

MỤC LỤC

I ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 1

Chương 3. NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG 2

§1 – NGUYÊN HÀM 2

(A) KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	2
1. Nguyên hàm và tính chất	2
1.1 Nguyên hàm	2
1.2 Tính chất	2
2. Phương pháp tính nguyên hàm	3
2.1 Phương pháp tính nguyên hàm đổi biến số	3
2.2 Phương pháp tính nguyên hàm từng phần	3
2.3 Bảng nguyên hàm cơ bản	3
2.4 Bảng nguyên hàm mở rộng	4
(B) CÁC DẠNG TOÁN VÀ BÀI TẬP	5
Dạng 1.1: Tính nguyên hàm bằng bảng nguyên hàm	5
Dạng 1.2: Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số	62
Dạng 1.3: Nguyên hàm từng phần	100
(C) CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	116
1. Mức độ nhận biết	116
Bảng đáp án	133
2. Mức độ thông hiểu	134
Bảng đáp án	151
3. Mức độ vận dụng thấp	151
Bảng đáp án	165
4. Mức độ vận dụng cao	165
Bảng đáp án	170

§2 – TÍCH PHÂN 171

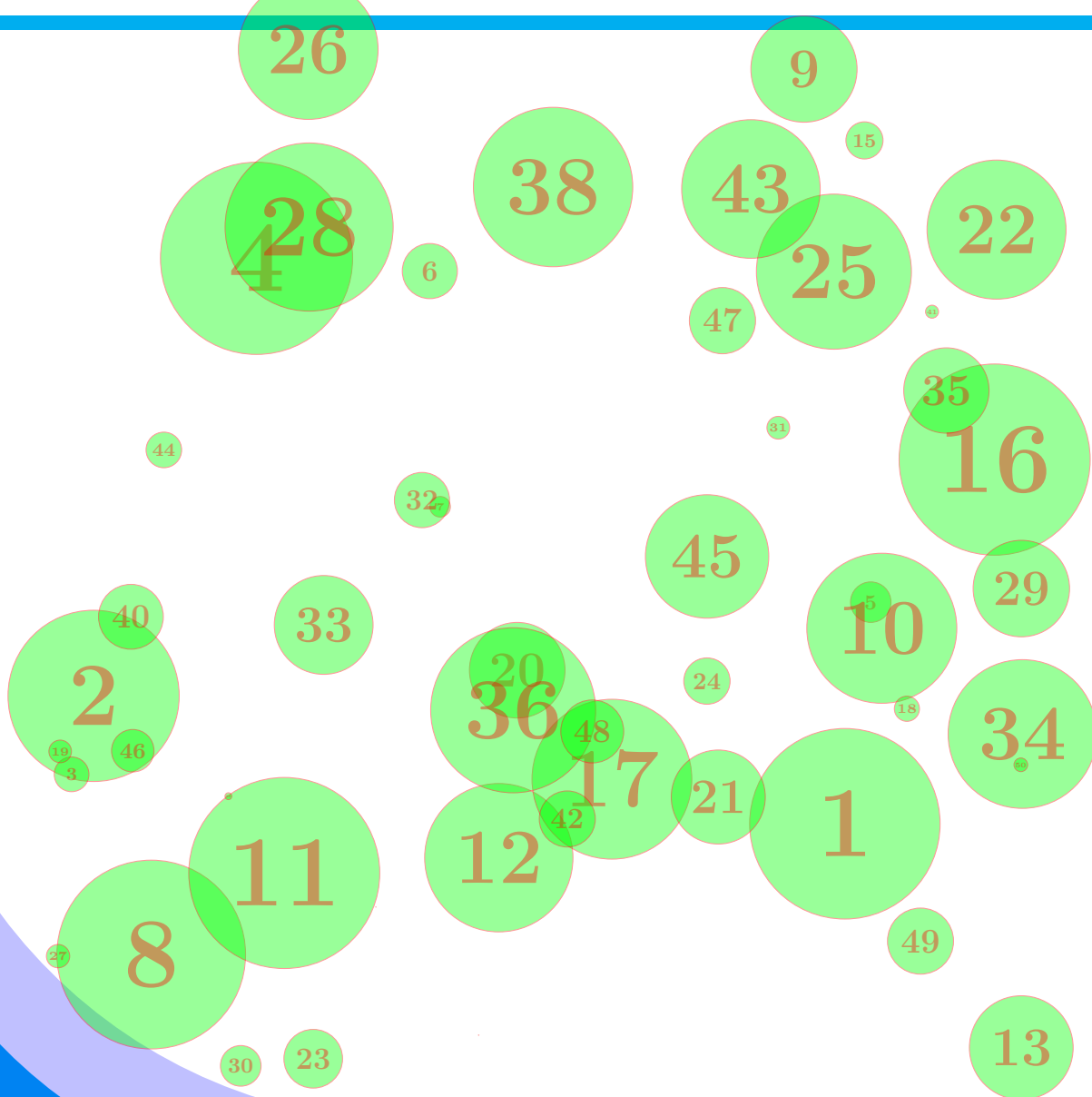
(A) KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	171
1. Khái niệm tích phân	171
1.1 Định nghĩa tích phân	171

1.2	Tính chất của tích phân	171
2.	Phương pháp tính tích phân	171
2.1	Phương pháp đổi biến số	171
2.2	Phương pháp tích phân từng phần	172
B	CÁC DẠNG TOÁN BÀI TẬP	172
	Dạng 2.4: Tích phân cơ bản và tính chất tích phân	172
	Dạng 2.5: Tích phân hàm số phân thức hữu tỉ	184
	Dạng 2.6: Tính chất của tích phân	190
	Dạng 2.7: Tích phân hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối $\int_a^b f(x) dx$	220
	Dạng 2.8: Phương pháp đổi biến số	224
	Dạng 2.9: Tích phân từng phần	303
C	CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	340
	1. Mức độ nhận biết	340
	Bảng đáp án	352
	2. Mức độ thông hiểu	353
	Bảng đáp án	385
	3. Mức độ vận dụng thấp	386
	Bảng đáp án	423
	4. Mức độ vận dụng cao	425
	Bảng đáp án	444
§3	ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN	445
A	KIỆN THỨC TRỌNG TÂM	445
	1. Hình phẳng giới hạn bởi một đường cong và trục hoành	446
	2. Hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong	448
	3. Tính thể tích khối tròn xoay	450
B	CÁC DẠNG TOÁN VÀ BÀI TẬP	452
	Dạng 3.10: Diện tích hình phẳng	452
	Dạng 3.11: Tìm vận tốc, gia tốc, quãng đường trong vật lí	462
	Dạng 3.12: Thể tích của vật thể	470
	Dạng 3.13: Tính thể tích của vật thể tròn xoay	474
C	CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM	484
	1. Mức độ nhận biết	484

Bảng đáp án.....	504
2. Mức độ thông hiểu.....	505
Bảng đáp án.....	516
3. Mức độ vận dụng thấp.....	517
Bảng đáp án.....	528
4. Mức độ vận dụng cao.....	528
Bảng đáp án.....	535

PHẦN
ĐẠI SỐ VÀ
GIẢI TÍCH

I



CHƯƠNG

3

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Chủ đề

1

NGUYÊN HÀM

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Nguyên hàm và tính chất

1.1. Nguyên hàm

✧ **Định nghĩa 1.1.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathcal{K}$. Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in \mathcal{K}$.

🔵 **Định lý 1.1.** Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$.

🔵 **Định lý 1.2.** Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ thì mọi nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ đều có dạng $F(x) + C$, với C là một hằng số.

🔵 **Định lý 1.3.** Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathcal{K}$ đều có nguyên hàm trên $\mathcal{K}$.

1.2. Tính chất

✧ **Tính chất 1.1.**

$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$

✧ **Tính chất 1.2.**

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx \quad (k \text{ là một hằng số khác } 0).$$

❖ Tính chất 1.3.

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

2. Phương pháp tính nguyên hàm

2.1. Phương pháp tính nguyên hàm đổi biến số

🔵 **Định lý 1.4.** Nếu $\int f(u) du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f(u(x))u'(x) dx = F(u(x)) + C.$$

2.2. Phương pháp tính nguyên hàm từng phần

🔵 **Định lý 1.5.** Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathcal{K}$ thì

$$\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx.$$

Nhận xét. Vì $v'(x) dx = dv$, $u'(x) dx = du$ nên đẳng thức trên còn được viết ở dạng $\int u dv = uv - \int v du$.

Để tính nguyên hàm $\int f(x) dx$ bằng từng phần ta làm như sau:

Bước 1: Chọn u, v sao cho $f(x) dx = u dv$ (chú ý $dv = v'(x) dx$). Sau đó tính $v = \int dv$ và $du = u' \cdot dx$.

Bước 2: Thay vào công thức (*) và tính $\int v du$. Chú ý. Cần phải lựa chọn u và dv hợp lý sao cho ta dễ dàng tìm được v và tích phân $\int v du$ để tính hơn $\int u dv$. Ta thường gặp các dạng sau

Dạng 1: $I = \int P(x) \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$. Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx \end{cases}$

Dạng 2: $I = \int P(x) e^{ax+b} dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức. Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = e^{ax+b} dx. \end{cases}$

Dạng 3: $I = \int P(x) \ln(mx+n) dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức. Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \ln(mx+n) \\ dv = P(x) dx. \end{cases}$

Dạng 4: $I = \int \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} e^x dx$. Với dạng này ta đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} \\ dv = e^x dx \end{cases}$

Nguyên hàm của hàm sơ cấp

Nguyên hàm của hàm hợp $u = u(x)$

① $\int 0 \, dx = C$	① $\int 0 \, du = C$
② $\int 1 \, dx = x + C$	② $\int 1 \, du = u + C$
③ $\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	③ $\int u^\alpha \, du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
④ $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + C$	④ $\int \frac{1}{u} \, du = \ln u + C$
⑤ $\int e^x \, dx = ee^x + C$	⑤ $\int e^u \, du = e^u + C$
⑥ $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	⑥ $\int a^u \, du = \frac{a^u}{\ln a} + C$
⑦ $\int \cos x \, dx = \sin x + C$	⑦ $\int \cos u \, du = \sin u + C$
⑧ $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	⑧ $\int \sin u \, du = -\cos u + C$
⑨ $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C$	⑨ $\int \frac{1}{\cos^2 u} \, du = \tan u + C$
⑩ $\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\cot x + C$	⑩ $\int \frac{1}{\sin^2 u} \, du = -\cot u + C$
⑪ $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} \, dx = \sqrt{x} + C$	⑪ $\int \frac{1}{2\sqrt{u}} \, du = \sqrt{u} + C$

2.3. Bảng nguyên hàm cơ bản

① $\int (ax+b)^\alpha \, dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	⑩ $\int \frac{1}{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$
② $\int e^{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$	⑪ $\int \cos(ax+b) \, dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
③ $\int \sin(ax+b) \, dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$	⑫ $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} \, dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
④ $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} \, dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$	⑬ $\int \tan(ax+b) \, dx = -\frac{1}{a} \ln \cos(ax+b) + C$
⑤ $\int \cot(ax+b) \, dx = \frac{1}{a} \ln \sin(ax+b) + C$	⑭ $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

⑥ $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$	⑮ $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C$
⑦ $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$	⑯ $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \arccos \left \frac{x}{a} \right + C$
⑧ $\int \ln(ax + b) dx = \left(x + \frac{b}{a}\right) \ln(ax + b) - x + C$	⑰ $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$
⑨ $\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax}(a \cos bx) + b \sin bx}{a^2 + b^2} + C$	⑱ $\int e^{ax} \sin bx dx = \frac{e^{ax}(a \sin bx) - b \cos bx}{a^2 + b^2} + C$

2.4. Bảng nguyên hàm mở rộng

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ BÀI TẬP

Dạng 1.1. Tính nguyên hàm bằng bảng nguyên hàm

Phương pháp giải

- Tích của đa thức hoặc lũy thừa $\xrightarrow{\text{PP}}$ khai triển.
- Tích các hàm mũ $\xrightarrow{\text{PP}}$ khai triển theo công thức mũ.
- Chứa căn $\xrightarrow{\text{PP}}$ chuyển về lũy thừa.
- Tích lượng giác bậc một của sin và cosin $\xrightarrow{\text{PP}}$ Sử dụng công thức tích thành tổng.
 - $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$
 - $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
 - $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$
- Bậc chẵn của sin và cosin $\Rightarrow$ Hạ bậc: $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$, $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$.
- Nguyên hàm của hàm số hữu tỷ $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, với $P(x)$, $Q(x)$ là các đa thức.
 - Nếu bậc của tử số $P(x) \geq$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{\text{PP}}$ Chia đa thức.
 - Nếu bậc của tử số $P(x) <$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{\text{PP}}$ Phân tích mẫu số $Q(x)$ thành tích số, rồi sử dụng đồng nhất thức đưa về dạng tổng của các phân số (**PP che**).
 - $\frac{1}{(x-m)(ax^2+bx+c)} = \frac{A}{x-m} + \frac{Bx+C}{ax^2+bx+c}$, với $\Delta = b^2 - 4ac$.
 - $\frac{1}{(x-a)^2(x-b)^2} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{x-b} + \frac{D}{(x-b)^2}$.

Nhận xét. Nếu mẫu không phân tích được thành tích sẽ tìm hiểu ở phần đổi biến.

Ví dụ 1

-  Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{3}x =$

Lời giải.

Ta có $F(x) = \int \left(3x^2 + \frac{1}{3}x \right) dx = x^3 + \frac{x^2}{6} + C.$

□

Bài 1. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định), biết

a) $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 7 =$

Lời giải.

.....

b) $f(x) = 6x^5 - 12x^3 + x^2 - 8 =$

Lời giải.

.....

c) $f(x) = (x^2 - 3x)(x + 1)$

Lời giải.

.....

d) $f(x) = (x - 1)(x^2 + 2)$

Lời giải.

.....

e) $f(x) = x(x^2 + 1)^2$

Lời giải.

.....

.....

f) $f(x) = (3 - x)^3$

Lời giải.

.....

g) $f(x) = (2x + 1)^5$

Lời giải.

.....

.....

h) $f(x) = (2x - 10)^{2018}$

Lời giải.

.....

i) $f(x) = (3 - 4x)^{2019}$

Lời giải.

.....

j) $f(x) = (2x^2 - 1)^2$

Lời giải.

k) $f(x) = (x^2 + 1)^3$

 **Lời giải.**

Ví dụ 2

 Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x^3 - 4x + 5$ thỏa mãn $F(1) = 3$

 **Lời giải.**

Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (4x^3 - 4x + 5) dx = x^4 - 2x^2 + 5x + C$.

Vì $F(1) = 3 \Leftrightarrow 1 - 2 + 5 + C = 3 \Leftrightarrow C = -1$.

Suy ra $F(x) = x^4 - 2x^2 + 5x - 1$. □

Bài 2. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x$ thỏa mãn $F(1) = 0$

 **Lời giải.**

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$ thỏa mãn $F(-2) = 3$.

 **Lời giải.**

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -5x^4 + 4x^2 - 6$ thỏa mãn $F(3) = 1$.
Tính $F(-3)$

 **Lời giải.**

d) Hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(2) = 14$. Tính $F(-2)$

 **Lời giải.**

- e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (1 - x)^9$ thỏa $10F(2) = 9$

 **Lời giải.**

- f) Hàm số $f(x) = (2x + 1)^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{1}{2}\right) = 4$. Tính $F\left(\frac{3}{2}\right)$

 **Lời giải.**

- g) Hàm số $f(x) = (1 - 2x)^5$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3}$. Tính $F(1)$

 **Lời giải.**

- h) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x - 3)^2$ thỏa $F(0) = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 [3F(1) - 2F(2)]$

 **Lời giải.**

- i) Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x) = x(x + 2)^2$ thỏa $F_1(0) = 1$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x) = x^3 + 4x^2 + 5$ thỏa $F_2(0) = -2$. Tìm nghiệm của phương trình $F_1(x) = F_2(x)$

 **Lời giải.**

- j) Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x) = (x+1)(x+2)$ thỏa $F_1(0) = 0$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x) = x^2 + x - 2$ thỏa $F_2(0) = 0$. Biết phương trình $F_1(x) = F_2(x)$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tính $2^{x_1} + 2^{x_2}$

 **Lời giải.**

Ví dụ 3

-  Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x^3 - 4x + 5$ thỏa mãn $F(1) = 3$.

 **Lời giải.**

Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (4x^3 - 4x + 5) dx = x^4 - 2x^2 + 5x + C$.

Vì $F(1) = 3 \Leftrightarrow 1 - 2 + 5 + C = 3 \Leftrightarrow C = -1$.

Suy ra $F(x) = x^4 - 2x^2 + 5x - 1$. □

Bài 3. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

- a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x$ thỏa mãn $F(1) = 0$

 **Lời giải.**

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$ thỏa mãn $F(-2) = 3$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -5x^4 + 4x^2 - 6$ thỏa mãn $F(3) = 1$.
Tính $F(-3)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

d) Hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(2) = 14$. Tính $F(-2)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (1 - x)^9$ thỏa $10F(2) = 9$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

f) Hàm số $f(x) = (2x + 1)^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{1}{2}\right) = 4$. Tính $F\left(\frac{3}{2}\right)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

g) Hàm số $f(x) = (1 - 2x)^5$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3}$. Tính $F(1)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

- h) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x - 3)^2$ thỏa $F(0) = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 [3F(1) - 2F(2)]$

 **Lời giải.**

- i) Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x) = x(x + 2)^2$ thỏa $F_1(0) = 1$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x) = x^3 + 4x^2 + 5$ thỏa $F_2(0) = -2$. Tìm nghiệm của phương trình $F_1(x) = F_2(x)$

 **Lời giải.**

- j) Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x) = (x + 1)(x + 2)$ thỏa $F_1(0) = 0$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x) = x^2 + x - 2$ thỏa $F_2(0) = 0$. Biết phương trình $F_1(x) = F_2(x)$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tính $2^{x_1} + 2^{x_2}$

 **Lời giải.**

Ví dụ 4

🔴 Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định). $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$

📁 Lời giải.

Ta có $F(x) = \int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$. □

Bài 4. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định).

a) $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} - 2$

📁 Lời giải.

.....

b) $f(x) = 3x^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$

📁 Lời giải.

.....

c) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$

=

📁 Lời giải.

.....

d) $f(x) = \frac{2x^4 - x^2 - 3x}{x^2}$

=

📁 Lời giải.

.....

e) $f(x) = \frac{1}{2x - 1}$

📁 Lời giải.

.....

f) $f(x) = \frac{1}{3 - 4x}$

 Lời giải.

.....

g) $f(x) = \frac{5}{3x+1}$

 Lời giải.

.....

h) $f(x) = \frac{3}{2-4x}$

 Lời giải.

.....

i) $f(x) = \frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$

 Lời giải.

.....

j) $f(x) = \frac{4}{2x+1} + \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2}$

 Lời giải.

.....

k) $f(x) = \frac{12}{(x-1)^2} + \frac{2}{2x-3}$

 Lời giải.

.....

l) $f(x) = \frac{6}{(3x-1)^2} - \frac{9}{3x-1}$

 Lời giải.

.....

.....

Ví dụ 5

🔴 Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định). $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{(2-x)^2} - 2x$

📁 Lời giải.

Ta có $F(x) = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{(2-x)^2} - 2 \right) dx = \ln|x| - \frac{1}{x-2} - x^2 + C.$ □

Bài 5. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định).

a) $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} + \frac{4}{x^4}$

📁 Lời giải.

.....

b) $f(x) = \frac{2}{(2x-1)^3}$

📁 Lời giải.

.....

Bài 6. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-5}$ thỏa mãn $F(1) = 2 \ln \sqrt{3}$

📁 Lời giải.

.....

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{5}{2-10x}$ thỏa mãn $F(2) = 3 \ln 2$

📁 Lời giải.

.....

c) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$

📁 Lời giải.

.....

d) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ và $F(0) = 2$. Tính $F(e)$

 **Lời giải.**

e) cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $f(1) = 1$. Tính $f(5)$

 **Lời giải.**

f) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $P = f(-1) + f(3)$

 **Lời giải.**

g) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{x-1}$, $f(0) = 3$ và $f(2) = 4$. Giá trị của biểu thức $P = f(-2) + f(5)$

 **Lời giải.**

h) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên thỏa mãn $f'(x) = \frac{6}{3x-1}$, $f(-2) = 2$ và $f(1) = 1$. Giá trị của biểu thức $P = f(-1) + f(4)$

 **Lời giải.**

Ví dụ 6

 Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $f(x) = \sqrt[n]{ax+b}$.

 **Lời giải.**

Đặt $t = \sqrt[n]{ax+b} \Rightarrow t^n = ax+b \Rightarrow n \cdot t^{n-1} dt = a \cdot dx$.

Suy ra $F(x) = \int \frac{n \cdot t^{n-1} \cdot t}{a} dt = \frac{n}{(n+1)a} \cdot t^{n+1} + C = \frac{n}{(n+1)a} \cdot (ax+b) \sqrt[n]{ax+b} + C$. □

Nhận xét. $\int \sqrt[n]{ax+b} dx = \frac{n}{(n+1)a} \cdot (ax+b) \sqrt[n]{ax+b} + C$.

- Với $n = 2$, suy ra $F(x) = \int \sqrt{ax+b} dx = \frac{2}{3a} (ax+b) \sqrt{ax+b} + C$.
- Với $n = 3$, suy ra $F(x) = \int \sqrt[3]{ax+b} dx = \frac{3}{4a} (ax+b) \sqrt[3]{ax+b} + C$.

Bài 7. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ thỏa mãn $F(4) = \frac{19}{3}$.

 **Lời giải.**

- b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{4}{3}$.

 **Lời giải.**

- c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{4x-5}$ thỏa mãn $F\left(\frac{9}{4}\right) = 2$.

 **Lời giải.**

- d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{5-2x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{3}$.

 **Lời giải.**

- e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{1-x}$ thỏa mãn $F(-3) = \frac{5}{3}$.

 **Lời giải.**

- f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{2x-4}$ thỏa mãn $F(-2) = \frac{1}{4}$.

 **Lời giải.**

- g) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ thỏa mãn $F(3) = \frac{7}{4}$. Tính giá trị biểu thức

$$T = 2^{\log_{13}[F(10)]} + 3^{\log_{13}[F(-6)]}.$$

 **Lời giải.**

- h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3-5x}$ thỏa mãn $F(-1) = -\frac{8}{5}$.

 **Lời giải.**

- i) Cho $f(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{ax+b}}$.

 **Lời giải.**

Nhận xét. $\int \frac{1}{\sqrt[n]{ax+b}} dx = \frac{n}{(n-1)a} \cdot \frac{ax+b}{\sqrt[n]{ax+b}} + C.$

- Với $n = 2$, suy ra $F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{2}{a} \cdot \sqrt{ax+b} + C.$
- Với $n = 3$, suy ra $F(x) = \int \frac{1}{\sqrt[3]{ax+b}} dx = \frac{3}{2a} \cdot \sqrt[3]{(ax+b)^2} + C.$

- j) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$ thỏa mãn $F(3) = 3\sqrt{11}$.

 **Lời giải.**

- k) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$ thỏa mãn $F(2) = \sqrt{5}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

- l) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ thỏa mãn $F\left(-\frac{3}{2}\right) = 2018$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

- m) Biết $\int \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a(x+2)\sqrt{x+2} + b(x+1)\sqrt{x+1} + C$ với a, b là các số hữu tỷ và C là hằng số bất kỳ. Tính $S = 3a + b$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- n) Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$ thỏa $F(0) = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = 3[F(3) + F(2)] + 4\sqrt{2}.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{6x}{\sqrt{3x+7} - \sqrt{7-3x}}$ thỏa $F(2) = 1$.

 **Lời giải.**

- c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{(x+1)\sqrt{x} - x\sqrt{x+1}}$ thỏa $F(2) = 2\sqrt{2}$.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

Ví dụ 8

🔴 Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x + \sin x$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 19$.

📖 Lời giải.

Ta có: $F(x) = \int (x + \sin x) dx = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + C$.

Vì $F(0) = 19$ nên suy ra $0 - 1 + C = 19 \Rightarrow C = 20$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$. □

Bài 9. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$

- a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x - \cos x$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

📖 Lời giải.

- b) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - 3\cos x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$. Tính $F(\pi)$.

📖 Lời giải.

- c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$.

📖 Lời giải.

- d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

- e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

- f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x\left(2 + \frac{1}{x \sin^2 x}\right)$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

- g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

- h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 x$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

- i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 3$.

 **Lời giải.**

- j) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (\tan x + \cot x)^2$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$.

 **Lời giải.**

- k) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

 **Lời giải.**

- l) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$.

 **Lời giải.**

- m) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 9

🔴 Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 2x$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{2}$.

📖 Lời giải.

Ta có: $F(x) = \int \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Vì $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{2}$ nên suy ra $\frac{1}{2} + C = \frac{5}{2} \Rightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 2$. □

Bài 10. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$

- a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin(1 - 2x)$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

📖 Lời giải.

- b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$.

📖 Lời giải.

- c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos^4 x + \sin^4 x$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{16}$.

📖 Lời giải.

- d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x(2 + \cos x)$ thỏa mãn điều kiện $4F(0) = 11$.

 **Lời giải.**

- e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{5}{6}$.

 **Lời giải.**

- f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 6x - \cos 4x$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

 **Lời giải.**

- g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x + 3x^2$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$.

 **Lời giải.**

- h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$.

 **Lời giải.**

- i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$.

 **Lời giải.**

- j) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{(\cos x - \sin x)^2}$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 1$.

 **Lời giải.**

- k) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2}$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

- l) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = a + b \cos 2x$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = \frac{\pi}{2}$, $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$ và $F\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{3}$.

 **Lời giải.**

- m) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 \sin 5x + \sqrt{x} + \frac{3}{5}$ thỏa mãn điều kiện đồ thị của hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung. Tìm hàm số $F(x)$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 10

-  Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ thỏa mãn $F(0) = 10$.

 **Lời giải.**

Ta có: $F(x) = \int \cos^2 x \, dx = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

Vì $F(0) = 10$ nên suy ra $C = 10$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + 10$. □

Bài 11. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$

- a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 2x$, biết rằng đồ thị của hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right)$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (1 + \sin x)^2$ thỏa mãn $F(0) = 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- c) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$.
Tìm giá thực của tham số m .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- d) Cho hàm số $f(x) = \frac{a}{\pi} + \cos^2 x$ Tìm tất cả các giá trị của a để $f(x)$ có một nguyên hàm

$F(x)$ thỏa mãn đồng thời $F(0) = \frac{1}{4}$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e) Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng $f'(x) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $f(0) = \frac{13}{4}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11

 Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x) = \sin^2 x$ thỏa $F_1(0) = 0$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x) = \cos^2 x$ thỏa mãn $F_2(0) = 0$. Giải phương trình $F_1(x) = F_2(x)$.

 **Lời giải.**

Ta có, $F_1(x) = \int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos 2x) \, dx = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$

mà $F_1(0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \left(0 - \frac{1}{2} \sin 0 \right) + C = 0 \Rightarrow C = 0$

Khi đó, $F_1(x) = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right)$

Tương tự, $F_2(x) = \int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) \, dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$

mà $F_2(0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{2} \sin 0 \right) + C = 0 \Rightarrow C = 0$

Khi đó, $F_2(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right)$

Theo đề bài,

$$\begin{aligned}
F_1(x) &= F_2(x) \\
\Rightarrow \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) &= \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \\
\Rightarrow \sin 2x &= 0 \\
\Rightarrow 2x &= k\pi \\
\Rightarrow x &= k\frac{\pi}{2}
\end{aligned}$$

□

Bài 12. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

a) Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^4 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{8}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12

🔴 Hàm số $f(x) = \sin 3x \cos x$ có 1 nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{15}{16}$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

📖 Lời giải.

$$\begin{aligned} F(x) &= \int (\sin 3x \cos x) dx \\ &= \frac{1}{2} \int (\sin 4x + \sin 2x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C \end{aligned}$$

Theo giả thuyết, $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{3} \right) + C = \frac{15}{16} \Rightarrow C = 1$.

Vậy có 1 nguyên hàm cần tìm là $F(x) = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) + 1$. □

Bài 13. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 \sin x \cos 3x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$.

📖 Lời giải.

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 4x \cos x$ thỏa mãn $F(\pi) = 4$.

📖 Lời giải.

- c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 5x \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 6x \cos 2x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 2x \cos 8x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2018$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 7x \sin x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -7$.

 **Lời giải.**

- g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x \sin 3x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 10x \sin 5x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 9$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 13

 Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{3x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

 **Lời giải.**

$$F(x) = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$$

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}e^0 + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}.$$

□

Bài 14. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

- a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{3x+1}$ thỏa mãn $F(0) = \frac{e}{3}$. Tính $\ln^3 [3F(1)]$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (2 + e^{3x})^2$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tính $F\left(\frac{1}{3}\right)$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{-x}(2e^x + 1)$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

- d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x(3 + e^{-x})$ thỏa mãn $F(\ln 2) = 3$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

- e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{e^{4x-2}}$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

 **Lời giải.**

- f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{3x-1} - \frac{1}{x^2}$ thỏa mãn $F(1) = 2 + \frac{e^2}{3}$.

 **Lời giải.**

- g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2017^x$ thỏa mãn $F(1) = \ln^{-1} 2017$.

 **Lời giải.**

- h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3^x - 2^x \cdot 3^x$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{1}{\ln 6} + 2$.

 **Lời giải.**

- i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 9^x - 3x^2$ thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 9} + 2$.

 **Lời giải.**

- j) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4^x 2^{2x+3}$ thỏa mãn $F(0) = \frac{2}{\ln 2}$. Tính

$$A = \frac{[\ln 2 \cdot F(1)]^3}{2^{10}}.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

k) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^{2x}3^x7^x$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{\ln 84}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

l) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^x3^{-2x}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{2}{9}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 14

 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow F(x) = \int \frac{2x+1}{x-1} dx =$

 **Lời giải.**

$$F(x) = \int \frac{2x+1}{x-1} dx = \int 2 + \frac{3}{x-1} dx = 2x + 3 \ln |x-1| + C$$

□

Bài 15. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định)

a) $f(x) = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow F(x) = \int \frac{3x+1}{x-2} dx =$

 **Lời giải.**

$$b) f(x) = \frac{x+1}{2x+3} \Rightarrow F(x) = \int \frac{x+1}{2x+3} dx =$$

 **Lời giải.**

$$c) f(x) = \frac{x-1}{3x+1} \Rightarrow F(x) = \int \frac{x-1}{3x+1} dx =$$

 **Lời giải.**

$$d) f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$$

 **Lời giải.**

$$e) f(x) = \frac{4x^2+6x+1}{2x+1} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$$

 **Lời giải.**

$$f) f(x) = \frac{x^2-x+2}{2x+1} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$$

 **Lời giải.**

$$g) f(x) = \frac{4x^3+4x^2-1}{2x+1} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$$

 **Lời giải.**

$$h) f(x) = \frac{x^3-2x^2+3x-5}{2x+3} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$$

 **Lời giải.**

Ví dụ 15

🔴 Tìm nguyên của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - a^2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

Lời giải: $F(x) = \int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \int \left(\frac{1}{x - a} - \frac{1}{x + a} \right) dx = -\frac{\ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right|}{2a} + C.$

Bài 16. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định)

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

📁 **Lời giải.**

.....

b) $f(x) = \frac{1}{x(x+1)} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

📁 **Lời giải.**

.....

c) $f(x) = \frac{3}{x^2 + 3x} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

📁 **Lời giải.**

.....

d) $f(x) = \frac{4}{x^2 - 4x} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

📁 **Lời giải.**

.....

e) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 5} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

📁 **Lời giải.**

.....

f) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x - 5} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

📁 **Lời giải.**

.....

g) $f(x) = \frac{1}{2x^2 - x - 6} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

h) $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 3x - 9} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

i) $f(x) = \frac{4x - 5}{x^2 - x - 2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

j) $f(x) = \frac{4x + 11}{x^2 + 5x + 6} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

k) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x-6} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

l) $f(x) = \frac{5x-3}{x^2-3x+2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

m) $f(x) = \frac{2x^2+6x-4}{x(x^2-4)} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

n) $f(x) = \frac{2x^2 - 6x - 6}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

o) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 9} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

.....

.....

p) $f(x) = \frac{3x + 2}{4x^2 - 4x + 1} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

q) $f(x) = \frac{3x + 1}{(x + 1)^3} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 16

🔴 Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^3} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \dots$

Lời giải:

$$\begin{aligned} F(x) &= \int \frac{2x-1}{(x-1)^3} dx \\ &= \int \left[\frac{2(x-1)+1}{(x-1)^3} \right] dx \\ &= \int \left[\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} \right] dx \\ &= -\frac{2}{x-1} - \frac{1}{2(x-1)^2} + C. \end{aligned}$$

Bài 17. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định)

a) $f(x) = \frac{1}{x^2(x-1)} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \dots$

📁 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $f(x) = \frac{2}{(x-1)(x+2)^2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx =$

📁 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $f(x) = \frac{3}{x(x-1)^2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \dots$

 **Lời giải.**

d) $f(x) = \frac{4}{(x^2 - x)(x - 2)^2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \dots$

 **Lời giải.**

e) $f(x) = \frac{x+1}{x(x-1)^2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \dots$

 **Lời giải.**

f) $f(x) = \frac{x^2 + 10x - 6}{x^3 - 2x^2 - 7x - 4} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \dots$

 **Lời giải.**

$$g) f(x) = \frac{3x+6}{x(x-1)(x-2)^2} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \dots$$

 **Lời giải.**

Ví dụ 17

 Tìm một nguyên hàm của hàm số $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$ thỏa $F(2) = 3 - \ln 3$.

