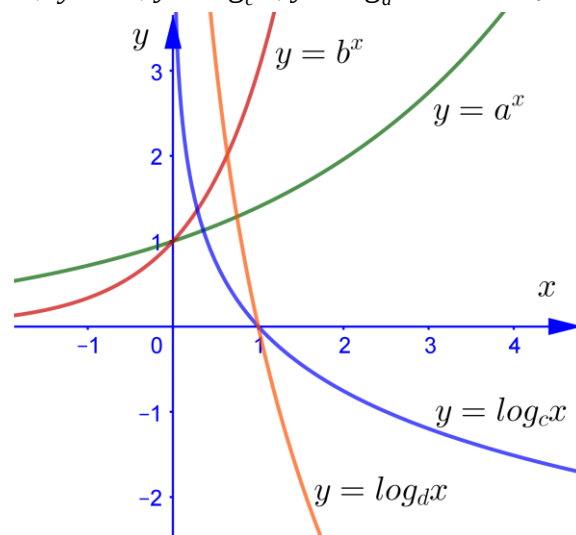
Lời giải.

Vì $bc > 0$ nên b, c có thể cùng âm do đó $\log_a(bc) = \log_a |b| + \log_a |c|$; $\log_a b^4 = 4 \log_a |b| \rightarrow$ **I, IV**

sai. Còn $\log_a(bc) = \frac{1}{\log_{bc} a}$ chỉ đúng khi $0 < a \neq 1$ và $0 < bc \neq 1$, song bài toán này không có điều

kiện $bc \neq 1$ do đó **II sai.** Vậy chỉ còn **III đúng** $\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 26. Cho các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$, $y = \log_d x$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

A. $a > b > d > c$.

B. $b > a > d > c$.

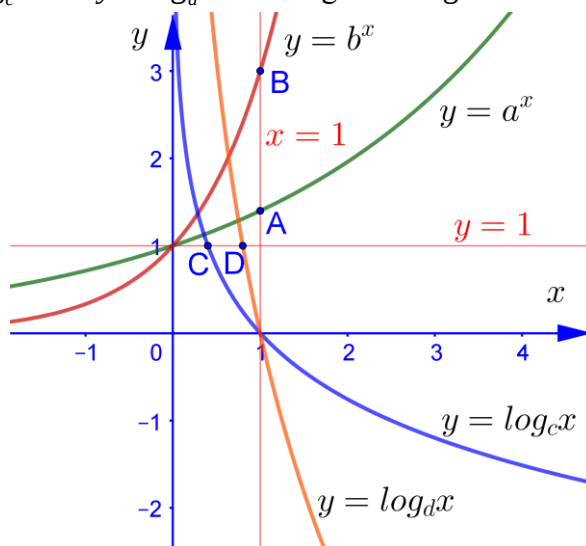
C. $a > c > b > d$.

D. $c > d > b > a$.

Lời giải

Đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ có dáng đi lên từ trái sang phải nên $a, b > 1$

Đồ thị hai hàm số $y = \log_c x$ và $y = \log_d x$ có dáng đi xuống từ trái sang phải nên $c, d < 1$



Xét đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại các điểm $A(1;a)$ và $B(1;b)$.

Từ hình vẽ ta có $b > a$.

Xét đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hai hàm số $y = \log_c x$ và $y = \log_d x$ lần lượt tại các điểm $C(c;1)$ và $D(d;1)$. Từ hình vẽ ta có $d > c$.

Vậy $b > a > d > c \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 27. Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích của khối nón tương ứng.

A. $V = 800\pi \text{ cm}^3$.

B. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$.

C. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$.

D. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải

Bán kính đáy của hình nón: $R = \sqrt{l^2 - h^2} = 10 \text{ cm}$.

Vậy thể tích khối nón tương ứng là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 100 \cdot 24 = 800\pi \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 28. Cho a là số thực dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Cho các mệnh đề sau:

1. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. 2. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. 3. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.
 4. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. 5. $\log_a (x : y) = \log_a x - \log_a y$. 6. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

Số mệnh đề đúng là

- A. 1.** B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chỉ có 2 đúng, 1. Sai khi $\alpha = 0$, 3. sai vì $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ chỉ đúng khi $\alpha \neq 0$ ($\alpha = 0 \Rightarrow a^\alpha = 1$ làm cho $\log_{a^\alpha} b$ không có nghĩa) mà bài toán cho α là số thực bất kì, 4,5,6 sai quá rõ $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 29. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} & \text{nếu } x \geq 1 \\ \frac{2x}{x-1} & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$ là

- A. 1.** B. 2. **C. 3.** D. 4.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{x-1} = -\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

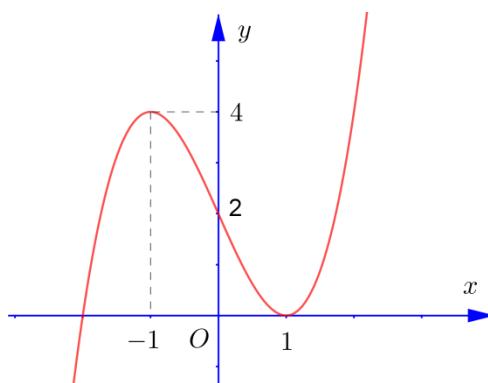
$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x}} = 2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

khi $x \rightarrow -\infty$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} = 1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x \rightarrow +\infty$.

$\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x-2017) - 2018x + 2019$ là

- A. 3.** **B. 1.** C. 4. D. 2.

Lời giải

Ta có $[f(x-2017) - 2018x + 2019]' = f'(x-2017) - 2018$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x-2017) - 2018$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ bằng cách tịnh tiến sang phải 2017 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 2018 đơn vị.

Do đó đồ thị hàm số $y = f'(x-2017) - 2018$ chỉ cắt trục hoành tại 1 điểm và đổi dấu qua điểm đó nên hàm số $y = f(x-2017) - 2018x + 2019$ có một điểm cực trị $\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 31. Để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $b-a > 7$ thì số giá trị nguyên của tham số $m \in (-10;15)$ thỏa mãn là

A. 8.

B. 15.

C. 12.

D. 9.

Lời giải

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$ Từ yêu cầu bài toán $\Rightarrow x^2 + (m-1)x + m-2 \leq \forall x \in (a;b)$

Ta có a, b chính là nghiệm của $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+b=1-m \\ ab=m-2 \end{cases}$

Khi đó $b-a > 7 \Rightarrow (b-a)^2 > 49 \Rightarrow (a+b)^2 - 4ab > 49$

$\Rightarrow (1-m)^2 - 4(m-2) > 49 \Rightarrow m^2 - 6m - 40 > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 10 \\ m < -4 \end{cases}$

Có 9 giá trị nguyên $m \in (-10;15)$ thỏa mãn $\Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 32. Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng:

A. 1.

B. 0.

C. $\ln(abcd)$.

D. $\ln\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)$.

Lời giải.

Ta có: $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a}\right) = \ln 1 = 0 \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 33. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{1+x}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $xy' + 1 = e^x$.

B. $yy' + 1 = e^x$.

C. $xy' + 1 = e^y$.

D. $xy' - 1 = e^y$.

Lời giải.

Ta có: $y' = \frac{\left(\frac{1}{x+1}\right)'}{\frac{1}{x+1}} = -\frac{1}{(x+1)^2} \cdot \frac{1}{1+x} = -\frac{1}{x+1} \Rightarrow (x+1)y' = -1$

$\Leftrightarrow xy' + 1 = -y' = \frac{1}{x+1} = e^{\ln \frac{1}{x+1}} = e^y \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 34. Hàm số $y = x^3 \cdot e^x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(-3; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 e^x + x^3 e^x = x^2 e^x (x+3)$.

Khi đó $y' < 0 \Leftrightarrow x+3 < 0 \Leftrightarrow x < -3$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$ và $AD = a$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ bằng

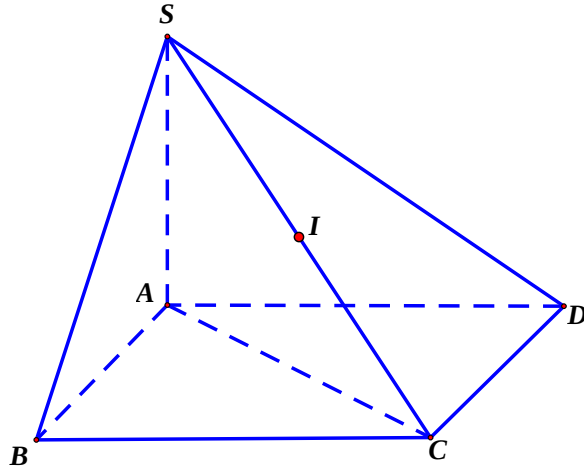
A. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{5}}{6}$.

B. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{5}}{24}$.

C. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{5}}{25}$.

D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{5}}{8}$.

Lời giải

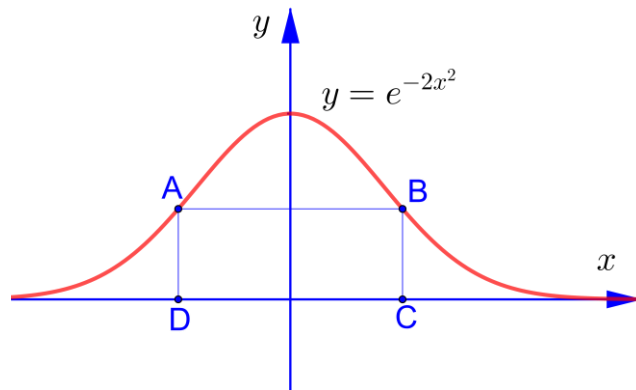


Để thấy các tam giác SAC , SBC , SDC là tam giác vuông (SC là cạnh huyền). Suy ra mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm là trung điểm của SC và bán kính là $R = \frac{SC}{2}$

$$= \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AB^2 + AD^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 3a^2 + a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Do đó, thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^3 = \frac{5\pi a^3\sqrt{5}}{6} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

Câu 36. Cho đồ thị hàm số $y = e^{-2x^2}$ như hình vẽ.



$ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho A và B luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho, CD luôn nằm trên trục hoành. Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

A. $\sqrt{e}$.

B. $e^{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{e^{\sqrt{2}}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Lời giải

Giả sử điểm $B(x; e^{-2x^2})$ với $x > 0$.

Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $f(x) = 2x \cdot e^{-2x^2}$.

Ta có $f'(x) = 2e^{-2x^2} - 8x^2 e^{-2x^2} = 2e^{-2x^2}(1 - 4x^2)$.

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$. Lập Bảng biến thiên $\Rightarrow \max S = \frac{1}{\sqrt{e}} \Rightarrow \text{Chọn D.}$

Câu 37. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Gọi V_1, V_2, V_3 là thể tích các khối tròn xoay sinh bởi tam giác đó khi lần lượt quay quanh AB , CA , BC . So sánh $\frac{1}{V_3}$ và $\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{V_3} < \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}$

B. $\frac{1}{V_3} = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}$

$$\text{C. } \frac{1}{V_3^2} > \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$$

$$\text{D. } \frac{1}{V_3^2} \geq \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$$

Lời giải

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{1}{3}\pi b^2 c, V_2 = \frac{1}{3}\pi c^2 b$$

$$\text{và } V_3 = \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH + \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot CH = \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BC = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{b^2 c^2}{a^2} \cdot a = \frac{1}{3}\pi \frac{b^2 c^2}{a}$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{V_3^2} = \frac{1}{\frac{1}{3}\pi} \cdot \frac{a^2}{b^4 c^4} \text{ và } \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2} = \frac{1}{\frac{1}{3}\pi} \left(\frac{1}{b^4 c^2} + \frac{1}{b^2 c^4} \right)$$

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $a^2 = b^2 + c^2$.

$$\text{Mặt khác } \frac{1}{b^4 c^2} + \frac{1}{b^2 c^4} = \frac{1}{b^2 c^2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = \frac{1}{b^2 c^2} \cdot \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} = \frac{a^2}{b^4 c^4}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{V_3^2} = \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A , gốc tọa độ O và B sao cho tiếp tuyến tại A, B vuông góc với nhau.

$$\text{A. } m = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}.$$

$$\text{B. } m = \frac{1}{2}.$$

$$\text{C. } m = 0.$$

$$\text{D. } m = \frac{1}{4}.$$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = x^4 - mx^2$ với trục hoành:

$$x^4 - mx^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi $m > 0$.