Lời giải: Ta có

$$\begin{aligned} F(x) &= \int f(x) dx \\ &= \int \frac{x}{x+1} dx \\ &= \int \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx \\ &= x - \ln|x+1| + C. \end{aligned}$$

Ta lại có $F(2) = 3 - \ln 3 \Leftrightarrow 2 - \ln 3 + C = 3 - \ln 3 \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = x - \ln|x+1| + 1$.

Bài 18. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = k$.

- a) Tìm một nguyên hàm của hàm số $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ biết đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M(2; 5)$.

Lời giải.

[illegible]

- b) Tìm một nguyên hàm của hàm số $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$ biết $F(-1) = 3$.

 Lời giải.

[illegible]

- c) Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 2x + 1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-2) = 6$. Tính $F(0)$.

 Lời giải.

d) Hàm số $f(x) = \frac{x}{(x+1)^3}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\frac{3}{2}\right) = 5$. Tính $F\left(-\frac{1}{2}\right)$.

 **Lời giải.**

 Lời giải.

f) Hàm số $f(x) = \frac{x}{(2x+1)^3}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{9}$. Tính $F\left(-\frac{1}{8}\right)$.

 **Lời giải.**

g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$ biết $F(2) = \frac{5}{3}$.

 **Lời giải.**

h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$ biết $F(1) = \frac{5}{6}$.

 **Lời giải.**

- i) Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x+2}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-3) = 0$. Tính $F(-1)$.

 **Lời giải.**

- j) Biết $f'(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ và $f(2) = 6$. Tính giá trị của $e^{f(0)}$.

 **Lời giải.**

k) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$ thỏa $F(0) = 0$. Tính $F(-2)$.

 **Lời giải.**

[illegible]

1) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x+2}$ thỏa $F(-1) = \frac{1}{2}$. Tính $F(2)$.

 **Lời giải.**

This image shows a full page of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, typical of notebook or legal stationery. There are no margins, text, or other markings on the page.

- m) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{4x^2 + 4x + 1}$; biết rằng đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

 **Lời giải.**

- n) Hàm số $f(x) = \frac{2x+9}{x+3}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-2) = 0$. Biết phương trình $F(x) = 2x + 4$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $\frac{1}{2x_1} + \frac{1}{2x_2}$.

 **Lời giải.**

- o) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$, biết đồ thị của hàm số $y = F(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{9}{8}$.

 **Lời giải.**

- p) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x}$ thỏa mãn $F(1) = -\frac{5}{3} \ln 2$.

 **Lời giải.**

- q) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$; biết rằng đồ thị của hàm số $y = F(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{2}{3} \ln 2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- r) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6}$; biết $F(-1) = \frac{6}{5} \ln 4$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- s) Hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(3) = 0$. Tính $F\left(\frac{2}{3}\right)$.

 **Lời giải.**

.....

t) Hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{2x^2-x-1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-1) = \frac{11}{3} \ln 2$. Tìm $e^{F(0)}$.

 **Lời giải.**

u) Hàm số $f(x) = \frac{4x + 11}{x^2 + 5x + 6}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-1) = \ln 2$. Tìm $e^{F(-4)}$.

 **Lời giải.**

v) Hàm số $f(x) = \frac{5x + 3}{x^2 + 7x + 12}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-2) = 18 \ln 2$. Tìm $F(-5)$.

 **Lời giải.**

- w) Hàm số $f(x) = \frac{9x - 10}{6x^2 - 11x + 3}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(1) = \ln 2$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $F(x) = \ln |3x - 1| + \frac{1}{2} \ln 3$. Tính $3^{x_1} + 3^{x_2}$.

 **Lời giải.**

x) Hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2(x+1)}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(1) = \ln 2$. Tính $F(-2)$.

 **Lời giải.**

Dạng 1.2. Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số

Cho $\int f(u) du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f[u(x)] u'(x) dx = F[u(x)] + C.$$

Một số dạng đổi biến thường gặp

- a) $\left[\begin{array}{l} I = \int f(ax+b)^n \cdot x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = ax+b \Rightarrow dt = a dx. \\ I = \int f\left(\frac{x^n}{ax^{n+1}+1}\right)^m dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = ax^{n+1}+1 \Rightarrow dt = a(n+1)x^n dx, \text{ với } m, n \in \mathbb{Z}. \\ I = \int f(ax^2+b)^n \cdot x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = ax^2+b \Rightarrow dt = 2ax dx. \end{array} \right.$
- b) $I = \int \sqrt[n]{f(x)} \cdot f'(x) dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = \sqrt[n]{f(x)} \Rightarrow t^n = f(x) \Rightarrow nt^{n-1} dt = f'(x) dx.$
- c) $\left[\begin{array}{l} I = \int f(\ln x) \cdot \frac{1}{x} dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx. \\ I = \int f(a+b \ln x) \cdot \frac{1}{x} dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = a+b \ln x \Rightarrow dt = \frac{b}{x} dx. \end{array} \right.$
- d) $\left[\begin{array}{l} I = \int f(e^x) \cdot e^x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx. \\ I = \int f(a+be^x) \cdot e^x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = a+be^x \Rightarrow dt = be^x dx \end{array} \right.$
- e) $\left[\begin{array}{l} I = \int f(\cos x) \cdot \sin x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx. \\ I = \int f(a+b \cos x) \cdot \sin x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = a+b \cos x \Rightarrow dt = -b \sin x dx. \end{array} \right.$
- f) $\left[\begin{array}{l} I = \int f(\sin x) \cdot \cos x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx. \\ I = \int f(a+b \sin x) \cdot \cos x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = a+b \sin x \Rightarrow dt = b \cos x dx. \end{array} \right.$
- g) $I = \int f(\tan x) \cdot \frac{dx}{\cos^2 x} \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x) dx.$
- h) $I = \int f(\cot x) \cdot \frac{dx}{\sin^2 x} \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = \cot x \Rightarrow dt = -\frac{1}{\sin^2 x} dx = -(1 + \cot^2 x) dx.$
- i) $I = \int f(\sin^2 x; \cos^2 x) \cdot \sin 2x dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } \left[\begin{array}{l} t = \sin^2 x \Rightarrow dt = \sin 2x dx; \\ t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx. \end{array} \right.$
- j) $I = \int f(\sin x \pm \cos x) \cdot (\sin x \mp \cos x) dx \xrightarrow{\text{phương pháp}} \text{Đặt } t = \sin x \pm \cos x \Rightarrow dt = (\cos x \mp \sin x) dx.$

Chú ý

Sau khi đổi biến và tính nguyên hàm xong, ta cần trả lại biến cũ ban đầu là x .

Bài tập áp dụng

Ví dụ 1

 Tính $I = \int x(1-x)^{2018} dx.$

Lời giải.

Đặt $t = 1 - x \Rightarrow x = 1 - t \Rightarrow dx = -dt$.

Suy ra

$$\begin{aligned} I &= - \int (1-t)t^{2018} dt = \int (t^{2019} - t^{2018}) dt \\ &= \frac{t^{2020}}{2020} - \frac{t^{2019}}{2019} + C = \frac{(1-x)^{2020}}{2020} - \frac{(1-x)^{2019}}{2019} + C. \end{aligned}$$

Vậy $I = \int x(1-x)^{2018} dx = \frac{(1-x)^{2020}}{2020} - \frac{(1-x)^{2019}}{2019} + C.$ □

Bài 1. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau

a) Tính $I = \int x(1+x)^{2017} dx$. $I = \frac{(1+x)^{2019}}{2019} - \frac{(1+x)^{2018}}{2018} + C$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Tính $I = \int x(x^2+1)^5 dx$. $I = \frac{(x^2+1)^6}{12} + C$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int x^2(x-1)^9 dx$. $I = \frac{(x-1)^{12}}{12} + 2\frac{(x-1)^{11}}{11} + \frac{(x-1)^{10}}{10} + C$

Lời giải.

.....

.....

d) Tính $I = \int 2 [x (1 - x^2)]^5 dx$. $I = -\frac{(1 - x^2)^6}{6} + \frac{2(1 - x^2)^7}{7} - \frac{(1 - x^2)^8}{8} + C$

 **Lời giải.**

e) Tính $I = \int x^5 (1 - x^3)^6 dx$. $I = -\frac{(1 - x^3)^7}{21} + \frac{(1 - x^3)^8}{24} + C$

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int x^3 (2 - 3x^2)^8 dx$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 2

🔴 Tính $I = \int \frac{x \, dx}{x^2 + 2}$. $I = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) + C$

📖 Lời giải.

Đặt $t = x^2 + 2 \Rightarrow x^2 = t - 2 \Rightarrow 2x \, dx = dt \Rightarrow x \, dx = \frac{1}{2} dt$.

Suy ra

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{t} dt = \frac{1}{2} \ln |t| + C \\ &= \frac{1}{2} \ln |x^2 + 2| + C = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) + C. \end{aligned}$$

Vậy $I = \int \frac{x \, dx}{x^2 + 2} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) + C.$

□

Bài 2. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau

a) Tính $I = \int \frac{x \, dx}{(x+1)^5}$.

📖 Lời giải.

b) Tính $I = \int \frac{x^3 dx}{(1+x^2)^3}$.

 **Lời giải.**

c) Tính $I = \int \frac{4x^3 dx}{(x^4+2)^2}$.

 **Lời giải.**

d) Tính $I = \int \frac{x^5 dx}{x^2+1}$.

 **Lời giải.**

e) Tính $I = \int \frac{x^4 dx}{x^{10} - 4}$.

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 \frac{dx}{x^2}$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 3

 Tính $I = \int \frac{(x+1)^{2017}}{(2x+3)^{2019}} dx$.

 **Lời giải.**

Ta có $I = \int \frac{(x+1)^{2017}}{(2x+3)^{2019}} dx = \int \left(\frac{x+1}{2x+3} \right)^{2017} \cdot \frac{1}{(2x+3)^2} dx.$

Đặt $t = \frac{x+1}{2x+3} \Rightarrow dt = \frac{1}{(2x+3)^2} dx.$

Suy ra

$$I = \int t^{2017} dt = \frac{t^{2018}}{2018} + C = \frac{1}{2018} \cdot \left(\frac{x+1}{2x+3} \right)^{2018} + C.$$

Vậy $I = \int \frac{(x+1)^{2017}}{(2x+3)^{2019}} dx = \frac{1}{2018} \cdot \left(\frac{x+1}{2x+3} \right)^{2018} + C.$ □

Bài 3. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau

a) Tính $I = \int \frac{x^5}{(x+1)^7} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Tính $I = \int \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int \frac{x^9 dx}{(x^2+1)^6}.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int \frac{x^{2001} dx}{(x^2 + 1)^{1002}}.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4

 Tính $I = \int \frac{(x + 1) dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}}.$

 Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2 + 2x - 4} \Rightarrow t^2 = x^2 + 2x - 4$$

$$\Rightarrow 2t dt = (2x + 2) dx \Rightarrow (x + 1) dx = t dt.$$

Suy ra

$$I = \int \frac{t}{t} dt = \int dt = t + C = \sqrt{x^2 + 2x - 4} + C.$$

Vậy $I = \int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}} = \sqrt{x^2 + 2x - 4} + C.$

□

Bài 4. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau

a) Tính $I = \int \frac{(2x-3) dx}{\sqrt{x^2 - 3x - 5}}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Tính $I = \int x\sqrt{2017-x} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int x\sqrt{x^2 + 3} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int x\sqrt{2019 - x^2} dx$.

 **Lời giải.**

e) Tính $I = \int x\sqrt[3]{x^2 - 2018} dx$.

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 4}} dx$.

 **Lời giải.**

g) Tính $I = \int 5x\sqrt[3]{1 - x^2} dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x}} dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

i) Tính $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

j) Tính $I = \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+9}}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

l) Tính $I = \int x^5 \sqrt[3]{(1-2x^2)^2} dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

m) Tính $I = \int \frac{2x^3 - 3x^2 + x}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 5

 Tính $I = \int \frac{\ln x \, dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$.

 **Lời giải.**

Đặt $t = \sqrt{1 + \ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + \ln x \Rightarrow \ln x = t^2 - 1 \Rightarrow \frac{dx}{x} = 2t \, dt$.

Suy ra

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{t^2 - 1}{t} \cdot 2t \, dt = \int (2t^2 - 2) \, dt \\ &= \frac{2t^3}{3} - 2t + C = \frac{2(1 + \ln x)\sqrt{1 + \ln x}}{3} - 2\sqrt{1 + \ln x} + C. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } I = \int \frac{\ln x \, dx}{x\sqrt{1+\ln x}} = \frac{2(1+\ln x)\sqrt{1+\ln x}}{3} - 2\sqrt{1+\ln x} + C.$$

□

Bài 5. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau

a) Tính $I = \int \frac{\ln x \sqrt{1+3\ln x}}{x} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Tính $I = \int \frac{dx}{x\sqrt[3]{1+\ln x}}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int \frac{\ln^2 x \, dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int e^x \sqrt{5 - e^x} dx.$

 **Lời giải.**

e) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 3}}.$

 **Lời giải.**

f) $I = \int \cos x \sqrt{3 \sin x + 2} dx.$

 **Lời giải.**

g) $I = \int \sin x \sqrt{2018 + \cos x} dx.$

 **Lời giải.**

h) $I = \int \frac{1}{x \ln x \sqrt{6 + 3 \ln^2 x}} dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int \frac{x}{x + \sqrt{x^2 - 1}} dx.$

 **Lời giải.**

j) $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1} - x^2} dx.$

 **Lời giải.**

k) $I = \int \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 - 1}} dx.$

 **Lời giải.**

Ví dụ 6

$$\bullet I = \int \frac{\ln x}{x} dx.$$

 Lời giải.

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Suy ra $I = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\ln^2 x}{2} + C$. □

Bài 6. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) $I = \int \frac{\ln^2 x}{x} dx.$

 Lời giải.

b) $I = \int \frac{1 + \ln x}{x} dx.$

 Lời giải.

c) $I = \int \frac{1 + \ln^4 x}{x} dx.$

 Lời giải.

d) $I = \int \frac{3 \ln x + 1}{x \ln x} dx.$

 Lời giải.

$$\text{e) } I = \int \frac{\ln x}{x(2 + \ln x)^2} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{f) } I = \int \frac{\sqrt{4 + \ln x}}{x} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{g) } I = \int \frac{\sqrt{1 + 3 \ln x}}{x} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{h) } I = \int \frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln x}} dx.$$

 **Lời giải.**

Ví dụ 7

$$\text{○ } I = \int \frac{e^x dx}{e^x - 1}.$$

 **Lời giải.**

Đặt $t = e^x - 1 \Rightarrow dt = e^x dx$.

Suy ra $I = \int \frac{e^x dx}{e^x - 1} = \int \frac{1}{t} dt = \ln |t| + C = \ln |e^x - 1| + C.$

□

Bài 7. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) $I = \int \frac{dx}{e^x + 3}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int \frac{dx}{e^x + 4}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int \frac{e^x dx}{e^x + e^{-x}}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

e) $I = \int \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

f) $I = \int \frac{dx}{e^x - 4 \cdot e^{-x}}.$

 **Lời giải.**

g) $I = \int \frac{(1 + e^x)^3}{e^x} dx.$

 **Lời giải.**

h) $I = \int \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} dx.$

 **Lời giải.**

j) $I = \int \frac{2e^x - 1}{e^x + 1} dx.$

 **Lời giải.**

$$\text{k) } I = \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{l) } I = \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{3 + e^x}}.$$

 **Lời giải.**

$$\text{m) } I = \int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}}.$$

 **Lời giải.**

Ví dụ 8

$$\text{🔴 } I = \int \tan x \, dx.$$

 **Lời giải.**

Ta có $I = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx.$

Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x \, dx.$

Suy ra $I = \int -\frac{1}{t} dt = -\ln |t| + C = -\ln |\cos x| + C.$

□

Bài 8. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) $I = \int \sin^3 x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int \sin^5 x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int \cos^{2017} x \cdot \sin x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

d) $I = \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

e) $I = \int \sin 2x \cos^2 x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

f) $I = \int \frac{\sin x}{2 + \cos x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

g) $I = \int \frac{5 \sin^3 x}{1 - \cos x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

h) $I = \int \sin^2 x \tan x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

i) $I = \int \frac{\sin 2x \cos x}{1 - \cos x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

j) $I = \int \frac{\sin 2x}{4 - \cos^2 x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

k) $I = \int \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

l) $I = \int \left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2} \right) \sin x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

m) $I = \int \frac{\sin x}{\cos 2x + 3 \cos x + 2} dx.$

 **Lời giải.**

n) $I = \int \frac{\sin x}{\cos 2x - \cos x} dx.$

 **Lời giải.**

o) $I = \int \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos 2x} dx.$

 **Lời giải.**

p) $I = \int 2 \sin x \sqrt{1 + 4 \cos x} dx.$

 **Lời giải.**

q) Tính $I = \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1 + 3 \cos x}} dx.$

 **Lời giải.**

r) Tính $I = \int \frac{dx}{\sin x}$.

 **Lời giải.**

s) Tính $I = \int \frac{dx}{\sin^3 x}$.

 **Lời giải.**

t) Tính $I = \int \frac{dx}{\sin x + \sqrt{3} \cos x}$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 9



Tính $I = \int \cot x \, dx$.

Lời giải.

Ta có $I = \int \cot x \, dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} \, dx = \ln |\sin x| + C$. □

Bài 9. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) Tính $I = \int \cos^3 x \, dx$.

Lời giải.

.....

b) Tính $I = \int \cos^5 x \, dx$.

Lời giải.

.....

c) Tính $I = \int \sin^{2019} x \cos x \, dx$.

Lời giải.

.....

d) Tính $I = \int (1 + 2 \sin x) \cos x \, dx$.

Lời giải.

.....

e) Tính $I = \int \frac{\cos x}{4 + \sin x} \, dx$.

Lời giải.

.....

f) Tính $I = \int \frac{\cos x}{9 - 2 \sin x} \, dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int \frac{\sin 2x}{1 - \sin x} dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2} dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

i) Tính $I = \int (1 + \sin x)^9 \cos x dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

j) Tính $I = \int \sin 2x \sin^5 x dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int (1 + 2 \sin x)^7 \cos x dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

l) Tính $I = \int \frac{(2 \sin x - 3) \cos x}{2 \sin x + 1} dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

m) Tính $I = \int \frac{\cos 2x}{1 + 2 \sin 2x} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

n) Tính $I = \int \frac{1 - 2 \sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int \frac{\cos x dx}{6 - 5 \sin x + \sin^2 x}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int \cos x e^{\sin x} dx.$

 **Lời giải.**

.....

q) Tính $I = \int \cos x \sqrt{1 + \sin x} dx.$

 **Lời giải.**

r) Tính $I = \int \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} dx$.

 **Lời giải.**

s) Tính $I = \int \frac{\cos x dx}{2 + \sqrt{3 \sin x + 1}}$.

 **Lời giải.**

t) Tính $I = \int \frac{dx}{\cos x}$.

 **Lời giải.**

u) Tính $I = \int \frac{dx}{\cos^3 x}$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 10

🔴 Tính $I = \int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$.

📖 Lời giải.

Đặt $t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}$. Khi đó $I = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\tan^2 x}{2} + C$. □

Bài 10. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) Tính $I = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$.

📖 Lời giải.

b) Tính $I = \int \frac{(1 + \tan x)^2}{\cos^2 x} dx$.

📖 Lời giải.

c) Tính $I = \int \frac{2 + 3 \tan x}{1 + \cos 2x} dx$.

📖 Lời giải.

d) Tính $I = \int \frac{\tan^2 x}{\cos 2x} dx$.

📖 Lời giải.

e) Tính $I = \int \frac{dx}{\sin^2 x - 4 \cos^2 x}$.

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int \frac{dx}{\sin^2 x + 3 \sin x \cos x}$.

 **Lời giải.**

g) Tính $I = \int \frac{dx}{5 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x + 3 \sin^2 x}$.

 **Lời giải.**

h) Tính $I = \int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}$.

 **Lời giải.**

i) Tính $I = \int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^2 x}$.

 **Lời giải.**

j) Tính $I = \int \frac{dx}{\cos^4 x}$.

 **Lời giải.**

k) Tính $I = \int \frac{(1 + \sin 2x) dx}{2 \sin x \cos^3 x + \cos^4 x}$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 11

🔴 Tính $I = \int \frac{\cot x}{\sin^2 x} dx$.

📁 Lời giải.

Đặt $t = \cot x \Rightarrow dt = -\frac{1}{\sin^2 x} dx$.

Do đó $I = \int -t dt = -\frac{t^2}{2} + C = -\frac{\cot^2 x}{2} + C$. □

Bài 11. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) Tính $I = \int \frac{(2 - \cot x)^2}{\sin^2 x} dx$.

📁 Lời giải.

b) Tính $I = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$.

📁 Lời giải.

c) Tính $I = \int \frac{3 - \cot x}{1 - \cos 2x} dx$.

📁 Lời giải.

d) Tính $I = \int \frac{\cos^4 x}{\sin^6 x} dx$.

 **Lời giải.**

e) Tính $I = \int \frac{dx}{\sin^4 x}$.

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int \frac{\cot^2 x}{\cos 2x} dx$.

 **Lời giải.**

g) Tính $I = \int \frac{\cot^4 x}{\cos 2x} dx$.

 **Lời giải.**

h) Tính $I = \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}$.

 **Lời giải.**

i) Tính $I = \int \frac{\sin x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 12



Tính $I = \int \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$.

Lời giải.

Đặt $t = 1 + \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx$.

Do đó $I = \int -\frac{1}{t} dt = -\ln |t| + C = -\ln |1 + \cos^2 x| + C$. □

Bài 12. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) Tính $I = \int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx$.

Lời giải.

.....

b) Tính $I = \int \frac{\sin 2x}{3 + \cos^2 x} dx$.

Lời giải.

.....

c) Tính $I = \int \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$.

Lời giải.

.....

d) Tính $I = \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$.

Lời giải.

.....

e) Tính $I = \int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx$.

Lời giải.

.....

f) Tính $I = \int \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx$.

Lời giải.

.....

g) Tính $I = \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx$.

 **Lời giải.**

h) Tính $I = \int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{4 \cos^2 x + 9 \sin^2 x}} dx$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 13



Tính $I = \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$.

 **Lời giải.**

Đặt $t = \sin x + \cos x \Rightarrow dt = (\sin x - \cos x) dx$.

Do đó $I = \int \frac{1}{t} dt = \ln |t| + C = \ln |\sin x + \cos x| + C$. □

Bài 13. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) Tính $I = \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x + 3} dx$.

 **Lời giải.**

b) Tính $I = \int \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x + 1} dx$.

 **Lời giải.**

c) Tính $I = \int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 4)^3} dx$.

 **Lời giải.**

d) Tính $I = \int \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin 2x} dx$.

 **Lời giải.**

e) Tính $I = \int \frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{\sin x + \cos x} dx$.

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)} dx$.

 **Lời giải.**

g) Tính $I = \int \frac{\cos 2x}{2 - \sqrt{1 + \sin x - \cos x}} dx$.

 **Lời giải.**

h) Tính $I = \int \frac{4(\sin x + \cos x) - \cos 2x}{2(\sin x - \cos x - 1) - \sin 2x} dx$.

 **Lời giải.**

i) Tính $I = \int \frac{\cos 2x}{(1 + \sin 2x) \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx$.

 **Lời giải.**

Dạng 1.3. Nguyên hàm từng phần

Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm và liên tục trên K thì

$$I = \int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx \text{ hay } I = \int u dv - \int v du.$$

Nhận dạng: Tích hai hàm khác loại nhau. Ví dụ: $\int e^x \sin x dx$, $\int x \ln x dx$, ...

a) Đặt: $\begin{cases} u = \dots & \xrightarrow{\text{vi phân}} du = \dots dx \\ dv = \dots dx & \xrightarrow{\text{nguyên hàm}} v = \dots \end{cases}$ Suy ra: $I = \int u dv = uv - \int v du$.

- b) Thứ tự ưu tiên chọn u : nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ và dv = phần còn lại.
 c) Lưu ý rằng bậc của đa thức và bậc của ln tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.
 d) Dạng mũ nhân lượng giác là dạng nguyên hàm từng phần luân hồi.

Ví dụ và bài tập

Ví dụ 1

🔴 Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định)

Tính $I = \int \ln x \, dx$.

Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

📁 Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$

Ta có: $I = x \ln x - \int x \frac{1}{x} dx = x \ln x - x + C$. □

Bài 1. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định):

a) Tính $I = \int x \ln x \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

📁 Lời giải.

.....

b) Tính $I = \int (2x + 1) \ln x \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

📁 Lời giải.

.....

c) Tính $I = \int x \ln(1 - x) \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

📁 Lời giải.

d) Tính $I = \int x \sin x \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

e) Tính $I = \int x \cos x \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int (x + 1) \sin 2x \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

g) Tính $I = \int x \sin \frac{x}{2} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

h) Tính $I = \int x \sin x \cos x dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

i) Tính $I = \int x(2 \cos^2 x - 1) dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

j) Tính $I = \int x e^x dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

k) Tính $I = \int (1 - 2x) e^x dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

l) Tính $I = \int x e^{3x} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

m) Tính $I = \int x e^{-x} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

n) Tính $I = \int (4x - 1)e^{-2x} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int \frac{x}{\sin^2 x} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

q) Tính $I = \int \frac{2x-1}{1+\cos 2x} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

r) Tính $I = \int \frac{2x}{1-\cos 4x} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

s) Tính $I = \int \frac{\ln x}{x^3} dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

t) Tính $I = \int \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

u) Tính $I = \int e^x \cos x \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

v) Tính $I = \int e^x \sin x \, dx$. Chọn $\begin{cases} u = \dots \rightarrow du = \dots \\ dv = \dots \rightarrow v = \dots \end{cases}$

 **Lời giải.**

Ví dụ 2

🔴 Tìm một nguyên hàm của hàm số $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện cho trước.
 Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = xe^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

📖 Lời giải.

Theo đề ta tính $\int f(x) dx = \int xe^{-x} dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x & \Rightarrow du = dx \\ dv = e^{-x} dx & \Rightarrow v = -e^{-x}. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int xe^{-x} dx = -xe^{-x} + \int e^{-x} dx = -xe^{-x} - e^{-x} + C = F(x).$$

$$\text{Mà } F(0) = 1 \Rightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = -xe^{-x} - e^{-x} + 1. \quad \square$$

Bài 2. Tìm một nguyên hàm của hàm số $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện cho trước.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x \cos 3x$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

📖 Lời giải.

b) Cho $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x^3}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x) \ln x$.

📖 Lời giải.

- c) Cho $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x) \ln x$.

 **Lời giải.**

- d) Cho $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $xf(x)$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x) \ln x$.

 **Lời giải.**

- e) Cho $F(x) = x^2 + 1$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x) \ln x$.

 **Lời giải.**

- f) Cho $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)(x^4 - x^3)$.

 **Lời giải.**

g) Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)e^{2x}$.

 **Lời giải.**

h) Cho $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)(x^3 + 1)$.

 **Lời giải.**

i) Cho $F(x) = \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $x^2 f(x)$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)x^3 \ln x$.

 **Lời giải.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x & \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = \frac{4}{x^2} dx & \Rightarrow v = -\frac{4}{x}. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int 4x^2 \ln x \, dx = -\frac{4}{x} \ln x + \int \frac{4}{x^2} dx = -\frac{4}{x} \ln x - \frac{4}{x} + C.$$

j) Cho $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)x \ln x$.

 **Lời giải.**

k) Cho $F(x) = \frac{1}{x^3}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x) \ln x$.

 **Lời giải.**

- l) Cho $F(x) = \frac{x^4}{16}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x) \ln x$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- m) Cho $F(x) = -xe^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)e^{2x}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- n) Cho $F(x) = 2(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ thỏa $f(0) = 0$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- o) Cho $F(x) = \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \cos x + x \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \sin x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cos x$.

 **Lời giải.**

- p) Cho $F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - 1\right) \sin x + x \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cos x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \sin x$.

 **Lời giải.**

- q) Cho $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{\cos^2 x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \tan x$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

- r) Cho $F(x) = -x \cot x + \ln |\sin x|$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{\sin^2 x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cot x$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

- s) Cho $F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x + 1\right)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$.

B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$

D. $e^x + 1 + C.$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C.$

B. $3x^2 + 1 + C.$

C. $x^3 + x + C.$

D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $4x^3 + 2x + C.$

B. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C.$

C. $x^4 + x^2 + C.$

D. $x^5 + x^3 + C.$

Câu 4. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. $\int 2e^x dx = 2(e^x + C).$

B. $\int x^3 dx = \frac{x^4 + C}{4}.$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

D. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x}$?

A. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot 5^{2x} \ln 5 + C.$

B. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C.$

C. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C.$

D. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 3^x$ là

A. $x^3 + 3^x \ln 3 + C.$

B. $x^3 + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

C. $x^3 + 3^x + C.$

D. $x^3 + \frac{\ln 3}{3^x} + C.$

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}$ là

A. $4^x \cdot \ln 4 + C.$

B. $\frac{1}{4^x \cdot \ln 4} + C.$

C. $4^x + C.$

D. $\frac{4^x}{\ln 4} + C.$

Câu 8. Với C là hằng số, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos 2x$ là

A. $-\sin 2x + C.$

B. $-2 \sin 2x + C.$

C. $2 \sin 2x + C.$

D. $\sin 2x + C.$

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} \left(2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right).$

A. $F(x) = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C.$

B. $F(x) = 2e^x - \tan x + C.$

C. $F(x) = -\frac{2}{e^x} - \tan x + C.$

D. $F(x) = 2e^{-x} + \tan x + C.$

Câu 10. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $I = \int [2f(x) - 1] dx$.

A. $I = 2xF(x) - x + C.$

B. $I = 2xF(x) - 1 + C.$

C. $I = 2F(x) - 1 + C.$

D. $I = 2F(x) - x + C.$

Câu 11. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x$ là

A. $\frac{1}{5} \cos 5x + C.$

B. $\cos 5x + C.$

C. $-\cos 5x + C.$

D. $-\frac{1}{5} \cos 5x + C.$

Câu 12. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là

A. $\log |1+x| + C.$

B. $\ln(1+x) + C.$

C. $-\frac{1}{(1+x)^2} + C.$

D. $\ln |1+x| + C.$

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x^2$ là

A. $\frac{1}{x}e^x + \frac{x^3}{3} + C.$

B. $e^x + 2x + C.$

C. $e^x + \frac{x^3}{3} + C.$

D. $e^x + 3x^3 + C.$

Câu 14. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

- A. $\int \cos 3x \, dx = 3 \sin 3x + C$.
 B. $\int \cos 3x \, dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.
 C. $\int \cos 3x \, dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$.
 D. $\int \cos 3x \, dx = \sin 3x + C$.

Câu 15. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

- A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln |5x-2| + C$.
 B. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln(5x-2) + C$.
 C. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln |5x-2| + C$.
 D. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln |5x-2| + C$.

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x \, dx = 7^x \ln 7 + C$.
 B. $\int 7^x \, dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$.
 C. $\int 7^x \, dx = 7^{x+1} + C$.
 D. $\int 7^x \, dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 17. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 B. $\int f(x) \, dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 C. $\int f(x) \, dx = 2 \sin 2x + C$.
 D. $\int f(x) \, dx = -2 \sin 2x + C$.

Câu 18. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

- A. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.
 B. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$.
 C. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.
 D. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $x^3 + C$.
 B. $\frac{x^3}{3} + x + C$.
 C. $6x + C$.
 D. $x^3 + x + C$.

Câu 20. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $x^4 + x^2 + C$.
 B. $3x^2 + 1 + C$.
 C. $x^3 + x + C$.
 D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 21. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4^x \cdot 2^{2x+3}$.

- A. $F(x) = \frac{2^{4x+3}}{\ln 2}$.
 B. $F(x) = 2^{4x+1} \cdot \ln 2$.
 C. $F(x) = \frac{2^{4x+1}}{\ln 2}$.
 D. $F(x) = 2^{4x+3} \cdot \ln 2$.

Câu 22. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int [f(x) + g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 B. $\int f'(x) \, dx = f(x) + C$ với mọi hàm $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 C. $\int k f(x) \, dx = k \int f(x) \, dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 D. $\int [f(x) - g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx - \int g(x) \, dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\pi}{2} \cos 2x$.

- A. $\int f(x) \, dx = \frac{\pi}{4} \sin 2x + C$.
 B. $\int f(x) \, dx = -\frac{\pi}{2} \sin 2x + C$.
 C. $\int f(x) \, dx = \pi \sin 2x + C$.
 D. $\int f(x) \, dx = \frac{\pi}{2} \sin 2x + C$.

Câu 24. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\int f(x) \cdot g(x) dx = f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

B. $\int f'(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) + C.$

C. $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx.$

D. $\int f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} + C.$

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{4^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = 4^{x+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = 4^x \ln 4 + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C.$

Câu 26. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = e^{-3x+1}$ là

A. $\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C.$

B. $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C.$

C. $3e^{-3x+1} + C.$

D. $-3e^{-3x+1} + C.$

Câu 27. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 28. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

B. $\int 0 dx = 0.$

C. $\int f(x) dx = f'(x) + C.$

D. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

Câu 29. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln(5x-2) + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C.$

C. $\int f(x) dx = \ln|5x-2| + C.$

D. $\int f(x) dx = 5 \ln|5x-2| + C.$

Câu 30. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ là

A. $\int f(x) dx = \sin 3x + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$

C. $\int f(x) dx = 3 \sin 3x + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

Câu 31. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$.

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ với $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$ với $\alpha \neq -1$.

D. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x).$

Câu 32. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C.$

B. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C.$

C. $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C.$

Câu 33. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int 0 dx = C.$

B. $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C.$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

D. $\int e^x dx = e^x + C.$

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. C. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 35. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3 \cos x - 2^x$ là

- A. $-3 \sin x - \frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $3 \sin x - 2^x + C$.
C. $3 \sin x - \frac{2^x}{\ln 2} + C$. D. $3 \sin x - 2^x \ln 2 + C$.

Câu 36. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

- A. $3x^2 + 2x + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^4 + x^3 + C$. D. $4x^4 + 3x^3 + C$.

Câu 37. Tìm một họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + 7^x$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{7^x}{\ln 7} + C$. B. $\int f(x) dx = 3^x \ln 3 + 7^x \ln 7 + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + \frac{7^x}{x+1} + C$. D. $\int f(x) dx = 3^{x+1} + 7^{x+1} + C$.

Câu 38. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ là

- A. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + C$. B. $F(x) = \frac{2}{x^2} + C$. C. $F(x) = \ln|x| + C$. D. $F(x) = \sqrt{x} + C$.

Câu 39. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x + 3x$ là

- A. $-\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C$. B. $\frac{1}{2} \sin 2x + 3x^2 + C$.
C. $-2 \sin 2x + 3 + C$. D. $\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C$.

Câu 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ là

- A. $\ln|2x-1| + C$. B. $2 \ln|2x-1| + C$. C. $\frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$. D. $\frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$.

Câu 41. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$.

Câu 42. Hàm số $f(x) = \cos(4x+7)$ có một nguyên hàm là

- A. $-\sin(4x+7) + x$. B. $\frac{1}{4} \sin(4x+7) - 3$.
C. $\sin(4x+7) - 1$. D. $-\frac{1}{4} \sin(4x+7) + 3$.

Câu 43. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x$ là

- A. $\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\cos x + x^2 + C$. C. $-\cos x + 1 + C$. D. $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 44. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + \sin 2x$ là

- A. $\frac{x^4}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\frac{x^4}{4} - \cos 2x + C$. C. $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $\frac{x^4}{4} + \cos 2x + C$.

Câu 45. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là

- A. $-\frac{1}{(x+1)^2} + C$. B. $-\ln|x+1| + C$. C. $-\frac{1}{2} \ln(x+1)^2 + C$. D. $\ln|2x+2| + C$.

Câu 46. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$.
 B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.
 C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).
 D. Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u) du = F(u) + C$.

Câu 47. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$

- A. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.
 B. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$.
 C. $\int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C$.
 D. $\int \sin 2x dx = \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 48. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2019x}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2019} \cdot e^{2019x} + C$.
 B. $\int f(x) dx = 2019 \cdot e^{2019x} + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^{2019x} + C$.
 D. $\int f(x) dx = e^{2019x} \ln 2019 + C$.

Câu 49. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là

- A. $\cos 3x + C$.
 B. $-\frac{1}{3} \cos 3x + C$.
 C. $-\cos 3x + C$.
 D. $\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

Câu 50. Tính $\int \sin x dx$.

- A. $\sin(\pi - x) + C$.
 B. $\cos x + C$.
 C. $\cos(\pi - x) + C$.
 D. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + C$.

Câu 51. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $F(x) = \tan x + C$.
 B. $F(x) = \cot x + C$.
 C. $F(x) = -\sin x + C$.
 D. $F(x) = \sin x + C$.

Câu 52. Tìm nguyên hàm $F(x) = \int \cos x dx$

- A. $F(x) = \cos x + C$.
 B. $F(x) = -\cos x + C$.
 C. $F(x) = \sin x + C$.
 D. $F(x) = -\sin x + C$.

Câu 53. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

- A. $\int f(x) dx = 2x^2 + x + C$.
 B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.
 C. $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.
 D. $\int f(x) dx = 2x + C$.

Câu 54. Hàm số nào sau đây **không** là nguyên hàm của hàm số $y = x^3$?

- A. $y = \frac{x^4}{4} + 3$.
 B. $y = \frac{x^4}{4} + 1$.
 C. $y = \frac{x^4}{4} + 2$.
 D. $y = 3x^2$.

Câu 55. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\int \cos x dx = -\cos x + C$.
 B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.
 C. $\int \cos x dx = \cos x + C$.
 D. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 56. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + 2x$ là

- A. $\int f(x) dx = e^{-x} + x^2 + C$.
 B. $\int f(x) dx = -xe^{-x} + x^2 + C$.
 C. $\int f(x) dx = -e^{-x} + x^2 + C$.
 D. $\int f(x) dx = xe^{-x} + x^2 + C$.

Câu 57. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

A. $\int e^x dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$

B. $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C.$

C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

D. $\int x^7 dx = \frac{1}{8}x^8 + C.$

Câu 58. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. $F(x) = -\cos x.$

B. $F(x) = -\cos x + C.$

C. $F(x) = \cos x + C.$

D. $F(x) = \cos x.$

Câu 59. $\int \frac{dx}{2-3x}$ bằng

A. $\frac{1}{3} \ln |2-3x| + C.$

B. $\frac{1}{(2-3x)^2} + C.$

C. $-\frac{3}{(2-3x)^2} + C.$

D. $-\frac{1}{3} \ln |3x-2| + C.$

Câu 60. Cho $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln C.$ Khi đó giá trị của C là

A. 3.

B. 8.

C. 9.

D. 81.

Câu 61. Khi tính $\int \sin ax \cdot \cos bx dx$, biến đổi nào dưới đây là đúng?

A. $\int \sin ax \cdot \cos bx dx = \int \sin ax dx \cdot \int \cos bx dx.$

B. $\int \sin ax \cdot \cos bx dx = \frac{1}{2} \int [\sin(a+b)x + \sin(a-b)x] dx.$

C. $\int \sin ax \cdot \cos bx dx = \frac{1}{2} \int \left[\sin \frac{a+b}{2}x + \sin \frac{a-b}{2}x \right] dx.$

D. $\int \sin ax \cdot \cos bx dx = ab \int \sin x \cdot \cos x dx.$

Câu 62. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ là

A. $-\cos x + x + C.$

B. $\frac{\sin^2 x}{2} + x + C.$

C. $\cos x + x + C.$

D. $\sin 2x + x + C.$

Câu 63. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + 2x$ là

A. $2 \ln |x| + x^2 + C.$

B. $\ln |x| + 2x^2 + C.$

C. $\ln |x| + x^2 + C.$

D. $\ln |x^2| + 2x + C.$

Câu 64. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3}{1-2x}.$

A. $-6 \ln |1-2x| + C.$

B. $3 \ln |1-2x| + C.$

C. $-\frac{3}{2} \ln |1-2x| + C.$

D. $\frac{3}{2} \ln |1-2x| + C.$

Câu 65. Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}?$

A. $F(x) = \ln |2x+1| + 1.$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln |2x+1| + 2.$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln |4x+2| + 3.$

D. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 4x + 1) + 3.$

Câu 66. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là

A. $\int f(x) dx = 3^x + C.$

B. $\int f(x) dx = 3^x \ln 3 + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

Câu 67. Cho hàm số $f(x) = 2017^x.$ Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{2017^x}{\ln 2018} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{2017^x}{\ln 2017} + C.$

$$C. \int f(x) dx = 2017^x \ln 2017 + C.$$

$$D. \int f(x) dx = \frac{2017^x}{2017} + C.$$

Câu 68. Tính $\int \cos 2x dx$.

$$A. \int \cos 2x dx = -\sin 2x + C.$$

$$B. \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

$$C. \int \cos 2x dx = \sin 2x + C.$$

$$D. \int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Câu 69. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + \sin x$ là

$$A. \sin x - \cos x + C.$$

$$B. \sin x + \cos x + C.$$

$$C. -\sin x + \cos x + C.$$

$$D. -\sin x - \cos x + C.$$

Câu 70. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)^3$.

$$A. 3(x-1) + C.$$

$$B. \frac{1}{4}(x-1)^4 + C.$$

$$C. 4(x-1)^4 + C.$$

$$D. \frac{1}{4}(x-1)^3 + C.$$

Câu 71. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{1-4x}$.

$$A. y = \frac{1}{4}e^{1-4x}.$$

$$B. y = -4e^{1-4x}.$$

$$C. y = e^{1-4x}.$$

$$D. y = -\frac{1}{4}e^{1-4x}.$$

Câu 72. Cho bốn mệnh đề sau

$$I. \int \cos^2 x dx = \frac{\cos^3 x}{3} + C.$$

$$II. \int 3^x dx = 3^x \cdot \ln 3 + C.$$

$$III. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \text{ với } \alpha \in \mathbb{R}.$$

$$IV. \text{ Nếu } F(x), G(x) \text{ là các nguyên hàm của } f(x) \text{ thì } F(x) = G(x).$$

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

$$A. 3.$$

$$B. 1.$$

$$C. 4.$$

$$D. 2.$$

Câu 73. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+1)$.

$$A. x(x+1) + C.$$

$$B. 2x + 1 + C.$$

$$C. x^3 + x^2 + C.$$

$$D. \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C.$$

Câu 74. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

$$A. \int 0 dx = C.$$

$$B. \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C.$$

$$C. \int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C.$$

$$D. \int dx = x + C.$$

Câu 75. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - \cos x$.

$$A. \int f(x) dx = -\sin x + \cos x + C.$$

$$B. \int f(x) dx = \sin x + \cos x + C.$$

$$C. \int f(x) dx = -\sin x - \cos x + C.$$

$$D. \int f(x) dx = \sin x - \cos x + C.$$

Câu 76. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + \frac{1}{x^2}$.

$$A. \int f(x) dx = 3^x + \frac{1}{x} + C.$$

$$B. \int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{1}{x} + C.$$

$$C. \int f(x) dx = 3^x - \frac{1}{x} + C.$$

$$D. \int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x} + C.$$

Câu 77. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x}{e^3}$

A. $\frac{3^x}{e^3 \ln \frac{3}{e}} + C.$ B. $\frac{3^x}{-2 \ln 3 \cdot e^2} + C.$ C. $\frac{3^x \ln 3}{e^3} + C.$ D. $\frac{3^x}{e^3 \ln 3} + C.$

Câu 78. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục có $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x)$, $g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

- (I). $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.
 (II). $kF(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $kf(x)$, ($k \in \mathbb{R}$).
 (III). $F(x) \cdot G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot g(x)$.

Mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A. (I) và (III). B. (I) và (II). C. (II) và (III). D. (III).

Câu 79. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + \sin x - 2$ là

- A. $x^4 + \cos x - 2x + C.$ B. $\frac{x^4}{4} + \cos x + C.$
 C. $12x + \cos x + C.$ D. $x^4 - \cos x - 2x + C.$

Câu 80. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

- A. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$ B. $F(x) = \cos 2x + C.$
 C. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$ D. $F(x) = -\cos 2x + C.$

Câu 81. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$ là

- A. $\frac{5^x}{\ln 5} + C.$ B. $5^x \cdot \ln 5 + C.$ C. $\frac{5^{x+1}}{x+1} + C.$ D. $5^{x+1} + C.$

Câu 82. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

- A. $F(x) = e^x + C.$ B. $F(x) = \frac{e^x}{2} + C.$ C. $F(x) = e^{2x} + C.$ D. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + C.$

Câu 83. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + x$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $F(x) = 2 \ln |x| + \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} + C.$ B. $F(x) = \ln x - \ln x^2 + \frac{x^2}{2} + C.$
 C. $F(x) = \ln x - \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} + C.$ D. $F(x) = \ln |x| + \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} + C.$

Câu 84. Tìm nguyên hàm $I = \int (e^{-x} + 2x) dx$.

- A. $I = -e^{-x} + x^2 + C.$ B. $I = e^{-x} + x^2 + C.$
 C. $I = -e^{-x} - x^2 + C.$ D. $I = e^{-x} - x^2 + C.$

Câu 85. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $-\sin x + C.$ B. $\sin x + C.$ C. $\cos x + C.$ D. $-\cos x + C.$

Câu 86. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \cos x$?

- A. $y = \tan x.$ B. $y = \cot x.$ C. $y = \sin x.$ D. $y = -\sin x.$

Câu 87. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x)$, $g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

- C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x)$, $g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

Câu 88. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(3ax + 1)$ (với a là tham số khác 0).

- A. $\cos(3ax + 1) + C$.
 B. $\frac{1}{3a} \cos(3ax + 1) + C$.
 C. $-\frac{1}{3a} \cos(3ax + 1) + C$.
 D. $-\cos(3ax + 1) + C$.

Câu 89. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ trên khoảng $(-\infty; -2)$ là

- A. $\ln|x+2| + C$.
 B. $\frac{1}{2} \ln|x+2| + C$.
 C. $\ln(x+2) + C$.
 D. $\frac{1}{2} \ln(x+2) + C$.

Câu 90. Công thức nguyên hàm nào sau đây là công thức SAI?

- A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($a > 0; a \neq 1$).
 B. $\int \sin x dx = \cos x + C$.
 C. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
 D. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ($\alpha \neq -1$).

Câu 91. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \sin(x-1)$.

- A. $\int \sin(x-1) dx = -\cos(x-1) + C$.
 B. $\int \sin(x-1) dx = \cos(x-1) + C$.
 C. $\int \sin(x-1) dx = (x-1) \cos(x-1) + C$.
 D. $\int \sin(x-1) dx = (1-x) \cos(x-1) + C$.

Câu 92. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^3$.

- A. $\int x^3 dx = 3x^4 + C$.
 B. $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$.
 C. $\int x^3 dx = 4x^4 + C$.
 D. $\int x^3 dx = \frac{1}{3}x^4 + C$.

Câu 93. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \cos(3x-2)$.

- A. $\int \cos(3x-2) dx = -\frac{1}{3} \sin(3x-2) + C$.
 B. $\int \cos(3x-2) dx = -\frac{1}{2} \sin(3x-2) + C$.
 C. $\int \cos(3x-2) dx = \frac{1}{2} \sin(3x-2) + C$.
 D. $\int \cos(3x-2) dx = \frac{1}{3} \sin(3x-2) + C$.

Câu 94. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\sin x + C$.
 B. $\cos x + C$.
 C. $-\sin x + C$.
 D. $-\cos x + C$.

Câu 95. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $\ln|x| + C$.
 B. $-e^x + C$.
 C. $e^x + C$.
 D. $\frac{1}{x} + C$.

Câu 96. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x+1$ là họ hàm số nào sau đây?

- A. $x^2 + x + C$.
 B. $x^2 + 1 + C$.
 C. $2x^2 + 1 + C$.
 D. $4x^2 + x + C$.

Câu 97. Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

- A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.
 B. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($0 < a \neq 1$).
 C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ($\alpha \neq -1$).
 D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.

Câu 98. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int \frac{1}{x^2} dx = \ln x^2 + C$.
 B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
 C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$.
 D. $\int e^{2x} dx = 2e^x + C$.

Câu 99. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2 \sin x$.

- A. $\int (e^x + 2 \sin x) dx = e^x - \cos^2 x + C$. B. $\int (e^x + 2 \sin x) dx = e^x + \sin^2 x + C$.
 C. $\int (e^x + 2 \sin x) dx = e^x - 2 \cos x + C$. D. $\int (e^x + 2 \sin x) dx = e^x + 2 \cos x + C$.

Câu 100. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + x - 2$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2 + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2x + 1 + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + C$.

Câu 101. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x^4 - 9x + C$. B. $\int f(x) dx = x^4 - 9x + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x^4 + C$. D. $\int f(x) dx = 4x^3 + 9x + C$.

Câu 102. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$. B. $\int \sin x dx = \cos x + C$.
 C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x}$. D. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

Câu 103. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

- A. $I = \int_0^1 \frac{3t + 1}{e^t} dt$. B. $I = \int_1^e \frac{3t + 1}{t} dt$. C. $I = \int_1^e (3t + 1) dt$. D. $I = \int_0^1 (3t + 1) dt$.

Câu 104. Biết $\int f(u) du = F(u) + C$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(2x - 1) dx = 2F(2x - 1) + C$. B. $\int f(2x - 1) dx = 2F(x) - 1 + C$.
 C. $\int f(2x - 1) dx = \frac{1}{2}F(2x - 1) + C$. D. $\int f(2x - 1) dx = F(2x - 1) + C$.

Câu 105. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$.

- A. $\int f(x) dx = 5^x \ln 5 + C$. B. $\int f(x) dx = 5^x + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{5^x}{\ln x} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$.

Câu 106. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-x}$?

- A. $F(x) = -\frac{1}{4} \ln |4 - 4x| + 3$. B. $F(x) = -\ln |1 - x| + 4$.
 C. $F(x) = \ln |1 - x| + 2$. D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x + 1) + 5$.

Câu 107. Hàm số $F(x) = e^{3x}$ là một nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = 3e^{3x}$. B. $f(x) = e^{3x}$. C. $f(x) = \frac{e^{3x}}{3}$. D. $f(x) = 3 \ln 3x$.

Câu 108. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Câu 109. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 48 \sin 2x$ là

- A. $24 \cos 2x + C$. B. $96 \cos 2x + C$. C. $-96 \cos 2x + C$. D. $-24 \cos 2x + C$.

Câu 110. Để tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 12x \ln x$, ta đặt $u = \ln x$ và $dv = 12x dx$. Tính du .

- A. $du = \frac{1}{x}$. B. $du = \frac{1}{x} dx$. C. $du = 12x dx$. D. $du = \frac{1}{x} dv$.

Câu 111. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$. B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
C. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$. D. $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C$ ($a > 0, a \neq 1$).

Câu 112. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(1-2x)$ và thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $F(x) = \cos(1-2x)$. B. $F(x) = \cos(1-2x) + 1$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{3}{2}$. D. $F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}$.

Câu 113. Hàm số $f(x) = \sqrt{x+3}$ là một nguyên hàm của hàm số nào bên dưới?

- A. $g(x) = \frac{2}{3}(x+3)^{\frac{3}{2}} + C$. B. $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$.
C. $g(x) = \frac{-1}{\sqrt{x+3}}$. D. $g(x) = \frac{3}{2}(x+3)^{\frac{3}{2}} + C$.

Câu 114. Tìm $F(x) = \int \cos x dx$.

- A. $\sin x + C$. B. $\cos x + C$. C. $-\cos x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 115. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C$. B. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.
C. $\int e^x dx = -e^x + C$. D. $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 116. Cho $F(x)$ và $f'(x)$ lần lượt là một nguyên hàm và đạo hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_b^a f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.
C. $\int_a^b dx = b - a$. D. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.

Câu 117. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.
C. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.

Câu 118. Tính tích phân $I = \int_0^1 3^x dx$.

- A. $I = \frac{2}{\ln 3}$. B. $I = \frac{3}{\ln 3}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Câu 119. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + 1$ là

- A. $3^x \ln x + x + C$. B. $\frac{3^x}{\ln 3} + x + C$. C. $\frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $3^x + x + C$.

Câu 120. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?

- A. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$. B. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$.
C. $\int e^x \, dx = e^x + C$. D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\tan x + C$.

Câu 121. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos(2x + 3)$.

- A. $F(x) = -\sin(2x + 3) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2} \sin(2x + 3) + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin(2x + 3) + C$. D. $F(x) = \sin(2x + 3) + C$.

Câu 122. Tính $\int 4 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \, dx$, kết quả nào sau đây là **đúng**?

- A. $-2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + C$. B. $-\frac{1}{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + C$.
C. $-4 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + C$. D. $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + C$.

Câu 123. Nguyên hàm $I = \int \frac{1}{2x+1} \, dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$. B. $-\ln|2x+1| + C$. C. $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$. D. $\ln|2x+1| + C$.

Câu 124. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^2 + x + 1$ là

- A. $\frac{2x^3}{3} + x^2 + x + C$. B. $4x + 1$. C. $\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$. D. $\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + C$.

Câu 125. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 1$ là

- A. $\cos x - x + C$. B. $-\cos x + C$. C. $-\cos x - x + C$. D. $\cos x - x + C$.

Câu 126. Tính nguyên hàm $\int \cos 3x \, dx$.

- A. $-3 \sin 3x + c$. B. $\frac{1}{3} \sin 3x + c$. C. $3 \sin 3x + c$. D. $-\frac{1}{3} \sin 3x + c$.

Câu 127. Công thức nguyên hàm nào sau đây là **sai**?

- A. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$. B. $\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.
C. $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \, (\alpha \neq -1)$. D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C$.

Câu 128. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathcal{K}$ và $a, b \in \mathcal{K}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] \, dx = \int_a^b f(x) \, dx + \int_a^b g(x) \, dx$.
B. $\int_a^b k f(x) \, dx = k \int_a^b f(x) \, dx$.
C. $\int_a^b [f(x)g(x)] \, dx = \int_a^b f(x) \, dx \cdot \int_a^b g(x) \, dx$.
D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx = \int_a^b f(x) \, dx - \int_a^b g(x) \, dx$.

Câu 129. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{2x+3} + C.$ B. $\int f(x) dx = e^{2x+3} + C.$
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C.$ D. $\int f(x) dx = 2e^{2x+3} + C.$

Câu 130. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C.$ B. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C.$
 C. $\ln|2x+3| + C.$ D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C.$

Câu 131. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là

- A. $y = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$ B. $y = -\frac{1}{2} \cos 2x.$
 C. $y = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$ D. $y = -\cos 2x + C.$

Câu 132. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx$ bằng

- A. $1 - e.$ B. $e + 1.$ C. $e - 1.$ D. $e.$

Câu 133. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$ B. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$
 C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$ D. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$

Câu 134. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$ B. $\int 2x dx = x^2 + C.$
 C. $\int e^x dx = e^x + C.$ D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

Câu 135. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $\int \sin x dx = -\sin x + C.$ B. $\int \sin x dx = \sin x + C.$
 C. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$ D. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

Câu 136. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 B. $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 C. $\int (f(x) \cdot g(x)) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

Câu 137. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^{2x} \left(3^x - \frac{\sqrt{x}}{4^x} \right)$.

- A. $F(x) = \frac{12^x}{\ln 12} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C.$ B. $F(x) = 12^x + x\sqrt{x} + C.$
 C. $F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} \left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x}}{4^x} \right) + C.$ D. $F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} \left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x} \ln 4}{4^x} \right) + C.$

Câu 138. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^5 - \frac{1}{x} + 2018$ là

A. $\frac{4}{6}x^6 + \ln|x| + 2018x + C.$

B. $\frac{2}{3}x^6 - \ln x + 2018x + C.$

C. $20x^4 + \frac{1}{x^2} + C.$

D. $\frac{2}{3}x^6 - \ln|x| + 2018x + C.$

Câu 139. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 2$ là

A. $5 \cos 5x + C.$

B. $-\frac{1}{5} \cos 5x + 2x + C.$

C. $\frac{1}{5} \cos 5x + 2x + C.$

D. $\cos 5x + 2x + C.$

Câu 140. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

A. $\cos x + C.$

B. $\sin x + C.$

C. $-\cos x + C.$

D. $-\sin x + C.$

Câu 141. Khẳng định nào sau đây **sai** (C là hằng số)?

A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

B. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$

C. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

D. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

Câu 142. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 2 \sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 5.$

B. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 3.$

C. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 3.$

D. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 5.$

Câu 143. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

A. $\int 3^x dx = 3^x + C.$

B. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C.$

D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 144. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C.$

C. $\int e^x dx = e^x + C.$

D. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C.$

Câu 145. Tính nguyên hàm $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A = \int dt.$

B. $A = \int \frac{1}{t^2} dt.$

C. $A = \int t dt.$

D. $A = \int \frac{1}{t} dt.$

Câu 146. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

A. $\int (2x + 1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C.$

B. $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C.$

C. $\int (2x + 1) dx = 2x^2 + 1 + C.$

D. $\int (2x + 1) dx = x^2 + C.$

Câu 147. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = 10^{2x}$ là

A. $\frac{10^x}{2 \ln 10} + C.$

B. $10^{2x} 2 \ln 10 + C.$

C. $\frac{10^{2x}}{2 \ln 10} + C.$

D. $\frac{10^{2x}}{\ln 10} + C.$

Câu 148. Họ nguyên hàm $\int \sin x dx$ bằng

A. $\cos x + C.$

B. $-\sin x + C.$

C. $-\cos x + C.$

D. $\sin x + C.$

Câu 149. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

- A. $\sin 2x + C$. B. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$. C. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $2 \sin 2x + C$.

Câu 150. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2018x}$.

- A. $\int f(x) dx = e^{2018x} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2018} \cdot e^{2018x} + C$.
C. $\int f(x) dx = 2018 \cdot e^{2018x} + C$. D. $\int f(x) dx = e^{2018x} \cdot \ln 2018 + C$.

Câu 151. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \cos 3x$ là

- A. $\frac{\sin 3x}{3} + C$. B. $-\frac{\sin 3x}{3} + C$. C. $\sin 3x + C$. D. $-\sin 3x + C$.

Câu 152. Họ nguyên hàm của hàm số $ex^e + 4$ là

- A. $ex^{e+1} + 4x + C$. B. $e^2 x^{e-1} + C$. C. $\frac{ex^{e+1}}{e+1} + 4x + C$. D. $\frac{x^{e+1}}{e+1} + 4x + C$.

Câu 153. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x + \frac{1}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$.

- A. $3 \cos x + \ln x + C$. B. $3 \sin x - \frac{1}{x} + C$. C. $-3 \sin x + \frac{1}{x} + C$. D. $3 \cos x + \frac{1}{x} + C$.

Câu 154. Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$?

- A. $y = \frac{x^4}{4} - 1$. B. $y = \frac{x^4}{4} + 1$. C. $y = \frac{x^4}{4}$. D. $y = 3x^2$.

Câu 155. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Giá trị của biểu thức $F'(4)$ là

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 16.

Câu 156. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3 - \frac{1}{\sin^2 x}$ là

- A. $F(x) = 3x - \tan x + C$. B. $F(x) = 3x + \tan x + C$.
C. $F(x) = 3x + \cot x + C$. D. $F(x) = 3x - \cot x + C$.

Câu 157. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - e^{-x}$.

- A. $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - e^{-x} + C$.
C. $\int f(x) dx = -e^x - e^{-x} + C$. D. $\int f(x) dx = -e^x + e^{-x} + C$.

Câu 158. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $F(x) = 2 \sin 2x + C$. B. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $F(x) = -2 \sin 2x + C$.

Câu 159. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int f'(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot f(x) + C$.
C. $\int f'(x) dx = f''(x) + C$. D. $\int f'(x) dx = a \cdot f(ax+b) + C$.

Câu 160. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 12x^5$.

- A. $y = 12x^6 + 5$. B. $y = 2x^6 + 3$. C. $y = 12x^4$. D. $y = 60x^4$.

Câu 161. Tính nguyên hàm $I = \int (2^x + 3^x) dx$.

- A. $I = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $I = \frac{\ln 2}{2^x} + \frac{\ln 3}{3^x} + C$.
C. $I = \frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + C$. D. $I = -\frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + C$.

Câu 162. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
 B. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$.
 C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
 D. $\int [k \cdot f(x)] dx = k \cdot \int f(x) dx$.

Câu 163. Tìm $H = \int \sqrt[4]{2x-1} dx$.

- A. $H = \frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$.
 B. $H = (2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$.
 C. $H = \frac{1}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$.
 D. $H = \frac{8}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}} + C$.

Câu 164. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
 B. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
 C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
 D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$.

Câu 165. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$.

- A. $\int f(x) dx = 2e^{\frac{1}{2}x} + C$.
 B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^{\frac{1}{2}x} + C$.
 D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}e^{\frac{1}{2}x} + C$.

Câu 166. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

- A. $\int \sin 3x dx = -\frac{\cos 3x}{3} + C$.
 B. $\int \sin 3x dx = \frac{\cos 3x}{3} + C$.
 C. $\int \sin 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$.
 D. $\int \sin 3x dx = -\cos 3x + C$.

Câu 167. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x+1}$.

- A. $\ln |3x+1| + C$.
 B. $\frac{1}{3} \ln |3x+1| + C$.
 C. $\frac{1}{3} \ln(3x+1) + C$.
 D. $\ln(3x+1) + C$.

Câu 168. Tìm họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

- A. $-3 \sin 3x + C$.
 B. $-\frac{1}{3} \sin 3x + C$.
 C. $-\sin 3x + C$.
 D. $\frac{1}{3} \sin 3x + C$.

Câu 169. Tìm tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{x}{2}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4} + C$.
 B. $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{2} + C$.
 C. $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{4} + C$.
 D. $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{4}$.

Câu 170. Nguyên hàm $\int \sin 2x dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$.
 B. $\cos 2x + C$.
 C. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$.
 D. $-\cos 2x + C$.

Câu 171. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{-3x+1}$ là

- A. $\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$.
 B. $-3e^{-3x+1} + C$.
 C. $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$.
 D. $3e^{-3x+1} + C$.

Câu 172. Cho hàm số $f(x) = e^{2x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^{2x} + C$.
 B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

$$C. \int f(x) dx = -\frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

$$D. \int f(x) dx = \frac{1}{2x}e^{2x} + C.$$

Câu 173. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$.

$$A. \int x^2 dx = \frac{x^2}{2} + C.$$

$$B. \int x^2 dx = 2x + C.$$

$$C. \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C.$$

$$D. \int x^2 dx = \frac{x^3}{3}.$$

Câu 174. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

$$A. \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \text{ với } k \in \mathbb{R}.$$

$$B. \int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx \text{ với } f(x), g(x) \text{ liên tục trên } \mathbb{R}.$$

$$C. \int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} + C \text{ với } \alpha \neq -1.$$

$$D. \left(\int f(x)dx \right)' = f(x).$$

Câu 175. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2}$.

$$A. \int \frac{2x^2 + x - 1}{x^2} dx = 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + C.$$

$$B. \int \frac{2x^2 + x - 1}{x^2} dx = 2x + \frac{1}{x} + \ln|x| + C.$$

$$C. \int \frac{2x^2 + x - 1}{x^2} dx = x^2 + \ln|x| + \frac{1}{x} + C.$$

$$D. \int \frac{2x^2 + x - 1}{x^2} dx = x^2 - \frac{1}{x} + \ln|x| + C.$$

Câu 176. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

$$A. F(x) = e^x + \cos x + C.$$

$$B. F(x) = e^x - \sin x + C.$$

$$C. y = e^x + \sin x + C.$$

$$D. y = e^x - \cos x + C.$$

Câu 177. Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

$$A. \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C.$$

$$B. \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C.$$

$$C. \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$$

$$D. \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$$

Câu 178. Công thức nguyên hàm nào sau đây **không** đúng?

$$A. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1).$$

$$B. \int \frac{dx}{\cos x} = \tan x + C.$$

$$C. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C.$$

$$D. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1).$$

Câu 179. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $y = \cos x$

$$A. y = -\sin x.$$

$$B. y = x - \sin x.$$

$$C. y = x + \sin x.$$

$$D. y = \sin x.$$

Câu 180. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là.

$$A. \frac{x^4}{4}.$$

$$B. \frac{x^3}{3} + C.$$

$$C. 3x^2 + C.$$

$$D. \frac{x^4}{4} + C.$$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. B	4. C	5. C	6. B	7. D	8. D	9. A	10. D
11. D	12. D	13. C	14. B	15. A	16. B	17. A	18. A	19. D	20. D
21. C	22. C	23. A	24. D	25. D	26. B	27. A	28. D	29. B	30. D

31. A	32. D	33. C	34. B	35. C	36. B	37. A	38. C	39. D	40. C
41. B	42. B	43. D	44. A	45. D	46. B	47. C	48. A	49. B	50. C
51. D	52. C	53. C	54. D	55. D	56. C	57. C	58. B	59. D	60. A
61. B	62. A	63. C	64. C	65. A	66. D	67. B	68. B	69. A	70. B
71. D	72. C	73. D	74. C	75. C	76. D	77. D	78. B	79. D	80. A
81. A	82. D	83. A	84. A	85. B	86. C	87. C	88. C	89. A	90. B
91. A	92. B	93. D	94. D	95. C	96. A	97. D	98. B	99. C	100. D
101. A	102. A	103. D	104. C	105. D	106. B	107. A	108. A	109. D	110. B
111. D	112. D	113. B	114. A	115. D	116. A	117. A	118. A	119. B	120. D
121. B	122. A	123. C	124. D	125. C	126. B	127. A	128. C	129. C	130. B
131. A	132. C	133. A	134. A	135. C	136. C	137. A	138. D	139. B	140. B
141. C	142. A	143. B	144. C	145. D	146. B	147. C	148. C	149. B	150. B
151. A	152. C	153. B	154. D	155. D	156. C	157. A	158. C	159. A	160. B
161. A	162. A	163. A	164. B	165. A	166. A	167. B	168. D	169. C	170. A
171. C	172. B	173. C	174. A	175. B	176. D	177. D	178. B	179. D	180. D

2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -\cos x$ và $f(0) = 2019$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x + 2019$. B. $f(x) = 2019 + \cos x$.
C. $f(x) = \sin x + 2019$. D. $f(x) = 2019 - \cos x$.