Điểm A, B có hoành độ lần lượt là: $-\sqrt{m}, \sqrt{m}$.

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 2mx$$

Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A, B vuông góc với nhau $\Leftrightarrow y'(\sqrt{m}) \cdot y'(-\sqrt{m}) = -1$

$$\Leftrightarrow (-4m\sqrt{m} + 2m) \cdot (4m\sqrt{m} - 2m) = -1 \Leftrightarrow 4m^3 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt[3]{2}}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-5; 5)$ sao cho hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

$$\text{A. } 3.$$

$$\text{B. } 4.$$

$$\text{C. } 6.$$

$$\text{D. } 5.$$

Lời giải

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{m\}. \text{ Ta có } y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2} = \frac{g(x)}{(x - m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty) \Leftrightarrow g(x) \geq 0 \forall x > 1$ và $m \leq 1$ (1).

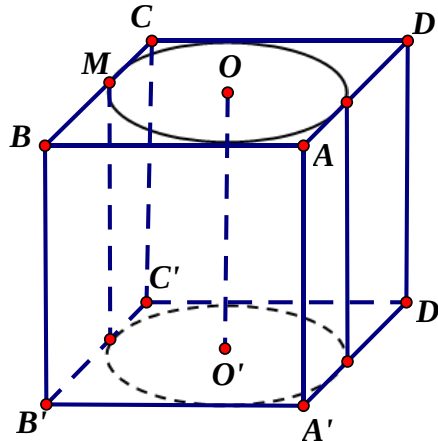
Vì $\Delta'_g = 2(m+1)^2 \geq 0 \forall m$ nên (1) $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa

$$x_1 \leq x_2 \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{5}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2}.$$

Do đó có 5 giá trị nguyên dương nào thỏa đề bài $\Rightarrow$ **Chọn D.**

- Câu 40.** Một người đẽo một khối gỗ hình lập phương cạnh 20cm thành một khối trụ sao cho khối trụ có thể tích lớn nhất. Tính thể tích khối trụ.
- A. $1000\pi \text{ cm}^3$. B. $2000\pi \text{ cm}^3$. C. $4000\pi \text{ cm}^3$. D. $1500\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải



Để khối trụ có thể tích lớn nhất $\Leftrightarrow$ hình trụ nội tiếp hình lập phương.

Hình trụ có bán kính đáy là $r = OM = \frac{AB}{2} = 10\text{cm}$, chiều cao là $h = OO' = AA' = 20\text{cm}$.

Thể tích khối trụ lớn nhất là $V = \pi r^2 h = \pi 10^2 \cdot 20 = 2000\pi \text{ cm}^3 \Rightarrow$ **Chọn B.**

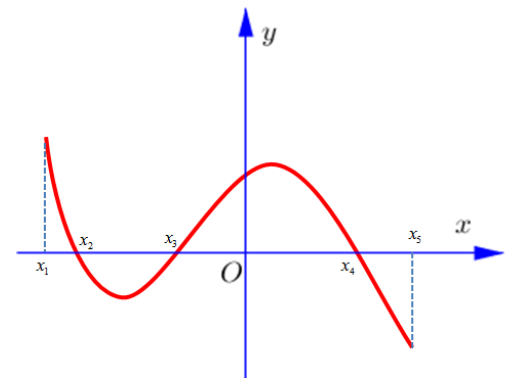
- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình bên.

Biết rằng: $f(x_1) = f(x_4)$ và

$$f(x_2) + f(x_3) = f(x_4) + f(x_5).$$

Giá trị nhỏ nhất của $y = f(x)$ trên $[x_1; x_5]$ bằng

- A. $f(x_1)$. B. $f(x_2)$.
C. $f(x_3)$. D. $f(x_5)$.



Lời giải

Bảng biến thiên:

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
y'	+	0	-	0	-
y	$f(x_1) \nearrow f(x_2) \searrow f(x_3) \nearrow f(x_4) \searrow f(x_5)$				

Dựa vào BBT ta có giá trị nhỏ nhất của $y = f(x)$ trên $[x_1; x_5]$ chỉ có thể tại x_3 hoặc x_5

Ta có $f(x_1) < f(x_2)$ mà $f(x_1) = f(x_4) \Rightarrow f(x_4) < f(x_2)$

$$f(x_2) + f(x_3) = f(x_4) + f(x_5) \Rightarrow f(x_3) - f(x_5) = f(x_4) - f(x_2) < 0 \Rightarrow f(x_3) < f(x_5)$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $y = f(x)$ trên $[x_1; x_5]$ bằng $f(x_3) \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 42. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$ bằng

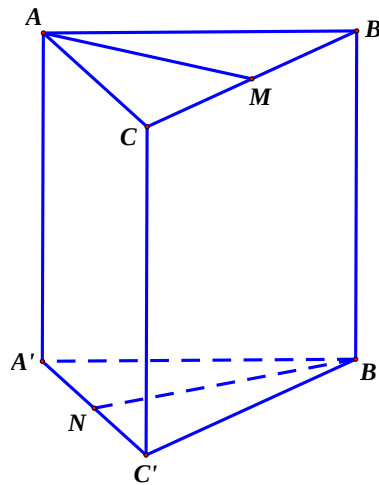
A. $2a$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Do mặt phẳng $(ABC) \parallel (A'B'C')$ mà $AM \subset (ABC), B'N \subset (A'B'C')$

Nên $d(AM, B'N) = d((ABC), (A'B'C')) = 2a \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 43. Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm phân biệt, sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao

điểm: $(3m-1)x + 6m + 3 = x^3 - 3x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (3m-1)x - 6m - 2 = 0 (*)$

Theo ycbt phương trình có 3 nghiệm tạo thành một cấp số cộng.

Giả sử phương trình có 3 nghiệm: x_1, x_2, x_3 thỏa mãn: $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \quad (1)$.

Theo Viét: $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = 3 \quad (2)$.

Từ $(1), (2) \Rightarrow x_2 = 1$.

Thay $x = 1$ vào phương trình $(*) \Rightarrow m = \frac{-1}{3} \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 44. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

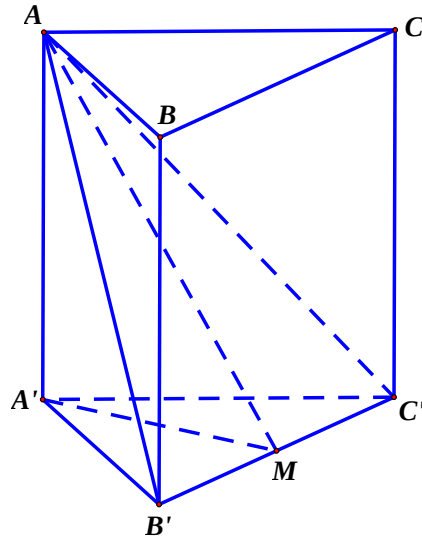
A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{3a^3}{8}$.

D. $V = \frac{9a^3}{8}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Khi đó $A'M \perp B'C'$ và $AM \perp B'C' \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và đáy là $\angle AMA' = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'MB'$ ta có $A'M = A'B' \cdot \cos B'A'M = \frac{a}{2}$.

Trong tam giác vuông $AA'M$ có: $AA' = A'M \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} = h$.

Diện tích tam giác $A'B'C'$ là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ: $V = S \cdot h = \frac{a^3}{8} \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 45. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$ có đồ thị (C) . Tổng khoảng cách từ một điểm M thuộc đồ thị (C) đến hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất bằng?

A. 2.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Điểm M nằm trên trục Ox : $M(-2; 0) \Rightarrow d_M = |-2| + 0 = 2$

Điểm M nằm trên trục tung Oy : $d_M = 0 + \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} < 2$

Xét những điểm M có hoành độ $|x| > \frac{2}{3} \Rightarrow d_M = |x| + |y| > \frac{2}{3}$.

Xét những điểm M có hoành độ thỏa mãn $|x| < \frac{2}{3}; y < -\frac{2}{3} \Rightarrow |y| > \frac{2}{3}$ (*)

Trường hợp: $0 \leq x \leq \frac{2}{3}$. Do (*) cho nên $d_M = |x| + |y| > \frac{2}{3}$

Trường hợp: $-\frac{2}{3} < x < 0, -\frac{2}{3} < y < 0 \Rightarrow d_M = -x - 1 - \frac{5}{x-3}, d'_M = -1 + \frac{5}{(x-3)^2}$

$d'_M = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{5} \\ x = 3 + \sqrt{5} \end{cases}$. Khi lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến với mọi $x \in \left(-\frac{2}{3}; 0\right)$.

Vậy $\min d_M = d_M(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, khác 0 và có đạo hàm tại mọi điểm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$\frac{f(-x)}{f(x+2)} = \frac{x^2 + 2x + 4}{f(-x)}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

- A. $y = -2x + 2019$. B. $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{4}$. C. $y = 2x + 2019$. D. $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $f^2(-x) = (x^2 + 2x + 4)f(x+2) (*)$.

Đạo hàm hai vế ta được $-2f'(-x) \cdot f(-x) = (2x+2)f(x+2) + (x^2 + 2x + 4)f'(x+2)$.

Chọn $x = 0; x = -2$ và rút gọn ta được

$$f'(0) \cdot f(0) + 2f'(2) = -f(2); f'(2) \cdot f(2) + 2f'(0) = f(0).$$

Lại chọn $x = 0; x = -2$ thay vào $(*)$ ta được

$$f^2(0) = 4f(2); f^2(2) = 4f(0) \Rightarrow f^4(0) = 64f(0) \Rightarrow f(0) = 4 = f(2)$$

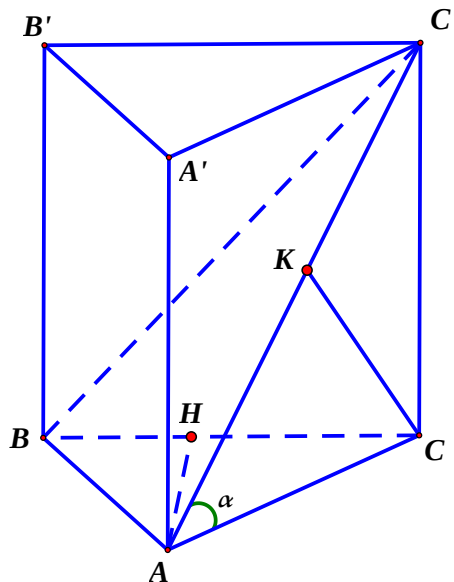
Giải hệ ta được $f'(0) = -f'(2) = -2$. Suy ra phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 0 là $y = -2x + 4 \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông tại A . Khoảng cách từ AA' đến $(BCC'B')$ và khoảng cách từ C đến (ABC') đều bằng x không đổi, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Để thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là nhỏ nhất thì góc α có giá trị gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 25° . B. 35° . C. 45° . D. 55° .

Lời giải



Dựng $AH \perp BC (H \in BC)$, $CK \perp AC' (K \in AC')$

Ta có $d(AA'; (BCC'B')) = AH = x$ và $d(C; (ABC')) = CK = x$.

$$\left((ABC'); (ABC) \right) = \angle CAC' = \alpha.$$

Xét tam giác ACK vuông tại K có: $AC = \frac{CK}{\sin \alpha} = \frac{x}{\sin \alpha}$.