Câu 2. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

- A. $\int 2(u^2 - 4) du$. B. $\int (u^2 - 4) du$. C. $\int (u^2 - 3) du$. D. $\int 2u(u^2 - 4) du$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là

- A. $2x^2 \ln x + 3x^2$. B. $2x^2 \ln x + x^2$. C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

- A. $x^4 + x^2 + C$. B. $4x^3 + 1 + C$. C. $x^5 + x^2 + C$. D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

- A. $x^4 + x^3 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$. C. $3x^2 + 2x + C$. D. $x^3 + x^2 + C$.

Câu 6. Nguyên hàm $I = \int \sqrt{2x+1} dx$ là

- A. $I = \frac{1}{3}\sqrt{(2x+1)^3} + C$. B. $I = \frac{2}{3}\sqrt{(2x+1)^3} + C$.
C. $I = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}} + C$. D. $I = \frac{1}{4\sqrt{2x+1}} + C$.

Câu 7. Nguyên hàm $F(x)$ trên $(-\infty; 0)$ của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1) = \frac{1}{e}$ là

A. $F(x) = e^{\frac{1}{x}}$. B. $F(x) = \frac{2}{e} - e^{\frac{1}{x}}$. C. $F(x) = 2e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{e}$. D. $F(x) = -2e^{\frac{1}{x}} + \frac{3}{e}$.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$ trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$ là

A. $\int f(x) dx = -\cot x + \tan x + C$. B. $\int f(x) dx = \cot x - \tan x + C$.
C. $\int f(x) dx = \ln \sin^2 x + \ln \cos^2 x + C$. D. $\int f(x) dx = -\cot x - \tan x + C$.

Câu 9. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{5 + 2x^4}{x^2}$

A. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$. B. $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{5}{x} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + 5 \ln x^2 + C$.

Câu 10. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1) \ln x$. Tính $F''(x)$.

A. $F''(x) = 1 + \frac{1}{x}$. B. $F''(x) = \frac{1}{x}$.
C. $F''(x) = 1 + \frac{1}{x} + \ln x$. D. $F''(x) = x + \ln x$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.
C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Câu 12. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là

A. $2x^2 \ln x + 3x^2$. B. $2x^2 \ln x + x^2$. C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Câu 13. Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.
B. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.
C. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$.
D. $f(x) = \frac{x^2(\sin x + \cos x)}{\sin x - \cos x}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - xf(x) = 0, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{e}}$. B. $\frac{1}{e}$. C. $\sqrt{e}$. D. e .

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \sin x$. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm $f(x)$.

A. $y = \frac{4}{3} \cos^3 x - \frac{4}{5} \sin^5 x + C$. B. $y = -\frac{4}{3} \cos^3 x + \frac{4}{5} \cos^5 x + C$.
C. $y = \frac{4}{3} \sin^3 x - \frac{4}{5} \cos^5 x + C$. D. $y = -\frac{4}{3} \sin^3 x + \frac{4}{5} \sin^5 x + C$.

Câu 16. Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3} dx$.

A. $F(x) = -\frac{1}{4(2x+1)^2} + C$. B. $F(x) = -\frac{1}{6(2x+1)^2} + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{4(2x+1)^3} + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{6(2x+1)^3} + C$.

Câu 17. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. $F(x)$ bằng

- A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.
 B. $F(x) = e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.
 C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.
 D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ thỏa mãn $F(2) = 4$. Giá trị $F(-1)$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. $2\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 19. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a+2b=8$. B. $a+b=8$. C. $2a-b=8$. D. $a-b=8$.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ là

- A. $2\sqrt{1-2x} + C$. B. $-2\sqrt{1-2x} + C$. C. $\sqrt{1-2x} + C$. D. $-\sqrt{1-2x} + C$.

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{3x+1}}$ là

- A. $\sqrt[3]{3x+1} + C$. B. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{3x+1} + C$. C. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{(3x+1)^2} + C$. D. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{(3x+1)^2} + C$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$. B. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$.
 C. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2$. D. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$. B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$.
 C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$. D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$.

Câu 24. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

- A. $4 + \ln 15$. B. $2 + \ln 15$. C. $3 + \ln 15$. D. $\ln 15$.

Câu 26. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

- A. $x^4 + x^2 + C$. B. $4x^3 + 1 + C$. C. $x^5 + x^2 + C$. D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 27. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

- A. $x^4 + x^3 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$. C. $3x^2 + 2x + C$. D. $x^3 + x^2 + C$.

Câu 28. Giả sử $\int e^{2x} (2x^3 + 5x^2 - 2x + 4) dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d) e^{2x} + C$. Khi đó $a + b + c + d$ bằng

- A. -2. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 29. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int \cos 4x \, dx = \frac{\sin 4x}{4} + C.$

B. $\int \frac{1}{\cos^2 2x} \, dx = \frac{\tan 2x}{2} + C.$

C. $\int \frac{1}{ex} \, dx = \frac{\ln |x|}{e} + C.$

D. $\int \cos 2x \, dx = 2 \sin 2x + C.$

Câu 30. Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{1}{\sqrt{5x+2}} \, dx.$

A. $I = \frac{1}{5} \sqrt[3]{(5x+2)^3} + C.$

B. $I = \frac{2}{5} \sqrt{5x+2} + C.$

C. $I = \frac{1}{5} \sqrt{5x+2} + C.$

D. $I = \frac{2}{5} \sqrt{(5x+2)^3} + C.$

Câu 31. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$, thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Tính giá trị của $S = F(0) + 2F(\pi)$.

A. $S = 4.$

B. $S = 5.$

C. $S = -1.$

D. $S = 0.$

Câu 32. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}{x^2}$ là

A. $F(x) = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}} + C.$

B. $F(x) = \frac{2(\sqrt{x}+1)}{x^2} + C.$

C. $F(x) = \frac{1+2\sqrt{x}}{x} + C.$

D. $F(x) = \frac{2-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + C.$

Câu 33. $\int \frac{3 \cos x}{2 + \sin x} \, dx$ bằng

A. $\frac{3 \sin x}{(2 + \sin x)^2} + C.$

B. $-3 \ln |2 + \sin x| + C.$

C. $3 \ln (2 + \sin x) + C.$

D. $\frac{3 \sin x}{(2 + \sin x)^2} + C.$

Câu 34. Công thức nào dưới đây là **sai**?

A. $\int \frac{1}{x^2 - a^2} \, dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C.$

B. $\int \sin x \, dx = \cos x + C.$

C. $\int e^{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C.$

D. $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1).$

Câu 35. Tìm $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$ có kết quả là

A. $\frac{x^2}{2} (\ln x - 1) + C.$

B. $\frac{1}{2} \ln^2 x + C.$

C. $\ln |\ln x| + C.$

D. $\ln \frac{x^2}{2} + C.$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2018$, $f(2) = 2019$. Giá trị của $f(3) - f(-1)$ bằng

A. 1.

B. $\ln 4.$

C. $\ln 4037.$

D. 0.

Câu 37. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \sqrt[3]{x^2+1}$ bằng

A. $\frac{1}{8} \sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C.$

B. $\frac{1}{8} \sqrt[3]{(x^2+1)} + C.$

C. $\frac{3}{8} \sqrt[3]{(x^2+1)} + C.$

D. $\frac{3}{8} \sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C.$

Câu 38. Cho $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2018x^2 - 3x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + 2b + 4c$.

A. $T = -3035.$

B. $T = 1007.$

C. $T = -5053.$

D. $T = 1011.$

Câu 39. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln |1 - 2x| + C.$

B. $\int f(x) dx = \ln |1 - 2x| + C.$

C. $\int f(x) dx = -2 \ln |1 - 2x| + C.$

D. $\int f(x) dx = 2 \ln |1 - 2x| + C.$

Câu 40. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$

B. $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C.$

C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

D. $\int x^7 dx = \frac{1}{8}x^8 + C.$

Câu 41. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C.$

B. $\frac{1}{2} \ln |2x+3| + C.$

C. $\ln |2x+3| + C.$

D. $\frac{1}{\ln 2} \ln |2x+3| + C.$

Câu 42. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x \cdot e^{x^2}$. Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$?

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + 2.$

B. $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5).$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + C.$

D. $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2}).$

Câu 43. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{-3x+1}$ là

A. $\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C.$

B. $-3e^{-3x+1} + C.$

C. $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C.$

D. $3e^{-3x+1} + C.$

Câu 44. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$, biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = e^{2x}.$

B. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}.$

C. $F(x) = 2e^{2x} - 1.$

D. $F(x) = e^x.$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(x) = x + \sin x$ và $f(0) = 1$. Tìm $f(x)$.

A. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2.$

B. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2.$

C. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x.$

D. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}.$

Câu 46. Cho $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx$.

A. $-9.$

B. $-3.$

C. $3.$

D. $5.$

Câu 47. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C.$

B. $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{5}{x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + 5 \ln x^2 + C.$

Câu 48. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1) \ln x$. Tính $F'''(x)$.

A. $F'''(x) = 1 + \frac{1}{x}.$

B. $F'''(x) = \frac{1}{x}.$

C. $F'''(x) = 1 + \frac{1}{x} + \ln x.$

D. $F'''(x) = x + \ln x.$

Câu 49. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là:

A. $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + c.$

B. $x^4 + x^3.$

C. $3x^2 + 2x.$

D. $\frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{4}x^3.$

Câu 50. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = 2\ln(x-1) + 2$. B. $F(x) = \ln(x-1) + 3$.
C. $F(x) = 4\ln(x-1)$. D. $F(x) = \ln(x-1) - 3$.

Câu 51. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3x(x + \cos x)$ là

- A. $x^3 + 3(x \sin x + \cos x) + C$. B. $x^3 - 3(x \sin x + \cos x) + C$.
C. $x^3 + 3(x \sin x - \cos x) + C$. D. $x^3 - 3(x \sin x - \cos x) + C$.

Câu 52. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ là

- A. $\frac{\sin^2 x}{2} + x + C$. B. $-\cos x + x + C$. C. $\cos x + x + C$. D. $-\cos x + C$.

Câu 53. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{3x}$, biết $F(0) = 1$.

- A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$. B. $F(x) = e^{3x} + 1$. C. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{1}{3}$. D. $F(x) = 3e^{3x} - 2$.

Câu 54. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 10^x$ là

- A. $\frac{10^x}{\ln 10} + C$. B. $\frac{10^{x+1}}{x+1} + C$. C. $\frac{10^x}{11} + C$. D. $10^x \cdot \ln 10 + C$.

Câu 55. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$ là

- A. $-\frac{\ln x}{x} + \frac{2}{x} + C$. B. $-\frac{\ln x}{x} - \frac{2}{x} + C$. C. $\frac{\ln x}{x} + \frac{2}{x} + C$. D. $\frac{\ln x}{x} - \frac{2}{x} + C$.

Câu 56. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)\ln x$ là

- A. $(x^2 + x)\ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$. B. $(x^2 + x)\ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$.
C. $(x^2 + 1)\ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$. D. $2\ln x + \frac{1}{x} + C$.

Câu 57. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ là

- A. $\frac{1}{2}\ln^2 x + \ln x + C$. B. $\frac{1}{2}\ln^2 x + C$. C. $\ln^2 x + C$. D. $\ln(\ln x) + C$.

Câu 58. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2}f(\sqrt{x}) + C$. B. $f(\sqrt{x}) + C$. C. $-2f(\sqrt{x}) + C$. D. $2f(\sqrt{x}) + C$.

Câu 59. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$. B. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$.
C. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$. D. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$.

Câu 60. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2$. B. $F(x) = -e^{-x} - \cos x$.
C. $F(x) = -e^{-x} + \cos x - 2$. D. $F(x) = -e^x - \cos x + 2$.

Câu 61. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\ln(2x)}{x^2}$.

A. $F(x) = -\frac{1}{x}(\ln 2x - 1) + C.$

B. $F(x) = -\frac{1}{x}(\ln 2x + 1) + C.$

C. $F(x) = -\frac{1}{x}(1 - \ln 2x) + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{x}(\ln 2x + 1) + C.$

Câu 62. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2}\ln(2x+3) + C.$ B. $\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C.$ C. $\ln|2x+3| + C.$ D. $2\ln|2x+3| + C.$

Câu 63. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \tan^2 x$.

A. $x \tan x + \ln|\cos x| - \frac{x^2}{2} + C.$

B. $x \tan x - \ln|\cos x| - \frac{x^2}{2} + C.$

C. $x \tan x + \ln|\cos x| + \frac{x^2}{2} + C.$

D. $-x \tan x + \ln|\cos x| - \frac{x^2}{2} + C.$

Câu 64. Cho $I = \int x(1-x^2)^{10} dx$. Đặt $u = 1-x^2$, khi đó viết I theo u và du ta được

A. $I = -\frac{1}{2} \int u^{10} du.$ B. $I = -2 \int u^{10} du.$ C. $I = \int 2u^{10} du.$ D. $I = \frac{1}{2} \int u^{10} du.$

Câu 65. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 5.$

B. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5.$

C. $f(x) = 3x + 5 \cos x - 4.$

D. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15.$

Câu 66. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x \sqrt{\sin x + 1}$.

A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sin x + 1)\sqrt{\sin x + 1} + C.$

B. $F(x) = \frac{1 - 2 \sin x - 3 \sin^2 x}{2\sqrt{\sin x + 1}}.$

C. $F(x) = \frac{2}{3}(\sin x + 1)\sqrt{\sin x + 1} + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{3} \sin x \sqrt{\sin x + 1} + C.$

Câu 67. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ và $F(1) = 2$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = 2 - \ln 2.$

B. $F(2) = 2 \ln 2.$

C. $F(2) = 3.$

D. $F(2) = \ln 2 + 2.$

Câu 68. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \sin x$.

A. $\int f(x) dx = x - \cos x + C.$

B. $\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C.$

C. $\int f(x) dx = x + \cos x + C.$

D. $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C.$

Câu 69. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x+2)e^{2x+3}$?

A. $F(x) = \frac{1}{2}(3x+1)e^{2x+3}.$

B. $F(x) = \frac{1}{3}(2x+3)e^{2x+3}.$

C. $F(x) = \frac{1}{4}(6x+1)e^{2x+3}.$

D. $F(x) = (3x-1)e^{2x+3}.$

Câu 70. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

A. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C.$

B. $\int \sin 2x dx = \frac{\cos 2x}{2} + C.$

C. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C.$

D. $\int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C.$

Câu 71. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x+1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{3x+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = e^{3x+1} + C.$

$$\text{C. } \int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{3x+1}.$$

$$\text{D. } \int f(x) dx = -\frac{1}{3}e^{3x+1} + C.$$

Câu 72. Trong các khẳng định dưới đây, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- a) Mọi hàm số liên tục trên $[a; b]$ đều có đạo hàm trên $[a; b]$.
 b) Mọi hàm số liên tục trên $[a; b]$ đều có nguyên hàm trên $[a; b]$.
 c) Mọi hàm số có đạo hàm trên $[a; b]$ đều có nguyên hàm trên $[a; b]$.
 d) Mọi hàm số liên tục trên $[a; b]$ thì đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $[a; b]$.
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 73. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} - 1$ trên $(0; +\infty)$?

$$\text{A. } F(x) = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2} - x + 1.$$

$$\text{B. } F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - x + 2.$$

$$\text{C. } F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - x.$$

Câu 74. Mệnh đề nào trong bốn mệnh đề sau sai?

$$\text{A. } \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$$

$$\text{B. } \int e^x dx = e^x + C.$$

$$\text{C. } \int \cos x dx = \sin x + C.$$

$$\text{D. } \int 0 dx = C.$$

Câu 75. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

$$\text{A. } \tan x + C.$$

$$\text{B. } \cot x + C.$$

$$\text{C. } -\sin x + C.$$

$$\text{D. } \sin x + C.$$

Câu 76. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-2018x}$ là

$$\text{A. } \frac{-1}{2018}e^{2018x} + C.$$

$$\text{B. } \frac{-1}{2018}e^{-2018x} + C.$$

$$\text{C. } 2018e^{-2018x} + C.$$

$$\text{D. } e^{-2018x} + C.$$

Câu 77. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 + x + 1$.

$$\text{A. } F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{2} + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C.$$

$$\text{C. } F(x) = x^4 + \frac{x^3}{2} + x + C.$$

$$\text{D. } F(x) = 3x^3 + C.$$

Câu 78. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x + 1)e^x$ là

$$\text{A. } 2xe^x + C.$$

$$\text{B. } xe^x + C.$$

$$\text{C. } (x - 1)e^x + C.$$

$$\text{D. } (x + 2)e^x + C.$$

Câu 79. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 2018$ là

$$\text{A. } x^4 + 2018x + C.$$

$$\text{B. } \frac{x^4}{3} + 2018x + C.$$

$$\text{C. } 12x^2 + C.$$

$$\text{D. } x^4 + C.$$

Câu 80. Tích phân $\int_1^e \frac{dx}{x(\ln x + 2)}$ bằng

$$\text{A. } \ln 2.$$

$$\text{B. } \ln \frac{3}{2}.$$

$$\text{C. } 0.$$

$$\text{D. } \ln 3.$$

Câu 81. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$ có $f'(x) = \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 4}$ thỏa mãn $f(0) = 1$. Giá trị $f(2)$ bằng

$$\text{A. } 1 - \ln 2.$$

$$\text{B. } 2.$$

$$\text{C. } 1 + 3 \ln 2.$$

$$\text{D. } -1 + 3 \ln 2.$$

Câu 82. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

$$\text{A. } e^x + C.$$

$$\text{B. } \frac{e^x}{2} + C.$$

$$\text{C. } e^{2x} + C.$$

$$\text{D. } \frac{e^{2x}}{2} + C.$$

Câu 83. Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 + e^x - \cos 3x$ là

- A. $\frac{1}{3}(x^3 + 3e^x - \sin 3x) + C$. B. $\frac{1}{3}(x^3 + e^x - \sin 3x) + C$.
 C. $\frac{1}{3}(x^3 + 3e^x + \sin 3x) + C$. D. $\frac{1}{3}(x^3 + e^x + \sin 3x) + C$.

Câu 84. Hàm số $y = \ln x + \frac{1}{x}$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \ln x + 1$. B. $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x^2}$. C. $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x}$. D. $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$.

Câu 85. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sqrt{x} + x^{2018}$ là

- A. $\sqrt{x} + \frac{x^{2019}}{673} + C$. B. $2\sqrt{x^3} + \frac{x^{2019}}{2019} + C$.
 C. $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x^{2019}}{673} + C$. D. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 6054x^{2017} + C$.

Câu 86. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(2x) dx = 2F(2x) + C$. B. $\int f(2x) dx = \frac{1}{2}F(2x) + C$.
 C. $\int f(2x) dx = \frac{1}{2}F(x) + C$. D. $\int f(2x) dx = F(x) + C$.

Câu 87. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x+1}$.

- A. $(2x + 1)3^{2x} + C$. B. $\frac{3^{2x+1}}{\ln 3} + C$. C. $3^{2x+1} \ln 3 + C$. D. $\frac{3^{2x+1}}{\ln 9} + C$.

Câu 88. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x+1}$ trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \ln(-3x - 1) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{3} \ln(3x + 1) + C$.
 C. $F(x) = \frac{1}{3} \ln(-3x - 1) + C$. D. $F(x) = \ln|3x + 1| + C$.

Câu 89. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên K . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\left(x \int f(x) dx\right)' = f'(x)$. B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.
 C. $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$. D. $\int f(x) dx = F(x) + C$.

Câu 90. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1$ thỏa mãn $F(0) = 0$ và $F(3) = 7$. Khi đó, giá trị của tham số m bằng

- A. -2. B. 3. C. -3. D. 2.

Câu 91. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x + \sin^2 x$ là

- A. $\frac{4^x}{\ln 4} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$. B. $4^x \ln x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$.
 C. $4^x \ln x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$. D. $\frac{4^x}{\ln 4} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

Câu 92. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{1}{15}$. B. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x - \frac{1}{15}$.
 C. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x - \frac{1}{15}$. D. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x - \frac{1}{15}$.

Câu 93. Cho $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B \in \mathbb{Q}$ và $C \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $12A + 7B$ bằng

- A. $\frac{23}{252}$. B. $\frac{241}{252}$. C. $\frac{52}{9}$. D. $\frac{7}{9}$.

Câu 94. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \cos x$ là

- A. $\frac{e^x+1}{x+1} + \sin x + C$. B. $e^x - \sin x + C$. C. $e^x + \sin x + C$. D. $\frac{e^{x+1}}{x+1} - \sin x + C$.

Câu 95. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathcal{K}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in \mathcal{K}$.
 B. Nếu $f(x)$ liên tục trên $\mathcal{K}$ thì nó có nguyên hàm trên $\mathcal{K}$.
 C. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathcal{K}$.
 D. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ thì hàm số $F(-x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathcal{K}$.

Câu 96. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{x^2}$ là

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{x} + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. C. $e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. D. $e^{2x} - \frac{1}{x} + C$.

Câu 97. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos x$ là

- A. $-\cos 2x + \sin x + C$. B. $\cos^2 x - \sin x + C$.
 C. $\sin^2 x + \sin x + C$. D. $\cos 2x - \sin x + C$.

Câu 98. Tìm họ nguyên $F(x)$ của hàm số $y = f(x) = \sin 2x + 2x$.

- A. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} + x^2 + C$. B. $F(x) = -\frac{\cos 2x}{2} + x^2 + C$.
 C. $F(x) = \cos 2x + 2 + C$. D. $F(x) = -\cos 2x + x^2 + C$.

Câu 99. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$. B. $\int f(x) dx = 6 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$. D. $\int f(x) dx = 3 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

Câu 100. Nguyên hàm $\int \frac{1+\ln x}{x} dx$ ($x > 0$) bằng

- A. $x + \ln^2 x + C$. B. $\ln^2 x + \ln x + C$. C. $\frac{1}{2} \ln^2 x + \ln x + C$. D. $x + \frac{1}{2} \ln^2 x + C$.

Câu 101. Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$. B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.
 C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$. D. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x} + C$.

Câu 102. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x + 2$

- A. $\int f(x) dx = 3x^2 + 2x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{3}{2}x^2 - 2x + C$.
 C. $\int f(x) dx = 3x^2 - 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$.

Câu 103. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+3}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x\sqrt{2x+3} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$. D. $\int f(x) dx = \sqrt{2x+3} + C$.

Câu 104. Cho $F(x) = \cos 2x - \sin x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tính $f(\pi)$.

- A. $f(\pi) = -3$. B. $f(\pi) = 1$. C. $f(\pi) = -1$. D. $f(\pi) = 0$.

Câu 105. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(2x+3)$.

- A. $\int f(x) dx = -\sin(2x+3) + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2}\sin(2x+3) + C$.
 C. $\int f(x) dx = \sin(2x+3) + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sin(2x+3) + C$.

Câu 106. Biết $\int f(2x) dx = \sin^2 x + \ln x + C$, tìm nguyên hàm $\int f(x) dx$.

- A. $\int f(x) dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 2\ln x + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2\sin^2 x + 2\ln x - \ln 2 + C$. D. $\int f(x) dx = 2\sin^2 2x + 2\ln x - \ln 2 + C$.

Câu 107. Tìm hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\sin x(4\cos x + 1)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

- A. $F(x) = \cos 2x + \cos x - 1$. B. $F(x) = -2\cos 2x + \cos x - 3$.
 C. $F(x) = \cos 2x + \cos x$. D. $F(x) = -\cos 2x - \cos x - 2$.

Câu 108. Mệnh đề nào trong bốn mệnh đề sau **sai**?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. B. $\int 0 dx = C$.
 C. $\int e^x dx = e^x + C$. D. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 109. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{2-3x}$ là

- A. $\frac{1}{3}\ln|2-3x| + C$. B. $-3\ln|2-3x| + C$. C. $-\frac{1}{3}\ln|2-3x| + C$. D. $\ln|2-3x| + C$.

Câu 110. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$, biết $F(0) = 4$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = e^x + 2$. B. $F(x) = e^x + 3$. C. $F(x) = e^x + 4$. D. $F(x) = e^x + 1$.

Câu 111. Biết $\int_e^{e^4} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 16$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 112. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số k và mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$, với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 113. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int \frac{1}{1-2x} dx = \frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$. B. $\int \frac{1}{1-2x} dx = \ln|1-2x| + C$.

$$\text{C. } \int \frac{1}{1-2x} dx = -\frac{1}{2} \ln |4x-2| + C.$$

$$\text{D. } \int \frac{1}{1-2x} dx = 2 \ln \frac{1}{|1-2x|} + C.$$

Câu 114. Cho hàm số $f(x) = \sin 3x$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

$$\text{A. } \int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C.$$

$$\text{B. } \int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C.$$

$$\text{C. } \int f(x) dx = 3 \cos 3x + C.$$

$$\text{D. } \int f(x) dx = -3 \cos 3x + C.$$

Câu 115. Cho số thực $a > 0$, $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

$$\text{A. } \int a^x dx = a^x \ln a + C.$$

$$\text{B. } \int a^x dx = \frac{a^{x+1}}{x+1} + C.$$

$$\text{C. } \int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C.$$

$$\text{D. } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Câu 116. Cho $x > 0$. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + \ln x + C$.

$$\text{A. } f(x) = \ln x + \frac{1}{x}. \quad \text{B. } f(x) = \ln x - \frac{1}{x^2}. \quad \text{C. } f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}. \quad \text{D. } f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}.$$

Câu 117. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = xe^x$.

$$\text{A. } \int xe^x dx = xe^x + C.$$

$$\text{B. } \int xe^x dx = xe^x - e^x + C.$$

$$\text{C. } \int xe^x dx = e^x + C.$$

$$\text{D. } \int xe^x dx = xe^x + e^x + C.$$

Câu 118. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x \ln x$ là

$$\text{A. } x^2(2 \ln x + 1) + C.$$

$$\text{B. } 4x^2(2 \ln x - 1) + C.$$

$$\text{C. } x^2(2 \ln x - 1) + C.$$

$$\text{D. } x^2(8 \ln x - 16) + C.$$

Câu 119. Xác định $f(x)$ biết $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + e^x + C$.

$$\text{A. } f(x) = \ln |x| + e^x. \quad \text{B. } f(x) = \frac{1}{x^2} + e^x. \quad \text{C. } f(x) = -\frac{1}{x^2} + e^x. \quad \text{D. } f(x) = \ln x + e^x.$$

Câu 120. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{98}{(2x+1)^{50}}$ là

$$\text{A. } -\frac{1}{(2x+1)^{49}} + C. \quad \text{B. } -\frac{2}{(2x+1)^{49}} + C. \quad \text{C. } \frac{1}{51(2x+1)^{51}} + C. \quad \text{D. } \frac{2}{(2x+1)^{51}} + C.$$

Câu 121. Cho $f(x) = 3^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 3}{\sqrt{x}}$. Hàm số nào dưới đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x)$?

$$\text{A. } F(x) = 3^{\sqrt{x}} + C.$$

$$\text{B. } F(x) = 2 \cdot 3^{\sqrt{x}} + C.$$

$$\text{C. } F(x) = 2 \cdot (3^{\sqrt{x}} - 1) + C.$$

$$\text{D. } F(x) = 2 \cdot (3^{\sqrt{x}} + 1) + C.$$

Câu 122. Hàm số $F(x)$ nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+3}{x^2+4x+3}$?

$$\text{A. } F(x) = 2 \ln |x+3| - \ln |x+1| + C.$$

$$\text{B. } F(x) = \ln(2|x+1|).$$

$$\text{C. } F(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x+3} \right| + 2.$$

$$\text{D. } F(x) = \ln[(x+1)(x+3)].$$

Câu 123. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ là

$$\text{A. } -\frac{1}{3} \cdot \sin 3x + C.$$

$$\text{B. } \frac{1}{3} \cdot \sin 3x + C.$$

$$\text{C. } 3 \sin 3x + C.$$

$$\text{D. } -3 \sin 3x + C.$$

Câu 124. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{4}{1+2x}$ và $F(0)=2$. Tìm $F(2)$.

$$\text{A. } 4 \ln 5 + 2.$$

$$\text{B. } 5(1 + \ln 2).$$

$$\text{C. } 2 \ln 5 + 4.$$

$$\text{D. } 2(1 + \ln 5).$$

Câu 125. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x+4}{x^2}$, ($x \neq 0$), biết rằng $F(1) = 1$. $F(x)$ là biểu thức nào sau đây

- A. $F(x) = 2x + \frac{4}{x} - 5$.
 B. $F(x) = 3 \ln |x| - \frac{4}{x} + 5$.
 C. $F(x) = F(3x - \frac{4}{x} + 3)$.
 D. $F(x) = 3 \ln |x| - \frac{4}{x} + 3$.

Câu 126. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 10^x$.

- A. $\int 10^x dx = \frac{10^x}{\ln 10} + C$.
 B. $\int 10^x dx = 10^x \ln 10 + C$.
 C. $\int 10^x dx = 10^{x+1} + C$.
 D. $\int 10^x dx = \frac{10^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 127. Tính $\int x(x^2 + 7)^{15} dx$.

- A. $\int x(x^2 + 7)^{15} dx = \frac{1}{2}(x^2 + 7)^{16} + C$.
 B. $\int x(x^2 + 7)^{15} dx = \frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$.
 C. $\int x(x^2 + 7)^{15} dx = -\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$.
 D. $\int x(x^2 + 7)^{15} dx = \frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C$.

Câu 128. Tính $F(x) = \int x \cos 2x dx$.

- A. $F(x) = \frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
 B. $F(x) = \frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.
 C. $F(x) = \frac{x^2 \sin 2x}{4} + C$.
 D. $F(x) = \sin 2x + C$.

Câu 129. Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm m để $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$.

- A. $m = -\frac{3}{4}$.
 B. $m = \frac{3}{4}$.
 C. $m = -\frac{4}{3}$.
 D. $m = \frac{4}{3}$.

Câu 130. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos 4x$ là

- A. $-\frac{1}{4} \sin 4x + C$.
 B. $\frac{1}{4} \sin 4x + C$.
 C. $\sin 4x + C$.
 D. $\frac{1}{4} \sin x + C$.

Câu 131. Hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = xe^x$ là

- A. $(x-1)e^x + C$.
 B. $x^2 + \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.
 C. $x^2 e^x + C$.
 D. $(x+1)e^x + C$.

Câu 132. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x - \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ là

- A. $-\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 B. $-\cos x - \sin x - \sqrt{2}$.
 C. $\cos x - \sin x$.
 D. $-\cos x - \sin x + \sqrt{2}$.

Câu 133. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$.

- A. $\int f(x) dx = (x+1)e^x + C$.
 B. $\int f(x) dx = (x-1)e^x + C$.
 C. $\int f(x) dx = xe^x + C$.
 D. $\int f(x) dx = x^2 e^x + C$.

Câu 134. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F'(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{3}{2}$.
 B. $F(x) = 2x - \pi + 1$.
 C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2}$.
 D. $F(x) = -\cos 2x$.

Câu 135. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ và đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M(0; 1)$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

Câu 136. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{1}{e}$. C. $I = e$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 137. Cho bốn mệnh đề sau

- (I) $\int \cos^2 x \, dx = \frac{\cos^3 x}{3} + C$.
 (II) $\int \frac{2x+1}{x^2+x+2018} \, dx = \ln(x^2+x+2018) + C$.
 (III) $\int 3^x(2^x+3^{-x}) \, dx = \frac{6^x}{\ln 6} + C$.
 (IV) $\int 3^x \, dx = 3^x \ln 3 + C$.

Có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

- A. $-2 - \sqrt{3}$. B. $-2 + \sqrt{3}$. C. 0. D. -2 .

Câu 138. Tìm nguyên hàm $I = \int x \ln x \, dx$?