Xét tam giác ACC' vuông tại C có: $CC' = AC \cdot \tan \alpha = \frac{x}{\sin \alpha} \cdot \tan \alpha = \frac{x}{\cos \alpha}$.

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AB = \frac{AH \cdot AC}{\sqrt{AH^2 - AC^2}} = \frac{x^2}{\sqrt{x^2(1 - \sin^2 \alpha)}} = \frac{x}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot CC' = \frac{x^3}{2 \sin \alpha \cos^2 \alpha}.$$

Để thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là nhỏ nhất thì $\sin \alpha \cos^2 \alpha$ lớn nhất.

$$\text{Ta có } \sin^2 \alpha \cos^4 \alpha = \frac{1}{2} 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 \alpha \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{3} \right) = \frac{8}{54}.$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos^2 \alpha \leq \frac{2\sqrt{3}}{9} \Rightarrow V \geq \frac{3x^3 \sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } V_{\min} = \frac{3x^3 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } 2 \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha \approx 35^\circ \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 48. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Giá trị lớn

nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$ lần lượt là M và m . Tính $M+m$.

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{77}{54}$.

C. $\frac{67}{47}$.

D. $\frac{9}{7}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{3}} (x+y) + 2 - \log_{\sqrt{3}} (x^2+y^2+xy+2) = x^2+y^2+xy+2-3(x+y)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} 3(x+y) + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}} (x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy+2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+xy+2 = 3(x+y) \quad (1)$$

$$\text{Từ (1) ta có } x^2 + x \cdot y - 3 + y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y-3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} (y-1)^2 = 1$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x + \frac{y-3}{2} = \cos t \\ \frac{\sqrt{3}}{2} (y-1) = \sin t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \cos t + 1 - \frac{\sin t}{\sqrt{3}} \\ y = \frac{2 \sin t}{\sqrt{3}} + 1 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{3 \cos t + \frac{\sin t}{\sqrt{3}} + 6}{\cos t + \frac{\sin t}{\sqrt{3}} + 8}$$

$$\Leftrightarrow \sin t \left(\frac{1-P}{\sqrt{3}} \right) + \cos t (3-P) = 8P-6 \quad (*)$$

$$\text{PT (*) có nghiệm khi } \frac{(P-1)^2}{3} + (P-3)^2 \geq (8P-6)^2 \Leftrightarrow 188P^2 - 268P + 80 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{20}{47} \leq P \leq 1$$

$$\text{Suy ra } \max P = 1, \min P = \frac{20}{47} \Rightarrow M+m = \frac{67}{47} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 49. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60° , độ dài đường sinh bằng a . Dãy hình cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N) ; (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) ; (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) . Tính tổng thể tích các khối cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ theo a .

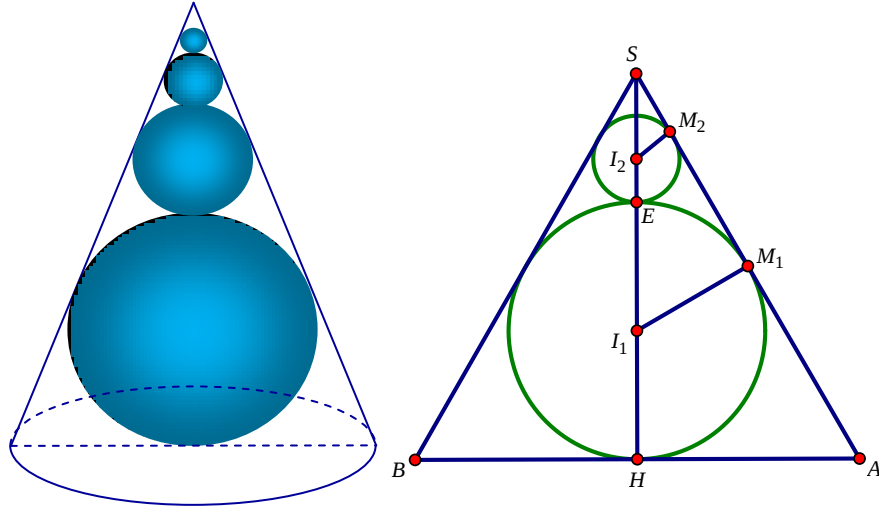
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$.

B. $\frac{27\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$.

D. $\frac{9\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

Lời giải



Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của mặt cầu (S_1) và (S_2) .

Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó ta có $\triangle SAB$ đều và $R_1 = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hạ $I_1M_1 \perp SA, I_2M_2 \perp SA$.

Xét $\triangle SI_2M_2$ có $\sin 30^\circ = \frac{I_2M_2}{SI_2} \Rightarrow SI_2 = 2I_2M_2$. Khi đó ta có $SH = SI_2 + I_2E + EH$

$$\Leftrightarrow 3r_1 = 3r_2 + 2r_1 \Leftrightarrow r_1 = 3r_2.$$

Chứng minh tương tự ta có $r_2 = 3r_3, \dots, r_n = 3r_{n+1}$.

Do đó dãy $r_1, r_2, \dots, r_n, \dots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và công bội $q = \frac{1}{3}$.

Suy ra dãy thể tích của các khối cầu $(S_1), (S_2), \dots, (S_n), \dots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn

với $V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{54}\pi a^3$ và công bội $q_1 = \frac{1}{27}$.

Vậy tổng thể tích của các khối cầu $(S_1), (S_2), \dots, (S_n), \dots$ là: $V = \frac{V_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{52}\pi a^3 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{7x+2} - ax^2 + bx + c}{(x-2)^3}$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi giá trị biểu

thức $4a - 3b - 2c$ là

A. $-0,34375$.

B. $3,215$.

C. $7,125$.

D. $-7,785$.

Lời giải

Để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{7x+2} - ax^2 + bx + c}{(x-2)^3}$ không có tiệm cận đứng thì phương

trình $\sqrt{7x+2} - ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm bội ba $x = 2$

Đặt $f(x) = \sqrt{7x+2} - ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = \frac{7}{2\sqrt{7x+2}} - 2ax + b$; $f''(x) = \frac{-49}{4\sqrt{(7x+2)^3}} - 2a$

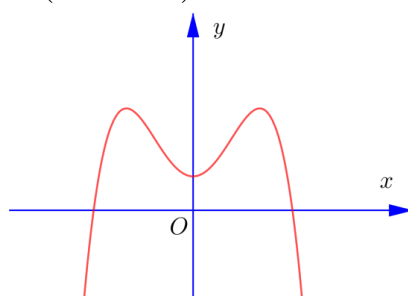
$f(x) = 0$ có nghiệm bội ba

$$x = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 0 \\ f'(2) = 0 \\ f''(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 - 4a + 2b + c = 0 \\ \frac{7}{8}4a + b = 0 \\ \frac{49}{4\sqrt{16^3}} - 2a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{49}{512} \\ b = -\frac{161}{128} \\ c = -\frac{239}{128} \end{cases} \Rightarrow 4a - 3b - 2c = 7,125 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

LẦN 5

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = -3x^2(x-1) + 2019$. Tính $f'(1)$.
A. -2018 . **B.** -3 . **C.** 0 . **D.** 3 .
- Câu 2.** Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.
A. $(-\infty; -3)$. **B.** $(-3; 1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 3.** Tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 10cm^2 và chiều cao bằng 3cm .
A. $V = 10\text{cm}^3$. **B.** $V = 30\text{cm}^3$. **C.** $V = 15\text{cm}^3$. **D.** $V = 20\text{cm}^3$.
- Câu 4.** Cho khối tứ diện $ABCD$ có ba cạnh đôi một vuông góc tại A và $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ là
A. $V = abc$. **B.** $V = \frac{1}{6}abc$. **C.** $V = \frac{1}{3}abc$. **D.** $V = 3abc$.
- Câu 5.** Hàm số $y = 2x^4 - (m^2 - 4)x^2 + m$ có 3 cực trị khi:
A. $m > 2; m < -2$. **B.** $-2 < m < 2$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 1$.
- Câu 6.** Cho khối nón tròn xoay có chiều cao và bán kính đáy cùng bằng a . Khi đó thể tích khối nón là
A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** πa^3 . **D.** $\frac{4}{3}\pi a^3$.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
A. Hàm số đồng biến trên $(a; b)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$.
C. Hàm số nhận giá trị không đổi trên $(a; b)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Câu 8.** Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$, các cạnh bên đều có độ dài bằng $5a$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:
A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $5a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $10a^3\sqrt{3}$.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ:

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 10.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$ có tâm đối xứng là
A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.
- Câu 11.** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 24π diện tích toàn phần bằng 42π . Thể tích của khối trụ trên là
A. $V = 36\pi$. **B.** $V = 9\pi$. **C.** $V = 18\pi$. **D.** $V = 32\pi$.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. -5 . C. 5 . D. $\frac{1}{3}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\frac{3^{2x-9}}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = ax + \sqrt{x^2 + 1}$ có cực tiểu.

- A. $-1 < a < 2$. B. $-1 < a < 1$. C. $0 \leq a < 1$. D. $-2 < a < 0$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$ và ba cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{8}$.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^4 + 3mx^2 + m^2 + m$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

- A. $m > 0$. B. $m \geq 0$. C. $m \leq 0$. D. $m < 0$.

Câu 17. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ là

- A. $(-1; 4)$. B. $(1; 4)$. C. $(0; 3)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 18. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 2a$, $AD = 4a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Thể tích khối trụ khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN là

- A. $4\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. πa^3 . D. $3\pi a^3$.

Câu 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2\sqrt{2}cm$ và $AA_1 = 2cm$. Tính thể tích V của khối chóp BA_1ACC_1 .

- A. $V = \frac{12}{3}cm^3$. B. $V = \frac{16}{3}cm^3$. C. $V = 8cm^3$. D. $V = \frac{18}{3}cm^3$.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 21. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $SAO = 30^\circ$, $SAB = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $3\pi a^2$. B. πa^2 . C. $3\pi a^2\sqrt{3}$. D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Câu 23. Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều là

- A. 18π . B. 16π . C. 12π . D. 6π .

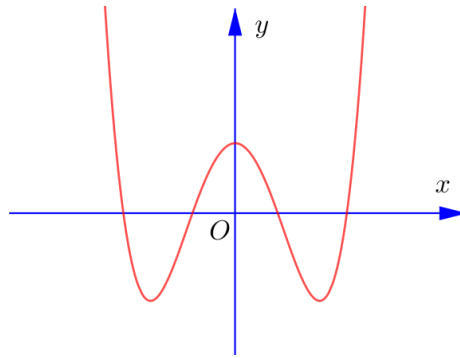
Câu 24. Một người gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 8,4% trên một năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền là 20 triệu đồng?

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 25. Biết rằng $\log_{12} 8 = a$ thì $\log_2 3 = \frac{3+ma}{a+n}$ (với $m, n \in \mathbb{Z}$). Tính $m+n$.

- A. 1. B. -2. C. 0. D. -4.

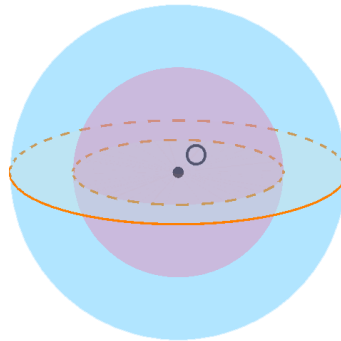
Câu 26. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?

- A.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

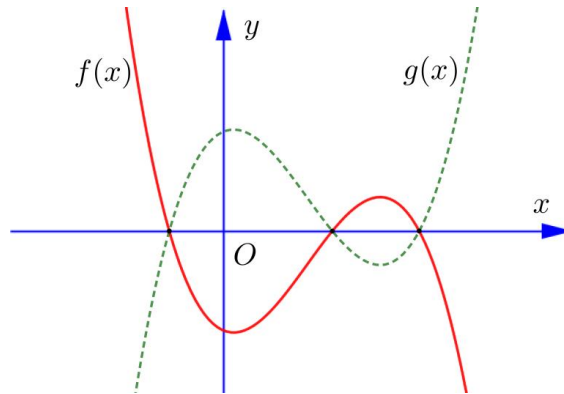
Câu 27. Hai hình cầu đồng tâm lần lượt có bán kính là 30 cm và 18 cm như hình vẽ:



Tính thể tích phần không gian bị giới hạn bởi hai mặt cầu này.

- A.** $576\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $21168\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $28224\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $1152\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Nhận xét nào sau đây là đúng?

- A.** $g(x) = |f(x)|$. **B.** $g(x) = f(|x|)$. **C.** $g(x) = -f(x)$. **D.** $g(x) = 2f(x)$.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) vuông góc với nhau. Tam giác ABC đều cạnh a , tam giác BCD vuông cân tại D . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

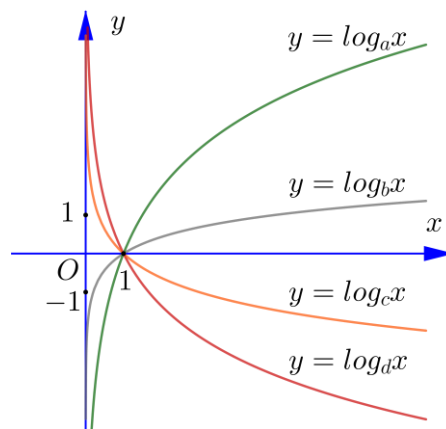
- A.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m-1)x^2 + (2m^2 - 3m + 2)x - m(m-1)$. Gọi T tích là các giá trị của m thỏa mãn đồ thị hàm số có hai cực trị và đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}.$$

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

- Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt.
- A. $1 < m < 3$. B. $m > 3$. C. $m = 0$. D. $m \in (1; 3) \cup \{0\}$.
- Câu 32.** Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?
- A. $3\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (m}^2\text{)}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (m}^2\text{)}$. D. $\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$.
- Câu 33.** Cho mặt cầu tâm O . Đường thẳng d cắt mặt cầu này tại hai điểm M, N . Biết rằng $MN = 20 \text{ cm}$ và khoảng cách từ O đến d bằng $10\sqrt{2} \text{ cm}$. Tính thể tích khối cầu là
- A. $V = 12000\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$. B. $V = 4000\pi\sqrt{5} \text{ cm}^3$. C. $V = 12000\pi\sqrt{5} \text{ cm}^3$. D. $V = 4000\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$.
- Câu 34.** Tìm số thực m để đồ thị hàm số $y = x^4 + mx^2 + m + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác nhận O làm trực tâm.
- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = 0$. D. $m = -3$.
- Câu 35.** Tìm số cạnh ít nhất của một hình đa diện có 9 mặt.
- A. 9 cạnh. B. 11 cạnh. C. 14 cạnh. D. 15 cạnh.
- Câu 36.** Tập nghiệm của hàm số $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-2}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$ là
- A. $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$. B. $\{0\} \cup (2; +\infty)$. C. $[-1; 0]$. D. $[-1; 0] \cup (1; +\infty)$.
- Câu 37.** Cho bốn số thực dương a, b, c, d khác 1. Đồ thị của bốn hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$, $y = \log_d x$ như hình vẽ bên.

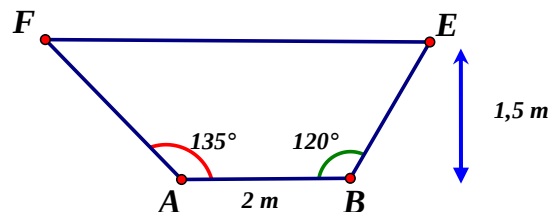


Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $a > b > 1 > c > d$. B. $d > c > 1 > a > b$. C. $a > b > 1 > d > c$. D. $b > a > 1 > d > c$.
- Câu 38.** Kênh Đan Hoài là kênh tưới tiêu quan trọng nối liền hai huyện Hoài Đức - Đan Phượng. Khảo sát một đoạn kênh mặt cắt ngang được thể hiện trong hình bên dưới.



Kênh Đan Hoài



Mặt cắt ngang

Người ta thấy lượng nước tối đa đoạn kênh này có thể chứa được là 3500 m^3 . Chiều dài đoạn kênh được khảo sát là

- A. 380 m. B. 460 m. C. 733 m. D. 817 m.

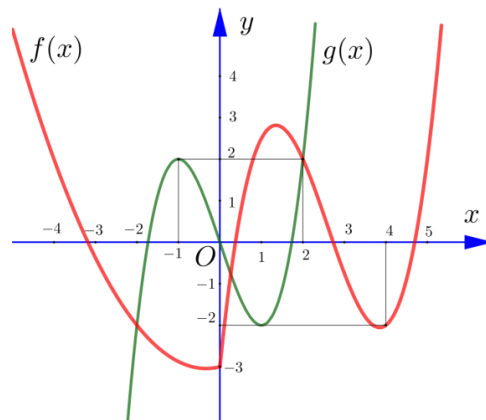
Câu 39. Cho x, y, z là ba số thực khác 0 thỏa mãn $3^x = 5^y = 15^{-z}$. Tính $A = xy + yz + zx$.

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Giá trị lớn nhất thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $3\sqrt{2}a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



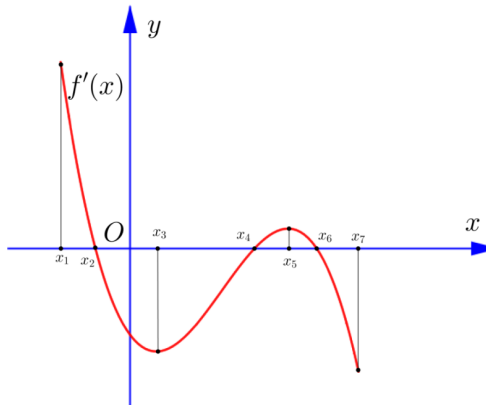
Tổng số nghiệm của hai phương trình $f(g(|x|)) = 0$ và $g(|f(x)|) = 0$ là

- A. 16. B. 18. C. 24. D. 26.

Câu 42. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích 2 phần đó.

- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{17}$. D. $\frac{5}{17}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[x_1; x_7]$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[x_1; x_7]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $M = \max \{ f(x_1); f(x_5) \}$. B. $M = \max \{ f(x_2); f(x_4); f(x_7) \}$.
C. $m = \min \{ f(x_3); f(x_7) \}$. D. $m = \min \{ f(x_1); f(x_4); f(x_7) \}$.

Câu 44. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log_6 x = \log_3 y = \log_2 z = \log_5 \left(\frac{x}{yz} + 3 \right)$. Tính giá trị của biểu thức $P = x^{\log_6 5} + 2y^{\log_3 5} + 3z^{\log_2 5}$.

- A. 20. B. 24 C. 26. D. 30.

Câu 45. Cho hàm số $y = x^{2018} - (m-7)x^{2019} + (m^2-49)x^{2020} + m-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đạt cực đại tại $x = 0$?

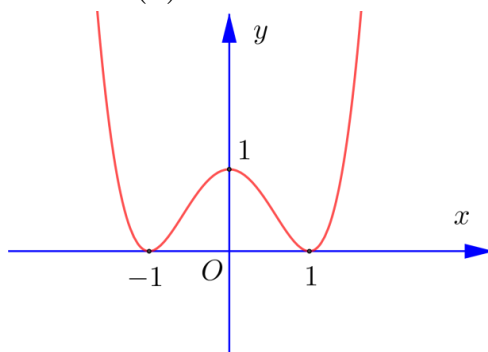
- A. 12. B. 13. C. vô số. D. 0.

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{x^3 - x^2 + x + m}{x - m}$ (m là tham số) có ba điểm cực trị của đồ thị không thẳng hàng.

Tâm I của đường tròn đi qua ba điểm cực trị luôn thuộc đường thẳng nào sau đây?

- A. $y = \frac{-9}{2}$. B. $y = \frac{40}{3}$. C. $y = x + \frac{40}{3}$. D. $y = x + \frac{9}{2}$.

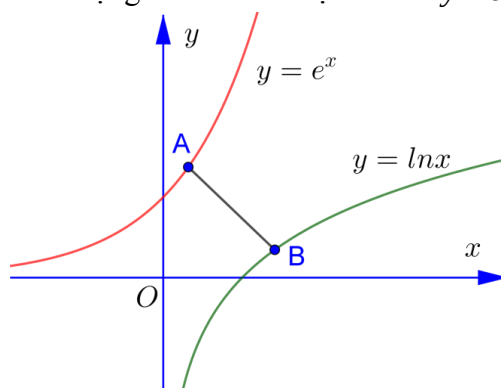
Câu 47. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $\sqrt{f(\sqrt{f(x)})} + 2\sqrt{f(x)} + \frac{11}{2} = f(x) + 2$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

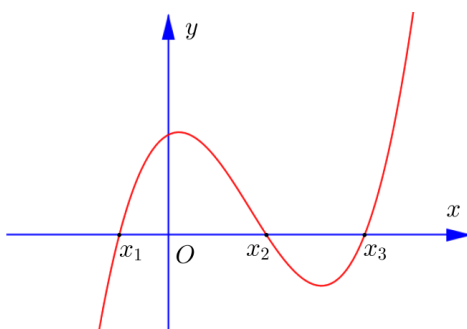
Câu 48. Gọi A và B lần lượt là hai điểm di động trên hai đồ thị hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ như hình vẽ:



Khoảng cách giữa hai điểm A, B nhỏ nhất gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

- A. 1, 2 B. 1, 3 C. 1, 4 D. 1, 5

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ:



Phương trình $2f(x) \cdot f''(x) = [f'(x)]^2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 50. Cho hàm số $(C): y = \frac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $d: y = 2x - m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $P = k_1^{2018} + k_2^{2018}$ đạt giá trị nhỏ nhất với k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (C) .

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -3x^2(x-1) + 2019$. Tính $f'(1)$.

A. -2018.

B. -3.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Ta có $f(x) = -3x^3 + 3x^2 + 2019 \Rightarrow f'(x) = -9x^2 + 6x \Rightarrow f'(1) = -3 \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 2. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

$$y' = 3x^2 + 6x - 9.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}. \text{ Lập bảng xét dấu ta có hàm số nghịch biến trên } (-3; 1) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 3. Tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 10 cm^2 và chiều cao bằng 3 cm .

A. $V = 10\text{ cm}^3$.

B. $V = 30\text{ cm}^3$.

C. $V = 15\text{ cm}^3$.

D. $V = 20\text{ cm}^3$

Lời giải

$$V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.10.3 = 10(\text{cm}^3) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 4. Cho khối tứ diện $ABCD$ có ba cạnh đôi một vuông góc tại A và $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

A. $V = abc$.

B. $V = \frac{1}{6}abc$.

C. $V = \frac{1}{3}abc$.

D. $V = 3abc$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3}AD.S_{ABC} = \frac{abc}{6} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 5. Hàm số $y = 2x^4 - (m^2 - 4)x^2 + m$ có 3 cực trị khi:

A. $m > 2; m < -2$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $m < 0$.

D. $m > 1$.

Lời giải

$$\text{Hàm số có ba cực trị} \Leftrightarrow ab < 0 \Leftrightarrow 4 - m^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 6. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao và bán kính đáy cùng bằng a . Khi đó thể tích khối nón là

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

B. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Khối nón có bán kính đáy $R = a$

Diện tích đáy: $S = \pi R^2 = \pi a^2$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}\pi a^3 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đồng biến trên $(a; b)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$.