- A. $I = \frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + C$. B. $I = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{2} + C$.
 C. $I = x^2 \ln x - \frac{x^2}{4} + C$. D. $I = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 139. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ và $F(\pi) = 1$. Tính $F\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

- A. $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2$. B. $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0$. C. $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 3$. D. $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -1$.

Câu 140. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

- A. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}$. B. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1$.
 C. $V = F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1$. D. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1$.

Câu 141. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x \cdot e^{2x}$.

- A. $F(x) = 2e^{2x}(x-2) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(x-2) + C$.
 C. $F(x) = 2e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$.

Câu 142. Tìm hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{6}{3-2x}$ và $f(2) = 0$.

- A. $f(x) = -3 \ln |3-2x|$. B. $f(x) = 2 \ln |3-2x|$.
 C. $f(x) = -2 \ln |3-2x|$. D. $f(x) = 3 \ln |3-2x|$.

Câu 143. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8(1-2x)^3$. Tính $I = F(1) - F(0)$.

- A. $I = 2$. B. $I = -2$. C. $I = 0$. D. $I = -16$.

Câu 144. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x \ln 9$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

- A. $F(1) = 12 \cdot \ln^2 3$. B. $F(1) = 3$. C. $F(1) = 6$. D. $F(1) = 4$.

Câu 145. Biết hàm số $F(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (2a-b+c)x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x + 2$. Tổng $a + b + c$ là

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 146. Đặt $t = \sqrt{1 + \tan x}$ thì $\int \frac{\sqrt{1 + \tan x}}{\cos^2 x} dx$ trở thành nguyên hàm nào?

- A. $\int 2t dt$. B. $\int t^2 dt$. C. $\int dt$. D. $\int 2t^2 dt$.

Câu 147. Biết $\int \left(\frac{1}{2x} + x^5 \right) dx = a \ln |x| + bx^6 + C$ với $(a, b \in \mathbb{Q}, C \in \mathbb{R})$. Tính $a^2 + b^2$

- A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{7}{13}$. C. 9. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 148. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

- A. $\int f(x) dx = 3 \cos 3x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$. D. $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$.

Câu 149. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là mệnh đề **sai**?

- A. $\int x \ln x dx = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$. B. $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$.
C. $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$. D. $\int 2x \ln x dx = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 150. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(2) = 3 + \frac{1}{2} \ln 3$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \frac{1}{2} \ln 5 + 5$. B. $F(3) = \frac{1}{2} \ln 5 + 3$. C. $F(3) = -2 \ln 5 + 5$. D. $F(3) = 2 \ln 5 + 3$.

Câu 151. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 2x(1 + 3x^3)$ là

- A. $F(x) = x^2(x + x^3) + C$. B. $F(x) = 2x(x + x^3) + C$.
C. $F(x) = x^2(1 + 3x^2) + C$. D. $F(x) = x^2 \left(1 + \frac{6x^3}{5} \right) + C$.

Câu 152. Nếu $F(x) + C$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$ và $F(0) = 0$ thì hằng số C bằng

- A. $\frac{3}{2} \ln 3$. B. $-\frac{2}{3} \ln 3$. C. $\frac{2}{3} \ln 3$. D. $-\frac{3}{2} \ln 3$.

Câu 153. Họ nguyên hàm của hàm số $y = (1 + \sin x)^2$ là

- A. $F(x) = \frac{2}{3}x - 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$. B. $F(x) = \frac{3}{2}x - 2 \cos x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.
C. $F(x) = \frac{3}{2}x + 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$. D. $F(x) = \frac{3}{2}x - 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

Câu 154. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. B. $\int \sin x dx = \sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) + C$.
C. $\int \sin x dx = -\sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) + C$. D. $\int \sin x dx = \sin x + C$.

Câu 155. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{x^2}$. Hàm số nào sau đây **không** phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$?

A. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + C.$

B. $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2}).$

C. $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 2).$

D. $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5).$

Câu 156. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

A. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}.$

B. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1.$

C. $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

D. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

Câu 157. Tìm nguyên hàm $I = \int \sin^4 x \cos x \, dx$.

A. $\frac{\sin^5 x}{5} + C.$

B. $\frac{\cos^5 x}{5} + C.$

C. $-\frac{\sin^5 x}{5} + C.$

D. $-\frac{\cos^5 x}{5} + C.$

Câu 158. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$, biết đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $(1; -2)$.

A. $F(x) = \ln |x| + \frac{1}{x} + 3.$

B. $F(x) = \ln |x| - \frac{1}{x} + 1.$

C. $F(x) = \ln |x| - \frac{1}{x} - 1.$

D. $F(x) = \ln |x| + \frac{1}{x} - 3.$

Câu 159. Cho $a \in \mathbb{R}$, hàm số nào sau đây **không** phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$?

A. $F(x) = \sin x.$

B. $F(x) = 2 \cos \frac{x+a}{2} \cos \frac{x-a}{2}.$

C. $F(x) = 2 \sin \left(\frac{x}{2} + a \right) \cos \left(\frac{x}{2} - a \right).$

D. $F(x) = 2 \sin \frac{x+a}{2} \cos \frac{x-a}{2}.$

Câu 160. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2^x$.

A. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

B. $\int f(x) \, dx = 2x - \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

C. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

D. $\int f(x) \, dx = 2x - 2^x \ln 2 + C.$

Câu 161. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (e^x - 1)^2$.

A. $F(x) = 2e^x (e^x - 1).$

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2e^x + x + C.$

C. $F(x) = e^{2x} - 2e^x + x + C.$

D. $F(x) = 2e^{2x} - 2e^x + C.$

Câu 162. Tìm $\int \frac{1}{x^2} \, dx$.

A. $\int \frac{1}{x^2} \, dx = \frac{1}{x} + C.$

B. $\int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C.$

C. $\int \frac{1}{x^2} \, dx = \frac{1}{2x} + C.$

D. $\int \frac{1}{x^2} \, dx = \ln x^2 + C.$

Câu 163. Hàm số $F(x) = x^2 + \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \cos x.$

B. $f(x) = 2x + \cos x.$

C. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \cos x.$

D. $f(x) = 2x - \cos x.$

Câu 164. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) \, dx = 7$, $\int_2^6 f(x) \, dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) \, dx + \int_6^{10} f(x) \, dx.$$

A. $P = 4$.

B. $P = 5$.

C. $P = 7$.

D. $P = -4$.

Câu 165. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int \ln |x| dx = \frac{1}{x} + C$.

B. $\int (x+1)^{-3} dx = \frac{1}{2}(x+1)^{-2} + C$.

C. $\int (x+1)^3 dx = \frac{1}{4}(x+1)^4 + C$.

D. $\int \frac{dx}{2x+1} = \ln |2x+1| + C$.

Câu 166. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

A. $\int f(x) dx = 3 \cos 3x + C$.

B. $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.

Câu 167. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

D. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

Câu 168. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$.

A. $\int f(x) dx = e^x + 1 + C$.

B. $\int f(x) dx = e^x + x + C$.

C. $\int f(x) dx = -e^x + x + C$.

D. $\int f(x) dx = e^x + C$.

Câu 169. Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x) = x \cos ax$.

A. $x \sin x - \cos x + C$.

B. $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

C. $x \sin x + \cos x + C$.

D. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

Câu 170. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 171. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + x^2 + \sqrt{x} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + 2x + \sqrt{x} + C$.

C. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + \sqrt{x} + C$.

D. $\int f(x) dx = 12x^2 + 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}} + C$.

Câu 172. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + 2x + 3x^2$ thỏa mãn $F(1) = 2$. Tính $F(0) + F(-1)$.

A. -3 .

B. -4 .

C. 3 .

D. 4 .

Câu 173. Tìm $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$

A. $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln |x| + C$.

B. $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} - 4 \ln |x| + C$.

C. $-\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln |x| + C$.

D. $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln |x| + C$.

Câu 174. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2}$ là

- A. $-\frac{1}{x} + C$. B. $x^3 + C$. C. $-\frac{1}{3x^2}$. D. $\frac{1}{x} + C$.

Câu 175. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 5x^4 - 3x^2$ trên tập số thực thỏa mãn $F(1) = 3$ là

- A. $x^5 - x^3 + 2x + 1$. B. $x^5 - x^3 + 3$. C. $x^5 - x^3 + 5$. D. $x^5 - x^3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. D	5. B	6. A	7. A	8. A	9. A	10. C
11. B	12. D	13. C	14. C	15. B	16. A	17. D	18. D	19. D	20. D
21. C	22. A	23. D	24. B	25. C	26. D	27. B	28. B	29. D	30. B
31. A	33. C	35. B	36. A	37. D	38. A	39. A	40. C	41. B	42. C
43. C	44. B	45. A	46. C	47. A	48. C	49. A	50. B	51. A	52. B
53. A	54. A	55. B	56. B	57. B	58. D	59. C	60. D	61. B	62. B
63. A	64. A	65. C	66. C	67. D	68. D	69. C	70. D	71. A	72. A
73. B	74. A	75. D	76. B	77. B	78. B	79. A	80. B	81. A	82. D
83. A	84. D	85. B	86. B	87. D	88. C	89. A	90. B	91. D	92. C
93. D	94. C	95. D	96. B	97. C	98. B	99. C	100. C	101. B	102. D
103. B	104. B	105. D	106. B	107. C	108. A	109. C	110. B	111. D	112. C
113. C	114. B	115. D	116. D	117. B	118. C	119. C	120. A	121. B	122. B
123. B	124. D	125. B	126. A	127. B	128. B	129. A	130. B	131. A	132. D
133. B	134. C	135. A	136. D	137. B	138. A	139. B	140. D	141. D	142. A
143. C	144. C	145. A	146. D	147. D	148. C	149. A	150. B	151. D	152. D
153. D	154. D	155. A	156. D	157. A	158. D	159. B	160. C	161. B	162. B
163. B	164. A	165. C	166. C	167. A	168. B	169. C	170. D	171. C	172. A
173. A	174. A	175. B							

3. Mức độ vận dụng thấp

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2 \sin x}{\sin x - \cos x}$.

- A. $F(x) = x + \ln |\sin x + \cos x| + C$. B. $G(x) = x + \frac{1}{|\sin x - \cos x|} + C$.
C. $H(x) = \ln |\sin x - \cos x| + C$. D. $T(x) = x + \ln |\sin x - \cos x| + C$.

Câu 2. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị của biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2017) + F(2018) + F(2019)$.

- A. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} + 1}{\ln 2}$. B. $T = 2^{2019 \cdot 2020}$.
C. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$. D. $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$.

Câu 3. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$ và $F(0) = 2$. Hãy tính $F(-1)$.

- A. $6 - \frac{15}{e}$. B. $4 - \frac{10}{e}$. C. $\frac{15}{e} - 4$. D. $\frac{10}{e}$.

Câu 4. Biết rằng xe^x là một nguyên hàm của $f(1-x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)e^x$ thỏa mãn $F(3) = 1$, giá trị của $F(1)$ bằng

- A. $2e - 1$. B. $2e + 1$. C. $e + 1$. D. $4e + 1$.

Câu 5. Biết rằng e^x là một nguyên hàm của $f(2x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $[f'(x)]^2$ thỏa mãn $F(0) = 1$, giá trị của $F(1)$ bằng

- A. 1. B. $4e - 3$. C. $\frac{e+1}{4}$. D. $\frac{e+3}{4}$.

Câu 6. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

- A. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C$. B. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + x + C$.
C. $\int f'(x)e^{2x} dx = x^2 - 2x + C$. D. $\int f'(x)e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C$.

Câu 7. Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

- A. $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$. B. $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C$.
C. $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$. D. $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$.

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1+8^x}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{(1+8^x)^2} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{8^x \ln 8}{1+8^x} + C$.
C. $\int f(x) dx = x + \frac{\ln(1+8^x)}{\ln 8} + C$. D. $\int f(x) dx = x - \frac{\ln(1+8^x)}{\ln 8} + C$.

Câu 9. Tính nguyên hàm $\int \frac{x^2 - x + 3}{x+1} dx$.

- A. $2x + 5 \ln|x+1| + C$. B. $\frac{x^2}{2} - 2x - 5 \ln|x-1| + C$.
C. $\frac{x^2}{2} - 2x + 5 \ln|x+1| + C$. D. $x + 5 \ln|x+1| + C$.

Câu 10. Gọi $F(x)$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8 \sin 3x \cos x$. Biết rằng $F(x)$ có dạng $F(x) = a \cos 4x + b \cos 2x + C$. Khi đó, $a - b$ bằng

- A. 3. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 11. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên $\mathbb{R}$; thỏa mãn $f(0) = 1$ và

$f'(x) = \frac{x}{x^2+1} f(x)$. Khi đó hiệu $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$ thuộc khoảng nào?

- A. $(2; 3)$. B. $(7; 9)$. C. $(0; 1)$. D. $(9; 12)$.

Câu 12. Cho $\int_2^3 \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 6$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị $3a+2b+c$ bằng

- A. 3. B. -14. C. -2. D. -11.

Câu 13. Cho $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $x \cdot f'(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$?

- A. $\frac{\pi^2}{36} - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \ln 2$. B. $\frac{4\pi^2}{9} - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \ln 2$. C. $\frac{4\pi^2}{9} - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \ln 2$. D. $\frac{\pi^2}{36} - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \ln 2$.

Câu 14. Tìm tất cả các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^9 + 3x^5}$.

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{12x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$. D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{12x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$.

Câu 15. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{e}\right) = 2$ và $F(e) = \ln 2$. Giá trị của biểu thức $F\left(\frac{1}{e^2}\right) + F(e^2)$ bằng

- A. $3 \ln 2 + 2$. B. $\ln 2 + 2$. C. $\ln 2 + 1$. D. $2 \ln 2 + 1$.

Câu 16. Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $g(x) = x \cos ax$.

- A. $x \sin x - \cos x + C$. B. $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$.
C. $x \sin x + \cos x + C$. D. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

Câu 17. Biết $F(x) = \log_2 \left| \frac{2^x + a}{2^x - 2} \right| + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2^x + 6 \cdot 2^{-x} - 5}$ thỏa mãn $F(2) = 2018$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 2017$. B. $P = 2019$. C. $P = 2016$. D. $P = 2022$.

Câu 18. Cho $F(x) = (ax^2 + bx + c) \sqrt{2x - 1}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{4x^2}{\sqrt{2x - 1}}$ trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{9}{5}$. C. $S = \frac{28}{15}$. D. $S = 1$.

Câu 19. Biết $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} dx = \ln |(x - 1)^m (x - 2)^n (x - 3)^p| + C$. Tính $4(m + n + p)$.

- A. 5. B. 0. C. 2. D. 4.

Câu 20. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ thỏa mãn $F(5) = 2$ và $F(0) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $F(-1) = 2 - \ln 2$. B. $F(2) = 2 - 2 \ln 2$. C. $F(3) = 1 + \ln 2$. D. $F(-3) = 2$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$. Biết rằng $f(-2) + f(4) = 0$ và $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 2018$. Tính $T = f(-1) + f(1) + f(5)$.

- A. $T = \frac{1}{2} \ln 5 + 1009$. B. $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5} + 1009$. C. $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5} + 2018$. D. $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int \frac{f(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{2(\sqrt{x+1} + 3)}{x+5} + C$. Nguyên hàm của hàm số $f(2x)$ trên tập $\mathbb{R}^+$ là

A. $\frac{x+3}{2(x^2+4)} + C$. B. $\frac{x+3}{x^2+4} + C$. C. $\frac{2x+3}{4(x^2+1)} + C$. D. $\frac{2x+3}{8(x^2+1)} + C$.

Câu 23. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2) + F(1) = 0$. Giá trị của $F(-1) + F(2)$ bằng

A. $\frac{7}{3} \ln 2$. B. $\frac{2}{3} \ln 2 + \frac{3}{6} \ln 5$. C. $\frac{10}{3} \ln 2 - \frac{5}{6} \ln 5$. D. 0.

Câu 24. Biết $\int (\sin 2x - \cos 2x)^2 dx = x + \frac{a}{b} \cos 4x + C$, với a, b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $C \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 25. Tính $I = \int_0^{2018} \frac{\ln(1+2^x)}{(1+2^{-x}) \log_4 e} dx$.

A. $I = \ln^2(1+2^{2018}) - \ln^2 2$. B. $I = \ln^2(1+2^{2018}) - \ln 4$.
C. $I = \ln(1+2^{2018}) - \ln 2$. D. $I = \ln^2(1+2^{-2018}) - \ln^2 2$.

Câu 26. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y = 4 \cos^4 x - 3 \cos^2 x$. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $F(x) = \frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos 2x}{4} + C$. B. $F(x) = \sin^3 x \cos x + C$.
C. $F(x) = -\sin x \cos^3 x + C$. D. $F(x) = \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 27. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$ và $F(0) = 2$. Hãy tính $F(-1)$.

A. $6 - \frac{15}{e}$. B. $4 - \frac{10}{e}$. C. $\frac{15}{e} - 4$. D. $\frac{10}{e}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$. Biết $f(3) + f(-3) = 4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $T = f(-5) + f(0) + f(2)$.

A. $T = 5 - \frac{1}{2} \ln 2$. B. $T = 6 - \frac{1}{2} \ln 2$. C. $T = 5 + \frac{1}{2} \ln 2$. D. $T = 6 + \frac{1}{2} \ln 2$.

Câu 29. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ và $F(0) = 2018$. Tính $F(-2)$.

A. $F(-2)$ không xác định. B. $F(-2) = 2$.
C. $F(-2) = 2018$. D. $F(-2) = 2020$.

Câu 30. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 5x + 5)e^x$. Giá trị của $2a + 3b + c$ là

A. 10. B. 6. C. 8. D. 13.

Câu 31. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - 1$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm chung?

A. Không có. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 32. Đặt $A = \int \cos^2 x dx$, $B = \int \sin^2 x dx$. Xác định $A - B$.

A. $A - B = -\frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C$. B. $A - B = -\cos 2x + C$.

C. $A - B = -2 \cos 2x + C$.

D. $A - B = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C$.

Câu 33. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x} dx = 2x^2 - 2x + C$.

B. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C$.

C. $\int f'(x)e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C$.

D. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + x + C$.

Câu 34. Xét hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{4}{x^2 - 4}$, $f(-3) + f(3) = f(-1) + f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(0) + f(4)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 35. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + m$ thỏa mãn $F(0) = 0$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$. Giá trị của m bằng

A. $\frac{4}{\pi}$.

B. $-\frac{4}{\pi}$.

C. $-\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 36. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{x}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tính tổng $S = 5a + 4b + 3c$.

A. $S = 14$.

B. $S = 12$.

C. $S = 7$.

D. $S = 8$.

Câu 37. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x \cdot \cos^3 x$ có dạng là $F(x) = -\frac{a}{b} \sin^5 x + \frac{c}{d} \sin^3 x$, với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản và a, b, c, d là các số nguyên dương. Tính $T = a + b + c + d$.

A. Đáp án khác.

B. $T = 11$.

C. $T = 10$.

D. $T = 9$.

Câu 38. Xét hàm số $f(x) = x^2 + ax + \ln|bx + 1| + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết $f'(x) = \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x + 1}$ và $f(0) = 1$. Tính giá trị $S = c(2a - b)^2$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 4.

D. 0.

Câu 39. Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + e^x - 1$, biết $F(0) = 2$.

A. $F(x) = 6x + e^x - x - 1$.

B. $F(x) = x^3 + \frac{1}{e^x} - x + 1$.

C. $F(x) = x^3 + e^x - x + 1$.

D. $F(x) = x^3 + e^x - x - 1$.

Câu 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$ là

A. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C$.

C. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = (2x + 3)f^2(x)$ và $f(0) = -\frac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2017) + f(2018) = \frac{a}{b}$ với ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$) và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{a}{b} < -1$.

B. $\frac{a}{b} > 1$.

C. $a + b = 1010$.

D. $b - a = 3029$.

Câu 42. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x}$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Có bao nhiêu số thực $x \in (0; 2018\pi)$ để $F(x) = 1$.

- A. 2018. B. 1009. C. 2017. D. 2016.

Câu 43. Biết $\int x \cos 2x \, dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab .

- A. $ab = \frac{1}{8}$. B. $ab = \frac{1}{4}$. C. $ab = -\frac{1}{8}$. D. $ab = -\frac{1}{4}$.

Câu 44. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

- A. $\int f(x) \, dx = (2x + 1)^2 + C$. B. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{2}(2x + 1)^2 + C$.
C. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{4}(2x + 1)^2 + C$. D. $\int f(x) \, dx = 2(2x + 1)^2 + C$.

Câu 45. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = 2 \sin x \cos 3x$ và $F(0) = 0$, khi đó

- A. $F(x) = \cos 4x - \cos 2x$. B. $F(x) = \frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 4x}{8} - \frac{1}{8}$.
C. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos 4x}{4} - \frac{1}{4}$. D. $F(x) = \frac{\cos 4x}{4} - \frac{\cos 2x}{2} + \frac{1}{4}$.

Câu 46. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3^x - 2x$ là

- A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - x^2 - 1$. B. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - 2$.
C. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^2}{2}$. D. $F(x) = 3^x \ln 3 - x^2$.

Câu 47. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $x^3 + \sin x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $x^3 - \sin x + C$.

Câu 48. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int [2f(x) + 3g(x)] \, dx = 2 \int f(x) \, dx + 3 \int g(x) \, dx$.
B. $\int [f(x) - g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx - \int g(x) \, dx$.
C. $\int 2f(x) \, dx = 2 \int f(x) \, dx$.
D. $\int f(x)g(x) \, dx = \int f(x) \, dx \cdot \int g(x) \, dx$.

Câu 49. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{4x}$.

- A. $\int e^{4x} \, dx = \frac{1}{4}e^{4x} + C$. B. $\int e^{4x} \, dx = 4e^x + C$.
C. $\int e^{4x} \, dx = e^{4x} + C$. D. $\int e^{4x} \, dx = 4e^{4x} + C$.

Câu 50. Biết $\int (x-2) \sin 3x \, dx = -\frac{(x-a) \cos 3x}{b} + \frac{1}{c} \sin 3x + 2017$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương. Khi đó $S = ab + c$ bằng

- A. $S = 15$. B. $S = 10$. C. $S = 14$. D. $S = 3$.

Câu 51. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

- A. $20x^3 - 12x + C$. B. $x^5 - 2x^3 + x + C$.
C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$. D. $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$.

Câu 52. Cho số thực $x > 0$. Chọn đẳng thức **đúng** trong các khẳng định sau

- A. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln x + C.$ B. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln^2 x + C.$
 C. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x + C.$ D. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C.$

Câu 53. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + 2 \cos x$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là

- A. $F(x) = 2 \sin x - \cos x + 2.$ B. $F(x) = 2 \sin x - \cos x - 2.$
 C. $F(x) = -2 \sin x - \cos x + 2.$ D. $F(x) = \sin x - 2 \cos x - 2.$

Câu 54. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(2x + 1)$ là

- A. $2 \sin(2x + 1) + C.$ B. $\sin(2x + 1) + C.$
 C. $\frac{1}{2} \sin(2x + 1) + C.$ D. $-\frac{1}{2} \sin(2x + 1) + C.$

Câu 55. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\int \cos x dx = \sin x - C.$ B. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + 3C.$
 C. $\int \sin x dx = \cos x + C.$ D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x - 5 + C.$

Câu 56. Xét nguyên hàm $I = \int x\sqrt{x+2} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{x+2}$ thì ta được

- A. $I = \int (t^4 - 2t^2) dt.$ B. $I = \int (4t^4 - 2t^2) dt.$
 C. $I = \int (2t^4 - 4t^2) dt.$ D. $I = \int (2t^4 - t^2) dt.$

Câu 57. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = x \sin x$ là

- A. $-x \cos x + C.$ B. $-x \cos x + \sin x + C.$
 C. $-x \sin x + \cos x + C.$ D. $x^2 \sin \frac{x}{2} + C.$

Câu 58. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \cos 4x}{2}$ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 2x + C.$ B. $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin 4x + C.$ C. $\frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 4x + C.$ D. $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 4x + C.$

Câu 59. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int e^{\frac{x}{2}} dx = 2\sqrt{e^x} + C.$ B. $\int \sin 2x dx = -2 \cos 2x + C.$
 C. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C.$ D. $\int 2^x dx = 2^x \cdot \ln 2 + C.$

Câu 60. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4}{1-4x}$ trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ thỏa mãn $F(0) = 10$. Tính $F(-1)$.

- A. $F(-1) = 10 - 4 \ln 5.$ B. $F(-1) = 10 + 4 \ln 5.$
 C. $F(-1) = 10 + \ln 5.$ D. $F(-1) = 10 - \ln 5.$

Câu 61. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}(1 - 3e^{-5x})$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{3}{2}e^{-2x} + C.$ B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{-2x} + C.$
 C. $\int f(x) dx = e^{3x} - 3e^{-2x} + C.$ D. $\int f(x) dx = 3e^{3x} + 6e^{-2x} + C.$

Câu 62. Xét trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số nào dưới đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$?

A. $F_1(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x}$.

B. $F_2(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$.

C. $F_3(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$.

D. $F_4(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$.

Câu 63. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = x^2 e^{x^2} + 3$.

B. $f(x) = 2x^2 e^{x^2} + C$.

C. $f(x) = 2xe^{x^2}$.

D. $f(x) = xe^{x^2}$.

Câu 64. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{-3x+1}$ là

A. $\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$.

B. $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + C$.

C. $3e^{-3x+1} + C$.

D. $-3e^{-3x+1} + C$.

Câu 65. Họ nguyên hàm của $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ là

A. $\frac{2x^3}{3} - 3\ln|x| + C$.

B. $\frac{2x^3}{3} + 3\ln x + C$.

C. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

D. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$.

Câu 66. Để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ thì giá trị của m là

A. $m = -1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 0$.

D. $m = 1$.

Câu 67. Họ nguyên hàm $\int x\sqrt[3]{x^2 + 1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{8}\sqrt[3]{x^2 + 1} + C$.

B. $\frac{3}{8}\sqrt[3]{x^2 + 1} + C$.

C. $\frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2 + 1)^4} + C$.

D. $\frac{1}{8}\sqrt[3]{(x^2 + 1)^4} + C$.

Câu 68. Tính $I = \int 8 \sin 3x \cos x dx = a \cos 4x + b \cos 2x + C$. Khi đó $a - b$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Câu 69. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3}{3x + 1}$ là

A. $\ln|3x + 1| + C$.

B. $\frac{1}{3x + 1} + C$.

C. $\frac{9}{(3x + 1)^2} + C$.

D. $3\ln|3x + 1| + C$.

Câu 70. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{(x + 1)^2}$.

A. $\int \frac{1}{(x + 1)^2} dx = \frac{2}{(x + 1)^3} + C$.

B. $\int \frac{1}{(x + 1)^2} dx = \frac{-1}{x + 1} + C$.

C. $\int \frac{1}{(x + 1)^2} dx = \frac{1}{x + 1} + C$.

D. $\int \frac{1}{(x + 1)^2} dx = \frac{-2}{(x + 1)^3} + C$.

Câu 71. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Giả sử hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$ và $u(x) \in [\alpha; \beta]$, $\forall x \in [a; b]$, hơn nữa $f(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int_a^b f(u) du$.

B. $\int_{u(a)}^{u(b)} f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int_a^b f(u) du$.

C. $\int_a^b f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du$.

D. $\int_a^b f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int_a^b f(x) du$.

Câu 72. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^{2x}$.

A. $F(x) = 2^{2x} \cdot \ln 2$.

B. $F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} + C$.

C. $F(x) = \frac{4^x}{\ln 4} + C.$

D. $F(x) = 4^x \cdot \ln 4 + C.$

Câu 73. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x)dx = \ln|1-2x| + C.$

B. $\int f(x)dx = -2\ln|1-2x| + C.$

C. $\int f(x)dx = 2\ln|1-2x| + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C.$

Câu 74. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x+1)$ là

A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\cos(2x+1) + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\cos(2x+1) + C.$

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\cos(2x+1).$

D. $\int f(x)dx = \cos(2x+1).$

Câu 75. Chọn công thức đúng trong các công thức dưới đây.

A. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2\ln x + C.$

B. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2\ln^2 x + C.$

C. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x + C.$

D. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}\ln^2 x + C.$

Câu 76. $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{-x} + 2018e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (-2x^3 + 3x^2 + 7x - 2)e^{-x}$. Khi đó

A. $a + b + c + d = 4.$ B. $a + b + c + d = 6.$ C. $a + b + c + d = 5.$ D. $a + b + c + d = 7.$

Câu 77. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2018}$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $F(x) = 2017 \cdot x^{2018} + C, (C \in \mathbb{R}).$

B. $F(x) = \frac{1}{2019}x^{2019} + C, (C \in \mathbb{R}).$

C. $F(x) = x^{2019} + C, (C \in \mathbb{R}).$

D. $F(x) = 2018 \cdot x^{2017} + C, (C \in \mathbb{R}).$

Câu 78. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}.$

B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}.$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}.$

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$

Câu 79. Hàm số $F(x) = \frac{1}{4}\ln^4 x + C$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $f(x) = \frac{\ln^3 x}{x}.$

B. $f(x) = \frac{1}{x\ln^3 x}.$

C. $f(x) = \frac{x}{\ln^3 x}.$

D. $f(x) = \frac{x\ln^3 x}{3}.$

Câu 80. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \cos x + 2018$ là

A. $F(x) = e^x + \sin x + 2018x + C.$

B. $F(x) = e^x - \sin x + 2018x + C.$

C. $F(x) = e^x + \sin x + 2018x.$

D. $F(x) = e^x + \sin x + 2018 + C.$

Câu 81. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ và $F(1) = 1$.

A. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}.$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{3}.$

C. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2}.$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{5}{3}.$

Câu 82. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sqrt{x} + x$.

A. $\int (3\sqrt{x} + x) dx = x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C.$

B. $\int (3\sqrt{x} + x) dx = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C.$

C. $\int (3\sqrt{x} + x) dx = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C.$

D. $\int (3\sqrt{x} + x) dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C.$

Câu 83. Cho bốn mệnh đề sau

- I) $\int \cos^2 x \, dx = \frac{\cos^3 x}{3} + C.$
 II) $\int \frac{2x+1}{x^2+x+2018} \, dx = \ln(x^2+x+2018) + C.$
 III) $\int 3^x (2^x + 3^{-x}) \, dx = \frac{6^x}{\ln 6} + x + C.$
 IV) $\int 3^x \, dx = 3^x \cdot \ln 3 + C.$

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 84. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số: $f(x) = x^2 - 3x$.

- A. $F(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + C.$ B. $F(x) = x^3 - 3x^2 + C.$
 C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + C.$ D. $F(x) = 2x - 3 + C.$

Câu 85. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Nếu $\int f(x) \, dx = F(x) + C$ thì $\int f(u) \, du = F(u) + C.$
 B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x).$
 C. $\int [f_1(x) + f_2(x)] \, dx = \int f_1(x) \, dx + \int f_2(x) \, dx.$
 D. $\int kf(x) \, dx = k \int f(x) \, dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

Câu 86. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết rằng $F(1) = 4$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x.$ B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 1.$
 C. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2.$ D. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + \frac{49}{12}.$

Câu 87. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ($x \neq 0$) biết rằng $F(-1) = 1$; $F(1) = 4$; $f(1) = 0$.

- A. $F(x) = \frac{3x^2}{4} + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}.$ B. $F(x) = \frac{3x^2}{4} - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}.$
 C. $F(x) = \frac{3x^2}{2} + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}.$ D. $F(x) = \frac{3x^2}{2} - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}.$

Câu 88. Một nguyên hàm của $f(x) = (2x - 1)e^{\frac{1}{x}}$ là $F(x) = \left(ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$. Tính tổng $a + b + c + d$.

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 89. Nếu $\int f(x) \, dx = \frac{1}{x} + \ln|5x| + C$ với $x \in (0; +\infty)$ thì hàm số $f(x)$ là

- A. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{5x}.$ B. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{5x}.$
 C. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}.$ D. $f(x) = \frac{1}{x^2} + \ln(5x).$

Câu 90. Tìm m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 0$.

Câu 91. Tính $\int \frac{1}{2x^2 + 5x + 2} dx$.

A. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{2x+1} \right| + C$.

B. $\ln \left| \frac{x+2}{2x+1} \right| + C$.

C. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{2x+1}{x+2} \right| + C$.

D. $\ln |2x^2 + 5x + 2| + C$.

Câu 92. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x + 1)$ là

A. $\cos(2x + 1) + C$.

B. $-\cos(2x + 1) + C$.

C. $\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C$.

D. $-\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C$.

Câu 93. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 94. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$.

B. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.

C. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.

D. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$.

Câu 95. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào dưới đây?

A. $\int 2(u^2 - 4)u du$.

B. $\int (u^2 - 4) du$.

C. $\int 2(u^2 - 4) du$.

D. $\int (u^2 - 3) du$.

Câu 96. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan 2x$.

A. $\int \tan 2x dx = 2(1 + \tan^2 2x) + C$.

B. $\int \tan 2x dx = -\ln |\cos 2x| + C$.

C. $\int \tan 2x dx = \frac{1}{2}(1 + \tan^2 2x) + C$.

D. $\int \tan 2x dx = -\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$.

Câu 97. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x}$.

A. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C$.

B. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C$.

C. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot 5^{2x} + C$.

D. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot \frac{25^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 98. Tìm nguyên hàm của hàm số $F(x) = \int (4x + 1) \ln x dx$.

A. $F(x) = (2x^2 + x) \ln x + x^2 + x + C$.

B. $F(x) = (3x^2 + 2x) \ln x + C$.

C. $F(x) = (2x^2 + x) \ln x - x^2 - x + C$.

D. $F(x) = x^2 \ln x + C$.

Câu 99. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos 2x$ là

A. $F(x) = -4 \sin 2x$.

B. $F(x) = 4 \sin 2x$.

C. $F(x) = -\sin 2x$.

D. $F(x) = \sin 2x$.

Câu 100. Nguyên hàm $\int e^x(e^x - 1)^3 dx = \frac{a}{b}(e^x - 1)^m + C$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tìm $H = a^2 + b - m$.

A. $H = -4$.

B. $H = -1$.

C. $H = 4$.

D. $H = 1$.

Câu 101. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 8 \sin x$ và thỏa mãn $F(0) = 2010$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = 6x - 8 \cos x + 2018$. B. $F(x) = 6x + 8 \cos x$.
C. $F(x) = x^3 - 8 \cos x + 2018$. D. $F(x) = x^3 - 8 \cos x + 2019$.

Câu 102. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$. B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$.
C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$. D. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$.

Câu 103. Tính nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$, biết $F(0) = 1$.

- A. $F(x) = e^{2x}$. B. $F(x) = e^{2x} - 1$. C. $F(x) = e^x$. D. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$.

Câu 104. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là

- A. $F(x) = -x \cos x - \sin x + C$. B. $F(x) = x \cos x - \sin x + C$.
C. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$. D. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.

Câu 105. Hàm số $F(x) = \cos 3x$ là nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = \frac{\sin 3x}{3}$. B. $f(x) = -3 \sin 3x$. C. $f(x) = 3 \sin 3x$. D. $f(x) = \sin 3x$.

Câu 106. Cho nguyên hàm $I = \int x\sqrt{1+2x^2} dx$, khi thực hiện đổi biến $u = \sqrt{1+2x^2}$ thì ta được nguyên hàm theo biến mới u là

- A. $I = \frac{1}{2} \int u^2 du$. B. $I = \int u^2 du$. C. $I = 2 \int u du$. D. $I = \int u du$.

Câu 107. Tìm m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

- A. $m = 3$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 108. Tính $F(x) = \int x \sin 2x dx$. Chọn kết quả đúng?

- A. $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C$. B. $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C$. D. $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C$.

Câu 109. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \ln 2 - 1$. B. $F(3) = \ln 2 + 1$. C. $F(3) = \frac{1}{2}$. D. $F(3) = \frac{7}{4}$.

Câu 110. Cho hàm số $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$.

- A. $m = -\frac{4}{3}$. B. $m = -\frac{3}{4}$. C. $m = \frac{4}{3}$. D. $m = \frac{3}{4}$.

Câu 111. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin 2x$.

- A. $\int 2 \sin 2x dx = \sin^2 x + C$. B. $\int 2 \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.
C. $\int 2 \sin 2x dx = \cos 2x + C$. D. $\int 2 \sin 2x dx = -2 \cos 2x + C$.

Câu 112. Họ nguyên hàm $\int \frac{x^3 - 2x^2 + 5}{x^2} dx$ bằng

- A. $\frac{x^2}{2} - 2x - \frac{5}{x} + C$. B. $-2x + \frac{5}{x} + C$. C. $x^2 - 2x - \frac{5}{x} + C$. D. $x^2 - x - \frac{5}{x} + C$.

Câu 113. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^2 - 1$ là

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$. B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + x + C$.
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - x + C$. D. $F(x) = 2x + C$.

Câu 114. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là hàm số $f'(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = -f'(x) + C$. B. $\int f'(x) dx = -f(x) + C$.
C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. D. $\int f(x) dx = f'(x) + C$.

Câu 115. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(3) = 1$. Tính giá trị của $F(2)$.

- A. $F(2) = -1 - \ln 2$. B. $F(2) = 1 - \ln 2$. C. $F(2) = -1 + \ln 2$. D. $F(2) = 1 + \ln 2$.

Câu 116. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{14}{3}$ thì

- A. $F(x) = \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{13}{3}$. B. $F(x) = -\frac{1}{3} \sin 3x + 5$.
C. $F(x) = \frac{1}{3} \sin 3x + 5$. D. $F(x) = -\frac{1}{3} \sin 3x + \frac{13}{3}$.

Câu 117. Nếu $\int f'(x) dx = \frac{1}{x} + \ln |2x| + C$ với $x \in (0; +\infty)$ thì hàm số $f(x)$ là

- A. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$. B. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2x}$.
C. $f(x) = \frac{1}{x^2} + \ln(2x)$. D. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x}$.

Câu 118. Tính $F(x) = \int x \cos x dx$ ta được kết quả

- A. $F(x) = x \sin x - \cos x + C$. B. $F(x) = -x \sin x - \cos x + C$.
C. $F(x) = x \sin x + \cos x + C$. D. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$.

Câu 119. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ và đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M(0; 1)$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

Câu 120. Trong các khẳng định sau, hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 3} + C$. B. $\int 3^{2x} dx = \frac{9^x}{\ln 3} + C$.
C. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + C$. D. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x+1}}{2x+1} + C$.

Câu 121. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9$ là

- A. $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$. B. $4x^4 - 9x + C$. C. $\frac{1}{4}x^4 - 9x + C$. D. $4x^3 - 9x + C$.

Câu 122. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

A. $\int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

Câu 123. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2018x}$.

A. $\int f(x) dx = e^{2018x} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2018} \cdot e^{2018x} + C.$

C. $\int f(x) dx = 2018e^{2018x} + C.$

D. $\int f(x) dx = e^{2018x} \cdot \ln 2018 + C.$

Câu 124. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

A. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}.$

B. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1.$

C. $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

D. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

Câu 125. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 \cdot e^{x^4+1}$.

A. $\int f(x) dx = e^{x^4+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = 4e^{x^4+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4}e^{x^4+1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}e^{x^4+1} + C.$

Câu 126. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int e^x dx = e^x + C.$

B. $\int 2x dx = x^2 + C.$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C.$

D. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

Câu 127. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 2x$.

A. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C.$ B. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C.$ C. $x^2 - 2 \cos 2x + C.$ D. $x^2 + 2 \cos 2x + C.$

Câu 128. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos 2x$.

A. $\frac{x \sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

B. $x \sin 2x - \frac{\cos 2x}{2} + C.$

C. $x \sin 2x + \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\frac{x \sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

Câu 129. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot e^{2x}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C.$

B. $F(x) = 2e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C.$

C. $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} (x - 2) + C.$

Câu 130. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} \ln x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 1) + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C.$

Câu 131. Trong các hàm số sau: (I) $f(x) = \tan^2 x + 2$, (II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$, (III) $f(x) = \tan^2 x + 1$.
Hàm số nào có nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$?

A. Chỉ (II).

B. Chỉ (III).

C. Chỉ (II), (III).

D. (I), (II), (III).

Câu 132. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x+2}$. Biết $F(-1) = 2$. Tính $F(1)$ kết quả là

A. $\ln 8 + 1.$

B. $4 \ln 2 + 1.$

C. $2 \ln 3 + 2.$

D. $2 \ln 4.$

Câu 133. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x + 1)^{2019}$ là

- A. $\frac{(3x + 1)^{2018}}{6054} + C$. B. $\frac{(3x + 1)^{2018}}{2018} + C$. C. $\frac{(3x + 1)^{2020}}{6060} + C$. D. $\frac{(3x + 1)^{2020}}{2020} + C$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. B	5. D	6. D	7. C	8. D	9. C	10. C
11. C	12. D	13. C	14. B	15. A	16. C	17. C	18. C	19. D	20. B
21. B	22. C	23. C	24. A	25. A	26. D	27. C	28. A	29. D	30. D
31. C	32. D	33. C	34. D	35. A	36. D	37. C	38. D	39. C	40. D
41. D	42. A	43. A	44. C	45. C	46. A	47. C	48. D	49. A	50. A
51. B	52. D	53. B	54. C	55. C	56. C	57. B	58. C	59. A	60. D
61. A	62. D	63. C	64. B	65. C	66. D	67. C	68. C	69. A	70. B
71. C	72. C	73. D	74. A	75. D	76. C	77. B	78. D	79. A	80. A
81. B	82. C	83. C	84. C	85. B	86. D	87. A	88. A	89. C	90. B
91. C	92. D	93. D	94. B	95. C	96. D	97. B	98. C	99. D	100. D
101. C	102. A	103. D	104. C	105. B	106. A	107. C	108. C	109. B	110. B
111. B	112. A	113. C	114. C	115. B	116. C	117. A	118. C	119. C	120. C
121. A	122. D	123. B	124. D	125. D	126. D	127. A	128. D	129. D	130. D
131. B	132. C	133. C							

4. Mức độ vận dụng cao

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$.

- A. 5. B. 20. C. 10. D. 15.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ thỏa mãn $f'(x) = \cot x$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$ và $f\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$. Giá trị của biểu thức $f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $1 + \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $3 + \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $1 - \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) + 2f(x) = 0$. Tính $f(0)$, biết rằng $f(3) = 1$.

- A. e^6 . B. e^3 . C. 1. D. e^4 .

Câu 4. Cho nguyên hàm

$\int \frac{dx}{\sqrt{x+2018} + \sqrt{x+2017}} = m(x+2018)\sqrt{x+2018} + n(x+2017)\sqrt{x+2017} + C$. Khi đó $4m - n$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ và $f(0) = 1$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

- A. $4 + \ln 15$. B. $3 + \ln 15$. C. $2 + \ln 15$. D. $\ln 15$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = |2x - 4|$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, ở đó C, C' là các hằng số tùy ý?

- A. $F(x) = |x^2 - 4x| + C$. B. $F(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 2C & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + 2C - 8 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.
C. $F(x) = |x^2 - 4x + C|$. D. $F(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + C & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + C' & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f^2(x) \cdot f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 8. Biết $\int f(x) dx = -x^2 + 2x + C$. Tính $\int f(-x) dx$.

- A. $x^2 + 2x + C'$. B. $-x^2 + 2x + C'$. C. $-x^2 - 2x + C'$. D. $x^2 - 2x + C'$.

Câu 9. Một nguyên hàm của hàm số $y = \cos 5x \cos x$ là

- A. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x \right)$. B. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \cos 6x + \frac{1}{4} \cos 4x \right)$.
C. $-\frac{1}{2} \left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4} \right)$. D. $\frac{1}{5} \sin 5x \sin x$.

Câu 10. Hàm số $f(x) = x\sqrt{x+1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $F(0) = 2$ thì $F(3)$ bằng

- A. $\frac{116}{15}$. B. $\frac{146}{15}$. C. $\frac{886}{105}$. D. 3.

Câu 11. Cho $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $x \cdot f'(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Biết $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $\tan \alpha = 3$. Tính $F(\alpha) - 10\alpha^2 + 3\alpha$.

- A. $-\frac{1}{2} \ln 10$. B. $-\frac{1}{4} \ln 10$. C. $\frac{1}{2} \ln 10$. D. $\ln 10$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$, $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(-1) - f(4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3}$. B. $\ln 80 + 1$. C. $\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5} + \ln 2 + 1$. D. $\frac{1}{3} \ln \frac{8}{5} + 1$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3}{x+1}$; $f(0) = 1$ và $f(1) + f(-2) = 2$. Giá trị $f(-3)$ bằng

- A. $1 + 2 \ln 2$. B. $1 - \ln 2$. C. 1. D. $2 + \ln 2$.

Câu 14. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{x}{x^2 + 1}$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$ thuộc khoảng

- A. $(2; 3)$. B. $(7; 9)$. C. $(0; 1)$. D. $(9; 12)$.

Câu 15. Tìm nguyên hàm $J = \int (x+1)e^{3x} dx$.

A. $J = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} + C$.

B. $J = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} - \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

C. $J = (x+1)e^{3x} - \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

D. $J = \frac{1}{3}(x+1)e^{3x} + \frac{1}{9}e^{3x} + C$.

Câu 16. Cho $F(x) = \frac{a}{x}(\ln x + b)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính $S = a + b$.

A. $S = -2$.

B. $S = 1$.

C. $S = 2$.

D. $S = 0$.

Câu 17. Biết $\int f(x) dx = 2x \ln(3x-1) + C$ với $x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\int f(3x) dx = 2x \ln(9x-1) + C$.

B. $\int f(3x) dx = 6x \ln(3x-1) + C$.

C. $\int f(3x) dx = 6x \ln(9x-1) + C$.

D. $\int f(3x) dx = 3x \ln(9x-1) + C$.

Câu 18. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Khi đó $F(0)$ là

A. $-\frac{2}{3} \ln 2 + 2$.

B. $-\frac{1}{3} \ln 2 - 2$.

C. $-\frac{1}{3} \ln 2 + 2$.

D. $-\frac{2}{3} \ln 2 - 2$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2018^x \ln 2018 - \cos x$ và $f(0) = 2$. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. $f(x) = 2018^x + \sin x + 1$.

B. $f(x) = \frac{2018^x}{\ln 2018} + \sin x + 1$.

C. $f(x) = \frac{2018^x}{\ln 2018} - \sin x + 1$.

D. $f(x) = 2018^x - \sin x + 1$.

Câu 20. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = \frac{2017x}{(x^2+1)^{2018}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của $F(x)$.

A. $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{1 - 2^{2017}}{2^{2018}}$.

C. $m = \frac{2^{2017} + 1}{2^{2018}}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 21. Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$?

A. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x^2}{x+1}$.

Câu 22. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$. Tính $F'''(x)$.

A. $F'''(x) = 1 - \ln x$.

B. $F'''(x) = \frac{1}{x}$.

C. $F'''(x) = 1 + \ln x$.

D. $F'''(x) = x + \ln x$.

Câu 23. Cho các hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ với $x > \frac{3}{2}$. Gọi $(a; b; c)$ là bộ số thỏa mãn $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khi đó $a + b + c$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 3.

D. 7.

Câu 24. Tìm $\int x \cos 2x dx$.

A. $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

B. $x \sin 2x + \cos 2x + C$.

C. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

D. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

Câu 25. Biết $\int f(x) dx = 2x \ln(3x - 1) + C$ với $x \in \left(\frac{1}{9}; +\infty\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(3x) dx = 2x \ln(9x - 1) + C.$ B. $\int f(3x) dx = 6x \ln(3x - 1) + C.$
 C. $\int f(3x) dx = 6x \ln(9x - 1) + C.$ D. $\int f(3x) dx = 3x \ln(9x - 1) + C.$

Câu 26. Tìm các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^4 x}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \tan^3 x - 2 \tan x - \frac{1}{\tan^2 x} + C.$
 B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + 2 \tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2 \tan^2 x - \frac{1}{\tan x} + C.$
 D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2 \tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$

Câu 27. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$ bằng

- A. $\frac{2019}{2020}.$ B. $\frac{2019 \cdot 2021}{2020}.$ C. $2018 \frac{1}{2020}.$ D. $-\frac{2019}{2020}.$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị (C) . Biết rằng $f'(x+2) = 2x + \sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1} - 1$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(a; 1)$ thuộc (C) song song với đường thẳng $y = x + 1$. Có bao nhiêu hàm số $f(x)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- A. vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{11}{6}.$ B. $-\frac{2}{3}.$ C. $-\frac{2}{9}.$ D. $-\frac{7}{6}.$

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{11}{6}.$ B. $-\frac{2}{3}.$ C. $-\frac{2}{9}.$ D. $-\frac{7}{6}.$

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f''(x) \cdot f^2(x) + 2[f'(x)]^2 \cdot f(x) = 2x - 3, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = f'(0) = 1$. Tính giá trị $P = f^3(2)$.

- A. $P = -\frac{11}{3}.$ B. $P = -6.$ C. $P = -3.$ D. $P = -\frac{23}{3}.$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) - f(x) = 6x^3\sqrt{x}$. Biết $f(1) = a$, hãy tìm $f(4)$ theo a .

- A. $2a + 126.$ B. $4a + 252.$ C. $2a + 63.$ D. $a + 63.$

Câu 33. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2+1}(x^3 + 3x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và $f(x) > 0$ trên đoạn $[0; 2]$ đồng thời thỏa mãn $f'(0) = 1$, $f(0) = 2$ và $f(x) \cdot f''(x) + \left[\frac{f(x)}{x+2}\right]^2 = [f'(x)]^2$. Tính $f^2(1) + f^2(2)$?

- A. 20. B. 10. C. 15. D. 25.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và $f'(x) - 2018f(x) = x \cdot e^{2019x}$. Biết $f(0) = -1$, tính $f(1)$.

- A. e^{2018} . B. e^{2019} . C. 0. D. -1.

Câu 36. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 5x + 5) e^x$. Giá trị của $2a + 3b + c$ là

- A. 6. B. 13. C. 8. D. 10.

Câu 37. Cho $I_n = \int \tan^n x \, dx$ với $n \in \mathbb{N}$. Khi đó $I_0 + I_1 + 2(I_2 + I_3 + \dots + I_8) + I_9 + I_{10}$ bằng

- A. $\sum_{r=1}^9 \frac{(\tan x)^r}{r} + C$. B. $\sum_{r=1}^9 \frac{(\tan x)^{r+1}}{r+1} + C$. C. $\sum_{r=1}^{10} \frac{(\tan x)^r}{r} + C$. D. $\sum_{r=1}^{10} \frac{(\tan x)^{r+1}}{r+1} + C$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x^4}$, $f(1) = a$ và $f(-2) = b$. Giá trị của biểu thức $f(-1) - f(2)$ bằng

- A. $a + b$. B. $b - a$. C. $a - b$. D. $-a - b$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int \frac{f(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} \, dx = \frac{2(\sqrt{x+1} + 3)}{x+5} + C$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(2x)$ trên tập $\mathbb{R}^+$.

- A. $\frac{x+3}{2(x^2+4)} + C$. B. $\frac{x+3}{x^2+4} + C$. C. $\frac{2x+3}{4(x^2+1)} + C$. D. $\frac{2x+3}{8(x^2+1)} + C$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2 < f(5) < 3$. B. $4 < f(5) < 5$. C. $1 < f(5) < 2$. D. $3 < f(5) < 4$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 3$. Giá trị của $[f(1)]^2$ bằng

- A. 28. B. 22. C. $\frac{19}{2}$. D. 10.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $x(x+1)f'(x) + f(x) = x^2 + x$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ và $f(1) = -2 \ln 2$ biết $f(2) = a + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 43. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $T = F(0) + F(2) + F(-3)$.

- A. 8. B. 12. C. 14. D. 10.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 10. D. 8.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(0; +\infty) \setminus \{e\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)}$, $f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln 6$ và $f(e^2) = 3$. Giá trị của biểu thức $f\left(\frac{1}{e}\right) + f(e^3)$ bằng

A. $3(\ln 2 + 1)$. B. $2 \ln 2$. C. $3 \ln 2 + 1$. D. $\ln 2 + 3$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, biết $f'(x) + (2x+3)f^2(x) = 0$, $f(x) > 0$ với mọi $x > 0$ và $f(1) = \frac{1}{6}$. Tính giá trị của $P = 1 + f(1) + f(2) + \dots + f(2017)$

A. $\frac{6059}{4038}$. B. $\frac{6055}{4038}$. C. $\frac{6053}{4038}$. D. $\frac{6047}{4038}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$. Biết rằng $f(-3) + f(3) = 0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Tính $T = f(-2) + f(0) + f(4)$.

A. $T = 1 + \ln \frac{9}{5}$. B. $T = 1 + \ln \frac{6}{5}$. C. $T = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}$. D. $T = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{6}{5}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$, hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m > e$. B. $0 < m \leq 1$. C. $0 < m < e$. D. $1 < m < e$.

Câu 50. Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

- A. $\int f'(x) \ln x \, dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$. B. $\int f'(x) \ln x \, dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$.
- C. $\int f'(x) \ln x \, dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$. D. $\int f'(x) \ln x \, dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. A	4. D	5. C	6. B	7. D	8. A	9. A	10. B
11. C	12. A	13. C	14. C	15. A	16. B	17. A	18. A	19. D	20. B
21. A	22. C	23. C	24. D	25. A	26. D	27. C	28. D	29. B	30. B
31. C	32. A	33. A	34. D	35. C	36. B	37. A	38. B	39. D	40. D
41. A	42. B	43. C	44. D	45. A	46. B	47. C	48. B	49. C	50. B



TÍCH PHÂN

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Khái niệm tích phân

1.1. Định nghĩa tích phân

✧ **Định nghĩa 2.1.** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là **tích phân** từ a đến b (hay tích phân xác định trên đoạn $[a; b]$) của hàm số $f(x)$, kí hiệu là $\int_a^b f(x) dx$. Vậy $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Nhận xét.

- Tích phân chỉ phụ thuộc vào f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến số x hay biến t .
- Ý nghĩa hình học của tích phân: Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, thì $\int_a^b f(x) dx$ là diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

1.2. Tính chất của tích phân

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \int_a^b k f(x) dx &= k \int_a^b f(x) dx \quad (k \text{ là hằng số}). & \text{b) } \int_a^b f(x) dx &= - \int_b^a f(x) dx. \\
 \text{c) } \int_a^a f(x) dx &= 0. & \text{d) } \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx &= \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx. \\
 \text{e) } \int_a^b f(x) dx &= \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b). & \text{f) } \int_a^b f'(x) dx &= f(x) \Big|_a^b, \quad \int_a^b f''(x) dx = f'(x) \Big|_a^b.
 \end{aligned}$$

2. Phương pháp tính tích phân

2.1. Phương pháp đổi biến số

Dạng 1. Giả sử cần tính $I = \int_a^b f(x) dx$ ta thực hiện các bước sau

- Đặt $x = u(t)$ (với $u(t)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên $[\alpha; \beta]$, $f[u(t)]$ xác định trên $[\alpha; \beta]$ và $u(\alpha) = a, u(\beta) = b$) và xác định α, β .
- Thay vào, ta có $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[u(t)] \cdot u'(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} g(t) dt = G(t) \Big|_{\alpha}^{\beta} = G(\beta) - G(\alpha)$.

Dấu hiệu	Cách chọn
• $\sqrt{a^2 - x^2}$	• $\begin{cases} x = a \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ x = a \cos t, t \in [0; \pi] \end{cases}$
• $\sqrt{x^2 - a^2}$	• $\begin{cases} x = \frac{ a }{\sin t}, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\} \\ x = \frac{ a }{\cos t}, t \in [0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \end{cases}$
• $x^2 + a^2$	• $x = a \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Dạng 2: Tương tự như nguyên hàm, ta có thể tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số (ta gọi là loại 2) như sau:

Để tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$ nếu $f(x) = g[u(x)] \cdot u'(x)$, ta có thể thực hiện phép đổi biến như sau

a) Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = a \Rightarrow t = u(a) \\ x = b \Rightarrow t = u(b) \end{cases}$.

b) Thay vào ta có $I = \int_{u(a)}^{u(b)} g(t) dt = G(t) \Big|_{u(a)}^{u(b)}$.

2.2. Phương pháp tích phân từng phần Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Khi đó

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN BÀI TẬP

Dạng 2.4. Tích phân cơ bản và tính chất tích phân

Dùng định nghĩa tích phân và các tính chất để giải bài toán.

Ví dụ 1

 Tính các tích phân sau

a) Tính $\int_1^3 (3x^2 - 4x + 5) dx$.

b) Tính $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^3}$.

Lời giải.

a) $\int_1^3 (3x^2 - 4x + 5) dx = \left(x^3 - 2x^2 + 5x \right) \Big|_1^3 = 24 - 4 = 20.$

$$b) \int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^3} = \int_0^1 (1+x)^{-3} dx = -\frac{(1+x)^{-2}}{2} \Big|_0^1 = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}.$$

□

Ví dụ 2

 Tìm số thực m thỏa mãn

$$a) \int_{-1}^m e^{x+1} dx = e^2 - 1.$$

$$b) \int_0^m (2x+5) dx = 6.$$

 Lời giải.

$$a) \int_{-1}^m e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_{-1}^m = e^{m+1} - 1.$$

Theo đề bài ta suy ra

$$e^2 - 1 = e^{m+1} - 1 \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy $m = 1$.

$$b) \int_0^m (2x+5) dx = (x^2 + 5x) \Big|_0^m = m^2 + 5m.$$

Theo đề bài ta suy ra

$$m^2 + 5m = 6 \Leftrightarrow m = 1 \text{ hoặc } m = -6.$$

Vậy $m = 1$ hoặc $m = -6$.

□

Bài 1. Tính các tích phân sau

$$a) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

$$b) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

Bài 2. Tính các tích phân

a) $\int_{-2}^{-5} \frac{dx}{\sqrt{1-3x}}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

b) $\int_2^7 \frac{4 dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính các tích phân sau

a) Tính $\int_{-2}^3 (4x^3 - 3x^2 + 10) dx =$

 **Lời giải.**

.....

.....

b) Tính $\int_1^4 (x^2 + 3\sqrt{x}) dx =$

 **Lời giải.**

.....

.....

c) Tính $\int_0^2 x(x+1)^2 dx =$

 **Lời giải.**

.....

d) Tính $\int_2^4 \left(x + \frac{1}{x}\right) dx =$

 **Lời giải.**

e) Tính $\int_1^3 \left(\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx =$

 **Lời giải.**

f) Tính $\int_0^1 e^{3x} dx =$

 **Lời giải.**

g) Tính $\int_0^{2018} 7^x dx =$

 **Lời giải.**

h) Tính $\int_0^6 \frac{dx}{x+6} =$

 **Lời giải.**

i) Tính $\int_1^3 \frac{dx}{1-3x} =$

 **Lời giải.**

j) Tính $\int_1^2 \frac{dx}{(4x-1)^2} =$

 **Lời giải.**

k) Tính $\int_1^4 \frac{4}{(1-2x)^2} dx =$

 Lời giải.

.....

.....

Bài 4. Tìm các số thực m thỏa mãn

a) $\int_2^5 m^2(5 - x^3) dx = -549.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $\int_m^2 (3 - 2x)^4 dx = \frac{122}{5}.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $\int_0^m (3x^2 - 12x + 11) dx = 6.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

d) $\int_1^2 (m^2 + (4 - 4m)x + 4x^3) \, dx = \int_2^4 2x \, dx.$

 **Lời giải.**

Bài 5. Tính các tích phân sau

a) Tính $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) \, dx =$

 **Lời giải.**

b) Tính $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \, dx =$

 **Lời giải.**

c) Tính $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cot^2 x \, dx =$

 **Lời giải.**

d) Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 5x \sin x \, dx =$

 **Lời giải.**

e) Tính $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 4x \cos x \, dx =$

 **Lời giải.**

f) Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 6x \cos 2x \, dx =$

 **Lời giải.**

g) Tính $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x \cos x \, dx =$

 **Lời giải.**

h) Tính $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 6x \cos 2x \, dx =$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

i) Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \, dx =$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. a) Biết $\int_0^a \sin x \cos x \, dx = \frac{1}{4}$. Tìm a .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2018)$ thỏa $\int_0^m \cos 2x \, dx = 0$?

 Lời giải.

c) Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 5x \, dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị $P = ab + b - a$.

 **Lời giải.**

d) Biết $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} \, dx = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - c}{2}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính giá trị $P = a^2 + b^2 + abc$.

 **Lời giải.**

e) Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x} = a + b\sqrt{3}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị $P = ab - a + b$.

 **Lời giải.**

f) Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x \, dx = a + \frac{b\sqrt{2}}{10}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

 **Lời giải.**

Bài 7. Tính các tích phân sau

a) Tính $\int_0^1 \sqrt[3]{5+3x} \, dx =$

 **Lời giải.**

b) Tính $\int_3^5 \frac{4x \, dx}{\sqrt{5x+1} - \sqrt{3x+1}} =$

 **Lời giải.**

c) Tính $\int_1^5 \frac{5x \, dx}{\sqrt{8x+1} + \sqrt{3x+1}} =$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) Tính $\int_1^6 \frac{dx}{(x+3)\sqrt{x} - x\sqrt{x+3}} =$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e) Tính $\int_2^3 \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x+1} + (x+1)\sqrt{x+2}} =$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. a) Biết $\int_1^2 \sqrt{2x-1} dx = \frac{\sqrt{a}-1}{b}$ với a, b là số nguyên dương. Tính $a - b^3$.

 **Lời giải.**

b) Biết $\int_1^3 \sqrt{8-2x} dx = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{3}$ với a, b là số nguyên dương. Tính $P = ab + a + b$.

 **Lời giải.**

c) Biết $\int_2^3 \sqrt[3]{3x-5} dx = \sqrt[3]{a} - \frac{1}{b}$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = ab + a - b$.

 **Lời giải.**

d) Biết $\int_2^6 \frac{2 dx}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = ab + a + b$.

 **Lời giải.**

e) Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.

 **Lời giải.**

b) Ta có

$$\int_0^1 \frac{x}{(x+2)^3} dx = \int_0^1 \frac{x+2-2}{(x+2)^3} dx = \int_0^1 \left[\frac{1}{x+2} - \frac{2}{(x+2)^3} \right] dx = \left[\ln|x+2| + \frac{1}{(x+2)^2} \right]_0^1 = \ln \frac{3}{2} - \frac{5}{36}.$$

□

Ví dụ 2

🔴 Tính các tích phân sau

a) Biết $\int_1^2 \frac{dx}{3x-1} = \frac{1}{a} \ln b$ với $b > 0$. Tính $S = a^2 + b$.

b) Biết $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = a + \ln b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 2a + b + 2^b$.

📖 Lời giải.

a) Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{3x-1} = \frac{1}{3} \int_1^2 \frac{d(3x-1)}{3x-1} = \frac{1}{3} \ln|3x-1|_1^2 = \frac{1}{3} (\ln 5 - \ln 2) = \frac{1}{3} \ln \frac{5}{2}$.

Suy ra $a = 3, b = \frac{5}{2}$. Do đó $S = \frac{1}{9} + \frac{5}{2} = \frac{47}{18}$.

b) Ta có

$$\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^2 \left(x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left[\frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \right]_0^2 = \ln 3 = 0 + \ln 3.$$

Suy ra $a = 0, b = 3$ nên $S = 2 \cdot 0 + 3 + 2^3 = 11$.

□

Bài 1. Tính các tích phân sau

a) Biết $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a + 2b + 2^a - 2^b$.

📖 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Biết $\int_0^1 \frac{2x-1}{x+1} dx = a + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = ab - a + b$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính các tích phân sau

a) Tính $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ với $a, b \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2^a + 2^b - ab$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Biết $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b - ab^2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính các tích phân sau

a) Biết $\int_0^1 \frac{x^3}{x+2} dx = \frac{a}{3} + b \ln 3 + c \ln 2$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 2a + 4b^2 + 3c^3$.

 **Lời giải.**

.....

b) Biết $\int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị của $S = a + 4b$.

 **Lời giải.**

c) Biết $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = -2a + b + 3c^2$.

 **Lời giải.**

d) Tính $\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b - ab$.

 **Lời giải.**

e) Biết $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + b + c$.

 **Lời giải.**

f) Biết $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$.

 **Lời giải.**

g) Tính $\int_2^3 \frac{dx}{-2x^2 + 3x - 1} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = 2a + b^2 + 2^c$.

 **Lời giải.**

h) Tính $\int_0^1 \frac{5-2x}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = 2^a - 3ab$.

 **Lời giải.**

i) Tính $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = ab + 3^a - a$.

 **Lời giải.**

j) Biết $\int_1^2 \frac{1}{x^2(x+1)} dx = \frac{1}{2} + \ln \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + 2^b$.