C. Hàm số nhận giá trị không đổi trên $(a; b)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a; b) \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 8. Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$; các cạnh bên đều có độ dài bằng $5a$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:

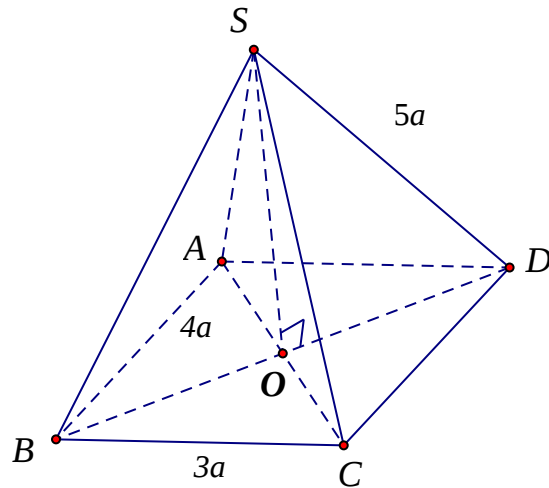
A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $5a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $10a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có $S_{ABCD} = 3a \cdot 4a = 12a^2$, $AC = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$.

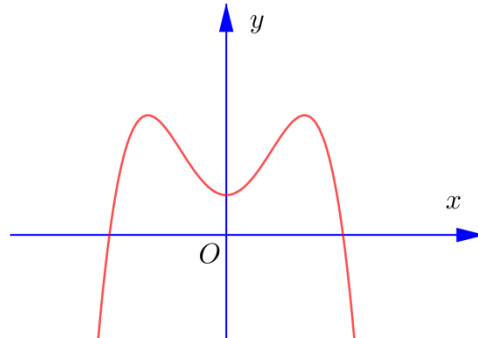
Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$ ta có
 $OA = OB = OC = OD$, $SA = SB = SC = SD$

Suy ra $SO \perp (ABCD)$.

$$OA = \frac{AC}{2} = \frac{5a}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5a\sqrt{3}}{2} \cdot 12a^2 = 10a^3\sqrt{3} \text{ (đvtt)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ :



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đã cho có 3 điểm cực trị $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$ có tâm đối xứng là

A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = \frac{x-1}{1-2x} = \frac{x-1}{-2x+1}$$

$$\text{Tiệm cận đứng của đồ thị là } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Tiệm cận ngang của đồ thị là } y = -\frac{1}{2}.$$

Vậy tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 11. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 24π diện tích toàn phần bằng 42π . Thể tích của khối trụ trên là

A. $V = 36\pi$.

B. $V = 9\pi$.

C. $V = 18\pi$.

D. $V = 32\pi$.

Lời giải

$$S_{xq} = 2\pi.R.h = 24\pi \text{ và } S_{tp} = S_{xq} + 2\pi.R^2 = 42\pi \Rightarrow R = 3, h = 4.$$

Vậy thể tích khối trụ trên là: $V = \pi.R^2.h = \pi.3^2.4 = 36\pi \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. -5 .

C. 5 .

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \neq 3 \Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}} y = y(0) = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\frac{3^{2x-9}}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 5$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{3^{2x-9}}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^x \Leftrightarrow 3^{2x-12} = 3^{-x} \Leftrightarrow 2x-12 = -x \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = ax + \sqrt{x^2 + 1}$ có cực tiểu.

A. $-1 < a < 2$.

B. $-1 < a < 1$.

C. $0 \leq a < 1$.

D. $-2 < a < 0$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = a + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

+ **ĐK cần:** Hàm số có cực trị khi phương trình $y' = 0$ có nghiệm.

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = f(x), \text{ với } x \in \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = -\frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} < 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$	1	-1

Do đó: Phương trình $y' = 0$ có nghiệm thì có nghiệm duy nhất x_0 khi và chỉ khi $-1 < a < 1$.

$$+ \text{ĐK đủ: Ta có: } y'' = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} > 0 \text{ với mọi } x. \text{ Suy ra: } y''(x_0) > 0 \text{ nên } x_0 \text{ luôn là điểm cực}$$

tiểu với mọi $a \in (-1; 1)$. Vậy $-1 < a < 1 \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$ và ba cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{14}}{8}$.

Lời giải

Áp dụng công thức giải nhanh: $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow R = \frac{1}{2}\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{14}}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^4 + 3mx^2 + m^2 + m$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

A. $m > 0$.

B. $m \geq 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$

Ta có: $y' = 4x^3 + 6mx$; $y'' = 12x^2 + 6m$ suy ra $y'(0) = 0, \forall m$; $y''(0) = 6m$

Nếu $m < 0$ thì $y''(0) < 0$ thì $x = 0$ là điểm cực đại $\Rightarrow$ không thỏa mãn

Nếu $m = 0$. Khi đó $y' = 4x^3$, từ việc xét dấu ta suy ra $x = 0$ là điểm cực tiểu $\Rightarrow$ Thỏa mãn.

Nếu $m > 0$ thì $y''(0) > 0$ thì $x = 0$ là điểm cực tiểu $\Rightarrow$ Thỏa mãn.

Vậy $m \geq 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 17. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ là

A. $(-1; 4)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(0; 3)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Ta có $y' = -4x^3 + 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 3$	$\nearrow 4$	$\searrow -\infty$

Từ BBT ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0; 3) \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 18. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 2a$, $AD = 4a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Thể tích khối trụ khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN là

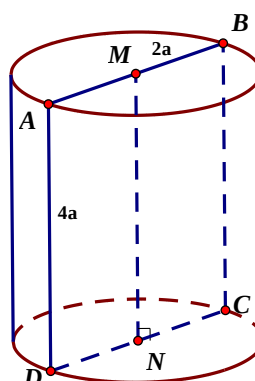
A. $4\pi a^3$.

B. $2\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $3\pi a^3$.

Lời giải



Ta có: $R = a$ và $h = 4a$. Áp dụng công thức $V = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot 4a = 4\pi a^3 \Rightarrow \text{Chọn A.}$

Câu 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2\sqrt{2}cm$ và $AA_1 = 2cm$. Tính thể tích V của khối chóp BA_1ACC_1 .

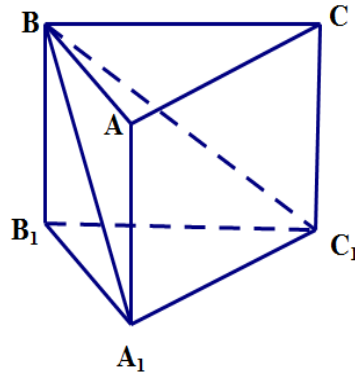
A. $V = \frac{12}{3}cm^3$.

B. $V = \frac{16}{3}cm^3$.

C. $V = 8cm^3$.

D. $V = \frac{18}{3}cm^3$.

Lời giải



Ta có $\left. \begin{matrix} BA \perp AC \\ BA \perp AA_1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow BA \perp (A_1ACC_1) \Rightarrow h = BA = 2\sqrt{2}cm$.

Thể tích $V_{BA_1ACC_1} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{A_1ACC_1} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2 = \frac{16}{3}cm^3 \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \Leftrightarrow x > 0 \\ 2x > -3 \end{cases} \quad (*)$

Ta có: $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 4x) = \log_3(2x + 3)$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$. Kết hợp với (*), ta được $x = 1 \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 21. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\angle SAO = 30^\circ$, $\angle SAB = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón là

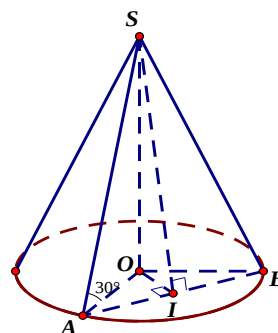
A. $3\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $3\pi a^2\sqrt{3}$.

D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AB , ta có $OI \perp AB$, $SI \perp AB$, $OI = a$,
 $AO = SA \cdot \cos SAO = SA \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} SA$ và $AI = SA \cdot \cos SAI = SA \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} SA \Rightarrow \frac{AI}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\text{Mà } \frac{AI}{AO} = \cos IAO \Rightarrow \cos IAO = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin IAO = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{OI}{OA} = \frac{a}{OA}.$$

$$\text{Vậy } OA = \frac{3a}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Xét tam giác vuông } SAO, \text{ ta có: } SA = \frac{OA}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $S = (-1; 2)$.

C. $S = (2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } S = \left(\frac{1}{2}; 2\right) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 23. Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều là

A. 18π .

B. 16π .

C. 12π .

D. 6π .

Lời giải

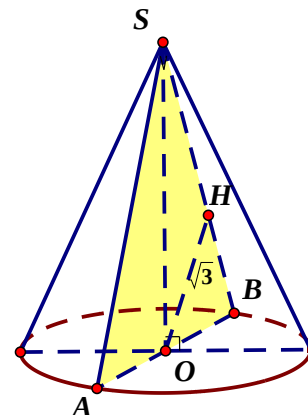
Đặt cạnh của tam giác đều SAB là a .

Ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow a = 4$$

$$\text{Vậy } S_{tp} = \pi \cdot 2 \cdot 4 + \pi \cdot 2^2 = 12\pi \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



Câu 24. Một người gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 8,4% trên một năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền là 20 triệu đồng?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Gọi A là số tiền gửi ban đầu. Sau n năm số tiền thu được là $S_n = A(1+0,084)^n$

$$\text{Suy ra: } 20 = 9,8(1+0,084)^n \Leftrightarrow 1,084^n = \frac{20}{9,8} \Leftrightarrow n = \log_{1,084} \frac{20}{9,8} = 8,8441 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 25. Biết rằng $\log_{12} 8 = a$ thì $\log_2 3 = \frac{3+ma}{a+n}$ (với $m, n \in \mathbb{Z}$). Tính $m+n$.

A. 1.

B. -2.

C. 0.

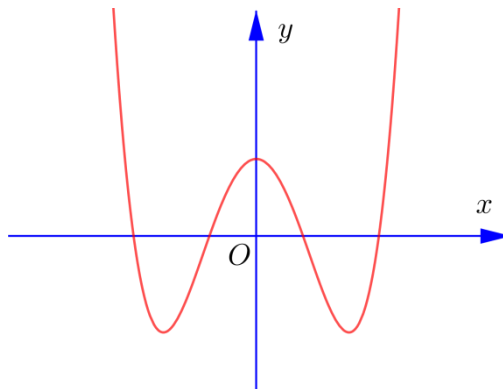
D. -4.

Lời giải

$$\log_{12} 8 = a \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \log_8 12 \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{3} \log_2 (2^2 \cdot 3) \Leftrightarrow \frac{3}{a} = 2 + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{3-2a}{a} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 26. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?

- A.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

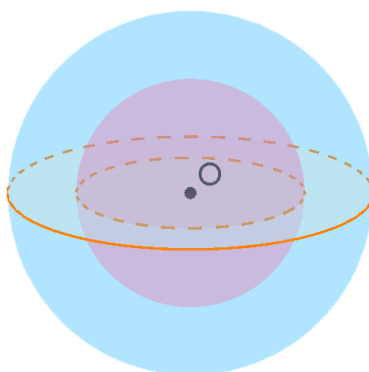
Lời giải

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0, b < 0$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

$\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 27. Hai hình cầu đồng tâm lần lượt có bán kính là 30cm và 18cm như hình vẽ



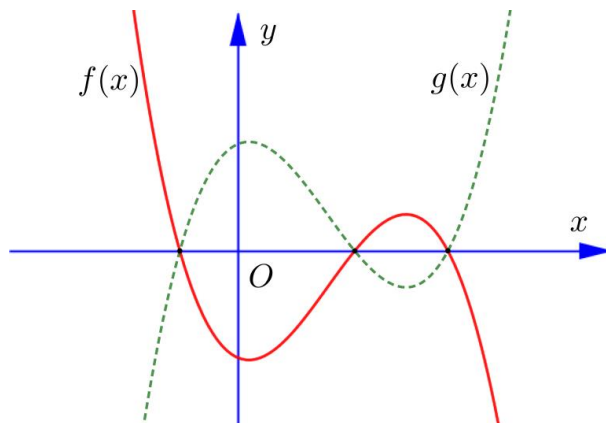
Tính thể tích phần không gian bị giới hạn bởi hai mặt cầu này.

- A.** $576\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $21168\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $28224\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $1152\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

$$V = V_2 - V_1 = \frac{4}{3}\pi(30^3 - 18^3) = 28224\pi \text{ (cm}^3\text{)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Nhận xét nào sau đây là đúng?

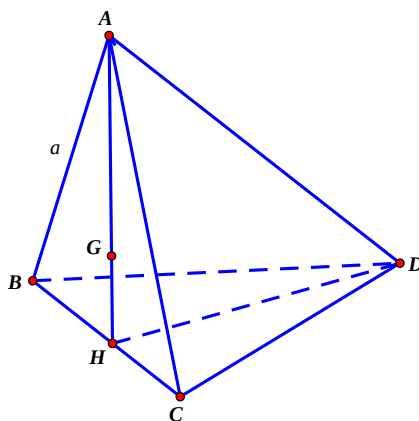
- A. $g(x) = |f(x)|$. B. $g(x) = f(|x|)$. **C. $g(x) = -f(x)$.** D. $g(x) = 2f(x)$.

$\Rightarrow$ Chọn C.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) vuông góc với nhau. Tam giác ABC đều cạnh a , tam giác BCD vuông cân tại D . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.** C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , H là trung điểm cạnh BC .

Do $(ABC) \perp (BCD)$ và tam giác BCD vuông cân tại D nên AH là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

Suy ra G là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và bán kính mặt cầu là

$$R = AG = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m-1)x^2 + (2m^2 - 3m + 2)x - m(m-1)$. Gọi T là tích các giá trị của m thỏa mãn đồ thị hàm số có hai cực trị và đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$. Tính T .

- A. 0. B. 1. **C. 3.** D. 4.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6(m-1)x + (2m^2 - 3m + 2)$ có $\Delta' = 3(m^2 - 3m + 1)$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 3(m^2 - 3m + 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ m > \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

Ta có $y = \frac{x+1-m}{3} \cdot y' - \frac{2}{3}(m^2 - 3m + 1)[x - (m-1)]$.

Tại điểm cực trị ta có $y' = 0$ nên $y = -\frac{2}{3}(m^2 - 3m + 1)[x - (m-1)]$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị.

Do đó bài toán tương đương $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ -\frac{2}{3}(m^2 - 3m + 1) = -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3}(m-1)(m^2 - 3m + 1) \neq -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy $T = 3 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $1 < m < 3$.

B. $m > 3$.

C. $m = 0$.

D. $m \in (1; 3) \cup \{0\}$.

Lời giải

Ta có $y = |f(x)| = |x^4 - 4x^2 + 3|$

$\Rightarrow y' = (4x^3 - 8x) \frac{x^4 - 4x^2 + 3}{|x^4 - 4x^2 + 3|}$

$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 8x = 0 \\ x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow x = \{\pm 1; \pm \sqrt{3}; \pm \sqrt{2}; 0\}$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |x^4 - 4x^2 + 3|$ như sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$								
$f'(x)$		-		+	0	-		+	0	-		+	0	-		+	
$f(x)$	$+\infty$																$+\infty$

Do đó $|x^4 - 4x^2 + 3| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1 < m < 3$ hoặc $m = 0$

$\Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 32. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

A. $3\sqrt{3} (m^2)$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{4} (m^2)$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2} (m^2)$.

D. $\sqrt{3} (m^2)$.

Hướng dẫn giải

Kí hiệu x là độ dài đường cao suy ra $0 < x \leq 1$ Tính được đáy lớn bằng $1 + 2\sqrt{1 - x^2}$.

Diện tích hình thang $S = \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)x$. Xét hàm số $f(x) = \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)x$ trên $(0; 1]$.

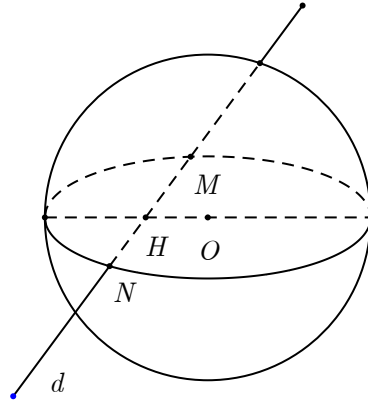
Ta có: $f'(x) = \frac{-2x^2 + 1 + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Lập bảng biến thiên. Suy ra $\max_{(0;1]} f(x) = f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 33. Cho mặt cầu tâm O . Đường thẳng d cắt mặt cầu này tại hai điểm M, N . Biết rằng $MN = 20$ cm và khoảng cách từ O đến d bằng $10\sqrt{2}$ cm. Tính thể tích khối cầu là

A. $V = 12000\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$. **B.** $V = 4000\pi\sqrt{5} \text{ cm}^3$. **C.** $V = 12000\pi\sqrt{5} \text{ cm}^3$. **D.** $V = 4000\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn



Bán kính mặt cầu là: $R = OM = \sqrt{HM^2 + OH^2} = \sqrt{10^2 + (10\sqrt{2})^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}.$

Thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (10\sqrt{3})^3 = 4000\pi\sqrt{3} \text{ (cm}^3) \Rightarrow \text{Chọn D.}$

Câu 34. Tìm số thực m để đồ thị hàm số $y = x^4 + mx^2 + m + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác nhận O làm trực tâm.

A. $m = -1$.

B. $m = -2$.

C. $m = 0$.

D. $m = -3$.

Lời giải

Ta có: $y = x^4 + mx^2 + m + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 + 2mx = 2x(2x^2 + m)$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m < 0$ (*).

Khi đó 3 cực trị là: $A(0; m+2), B\left(\sqrt{\frac{-m}{2}}; m+2-\frac{m^2}{4}\right), C\left(-\sqrt{\frac{-m}{2}}; m+2-\frac{m^2}{4}\right) \Rightarrow \Delta ABC$ cân đỉnh

A và $A \in Oy, \overrightarrow{CA} = \left(\sqrt{\frac{-m}{2}}; \frac{m^2}{4}\right)$. Để O là trực tâm tam giác ABC thì

$OB \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow \frac{-m}{2} + \frac{m^2}{4} \left(m+2-\frac{m^2}{4}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(l) \\ 2-m\left(m+2-\frac{m^2}{4}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow (m+2)(m^2-6m+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \pm \sqrt{5}(l) \end{cases} \Rightarrow m = -2$

Cách 2: Sử dụng công thức giải nhanh: $b^3 + 8a - 4ac \Rightarrow m^3 + 8 - 4(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 2 \end{cases}$

Kết hợp $m = 0$ ta được $m = -2$.

$\Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 35. Tìm số cạnh ít nhất của một hình đa diện có 9 mặt.

A. 9 cạnh.

B. 11 cạnh.

C. 14 cạnh.

D. 15 cạnh.

Lời giải

Mỗi mặt của hình đa diện có ít nhất 3 cạnh.

Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Do đó, nếu hình đa diện có n mặt thì ít nhất $\frac{3n}{2}$ cạnh.

Với $n = 9$, ta có số cạnh ít nhất là $\frac{3 \cdot 9}{2} = 13,5$ cạnh

Vậy hình đa diện 9 mặt thì hình đa diện có 14 cạnh $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 36. Tập nghiệm của hàm số $(\sqrt{5}-2)^{\frac{2x}{x-2}} \leq (\sqrt{5}+2)^x$ là

A. $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$.

B. $\{0\} \cup (2; +\infty)$.

C. $[-1; 0]$.

D. $[-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x \neq 2$.

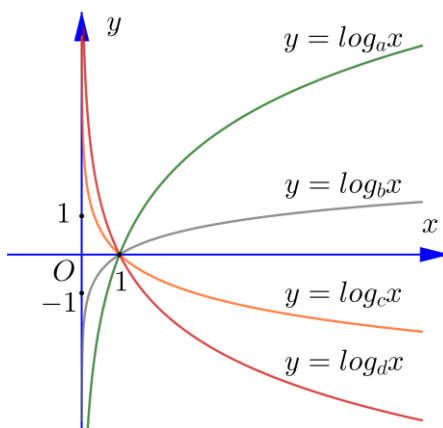
Có: $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=1$.

Đặt: $\sqrt{5}-2=t \Rightarrow \sqrt{5}+2=\frac{1}{t} \Rightarrow t^{\frac{2x}{x-2}} \leq t^{-x}$.

Mà: $\sqrt{5}-2=t \approx 0,236 \Leftrightarrow 0 < t < 1$

$\Rightarrow \frac{2x}{x-2} \geq -x \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-2} \geq 0$. Vậy $S = \{0\} \cup (2; +\infty) \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 37. Cho bốn số thực dương a, b, c, d khác 1. Đồ thị của bốn hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$, $y = \log_d x$ như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $a > b > 1 > c > d$.

B. $d > c > 1 > a > b$.

C. $a > b > 1 > d > c$.

D. $b > a > 1 > d > c$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $a > 1$, $b > 1$.

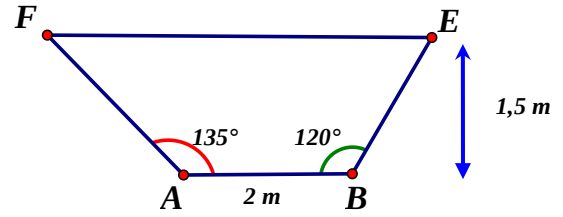
Hàm số $y = \log_c x$ và $y = \log_d x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $c < 1$, $d < 1$

Xét hàm tổng quát: $y = \log_t x \Leftrightarrow x = t^y$

Với $y > 0$ ta thấy $b^y > a^y \Leftrightarrow b > a$ và $d^y > c^y \Leftrightarrow d > c$

Vậy $b > a > 1 > d > c \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 38. Kênh Đan Hoài là kênh tưới tiêu quan trọng nối liền hai huyện Hoài Đức - Đan Phượng. Khảo sát một đoạn kênh mặt cắt ngang được thể hiện trong hình bên dưới.



Kênh Đan Hoài

Mặt cắt ngang

Người ta thấy lượng nước tối đa đoạn kênh này có thể chứa được là 3500m^3 . Chiều dài đoạn kênh được khảo sát là

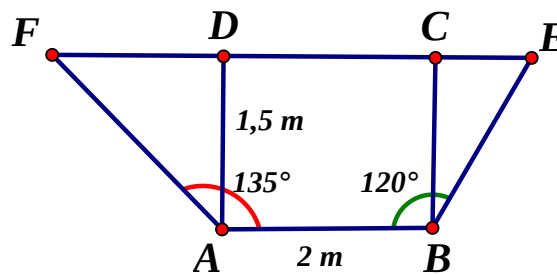
A. 380m.

B. 460m.

C. 733m.

D. 817m.

Lời giải



Ta có $CBE = 30^\circ \Rightarrow CE = BC \cdot \tan CBE = 1,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{m} \Rightarrow S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} BC \cdot CE = \frac{3\sqrt{3}}{8} \text{m}^2$.

$DAF = 45^\circ \Rightarrow DF = AD \cdot \tan DAF = 1,5 \text{m} \Rightarrow S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} AD \cdot DF = \frac{9}{8} \text{m}^2$.