 **Lời giải.**

Dạng 2.6. Tính chất của tích phân

$$\text{a) } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

$$\text{b) } \int_a^b f(x) dx = f(x)|_a^b = f(b) - f(a), \int_a^b f''(x) dx = f'(x)|_a^b = f'(b) - f'(a), \dots$$

Ví dụ 1

 Tính các tích phân sau:

a) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$.

$$\text{Tính } \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

b) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_a^b f(x) dx = 2$ và $\int_c^b f(x) dx = 3$ với

$$a < b < c. \text{ Tính } \int_a^c f(x) dx$$

c) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 2017$ và $\int_4^3 f(x) dx = 2018$.

$$\text{Tính } \int_1^4 f(x) dx.$$

Lời giải.

a) Ta có

$$7 = \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

Hay là

$$7 = \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + 3 + \int_6^{10} f(x) dx \Rightarrow P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = 7 - 3 = 4.$$

b) Ta có

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_c^b f(x) dx = 2 - 3 = -1.$$

c) Ta có

$$\int_1^4 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx - \int_4^3 f(x) dx = 2017 - 2018 = -1.$$

□

Ví dụ 2

🔴 Tính các tích phân sau:

a) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_5^7 f(x) dx = 9$. Tính

$$\int_2^7 f(x) dx.$$

b) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 4$ và $\int_2^6 f(t) dt = -3$. Tính

$$\int_0^2 [f(v) - 3] dv.$$

🔵 Lời giải.

a) Ta có

$$\int_2^7 f(x) dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_5^7 f(x) dx = 3 + 9 = 12.$$

b) Ta có

$$\int_0^2 f(v) dv = \int_0^6 f(v) dv - \int_2^6 f(v) dv = \int_0^6 f(x) dx - \int_2^6 f(x) dx = 4 - (-3) = 7.$$

Hay là

$$\int_0^2 f(v) dv = 7 \Rightarrow \int_0^2 [f(v) - 3] dv = \int_0^2 f(v) dv - \int_0^2 3 dv = 7 - 3v|_0^2 = 1.$$

□

Ví dụ 3

🔴 Tính các tích phân sau:

- a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f'(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $\int_1^2 f'(x) dx$.
- b) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$, $f(1) = 1$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 2$. Tính $f(4)$.
- c) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 3]$, $f(3) = 5$ và $\int_1^3 f'(x) dx = 6$. Tính $f(1)$.

📖 Lời giải.

- a) Ta có $\int_1^2 f'(x) dx = f(x)|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 1 = 1$.
- b) Ta có $2 = \int_1^4 f'(x) dx = f(x)|_1^4 = f(4) - f(1) = f(4) - 1 \Rightarrow f(4) = 3$.
- c) Ta có $6 = \int_1^3 f'(x) dx = f(x)|_1^3 = f(3) - f(1) = 5 - f(1) \Rightarrow f(1) = -1$.

□

Bài 1. Bài toán sử dụng tính chất $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$, $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

- a) Cho $\int_2^4 f(x) dx = 10$ và $\int_2^4 g(x) dx = 5$. Tính tích phân $\int_2^4 [3f(x) - 5g(x)] dx$.

📖 Lời giải.

.....

.....

.....

- b) Cho $\int_{-1}^5 f(x) dx = 5$, $\int_4^5 f(t) dt = -2$ và $\int_{-1}^4 g(u) du = \frac{1}{3}$. Tính $I = \int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$.

📖 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = a$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x) \cos^2 x - 5}{\cos^2 x} dx$ theo a .

 **Lời giải.**

d) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Bài toán sử dụng tính chất $\int_a^b f(x) dx = f(x)|_a^b = f(b) - f(a)$, $\int_a^b f''(x) dx = f'(x)|_a^b = f'(b) - f'(a), \dots$

a) Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm cấp hai trên đoạn $[1; 3]$, $f'(1) = 1$ và $f'(3) = m$.
Tìm m để $\int_1^3 f''(x) dx = 5$.

 **Lời giải.**

b) Biết $f(1) = 12$, $f'(x)$ là hàm số liên tục trên $[1; 4]$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Tính $f(4)$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Bài toán sử dụng tính chất $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$, $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

a) Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -2$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

 **Lời giải.**

b) Cho $\int_{-1}^4 f(x) dx = 10$ và $\int_4^6 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_6^{-1} f(x) dx$.

 **Lời giải.**

c) Cho $\int_3^6 f(x) dx = 7$. Tính tích phân $I = \int_3^6 [x^2 - f(x)] dx$.

 **Lời giải.**

d) Cho $\int_0^2 f(x) dx = 1$ và $\int_0^2 [e^x - f(x)] dx = e^a - b$. Tìm a, b .

 **Lời giải.**

Bài 4. Bài toán sử dụng tính chất $\int_a^b f(x) dx = f(x)|_a^b = f(b) - f(a)$, $\int_a^b f''(x) dx = f'(x)|_a^b = f'(b) - f'(a), \dots$

a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[-3; 5]$, $f(-3) = 1$ và $f(5) = 9$. Tính $\int_{-3}^5 4f'(x) dx$.

 **Lời giải.**

b) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 3 trên $[-3; 2]$, $f''(-3) = 4$ và $f''(2) = 6$. Tính giá trị của tích phân $\int_{-3}^2 f'''(x) dx$.

 **Lời giải.**

Bài 5. Tính các tích phân sau bằng phương pháp biến đổi hàm ẩn:

a) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x) dx = 2017$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

b) Cho $\int_0^4 f(x) dx = 16$. Tính $\int_0^2 f(2x) dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

c) Cho $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{2017} f(x) dx = 1$. Tính $\int_0^1 f(2017x) dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

d) Cho $\int_0^4 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^1 f(4x) dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

e) Biết $\int_1^3 f(3x - 1) dx = 20$. Tính $\int_2^8 f(x) dx$.

 **Lời giải.**

.....

- f) Cho $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $\int_1^2 f'(x) dx = 10$ và $\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln 2$. Biết rằng hàm số $f(x) > 0, \forall x \in [1; 2]$. Tính $f(2)$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Tính các tích phân bằng phương pháp đổi biến hàm ẩn:

- a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[1; 2]$, $f(2) = 2$ và $f(4) = 2018$. Tính $I = \int_1^2 f'(2x) dx$.

 **Lời giải.**

- b) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} [f(2x) - \sin x] dx$.

 **Lời giải.**

- c) Cho tích phân $\int_1^2 f(x) dx = a$. Hãy tính tích phân $I = \int_0^1 xf[x^2 + 1] dx$ theo a .

 **Lời giải.**

- d) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cdot \cos x dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$.

 **Lời giải.**

- e) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

 **Lời giải.**

- f) Cho $f(x)$ là hàm liên tục và $a > 0$. Giả sử rằng với mọi $x \in [0; a]$ ta có $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(a - x) = 1$. Tính $I = \int_0^a \frac{dx}{1 + f(x)}$.

 **Lời giải.**

Bài 7. Tính các tích phân sau bằng phương pháp tích phân từng phần của hàm ẩn:

- a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[1; 2]$ thỏa $f(1) = 0$, $f(2) = 2$ và $\int_1^2 f(x) dx = 1$. Tính

$$I = \int_1^2 x f'(x) dx.$$

 **Lời giải.**

- b) Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên $[1; 2]$, $F(2) = 1$ và $\int_1^2 F(x) dx = 5$. Tính

$$I = \int_1^2 (x - 1) f(x) dx.$$

 **Lời giải.**

- c) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x f'(2x) dx$.

 **Lời giải.**

- d) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $f(2) = 2$.

Tính tích phân $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x}) dx$.

 **Lời giải.**

- e) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa $\int_1^2 f'(x) \ln[f(x)] dx = 1$ và $f(1) = 1, f(2) > 1$. Tính $f(2)$.

 **Lời giải.**

- f) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx$.

 **Lời giải.**

- g) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai và liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn các điều kiện $\int_0^1 x^2 f''(x)dx = 12$ và $2f(1) - f'(1) = -2$. tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx$.

 **Lời giải.**

- h) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 x e^{f(x)} f'(x) dx = 8$ và $f(3) = \ln 3$. Tính $I = \int_0^3 e^{f(x)} dx$.

 **Lời giải.**

- i) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 4$, $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{223}{10}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x^2 f'(x) dx$.

 **Lời giải.**

- j) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x^3 f'(x) dx$.

 **Lời giải.**

- k) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[0; 3]$ thỏa mãn $f(3) = 2, \int_0^3 x^3 f(x) dx = \frac{5461}{120}$. Tính tích phân $I = \int_0^3 x^4 f'(x) dx$.

 **Lời giải.**

- l) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_a^b x f''(x) dx = 4, f'(a) = -2, f'(b) = 3$ với a, b là các số thực dương và $f(a) = f(b)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{4a^2}{3b+1} + \frac{9b^2}{2a+3}$.

 **Lời giải.**

[illegible]

Bài 8. a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa $f(1) = 0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$

và $\int_0^1 x^2 f(x) \, dx = \frac{1}{3} \cdot \text{Tính } \int_0^1 f(x) \, dx.$

 **Lời giải.**

[illegible]

b) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa $f(1) = 4$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 36$ và

$$\int_0^1 xf(x) dx = \frac{1}{5}. \text{ Tính tích phân } \int_0^1 f(x) dx.$$

 **Lời giải.**

c) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 9$

$$\text{và } \int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{1}{2}. \text{ Tích phân } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

 **Lời giải.**

d) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn

$$f(1) = 1, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{9}{5} \text{ và } \int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{2}{5}.$$

Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

 **Lời giải.**

e) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn

$$f(0) = 1, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{30}, \int_0^1 (2x - 1)f(x) dx = -\frac{1}{30}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

 **Lời giải.**

Bài 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và lẻ trên đoạn $[-a; a]$. Chứng minh rằng $I = \int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- a) Cho $f(x)$ là hàm số lẻ thỏa mãn $\int_{-2}^0 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

- b) Tính tích phân $I = \int_{-2017}^{2017} x^{2019} \sqrt{x^4 + 2018} dx$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

- c) Tính tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \sqrt{1 + x^{2018}} dx$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

d) Biết $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x} dx = \frac{\pi\sqrt{b}-\sqrt{a}}{4}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $T = ab$.

 **Lời giải.**

Bài 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và chẵn trên đoạn $[-a; a]$. Chứng minh rằng

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \quad (1) \quad \text{và} \quad \int_{-a}^a \frac{f(x)}{1+b^x} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a f(x) dx \quad (2)$$

Chứng minh

1. Ta đi chứng minh công thức (1): $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

$$\text{Ta có } I = \int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = A + B.$$

Xét $A = \int_{-a}^0 f(x) dx$. Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = -a \Rightarrow t = a. \\ x = 0 \Rightarrow t = 0. \end{cases}$

Do $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên $[-a; a]$ nên $f(-x) = f(x) \Rightarrow f(-t) = f(t)$.

$$\text{Khi đó: } A = - \int_a^0 f(-t) dt = \int_0^a f(-t) dt = \int_0^a f(-x) dx = \int_0^a f(x) dx = B.$$

Suy ra $A = B = \frac{1}{2}I$ nên $I = \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

2. Ta đi chứng minh công thức (2) : $\int_{-a}^a \frac{f(x)}{1+b^x} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a f(x) dx$ với $0 < b \neq 1$ và $a \in \mathbb{R}^+$.

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = -a \Rightarrow t = a \\ x = 0 \Rightarrow t = 0. \end{cases}$

Ta có

$$I = - \int_a^{-a} \frac{f(-t)}{1+b^{-t}} dt = \int_{-a}^a \frac{f(t)}{1+\frac{1}{b^t}} dt = \int_{-a}^a \frac{b^t \cdot f(t)}{1+b^t} dt = \int_{-a}^a \frac{b^x \cdot f(x)}{1+b^x} dx.$$

Cộng hai vế cho $I \Rightarrow 2I = \int_{-a}^a \frac{b^x \cdot f(x)}{1+b^x} dx + \int_{-a}^a \frac{f(x)}{1+b^x} dx = \int_{-a}^a \frac{(b^x + 1) f(x)}{1+b^x} dx = \int_{-a}^a f(x) dx$.

Suy ra $I = \frac{1}{2} \int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(x) dx$.

a) Cho hàm số $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $I = \int_0^a f(x) dx = 6$.

i) Tính $A = \int_{-3}^0 f(x) dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

ii) Tính $B = \int_{-1}^1 f(3x) dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

iii) Tính $C = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(3 \sin x) dx$

 **Lời giải.**

b) Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và

$\int_1^3 f(-2x) dx = 3$. Tính tích phân $\int_{-1}^6 f(x) dx$

 **Lời giải.**

c) Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$. Tính

tích phân $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{2^x + 1} dx$.

 **Lời giải.**

d) Tính tích phân $\int_{-3}^3 \frac{x^{2018}}{e^x + 1} dx$.

 **Lời giải.**

e) Tính tích $\int_{-1}^1 \frac{1}{(2018^x + 1)(x^2 - 4)} dx$

 **Lời giải.**

f) Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{2017^x + 1} dx$

 **Lời giải.**

g) Tính tích phân $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{6^x + 1} dx$

 **Lời giải.**

Bài 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Chứng minh rằng

a) Nếu $\int_a^b f(x) dx = k$ thì $\int_a^b f(a+b-x) dx = k$.

b) Nếu $f(a+b-x) = -f(x)$ thì $\int_a^b f(x) dx = 0$.

c) Nếu $f(a+b-x) = f(x)$ thì $\int_a^b xf(x) dx = \frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$

Chứng minh

a) Nếu $\int_a^b f(x) dx = k$ thì $\int_a^b f(a+b-x) dx = k$.

Đặt $t = a+b-x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận: $x = a \Rightarrow t = b$ và $x = b \Rightarrow t = a$.

Suy ra $\int_a^b f(a+b-x) dx = - \int_b^a f(t) dt = \int_a^b f(x) dx = k$.

b) Nếu $f(a+b-x) = -f(x)$ thì $\int_a^b f(x) dx = 0$.

Đặt $t = a+b-x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận: $x = a \Rightarrow t = b$ và $x = b \Rightarrow t = a$.

Suy ra $\int_a^b f(a+b-x) dx = - \int_b^a f(t) dt = \int_a^b f(x) dx$. Mà $f(a+b-x) = -f(x)$ nên ta có

$$\int_a^b f(a+b-x) dx = - \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx \Rightarrow \int_a^b f(x) dx = 0.$$

c) Nếu $f(a+b-x) = f(x)$ thì $\int_a^b xf(x) dx = \frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$.

Đặt $t = a+b-x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận: $x = a \Rightarrow t = b$ và $x = b \Rightarrow t = a$.

Khi đó $\int_a^b xf(x) dx = - \int_b^a (a+b-t) f(a+b-t) dt = \int_a^b (a+b-t) f(a+b-t) dt$

$$= \int_a^b (a+b-x) f(a+b-x) dx \stackrel{f(a+b-x)=f(x)}{=} (a+b) \int_a^b f(x) dx - \int_a^b xf(x) dx$$

Suy ra $2 \int_a^b xf(x) dx = (a+b) \int_a^b f(x) dx \Rightarrow \int_a^b xf(x) dx = \frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$.

a) Cho tích phân $\int_1^{2018} f(x) dx = 5$ trong đó $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2018]$. Tính

tích phân $I = \int_1^{2018} f(2019-x) dx$

 **Lời giải.**

- b) Cho tích phân $\int_{-1}^2 f(x) dx = 10$ trong đó $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 2]$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(1-x) dx$

 **Lời giải.**

- c) Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ thỏa mãn $\int_a^b f(x) dx = 7$. Tính $\int_a^b f(a+b-x) dx$.

 **Lời giải.**

- d) Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx = \frac{a}{b} \ln c$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $c > 0$. Tính $a + 9b - c$.

 **Lời giải.**

- e) Biết $\int_0^{\pi} x \cdot \sin^6 x \, dx = \frac{a \cdot \pi^6}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tìm phần nguyên của $a + 2\pi + 10b - c$.

 **Lời giải.**

- f) Biết $\int_0^{\pi} x f(\sin x) \, dx = 2\pi$. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} f(\sin x) \, dx$

 **Lời giải.**

- g) Biết $\int_0^{\pi} f(\sin x) \, dx = \frac{2}{3}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x f(\sin x) \, dx$

 **Lời giải.**

- h) Chứng minh rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^n x \, dx}{\sin^n x + \cos^n x} = \frac{\pi}{4}$ với $n \in \mathbb{R}^+$

 **Lời giải.**

i) Tính tích phân $\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{\sin x + 1}$.

 **Lời giải.**

Bài 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn: $mf(-x) + nf(x) = g(x)$ thì $\int_{-a}^a f(x) \, dx = \frac{1}{m+n} \int_{-a}^a g(x) \, dx$.

 **Hệ quả 2.1.** Nếu $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thì

$$\begin{aligned} 1) \quad & \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} x \cdot f(\sin x) \, dx = \frac{\pi}{2} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} f(\sin x) \, dx \\ 2) \quad & \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} x \cdot f(\cos x) \, dx = \pi \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} f(\cos x) \, dx \end{aligned}$$

a) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-x) + 2017f(x) = \cos x$. Tính tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx$.

 **Lời giải.**

- b) Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 5f(-x) = \frac{1}{4+x^2}$. Tính tích phân $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

 **Lời giải.**

c) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$

 **Lời giải.**

Bài 13. Cho tích phân $\int_a^{a+T} f(x) dx = k$ với $f(x)$ là hàm xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và tuần hoàn với chu kỳ T thì tích phân $\int_0^T f(x) dx = \int_a^{a+T} f(x) dx = k$.

Chứng minh

Ta có $I = \int_a^{a+T} f(x) dx = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^T f(x) dx + \int_T^{a+T} f(x) dx$.

Xét tích phân $J = \int_a^{a+T} f(x) dx$. Đặt $t = x - T$.

Đổi cận $\begin{cases} x = T \Rightarrow t = 0 \\ x = a + T \Rightarrow t = a. \end{cases}$

Khi đó: $J = \int_T^{a+T} f(x) dx = \int_0^a f(t+T) dt = \int_0^a f(t) dt = \int_0^a f(x) dx$

$\Rightarrow \int_a^{a+T} f(x) dx = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^T f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = \int_0^T f(x) dx = k$

Chú ý

Hàm số $f(x)$ có chu kỳ T thì $f(x+T) = f(x)$ với T là số nguyên dương nhỏ nhất

Dạng 2.7. Tích phân hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối $\int_a^b |f(x)| dx$

Phương pháp giải

Sử dụng tính chất của tích phân

$$\int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx$$

đến đây ta có 2 cách để phá dấu giá trị tuyệt đối

- **Cách 1.** Xét dấu biểu thức $f(x)$ để khử dấu giá trị tuyệt đối.
- **Cách 2.** Giải phương trình $f(x) = 0$ trên $(a; b)$. Giả sử trên khoảng $(a; b)$ phương trình có nghiệm $a < x_1 < x_2 < \dots < x_n < b$. Do hàm số $f(x)$ không đổi dấu trên mỗi khoảng $(x_i; x_{i+1})$ nên ta có

$$\begin{aligned} \int_a^b |f(x)| dx &= \int_a^{x_1} |f(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx + \dots + \int_{x_n}^b |f(x)| dx \\ &= \left| \int_a^{x_1} f(x) dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_n}^b f(x) dx \right| \end{aligned}$$

Ví dụ 1

 Tính các tích phân sau:

a) Tính tích phân $I = \int_0^2 |1 - x| dx$.

b) Tính tích phân $I = \int_0^2 |x^2 - x| dx$.

Lời giải.

a) Cách 1. Ta có $1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Và $1 - x \geq 0, \forall x \in (0; 1)$

$$\text{Do đó } I = \int_0^1 (1-x) dx + \int_1^2 (x-1) dx = \left(x - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x\right) \Big|_1^2 = 1.$$

Cách 2. phương trình $1-x=0 \Leftrightarrow x=1 \in (0;2)$, nên ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_0^2 |1-x| dx = \int_0^1 |1-x| dx + \int_1^2 |1-x| dx = \left| \int_0^1 (1-x) dx \right| + \left| \int_1^2 (1-x) dx \right| \\ &= \left| 1 - \frac{1}{2} \right| + \left| \frac{1}{2} - 1 \right| = 1 \end{aligned}$$

b) Ta có $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Do đó

$$\begin{aligned} I &= \int_0^2 |x^2 - x| dx = \int_0^1 |x^2 - x| dx + \int_1^2 |x^2 - x| dx \\ &= \left| \int_0^1 (x^2 - x) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^2 - x) dx \right| = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1 \end{aligned}$$

□

Bài 1.

a) Tính tích phân $I = \int_0^2 |x^2 - x| dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Tính tích phân $\int_0^3 |x^2 - 2x| dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

c) Tính tích phân $\int_0^4 |x^2 + 4x - 5| dx$

 **Lời giải.**

d) Tính tích phân $I = \int_0^3 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} dx$

 **Lời giải.**

e) Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} |\cos x| \sqrt{\sin x} dx$

 **Lời giải.**

f) Tính tích phân $I = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx$

 **Lời giải.**

g) Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} \, dx$

 **Lời giải.**

h) Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| \, dx$

 **Lời giải.**

i) Tính tích phân $I = \int_{-2}^2 |2x - |x + 1|| \, dx$

 **Lời giải.**

Dạng 2.8. Phương pháp đổi biến số

$$\int_a^b [f(x)] u'(x) dx = F[u(x)] \Big|_a^b = F[u(b)] - F[u(a)].$$

a) Biến đổi để chọn phép đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x)dx$.

b) Đổi cận $\begin{cases} x = b \Rightarrow t = u(b) \\ x = a \Rightarrow t = u(a) \end{cases}$.

c) Đưa về dạng $I = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) dt$ đơn giản hơn và dễ tính toán.

Dạng: $I = \int f(ax + b)^n x dx$

$I_1 = \int f(ax + b)^n x dx \rightarrow$ Đặt $t = ax + b \Rightarrow dt = adx$.

$I_2 = \int \left(\frac{x^n}{x^{n+1} + 1} \right)^m dx \rightarrow$ Đặt $t = x^{n+1} + 1 \Rightarrow dt = (n+1)x^n dx$.

$I_3 = \int f(ax^2 + b)^n x dx \rightarrow$ Đặt $t = ax^2 + b \Rightarrow dt = 2ax dx$.

Ví dụ 1

 Tính tích phân $I = \int_0^1 x(1-x)^{19} dx$.

Lời giải.

Đặt $t = 1 - x \Rightarrow x = 1 - t \Rightarrow dx = -dt$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = 1 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

Khi đó $I = - \int_1^0 (1-t)t^{19} dt = \int_0^1 (t^{19} - t^{20}) dt = \left(\frac{t^{20}}{20} - \frac{t^{21}}{21} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{20} - \frac{1}{21} = \frac{1}{420}$. $\square$

Ví dụ 2

 Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx$.

 Lời giải.

Đặt $t = 1 + x^2 \Rightarrow x^2 = t - 1 \Rightarrow 2x dx = dt \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$.

Khi đó $I = \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} x dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{t-1}{t} dt = \frac{1}{2} \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{t} \right) dt = \frac{1}{2} (t - \ln |t|) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2$. $\square$

Ví dụ 3

 Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}} dx$.

 Lời giải.

Ta có $I = \int_0^1 \left(\frac{7x-1}{2x+1} \right)^{99} \cdot \frac{1}{(2x+1)^2} dx$.

Đặt $t = \frac{7x-1}{2x+1} \Rightarrow dt = \frac{9}{(2x+1)^2} dx \Rightarrow \frac{1}{(2x+1)^2} dx = \frac{1}{9} dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = -1 \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$.

Khi đó $I = \frac{1}{9} \int_{-1}^2 t^{99} dt = \frac{1}{9} \cdot \frac{t^{100}}{100} \Big|_{-1}^2 = \frac{2^{100} - 1}{900}$. $\square$

Bài 1. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_1^2 x(1-x)^{50} dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{b) } I = \int_0^1 x (1 + x^2)^4 dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính các tích phân sau:

$$\text{a) } I = \int_0^1 \frac{x^5}{x^2 + 1} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{b) } I = \int_0^1 \frac{x^3}{(1 + x^2)^3} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính $I = \int_2^3 \frac{x^{2017}}{(x-1)^{2019}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 x^5 (1-x^3)^6 dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^1 (1+3x)(1+2x+3x^2)^{10} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 2 [x(1-x^2)]^5 dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_{-1}^0 x^2(x+1)^{15} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_0^1 x^2(1+x^3)^n dx, (\forall n \in \mathbb{N}^*)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_0^1 x(1-x^2)^n dx, (\forall n \in \mathbb{N}^*)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^3} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)^3} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_1^2 \frac{(x + 2)^{2017}}{x^{2019}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Tính $I = \int_1^2 \frac{x^{2001}}{(1+x^2)^{1002}} dx$

 **Lời giải.**

Dạng: $I = \int_a^b \sqrt[n]{f(x)} f'(x) dx \rightarrow$ Đặt $t = \sqrt[n]{f(x)} \Rightarrow t^n = f(x) \Rightarrow nt^{n-1} dt = f'(x) dx$.

Ví dụ 4

 Tính tích phân $I = \int_1^9 x \sqrt[3]{1-x} dx$.

 **Lời giải.**

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow t^3 = 1-x \Rightarrow \begin{cases} x = 1-t^3 \\ dx = -3t^2 dt. \end{cases}$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = 9 \Rightarrow t = -2. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = - \int_0^{-2} (1 - t^3) \cdot t \cdot 3t^2 dt = 3 \int_{-2}^0 (t^3 - t^6) dt = 3 \left(\frac{t^4}{4} - \frac{t^7}{7} \right) \Big|_{-2}^0 = -\frac{468}{7}.$$

□

Bài 9. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_{-1}^1 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^1 x\sqrt{1-x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^1 x\sqrt{2-x^2} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{c) } I = \int_1^3 x \sqrt[3]{x^2 - 1} \, dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{d) } I = \int_0^{\sqrt{7}} x \sqrt[3]{1 + x^2} \, dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{e) } I = \int_{-1}^0 (x - 1)^2 \sqrt{x + 1} \, dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{f) } I = \int_0^1 x^3 \sqrt{1 + x^2} \, dx$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

g) $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^5 \sqrt{1+x^2} \, dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

h) $I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^2+1}} \, dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

i) $I = \int_0^1 x^{15} \sqrt{1+3x^8} \, dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{x^2+4}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_{\sqrt{7}}^4 \frac{1}{x\sqrt{x^2+9}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x^3+1}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}} dx$

 **Lời giải.**

Bài 12. Tính $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3}+1}{x+2} dx$

 **Lời giải.**

Bài 13. Tính tích phân

a) $I = \int_0^6 \frac{2}{\sqrt{4x+1}+1} dx$

 **Lời giải.**

$$\text{b) } I = \int_0^4 \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{c) } I = \int_1^4 \frac{1}{x(1+\sqrt{x})} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{d) } I = \int_0^2 \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{2x}} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{e) } I = \int_1^4 \frac{e^{4\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{f) } I = \int_0^1 (x-1)^3 \sqrt{2x-x^2} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{g) } I = \int_1^2 \frac{x}{x + \sqrt{x^2 - 1}} dx$$

 **Lời giải.**

h) $I = \int_0^{\sqrt{5}} \frac{x^3}{x + \sqrt{x^2 + 4}} dx$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + \sqrt{x^4 + 1}} dx$

 **Lời giải.**

Dạng: Đổi biến biểu thức chứa $\ln$, e^x hoặc lượng giác trong dấu căn

Phương pháp giải: Đặt t là căn thức chứa lôgarit hoặc căn thức chứa mũ hoặc căn thức chứa lượng giác.

Ví dụ 5

🔴 Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$

🔵 Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + \ln x \Rightarrow \begin{cases} \ln x = t^2 - 1 \\ 2t dt = \frac{dx}{x} \end{cases}$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = e \Rightarrow t = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{(t^2 - 1) \cdot 2t}{t} dt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt = 2 \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big|_1^{\sqrt{2}} = 2 \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \sqrt{2} - \frac{1}{3} + 1 \right) = 2 \frac{2 - \sqrt{2}}{3} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{3}. \quad \square$$

Ví dụ 6

🔴 Tính tích phân $I = \int_1^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$

🔵 Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\ln x + 1} \Rightarrow t^2 = \ln x + 1 \Rightarrow \begin{cases} \ln x = t^2 - 1 \\ 2t dt = \frac{dx}{x} \end{cases}$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = e^3 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$$

$$I = \int_1^2 \frac{(t^2 - 1)^2 \cdot 2t}{t} dt = 2 \int_1^2 (t^4 - 2t^2 + 1) dt = 2 \left(\frac{t^5}{5} - 2\frac{t^3}{3} + t \right) \Big|_1^2 = \frac{76}{15}. \quad \square$$

Ví dụ 7

🔴 Tính tích phân $I = \int_0^2 \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} dx$

🔵 Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{3 \sin x + 1} \Rightarrow t^2 = 3 \sin x + 1 \Rightarrow 2t dt = 3 \cos x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2 \end{cases}$.

$$I = \int_1^2 t \cdot \frac{2}{3} t dt = \frac{2}{3} \left(\frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{14}{9}.$$

□

Ví dụ 8

🔴 Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx$

🔵 Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{e^x + 1} \Rightarrow t^2 = e^x + 1 \Rightarrow \begin{cases} e^x = t^2 - 1 \\ 2t dt = e^x dx \end{cases}$

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = \sqrt{2} \\ x = \ln 2 \Rightarrow t = \sqrt{3} \end{cases}$.

$$I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{(t^2 - 1) \cdot 2t}{t} dt = 2 \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} (t^2 - 1) dt = 2 \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = 2 \left(\frac{3\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

□

Bài 14. Tính tích phân

a) $I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt{1 + 3 \ln x}}{x} dx$

🔵 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{b) } I = \int_0^{\ln 2} e^x \sqrt{5 - e^x} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{c) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{1 + \cos x} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{d) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1 + 3 \cos x}} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 15. Tính tích phân

$$\text{a) } I = \int_1^{e\sqrt{e}} \frac{3 - 2 \ln x}{x \sqrt{1 + 2 \ln x}} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_1^e \frac{\ln^3 x}{x \sqrt{1 + 3 \ln^2 x}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt[3]{2 + \ln^2 x}}{x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_1^e \frac{1}{x \sqrt[3]{1 + \ln x}} dx$

 **Lời giải.**

$$\text{e) } I = \int_0^{\ln 6} \frac{1}{\sqrt{e^x + 3}} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{f) } I = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{g) } I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{e^x}{\sqrt{(e^x + 1)^3}} dx$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

h) $I = \int_0^1 \frac{5^{\frac{x}{2}}}{(5^x - 9) \sqrt{6 - 5^{1-x}}} dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

$$j) I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{4 \cos^2 x + 9 \sin^2 x}} dx$$

 **Lời giải.**

$$k) I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 + \sqrt{3 \sin x + 1}} dx$$

 **Lời giải.**

$$l) I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2 + 3 \tan x}}{1 + \cos 2x} dx$$

 **Lời giải.**

$$\text{m) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{b^2 \cos^2 x + c^2 \sin^2 x}} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng: Đổi biến biểu thức chứa hàm ln không nằm trong căn

$$I = \int_a^b f(\ln x) \frac{1}{x} dx$$

. Phương pháp giải:

$$\begin{cases} t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx \\ t = m + n \ln x \Rightarrow dt = \frac{n}{x} dx. \end{cases}$$

Ví dụ 9

 Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

 **Lời giải.**

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.

Đổi cận: $x = e \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 0$.

Khi đó $I = \int_0^1 t dt = \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^1 = \frac{1}{2}$. □

Ví dụ 10

 Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx$

 **Lời giải.**

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.

Đổi cận: $x = e \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 0$.

Khi đó $I = \int_0^1 (1+t^2) dt = \left(t + \frac{t^3}{3}\right) \Big|_0^1 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$ □

Bài 16. Tính các tích phân

a) $I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_1^e \frac{1 + 2 \ln x}{x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_1^e \frac{1 + \ln^4 x}{x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

e) $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(2 + \ln x)^2} dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

f) $I = \int_1^e \frac{\ln x - 2}{x \ln x + x} dx$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 17. Tính các tích phân

a) $I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x(1 + 2 \ln x)} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_1^e \frac{\ln x + 1}{x \ln x + 1} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_1^e \frac{1 + \ln x}{2 + x \ln x} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x \cdot \ln ex} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e) $I = \int_1^e \frac{2x + \ln x + 1}{x} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$f) I = \int_1^2 \frac{1 + x \ln x}{x^2} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$g) I = \int_1^e \frac{\sqrt{4 + \ln x}}{x} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$h) I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + 3 \ln x}}{x} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 18. Tính các tích phân

$$a) I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt{1 + \ln^2 x}}{x} dx.$$

 **Lời giải.**

[illegible]

$$\text{b) } I = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx.$$

 **Lời giải.**

[illegible]

c) $I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt[3]{2 + \ln^2 x}}{x} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

$$d) I = \int_1^e \frac{\ln^3 x - 2 \log_2 x}{x \sqrt{1 + 3 \ln^2 x}} dx.$$

 **Lời giải.**

$$e) I = \int_1^e \frac{\log_2^3 x}{x \sqrt{3 + \ln^2 x}} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{f) } I = \int_1^e \frac{xe^x + 1}{x(e^x + \ln x)} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{g) } I = \int_e^{e^2} \frac{(x^2 + 1) \ln x + 1}{x \ln x} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{h) } I = \int_1^{e^2} \frac{2 \ln x - 1}{x(8 \ln^2 x - 8 \ln x + 3)} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{i) } I = \int_2^5 \frac{\ln(\sqrt{x-1} + 1)}{x-1 + \sqrt{x-1}} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{j) } I = \int_0^1 \frac{\ln(3+x) - \ln(3-x)}{9-x^2} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng:

$$I = \int_a^b f(e^x) e^x dx.$$

Đặt $\begin{cases} t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx \\ t = m + ne^x \Rightarrow dt = ne^x dx. \end{cases}$

Ví dụ 11

🔴 Tính tích phân $I = \int_0^1 xe^{x^2} dx$.