$\Rightarrow S_{ABCD} = BC \cdot CE = 1,5 \cdot 2 = 3 \text{m}^2$.

Diện tích mặt cắt ngang $S_{ABEF} = S_{\triangle BCE} + S_{\triangle ADF} + S_{ABCD} = \frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{9}{8} + 3 = \frac{33+3\sqrt{3}}{8} \text{m}^2$

Ta có $V = h \cdot S_{ABEF} \Rightarrow h = \frac{V}{S_{ABEF}} = \frac{3500}{\frac{33+3\sqrt{3}}{8}} \approx 733 \text{m} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 39. Cho x, y, z là ba số thực khác 0 thỏa mãn $3^x = 5^y = 15^{-z}$. Tính $A = xy + yz + zx$:

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 3^x = 5^y = 15^{-z} = t. \Rightarrow \begin{cases} 3 = t^{\frac{1}{x}} \\ 5 = t^{\frac{1}{y}} \\ 15 = t^{-\frac{1}{z}} \end{cases}$$

Và: $3 \cdot 5 = 15 \Rightarrow t^{\frac{1}{x}} \cdot t^{\frac{1}{y}} = t^{-\frac{1}{z}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Leftrightarrow xy + yz + zx = 0 \Rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Giá trị lớn nhất thể tích khối chóp $S.ABC$ là

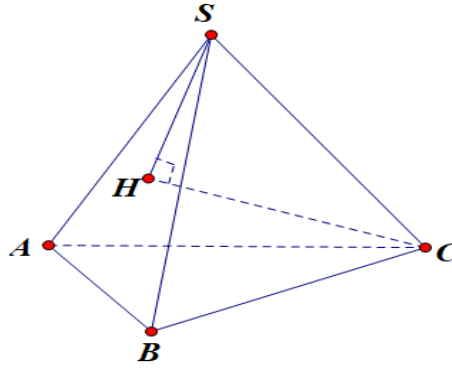
A. $3\sqrt{2}a^3$.

B. $2a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải



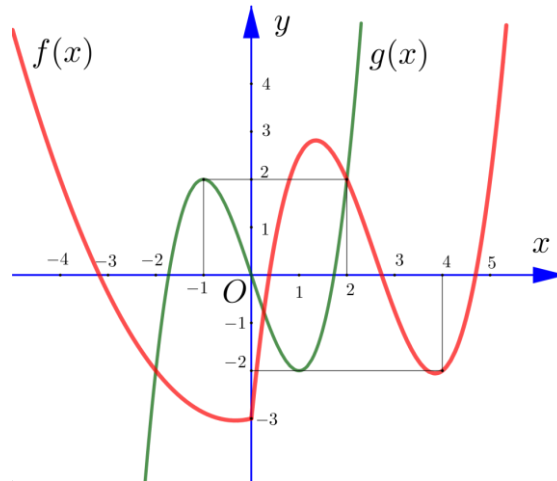
Ta có $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB \cdot \sin ASB \leq \frac{1}{2} SA \cdot SB$ và $d(C, (SAB)) = CH \leq SC$.

Vì $V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SAB} \cdot d(C, (SAB)) \leq \frac{1}{3} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot a \cdot 2a \cdot 3a = a^3$.

Dấu “=” xảy ra khi $\sin ASB = 1$ và $SC \perp (SAB)$ hay SA, SB, SC đôi một vuông góc tại S .

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ là $a^3 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Tổng số nghiệm của hai phương trình $f(g(x)) = 0$ và $g(|f(x)|) = 0$ là

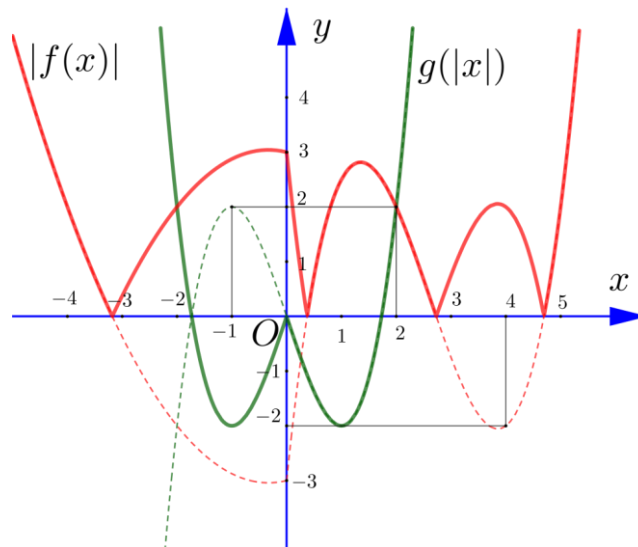
A. 16.

B. 18.

C. 24.

D. 26.

Lời giải



* Đồ thị $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm: $x \in (-4; -3)$, $x \in (0; 1)$, $x \in (2; 3)$, $x \in (4; 5)$.

Vẽ đồ thị $y = g(|x|)$

+Với $x \in (-4; -3)$ vẽ đường thẳng $y = m, m \in (-4; -3)$ không cắt $y = g(|x|)$.

+Với $x \in (0; 1)$ vẽ đường thẳng $y = m, m \in (0; 1)$ cắt $y = g(|x|)$ tại 2 điểm.

+Với $x \in (2; 3)$ vẽ đường thẳng $y = m, m \in (2; 3)$ cắt $y = g(|x|)$ tại 2 điểm phân biệt.

+Với $x \in (4; 5)$ vẽ đường thẳng $y = m, m \in (4; 5)$ cắt $y = g(|x|)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(g(|x|)) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

* Đồ thị $y = g(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm: $x \in (-2; -1), x = 0, x \in (1; 2)$.

Vẽ đồ thị $y = |f(x)|$

+Với $x \in (-2; -1)$ vẽ đường thẳng $y = m, m \in (-2; -1)$ không cắt $y = |f(x)|$.

+Với $x = 0$ vẽ đường thẳng $y = 0$ cắt $y = |f(x)|$ tại 4 điểm.

+Với $x \in (1; 2)$ vẽ đường thẳng $y = m, m \in (1; 2)$ cắt $y = |f(x)|$ tại 8 điểm.

Vậy phương trình $g(|f(x)|) = 0$ có 12 nghiệm phân biệt.

Vậy tổng số nghiệm hai phương trình $f(g(|x|)) = 0$ và $g(|f(x)|) = 0$ là 18 nghiệm.

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 42. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích 2 phần đó.

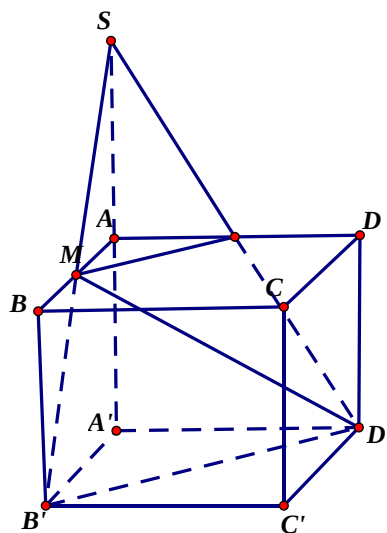
A. $\frac{7}{24}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{7}{17}$.

D. $\frac{5}{17}$.

Lời giải



Đặc biệt hóa: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a .

Gọi N là trung điểm của AD suy ra $MN \parallel BD \parallel B'D'$ suy ra thiết diện là $MND'B'$.

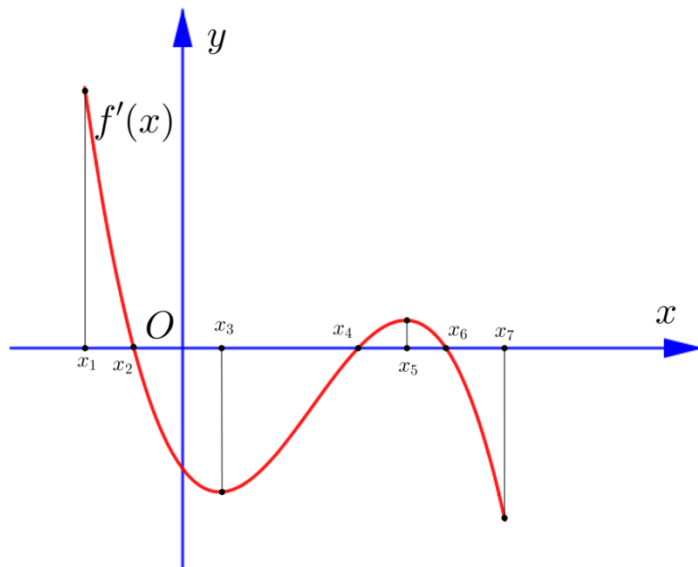
V_1 là thể tích phần chứa đỉnh A ; V_2 là phần còn lại.

Gọi $S = AA' \cap MB$ nên S, N, D' thẳng hàng; $MN = \frac{1}{2} B'D' \Rightarrow SA = \frac{1}{2} SA'$

$$V_1 = V_{SA'B'D'} - V_{SAMN} = \frac{1}{3} (SA' \cdot S_{A'B'D'} - SA \cdot S_{AMN}) = \frac{1}{3} \left[2a \cdot \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} a \right)^2 \right] = \frac{1}{3} \left(a^3 - \frac{a^3}{8} \right) = \frac{7}{24} a^3.$$

$$V_2 = V_p - V_1 = \frac{17a^3}{24}. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[x_1; x_7]$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[x_1; x_7]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $M = \max \{ f(x_1); f(x_5) \}$

B. $M = \max \{ f(x_2); f(x_4); f(x_7) \}$

C. $m = \min \{ f(x_3); f(x_7) \}$

D. $m = \min \{ f(x_1); f(x_4); f(x_7) \}$

Lời giải

Từ đồ thị $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên:

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$f(x_1) \nearrow f(x_2) \searrow f(x_3) \searrow f(x_4) \nearrow f(x_5) \nearrow f(x_6) \searrow f(x_7)$						

Ta có $m = \min \{ f(x_1); f(x_4); f(x_7) \} \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 44. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log_6 x = \log_3 y = \log_2 z = \log_5 \left(\frac{x}{yz} + 3 \right)$. Tính giá trị

của biểu thức $P = x^{\log_6 5} + 2 \cdot y^{\log_3 5} + 3 \cdot z^{\log_2 5}$.

A. 20.

B. 24

C. 26.

D. 30.

Lời giải

Đặt $\log_6 x = \log_3 y = \log_2 z = \log_5 \left(\frac{x}{yz} + 3 \right) = t \Rightarrow x = 6^t, y = 3^t, z = 2^t, \frac{x}{yz} + 3 = 5^t$.

$\Rightarrow 5^t = 4 \Rightarrow t = \log_5 4$.

Khi đó $\log_6 x = \log_3 y = \log_2 z = \log_5 \left(\frac{x}{yz} + 3 \right) = \log_5 4 \Leftrightarrow x = 6^{\log_5 4}; y = 3^{\log_5 4}; z = 2^{\log_5 4}$.

Ta có:

$$P = x^{\log_6 5} + 2.y^{\log_3 5} + 3.z^{\log_2 5} = (6^{\log_5 4})^{\log_6 5} + 2.(3^{\log_5 4})^{\log_3 5} + 3.(2^{\log_5 4})^{\log_2 5}$$

$$= (6^{\log_6 5})^{\log_5 4} + 2.(3^{\log_3 5})^{\log_5 4} + 3.(2^{\log_2 5})^{\log_5 4} = 5^{\log_5 4} + 2.5^{\log_5 4} + 3.5^{\log_5 4} = 4 + 2.4 + 3.4 = 24$$

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 45. Cho hàm số $y = x^{2018} - (m-7)x^{2019} + (m^2 - 49)x^{2020} + m - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đạt cực đại tại $x = 0$?

A. 12.

B. 13.

C. vô số.

D. 0.

Lời giải

$$y = x^{2018} - (m-7)x^{2019} + (m^2 - 49)x^{2020} + m - 1$$

$$y' = 2018x^{2017} - 2019(m-7)x^{2018} + 2020(m^2 - 49)x^{2019}$$

TH1: $m = 7$

$$\Rightarrow y' = 2018x^{2017}$$

$\Rightarrow x = 0$ là nghiệm bội lẻ của pt $y' = 0$ và y' đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ qua $x = 0$.

$\Rightarrow x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số $\Rightarrow$ loại $m = 7$.

TH2: $m = -7$

$y' = 2018x^{2017} + 2019.14x^{2018} = x^{2017}(2018 + 2019.14x) \Rightarrow y'$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ qua nghiệm $x = 0 \Rightarrow$ loại $m = -7$.

TH3: $m \neq \pm 7$

$$y = x^{2018} - (m-7)x^{2019} + (m^2 - 49)x^{2020} + m - 1$$

$$y' = 2018x^{2017} - 2019(m-7)x^{2018} + 2020(m^2 - 49)x^{2019}$$

$$\text{Ta có } y' = x^{2017} [2018 - 2019(m-7)x + 2020(m^2 - 49)x^2] = x^{2017} \cdot g(x)$$

Nhận xét $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $g(x) = 0$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$ và y' đổi dấu từ

$(+)$ sang $(-)$ qua $x = 0$. Khi và chỉ khi $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2018 < 0$ (vô lý)

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn bài toán $\Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{x^3 - x^2 + x + m}{x - m}$ (m là tham số) có ba điểm cực trị của đồ thị không thẳng hàng.

Tâm I của đường tròn đi qua ba điểm cực trị luôn thuộc đường thẳng nào sau đây?

A. $y = \frac{-9}{2}$

B. $y = \frac{40}{3}$

C. $y = x + \frac{40}{3}$

D. $y = x + \frac{9}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{-x^3 + 4x^2 - 3x + 1 + m}{(x - m)^2}; y' = 0 \Rightarrow \frac{-x^3 + 4x^2 - 3x + 1 - m}{(x - m)^2} = 0 \Rightarrow -x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = m. \text{ (với}$$

$x \neq m)$

Ta có phương trình đường cong qua các điểm cực trị: $y = 3x^2 - 2x + 1 (*)$.

Ta cần đưa quỹ tích các điểm cực trị của đồ thị hàm số về dạng phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$. Từ $(*)$ ta bình phương 2 vế để xuất hiện y^2

$$(*) \Leftrightarrow y^2 = (3x^2 - 2x + 1)^2 = 9x^4 - 12x^3 + 10x^2 - 4x + 1$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 4x + 1.$$

Ta cần phải khử về phải để có dạng bậc nhất theo x, y chính vì vậy ta phải khử x mũ bậc cao bằng cách thay thế bởi m và y . Ta thấy $m = -x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ có mũ cao hơn nên ta sẽ ưu tiên khử hết mũ cao theo m trước sau đó mới đến y

Đầu tiên khử x^4 giảm xuống còn mũ 3 ta nhóm để xuất hiện $m = -x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ trong

$$9x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 4x + 1 = -9x(-x^3 + 4x^2 - 3x + 1) + 24x^3 - 16x^2 + 5x + 1$$

$$= -9mx + 24x^3 - 16x^2 + 5x + 1$$

Tiếp tục xử lý x^3

$$24x^3 - 16x^2 + 5x + 1 = -24(-x^3 + 4x^2 - 3x + 1) + 80x^2 - 67x + 25 = -24m + 80x^2 - 67x + 25. \text{ Biểu thức còn } x^2 \text{ ta sẽ tìm cách chuyển thành } y$$

$$80x^2 - 67x + 25 = \frac{80}{3}(3x^2 - 2x + 1) - \frac{41}{3}x - \frac{5}{3} = \frac{80}{3}y - \frac{41}{3}x - \frac{5}{3} \text{ công việc đến đây đã hoàn thành.}$$

Do vậy ta tóm tắt các bước giải như sau:

$$(*) \Leftrightarrow y^2 = (3x^2 - 2x + 1)^2 = 9x^4 - 12x^3 + 10x^2 - 4x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 4x + 1 = -9x(-x^3 + 4x^2 - 3x + 1) + 24x^3 - 16x^2 + 5x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = -9mx + 24x^3 - 16x^2 + 5x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = -9mx - 24(-x^3 + 4x^2 - 3x + 1) + 80x^2 - 67x + 25 = -9mx - 24m + 80x^2 - 67x + 25$$

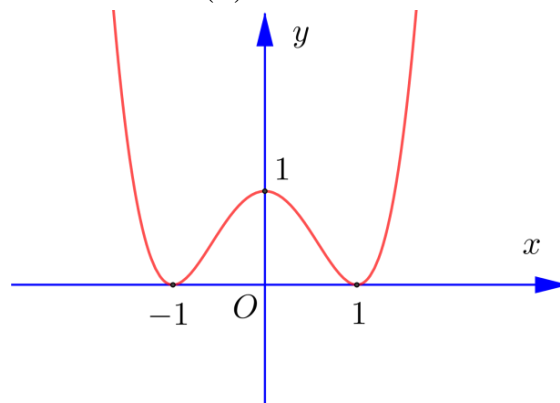
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = -9mx - 24m + \frac{80}{3}(3x^2 - 2x + 1) - \frac{41}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = -9mx - 24m + \frac{80}{3}y - \frac{41}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + \left(9m + \frac{41}{3}\right)x - \frac{80}{3}y + \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow I\left(-\frac{9}{2}m - \frac{41}{6}; \frac{40}{3}\right)$$

Tâm I của đường tròn đi qua ba điểm cực trị luôn thuộc đường thẳng $y = \frac{40}{3} \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $\sqrt{f(\sqrt{f(x)})} + 2\sqrt{f(x)} + \frac{11}{2} = f(x) + 2$ là

A. 2.

B. 3

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có dạng $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Đặt $\sqrt{f(x)} = t \geq 0$

Ta có: $\sqrt{f(\sqrt{f(x)})} + 2\sqrt{f(x)} + \frac{11}{2} = f(x) + 2$

$$\Rightarrow \sqrt{f(t) + 2t + \frac{11}{2}} = t^2 + 2 \Rightarrow f(t) + 2t + \frac{11}{2} = (t^2 + 2)^2$$

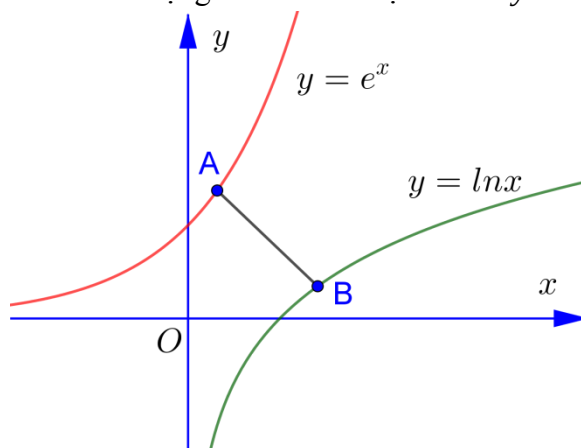
$$\Rightarrow t^4 - 2t^2 + 1 + 2t + \frac{11}{2} = t^4 + 4t^2 + 4 \Rightarrow 6t^2 - 2t - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{6} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Với $t = \frac{5}{6} \Rightarrow f(x) = \frac{25}{36}$ phương trình có 4 nghiệm phân biệt

Với $t = -\frac{1}{2}$ phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 48. Gọi A và B lần lượt là hai điểm di động trên hai đồ thị hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ như hình vẽ



Khoảng cách giữa hai điểm A, B nhỏ nhất gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

A. 1, 2

B. 1, 3

C. 1, 4

D. 1, 5

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$ nên khoảng cách A, B ngắn nhất khi A, B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$. Gọi $A(a, e^a), B(e^a, a)$.

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{(e^a - a)^2 + (a - e^a)^2} = \sqrt{2} |e^a - a|$$

Xét hàm số $f(a) = e^a - a$ với $a \in \mathbb{R}$ ta có $f'(a) = e^a - 1, f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

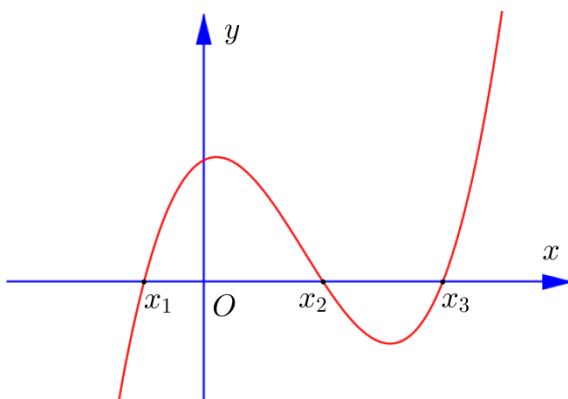
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	
	$-$		$+$
y	-1	1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số ta được giá trị nhỏ nhất của $f(a)$ là $f(0) = 1$.

Vậy $AB_{\min} = \sqrt{2} \approx 1,4 \Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ:



Phương trình $2f(x) \cdot f''(x) = [f'(x)]^2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Đặt $g(x) = 2f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b; f''(x) = 6x + 2a; f'''(x) = 6.$$

Ta có $g'(x) = 2[f'(x) \cdot f''(x) + f(x) \cdot f'''(x)] - 2f'(x) \cdot f''(x) = 12f(x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases} \Rightarrow g'(x) \text{ đổi dấu khi "qua" các nghiệm này.}$$

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$				
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(x_1)$	$\nearrow$	$g(x_2)$	$\searrow$	$g(x_3)$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có $g(x) = 2f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2$, tại điểm x_2 thì $f(x_2) = 0 \Rightarrow g(x_2) = -[f'(x_2)]^2 < 0$.

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt Ox tại đúng hai điểm phân biệt.

Vậy phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm $\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 50. Cho hàm số $(C): y = \frac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $d: y = 2x - m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $P = k_1^{2018} + k_2^{2018}$ đạt giá trị nhỏ nhất với k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (C) .

A. $m = -1$.

B. $m = 0$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{x+1}{x-2} = 2x - m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ 2x^2 - (5+m)x + 2m - 1 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Xét phương trình $(*)$, ta có: $\Delta = (m+5)^2 - 8(2m-1) = m^2 - 6m + 33 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ và $x = -2$ không là nghiệm của $(*)$ nên d luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m .

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (*). Ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m+5}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{2m-1}{2} \end{cases}.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B lần lượt là: $k_1 = \frac{-3}{(x_1-2)^2}, k_2 = \frac{-3}{(x_2-2)^2}$

Ta có $k_1 \cdot k_2 = \frac{9}{(x_1-2)^2 (x_2-2)^2} = \frac{9}{(x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4)^2} = \frac{9}{\left(\frac{2m-1}{2} - 2 \cdot \frac{m+5}{2} + 4\right)^2} = \frac{9}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 4.$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương k_1^{2018} và k_2^{2018} ta có:

$P = k_1^{2018} + k_2^{2018} \geq 2 \cdot \sqrt{(k_1 k_2)^{2018}} \Rightarrow P \geq 2^{2019}$. Do đó $\min P = 2^{2019}$ đạt được khi và chỉ

khi $k_1 = k_2 \Leftrightarrow \frac{-3}{(x_1-2)^2} = \frac{-3}{(x_2-2)^2} \Leftrightarrow (x_1-2)^2 = (x_2-2)^2$. Do x_1, x_2 phân biệt nên ta có

$x_1 - 2 = -x_2 + 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 4 \Leftrightarrow \frac{m+5}{2} = 4 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow \text{Chọn D.}$