🔵 Lời giải.

Đặt $t = e^{x^2} \Rightarrow dt = 2xe^{x^2} dx \Rightarrow xe^{x^2} dx = \frac{dt}{2}$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$ và $x = 1 \Rightarrow t = e$. Khi đó

$$I = \int_1^e \frac{dt}{2} = \frac{t}{2} \Big|_1^e = \frac{e-1}{2}.$$

□

Ví dụ 12

🔴 Tính $I = \int_0^2 (2x-1)e^{x-x^2} dx$.

🔵 Lời giải.

Đặt $t = e^{x-x^2} \Rightarrow dt = (1-2x)e^{x-x^2} dx$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$ và $x = 2 \Rightarrow t = e^{-2}$. Khi đó

$$I = \int_{e^{-2}}^1 dt = t \Big|_{e^{-2}}^1 = 1 - e^{-2}.$$

□

Bài 19. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_1^3 \frac{1}{e^x - 1} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_0^{\ln 3} \frac{1}{e^x + 2} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2e^x - 1}{e^x + 1} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

$$e) \quad I = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

Bài 20. Tính các tích phân

$$a) \quad I = \int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{1}{e^x + 2e^{-x} - 3} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

$$b) \quad I = \int_0^1 \frac{(1 + e^x)^3}{e^x} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

$$c) \quad I = \int_0^1 \frac{e^{-2x}}{1 + e^{-x}} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

$$d) I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

$$e) I = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Dạng:

$$\int_a^b f(\sin x) \cos x dx$$

Đặt $\begin{cases} t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx \\ t = m + n \sin x \Rightarrow dt = n \cos x dx. \end{cases}$

Ví dụ 13

 Tính $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cot x dx.$

 **Lời giải.**

— Ta có $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cot x dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x} dx.$

— Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx.$

— Có $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

— Khi đó $I = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dt}{t} = \ln |t| \Big|_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{2} \ln 2.$

□

Ví dụ 14

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$.

📖 Lời giải.

— Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x \, dx$.

— Có $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1. \end{cases}$

— Khi đó $I = \int_0^1 t^2 \, dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$.

□

Ví dụ 15

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3 \sin x) \cos x \, dx$.

📖 Lời giải.

— Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x \, dx$.

— Có $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1. \end{cases}$

— Khi đó $I = \int_0^1 (1 - 3t) \, dt = \left(t - \frac{3}{2}t^2 \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{2}$.

□

Bài 21. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3 x \, dx$.

📖 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{b) } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^5 x \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{c) } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos x} \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{d) } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^3 x} \, dx.$$

 **Lời giải.**

e) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin x)^2 \cos x \, dx.$

 **Lời giải.**

f) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2 \sin x)^3 \cos x \, dx$

 **Lời giải.**

g) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \sin^3 x \, dx.$

 **Lời giải.**

h) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 \, dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} \, dx.$

 **Lời giải.**

j) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{5 - 2 \sin x} \, dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 22. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \sin x} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2 \sin x - 3) \cos x}{2 \sin x + 1} dx.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

$$d) I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 + 2 \sin 2x} dx.$$

 **Lời giải.**

$$e) I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx.$$

 **Lời giải.**

$$f) I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{1 + \sin x} dx.$$

 **Lời giải.**

$$g) I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x (\sin^4 x + \cos^4 x) dx.$$

 **Lời giải.**

h) $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{6 - 5 \sin x + \sin^2 x} dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x) \cos x dx.$

 **Lời giải.**

j) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 x - 1) \cos^2 x dx.$

 **Lời giải.**

$$\text{k) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin x} \cos x \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{l) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{m) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 + \sqrt{3 \sin x + 1}} \, dx.$$

 **Lời giải.**

Dạng:

$$I = \int_a^b f(\cos x) \sin x \, dx.$$

Phương pháp giải: Đặt $\begin{cases} t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x \, dx. \\ t = m + n \cos x \Rightarrow dt = -n \sin x \, dx \end{cases}$.

Ví dụ 16

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \, dx$.

Lời giải.

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x} \, dx$.

Đặt $\cos x = t \Rightarrow -\sin x \, dx = dt$.

Đổi cận $x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{2}; x = 0 \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int_1^{\frac{1}{2}} -\frac{1}{t} \, dt = (-\ln |t|) \Big|_1^{\frac{1}{2}} = -\ln \frac{1}{2}$. □

Ví dụ 17

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \sin x \, dx$.

Lời giải.

Đặt $\cos x = t \Rightarrow -\sin x \, dx = dt$.

Đổi cận $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2}; x = 0 \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} -t^2 \, dt = \left(-\frac{t^3}{3}\right) \Big|_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{12}$. □

Ví dụ 18

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^4 x \, dx$.

Lời giải.

Đặt $\cos x = t \Rightarrow -\sin x \, dx = dt$.

Đổi cận $x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{2}; x = 0 \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int_1^{\frac{1}{2}} -t^4 \, dt = \left(-\frac{t^5}{5}\right) \Big|_1^{\frac{1}{2}} = \frac{31}{160}$. □

Bài 23. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^3 x \, dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^5 x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

d) $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

e) $I = \int_0^{\pi} \sin 2x \cos^2 x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

$$\text{f) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x (1 + \cos x)^2 dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{g) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{h) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \tan x dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{i) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx.$$

 **Lời giải.**

Bài 24. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{3 \cos^2 x + 1} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{4 - \cos^2 x} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx.$

 **Lời giải.**

[illegible]

f) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2}\right) \sin x \, dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos 2x + 3 \cos x + 2} dx$.

 **Lời giải.**

.....

h) Tính $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos 2x - \cos x} dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx.$

 **Lời giải.**

Dạng:

$$I = \int_a^b f(\tan x) \frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

Phương pháp giải: Đặt $t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x) dx.$

Tính $I = \int_a^b f(\cot x) \frac{1}{\sin^2 x} dx.$

Phương pháp giải: Đặt $t = \cot x \Rightarrow dt = -\frac{1}{\sin^2 x} dx = -(1 + \cot^2 x) dx.$

Ví dụ 19

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \tan x)^2}{\cos^2 x} dx$. loigiaiv $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \tan x)^2}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan x)^2 d(1 + \tan x) = \frac{1}{3}(1 + \tan x)^3 \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{7}{3}$.

Ví dụ 20

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2 + 3 \tan x}}{1 + \cos 2x} dx$.

🔵 Lời giải.

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2 + 3 \tan x}}{1 + \cos 2x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2 + 3 \tan x}}{2 \cos^2 x} dx$.

Đặt $\sqrt{2 + 3 \tan x} = t \Rightarrow 2 + 3 \tan x = t^2 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} dx = \frac{2}{3} t dt$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = \sqrt{2}$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \sqrt{5}$.

Khi đó $I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{t}{2} \cdot \frac{2}{3} t dt = \frac{1}{3} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} t^2 dt = \frac{1}{9} t^3 \Big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{9}$. □

Ví dụ 21

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x + e^{\tan x}) \sin x}{\cos^3 x} dx$.

🔵 Lời giải.

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x \sin x}{\cos^3 x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x} \sin x}{\cos^3 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$.

$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{-d(\cos x)}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} - 1$.

Tính $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$.

Đặt $\tan x = t \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} dx = dt$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I_2 = \int_0^1 t e^t dt = (t e^t - e^t) \Big|_0^1 = 1$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = \sqrt{2}$. □

Bài 25. Tính các tích phân

$$\text{a) } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^4 x}{\cos 2x} dx.$$

 **Lời giải.**

[illegible]

b) Tính $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}$.

 **Lời giải.**

[illegible]

Bài 26. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{5 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x + 3 \sin^2 x} dx.$

 **Lời giải.**

b) $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 1} dx.$

 **Lời giải.**

c) $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{2 \cos x + 5 \cos^2 x \sin x} dx.$

 **Lời giải.**

d) $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x (2 - \sin 2x)}{\cos^3 x} dx.$

 **Lời giải.**

Bài 27. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 x - 3}{\sin^2 x - \sin 2x - 3 \cos^2 x} dx$

 Lời giải.

b)
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{2 \sin x \cos^3 x + \cos^4 x} dx$$

 **Lời giải.**

c) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^4 x + 1}{\cos^4 x} dx$

 **Lời giải.**

d) $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x \sin^2 x} dx$

 **Lời giải.**

e) $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos x \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx$

 **Lời giải.**

f) $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin x \sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right)} dx$

 **Lời giải.**

$$g) \quad I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$$

 **Lời giải.**

Dạng:

$$I = \int_a^b f(\sin x \pm \cos x) dx$$

Phương pháp: Đặt $t = \sin x \pm \cos x \Rightarrow dt = (\cos x \pm \sin x) dx$

Ví dụ 22

 Tính các tích phân

$$a) \quad I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx.$$

$$b) \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x + 3} dx.$$

2

 **Lời giải.**

$$a) \quad \text{Đặt } t = \sin x + \cos x \Rightarrow dt = (\cos x - \sin x) dx$$

$$\text{Đổi cận } x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \sqrt{2}, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Khi đó } I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{t} dt = \ln |t|_1^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \ln 2.$$

b) Đặt $t = \sin x + \cos x + 3 \Rightarrow dt = -(\sin x - \cos x) dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 4, x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 3 + \sqrt{2}$

$$\text{Khi đó } I = \int_{3+\sqrt{2}}^4 \frac{1}{t} dt = \ln |t| \Big|_{3+\sqrt{2}}^4 = \ln \frac{4}{3+\sqrt{2}}.$$

□

Ví dụ 23

🔴 Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x + 2} dx.$

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{(\sin x - \cos x + 3)^3} dx.$

🔵 Lời giải.

a) Ta có $\frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x + 2} = \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}{\sin x + \cos x + 2}.$

Đặt $t = \sin x + \cos x + 2 \Rightarrow dt = (\cos x - \sin x) dx.$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 3, x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 2 + \sqrt{2}.$

$$\text{Khi đó } I = \int_3^{2+\sqrt{2}} \frac{t-2}{t} dt = (t - 2 \ln |t|) \Big|_3^{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 + 2 \ln \frac{3}{2+\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } I = \sqrt{2} - 1 + 2 \ln \frac{3}{2+\sqrt{2}}.$$

b) Ta có $\frac{\cos 2x}{(\sin x - \cos x + 3)^3} = \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}{(\sin x - \cos x + 3)^3}.$

Đặt $t = \sin x - \cos x + 3 \Rightarrow dt = (\cos x + \sin x) dx.$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 2, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 4.$

$$\text{Khi đó } I = - \int_2^4 \frac{t-3}{t^3} dt = - \int_2^4 \left(\frac{1}{t^2} - \frac{3}{t^3} \right) dt = - \left(-\frac{1}{t} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{t^2} \right) \Big|_2^4 = \frac{1}{32}.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{32}.$$

□

Ví dụ 24

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{(1 + \sin 2x) \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)} dx.$

🔵 Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{\cos 2x}{(1 + \sin 2x) \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\sin x + \cos x)}{(\sin x + \cos x)^2} = - \frac{\sqrt{2}}{\sin x + \cos x} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} - 1.$$

Vậy $I = \sqrt{2} - 1$. □

Bài 28. Tính các tích phân

a) $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{\sin x + \cos x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}(\sin x - \cos x)}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 29. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin 2x} dx$

 **Lời giải.**

Bài 30. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\sqrt{5 - 4 \sin x - \cos^2 x} + \cos x} dx$

 **Lời giải.**

Bài 31. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x(1 + \cos x) - \sin^2 x(1 + \sin x)}{\sin x + \cos x} dx$

 **Lời giải.**

b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{2 - \sqrt{1 + \sin x - \cos x}} dx$

 **Lời giải.**

[illegible]

Bài 32. Tính các tích phân

a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3 \cos 2x - \sin 4x}{2 - \sin x - \cos x} dx$

 Lời giải.

[illegible]

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4(\sin x + \cos x) - \cos 2x}{2(\sin x - \cos x - 1) - \sin 2x} dx$

 **Lời giải.**

Dạng:

$$\int_a^b f(\sin^2 x, \cos^2 x) \sin 2x dx$$

Phương pháp: Đặt $\begin{cases} t = \sin^2 x \Rightarrow dt = \sin 2x dx \\ t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx \end{cases}$

Ví dụ 25

🔴 Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$

📖 Lời giải.

Đặt $t = 1 + \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 2$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int_2^1 \frac{1}{t} dt = \ln |t| \Big|_2^1 = \ln 2$.

Vậy $I = \ln 2$. □

Ví dụ 26

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$

📖 Lời giải.

Đặt $t = \sin^2 x \Rightarrow dt = \sin 2x dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int_0^1 e^t dt = e^t \Big|_0^1 = e - 1$.

Vậy $I = e - 1$. □

Bài 33. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$

📖 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 34. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 35. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{4 \cos^2 x + 9 \sin^2 x}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 36. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{b^2 \cos^2 x + c^2 \sin^2 x}} dx$

 **Lời giải.**

Dạng:

$$I = \int_a^b f(\sqrt{a^2 - x^2}) x^{2n} dx$$

Phương pháp: Đặt $x = a \sin t \Rightarrow dx = a \cos t dt$.

Ví dụ 27

 Tính các tích phân

a) $I = \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$

b) $I = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$

c) $I = \int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

 **Lời giải.**

a) Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}.$$

Vậy $I = \frac{\pi}{4}$.

b) Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$.

Đổi cận $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}; x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{Khi đó } I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{c) Đặt } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

Khi đó

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \sin^2 t \cdot \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \sin^2 2t dt = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4t) dt = 2 \left(t - \frac{1}{4} \sin 4t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi$$

$$\text{Vậy } I = \pi.$$

□

Bài 37. Tính các tích phân

$$\text{a) } I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{b) } I = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{c) } I = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}} dx$$

 **Lời giải.**

.....

.....

Bài 38. Tính các tích phân

a) $I = \int_0^2 \sqrt{2x - x^2} \, dx$

 **Lời giải.**

b) $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{x - x^2} \, dx$

 **Lời giải.**

c) $I = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{3 + 2x - x^2}} \, dx$

 **Lời giải.**

Dạng:

$$I = \int_{\alpha}^{\beta} f\left(\left(\sqrt{x^2 + a^2}\right)^m\right) x^{2n} dx$$

Phương pháp giải: Đặt $x = a \tan t \Rightarrow dx = a(1 + \tan^2 t) dt$.

Ví dụ 28

🔴 Tính các tích phân sau

a) $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{3\sqrt{3}}{x^2+4} dx$

🔵 Lời giải.

a) Đặt $x = \tan t \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 t) dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$

$$x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \tan^2 t} \cdot (1 + \tan^2 t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}.$$

b) Đặt $x = 2 \tan t \Rightarrow dx = 2(1 + \tan^2 t) dt$.

Đổi cận: $x = 2\sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$

$$x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$$

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3\sqrt{3}}{4 + 4 \tan^2 t} \cdot 2(1 + \tan^2 t) dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3\sqrt{3}}{2} dt = \frac{3\sqrt{3}}{2} t \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{8}.$$

□

Bài 39. Tính các tích phân sau

a) $I = \int_2^4 \frac{1}{x^2 - 2x + 4} dx$

 **Lời giải.**

$$\text{b) } I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$$

 **Lời giải.**

c) $I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^8} dx$

 **Lời giải.**

d) $I = \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4}}$

 **Lời giải.**

Bài 40. Tính các tích phân sau

a) $I = \int_0^1 \sqrt{x^2 + 1} dx$

 **Lời giải.**

b) $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{3+x^2}}$

 **Lời giải.**

c) $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$

 **Lời giải.**

d) $I = \int_0^2 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} dx$

 **Lời giải.**

e) $I = \int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx$

 **Lời giải.**

Bài 41. Tính các tích phân sau

a) $I = \int_0^2 x^2 \sqrt{x^2 + 4} dx$

 **Lời giải.**

b) $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{\sqrt{3+x^2}} dx$

 **Lời giải.**

Dạng:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f\left(\sqrt{\frac{a \pm x}{a \mp x}}\right) dx; \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{(a + bx^n) \sqrt[n]{a + bx^n}};$$

Phương pháp giải:

a) $\int_{\alpha}^{\beta} f\left(\sqrt{\frac{a \pm x}{a \mp x}}\right) dx$ đặt $x = a \cos 2t$.

b) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{(a + bx^n) \sqrt[n]{a + bx^n}}$ đặt $x = \frac{1}{t}$.

c) $\int_{\alpha}^{\beta} R\left[\sqrt[s_1]{ax+b}, \dots, \sqrt[s_k]{ax+b}\right] dx$
đặt $t^n = ax + b$, với n là bội chung nhỏ nhất $\{s_1, s_2, \dots, s_k\}$.

d) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{\sqrt{(ax+b)(cx+d)}}$ đặt $t = \sqrt{ax+b} + \sqrt{cx+d}$

Ví dụ 29

🔴 Tính các tích phân sau

a) $I = \int_1^{64} \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} dx$

b) $I = \int_0^2 \sqrt{\frac{2-x}{x+2}} dx$

c) $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 3}} dx$

🔵 Lời giải.

a) Đặt $t = \sqrt[6]{x} \Rightarrow x = t^6 \Rightarrow dx = 6t^5 dt$. Với $x = 1 \Rightarrow t = 1$ và $x = 64 \Rightarrow t = 2$.

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 \frac{6t^5 dt}{t^3 + t^2} = \int_1^2 \frac{6t^3}{t+1} dt = 6 \int_1^2 \left(t^2 - t + 1 - \frac{1}{t+1} \right) dt \\ &= 6 \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} + t - \ln|t+1| \right) \Big|_1^2 \\ &= 11 + 6 \ln \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

 **Lời giải.**

[illegible]

c) $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} dx$

Lời giải.

This image shows a full page of yellow paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

.....

.....

.....

Bài 43. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} + 4\sqrt{x}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 44. Tính các tích phân sau

a) $I = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} dx$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^1 \sqrt{\frac{3-x}{1+x}} dx$

 **Lời giải.**

Dạng 2.9. Tích phân từng phần

🟡 **Định lý 2.1.** Nếu $u = u(x)$ và $v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$I = \int_a^b u(x)v'(x) \, dx = [u(x)v(x)]|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) \, dx \quad \text{hay} \quad I = \int_a^b u \, dv = uv|_a^b - \int_a^b v \, du.$$

Thực hành:

a) **Nhận dạng:** Tích hai hàm khác loại nhân nhau, chẳng hạn: mũ nhân lượng giác, ...

b) **Đặt:** $\begin{cases} u = \dots\dots\dots \xrightarrow{VP} du = \dots\dots\dots dx \\ dv = \dots\dots\dots dx \xrightarrow{NH} v = \dots\dots\dots \end{cases}$. Suy ra $I = \int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$.

c) **Thứ tự ưu tiên chọn u :** *loga - đa - lượng - mũ* và $dv =$ *phần còn lại*. Nghĩa là nếu có $\ln x$ hay $\log_a x$ thì chọn $u = \ln x$ hay $u = \log_a x = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x$ và $dv =$ còn lại. Nếu không có $\ln$, $\log$ thì chọn $u =$ đa thức và $dv =$ còn lại. Nếu không có $\log$, đa thức, ta chọn $u =$ lượng giác, ...

Chú ý

Bậc của đa thức và bậc của $\ln$ tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.

d) Dạng **mũ nhân lượng giác** là dạng nguyên hàm từng phần luân hồi.

Ví dụ 1

🔴 Tính $I = \int_0^1 (x-3)e^x dx$.

Lời giải.

Chọn $\begin{cases} u = x-3 \Rightarrow du = dx \\ dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x. \end{cases}$

Khi đó $I = (x-3)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = -2e + 3 - e^x \Big|_0^1 = 4 - 3e$. □

Ví dụ 2

🔴 Tính $I = \int_0^1 (x^2 + 2x)e^x dx$.

Lời giải.

Chọn $\begin{cases} u = x^2 + 2x \Rightarrow du = 2(x+1) dx \\ dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x. \end{cases}$

Khi đó $I = (x^2 + 2x)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 (x+1)e^x dx = 3e - 2 \int_0^1 (x+1)e^x dx = 3e - 2J$.

Tính J : Chọn $\begin{cases} u_1 = x + 1 \Rightarrow du_1 = dx \\ dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x. \end{cases}$

Khi đó $J = (x + 1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = 2e - 1 - e^x \Big|_0^1 = e$.

Vậy $I = 3e - 2e = e$. □

Ví dụ 3

 Tính $I = \int_0^{\pi} e^x \cos x dx$.

Lời giải.

Chọn $\begin{cases} u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx \\ dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x. \end{cases}$

Khi đó $I = e^x \cos x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \sin x e^x dx = -e^{\pi} - 1 + J$.

Tính J . Chọn $\begin{cases} u_1 = \sin x \Rightarrow du_1 = \cos x dx \\ dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x. \end{cases}$

Khi đó $J = \sin x e^x \Big|_0^{\pi} - I = -I$.

Vậy $I = -\frac{1}{2}(e^{\pi} + 1)$. □

Bài 1. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 x e^x dx$.

Lời giải.

.....

b) $I = \int_0^2 (2x - 1)e^x dx$.

Lời giải.

.....

$$c) I = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

$$d) I = \int_0^1 (4x - 1)e^{2x} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

$$e) I = \int_0^1 (x - 1)e^{2x} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

$$f) I = \int_1^3 xe^{-x} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

$$g) I = \int_0^2 (1 - 2x)e^{-x} dx.$$

 **Lời giải.**

.....

h) $I = \int_1^3 x^2 e^{-x} dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 5e^x \sin 2x dx.$

 **Lời giải.**

j) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \cos x \, dx.$

Lời giải.

k) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{3x} \sin 4x \, dx.$

 Lời giải.

$$1) \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos 2x \, dx.$$

 **Lời giải.**

m) $I = \int_0^1 \frac{3x+1}{e^{2x}} dx.$

 **Lời giải.**

Ví dụ 4

 Tính $I = \int_1^3 \ln x \, dx.$

 **Lời giải.**

Chọn $\begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = dx \Rightarrow v = x. \end{cases}$

Khi đó $I = x \ln x \Big|_1^3 - \int_1^3 dx = 3 \ln 3 - x \Big|_1^3 = 3 \ln 3 - 2.$ □

Ví dụ 5

 Tính $I = \int_1^e x^2 \ln x \, dx.$

 **Lời giải.**

Chọn $\begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = x^2 dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}. \end{cases}$

Khi đó $I = \frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{9} x^3 \Big|_1^e = \frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9}.$ $\square$

Ví dụ 6

 Tính $I = \int_1^e x \ln^2 x dx.$

Lời giải.

Chọn $\begin{cases} u = \ln^2 x \Rightarrow du = \frac{2}{x} \ln x dx \\ dv = x dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2}. \end{cases}$

Khi đó $I = \frac{x^2}{2} \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2}{2} - J.$

Tính J . Chọn $\begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = x dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2}. \end{cases}$

Khi đó $J = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}.$

Vậy $I = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow I = \frac{e^2}{4} - \frac{1}{4}.$ $\square$

Ví dụ 7

 Tính $I = \int_0^1 (2x - 1) \ln(x + 1) dx.$

Lời giải.

Chọn $\begin{cases} u = \ln(x + 1) \Rightarrow du = \frac{1}{x + 1} dx \\ dv = (2x - 1) dx \Rightarrow v = x^2 - x. \end{cases}$

Khi đó $I = (x^2 - x) \ln(x + 1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2 - x}{x + 1} dx = - \int_0^1 \left(x - 2 + \frac{2}{x + 1} \right) dx = - \left(\frac{x^2}{2} - 2x + 2 \ln |x + 1| \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} - \ln 4.$ $\square$

Ví dụ 8

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + 2 \cos x)}{\cos^2 x} dx$.

📖 Lời giải.

Với mọi $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$, ta có

$$\frac{\ln(\sin x + 2 \cos x)}{\cos^2 x} = \frac{\ln[\cos x(\tan x + 2)]}{\cos^2 x} = \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} + \frac{\ln(\tan x + 2)}{\cos^2 x}.$$

Tính $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$.

Chọn $\begin{cases} u = \ln \cos x \Rightarrow du = \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) dx \\ dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \Rightarrow v = \tan x. \end{cases}$

Khi đó

$$\begin{aligned} I_1 &= \tan x \ln \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx \\ &= \ln \frac{\sqrt{2}}{2} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx \\ &= \ln \frac{\sqrt{2}}{2} + (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \ln \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\pi}{4}. \end{aligned}$$

Tính $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\tan x + 2)}{\cos^2 x} dx$.

Chọn $\begin{cases} u = \ln(\tan x + 2) \Rightarrow du = \frac{1}{\tan x + 2} d(\tan x) \\ dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \Rightarrow v = \tan x. \end{cases}$

Khi đó

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \tan x \ln(\tan x + 2) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\tan x + 2} d(\tan x) \\
 &= \ln 3 - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1 - \frac{2}{\tan x + 2}\right) d(\tan x) \\
 &= \ln 3 - (\tan x - 2 \ln |\tan x + 2|) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\
 &= 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1.
 \end{aligned}$$

Vậy $I = I_1 + I_2 = \ln \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\pi}{4} + 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1 = \ln \frac{27\sqrt{2}}{8} - \frac{\pi}{4}$. □

Bài 2. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_1^2 x \ln x \, dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_1^2 (2x - 1) \ln x \, dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_1^e (1 + x) \ln x \, dx$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{d) } I = \int_1^e (x+2) \ln x \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{e) } I = \int_1^e x(\ln x + 1) \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{f) } I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} \, dx.$$

 **Lời giải.**

g) $I = \int_1^2 \frac{\ln(xe^x)}{(x+2)^2} dx.$

 **Lời giải.**

h) $I = \int_1^e 2x(1 - \ln x) dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_e^{e^2} (1 + \ln x)x dx.$

 **Lời giải.**

$$j) I = \int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} dx.$$

 **Lời giải.**

$$k) I = \int_2^3 2x \ln(x-1) dx.$$

 **Lời giải.**

$$l) I = \int_{-1}^1 (4x-5) \ln(2x+3) dx.$$

 **Lời giải.**

m) $I = \int_0^1 x \ln(2 + x^2) dx.$

 **Lời giải.**

n) $I = \int_0^1 (x - 5) \ln(2x + 1) dx.$

 **Lời giải.**

o) $I = \int_0^{\ln 2} e^x \ln(e^x + 1) dx.$



This image shows a full page of yellow paper with horizontal dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

p) $I = \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{(x+2)^2} dx.$

[illegible]

q) $I = \int_2^3 \ln[2 + x(x^2 - 3)] \, dx.$



.....

.....

.....

.....

.....

r) $I = \int_0^1 \frac{\ln(4x^2 + 8x + 3)}{(x+1)^3} dx.$

 **Lời giải.**

s) $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\log(3 \sin x + \cos x)}{\sin^2 x} dx.$

 **Lời giải.**

Handwriting practice area with 30 horizontal dotted lines on a yellow background.

Ví dụ 9

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1) \cos 2x \, dx$.

🔵 Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x - 1 \\ dv = \cos 2x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 \, dx \\ v = \frac{\sin 2x}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } I = \frac{(2x - 1) \sin 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, dx = \frac{\cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -1. \quad \square$$

Ví dụ 10

🔴 Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} (1 + xe^{-2x} \cos x) \, dx$.

🔵 Lời giải.

$$\text{Có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} (1 + xe^{-2x} \cos x) \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx = \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + J = \frac{e^{\pi} - 1}{2} + J.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } J = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{e^{\pi} - 1}{2} + \frac{\pi}{2} - 1 = \frac{e^{\pi} - 3}{2} + \frac{\pi}{2}. \quad \square$$

Ví dụ 11

🔴 Tính $I = \int_1^2 (2x^3 + \ln x) x \, dx$.

🔵 Lời giải.

Có $I = \int_1^2 2x^4 \, dx + \int_1^2 x \ln x \, dx = I_1 + I_2$.

$+ I_1 = \frac{2x^5}{5} \Big|_1^2 = \frac{62}{5}$.

$+ I_2 = \int_1^2 x \ln x \, dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \, dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

Suy ra $I_2 = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{x}{2} \, dx = 2 \ln 2 - \frac{x^2}{4} \Big|_1^2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$.

Vậy $I = 2 \ln 2 + \frac{233}{20}$. □

Ví dụ 12

🔴 Tính $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\log_2 (3 \sin x + \cos x)}{\sin^2 x} \, dx$.

🔵 Lời giải.

Có $I = \frac{1}{\ln 2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln (3 \sin x + \cos x)}{\sin^2 x} \, dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln (3 \sin x + \cos x) \\ dv = \frac{1}{\sin^2 x} \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{3 \cos x - \sin x}{3 \sin x + \cos x} \, dx \\ v = -\cot x \end{cases}$

Suy ra $\ln 2 \cdot I = -\cot x \cdot \ln (3 \sin x + \cos x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} + J = \ln 2 \sqrt{2} + J$.

Với $J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 \cos^2 x - \sin x \cos x}{3 \sin^2 x + \sin x \cos x} \, dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{3 \sin^2 x + \sin x \cos x} \, dx - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{3 \sin^2 x + \sin x \cos x} \, dx$
 $= -3 \ln |3 + \cot x| \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{4} = 3 \ln \frac{4}{3} - \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{\ln 2} \left(\ln 2\sqrt{2} + 3 \ln \frac{4}{3} - \frac{\pi}{4} \right).$$

□

Bài 3. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2x \cos x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 1) \sin 2x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 2) \cos x \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

$$\text{e) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \cos x \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{f) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \sin x \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{g) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \sin x \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{h) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x \, dx.$$

 **Lời giải.**

Bài 4. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (3 - 2x) \sin 2x \, dx.$

 **Lời giải.**

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3x \cos x \, dx.$

 **Lời giải.**

c) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x \, dx.$

 **Lời giải.**

d) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx.$

 **Lời giải.**

e) $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (x + 2 \cos^2 x) x \, dx.$

 **Lời giải.**

f) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx.$

 **Lời giải.**

g) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + 1) \sin x dx.$

 **Lời giải.**

h) $I = \int_0^{\pi} x(x - \sin x) \, dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos 3x) x \, dx.$

 **Lời giải.**

j) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1 + \sin 2x) \, dx.$

 **Lời giải.**

k) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x (x - 2 \sin x) \, dx.$

 **Lời giải.**

l) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2 \, dx.$

 **Lời giải.**

$$\text{m) } I = \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos \sqrt{x} \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{n) } I = \int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} \, dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{o) } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \ln(1 + \cos x) \, dx.$$

 Lời giải.

This image shows a full page of yellow paper with horizontal dotted lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no text or other markings on the page.

p) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \ln (1 + \cos^2 x) \, dx.$

 Lời giải.

[illegible]

Bài 5. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 (1-x) (2 + e^{2x}) \, dx.$

 **Lời giải.**

.....

b) $I = \int_0^{\pi} x(x - \sin x) \, dx.$

 **Lời giải.**

c) $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} \, dx.$

 **Lời giải.**

d) $I = \int_1^2 \frac{1 + x^2 e^x}{x} dx.$

 **Lời giải.**

e) $I = \int_0^1 \frac{e^x + x}{e^x} dx.$

 **Lời giải.**

f) $I = \int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} dx.$

 **Lời giải.**

g) $I = \int_0^1 x \left(e^x + \frac{2}{x+1} \right) dx.$

 **Lời giải.**

h) $I = \int_0^1 (e^x + \sqrt{3x^2 + 1}) x \, dx.$

 **Lời giải.**

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^2 x) \sin x \, dx.$

 **Lời giải.**

j) $I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x} \right) \ln x \, dx.$

 **Lời giải.**

k) $I = \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx.$

 **Lời giải.**

l) $I = \int_0^1 x^5 e^{x^3} dx.$

 **Lời giải.**

$$\text{m) } I = \int_0^1 (8x^3 - 2x) e^{x^2} dx.$$

 **Lời giải.**

$$\text{n) } I = \int_0^1 \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx.$$

 **Lời giải.**

o) $I = \int_0^{\frac{\pi^3}{27}} \sin \sqrt[3]{x} \, dx.$

 **Lời giải.**

p) $I = \int_{1-\frac{\pi^2}{4}}^1 \cos \sqrt{1-x} \, dx.$

 Lời giải.

q) $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \ln(\sin x)}{\sin^2 x} dx.$

 Lời giải.

$$\text{r) } I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\ln(\tan x)}{\cos^2 x} dx.$$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Mức độ nhận biết

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 7, \int_3^{10} f(x) dx = 8, \int_3^6 f(x) dx =$

9. Giá trị của $I = \int_0^{10} f(x) dx$ bằng

- A. $I = 5.$ B. $I = 6.$ C. $I = 7.$ D. $I = 8.$

Câu 2. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int_a^a k f(x) dx = 0.$
- B. $\int_a^b x f(x) dx = x \int_a^b f(x) dx.$
- C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$
- D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

Câu 3. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x dx$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < I < \frac{1}{3}.$ B. $\frac{1}{3} < I < \frac{1}{2}.$ C. $\frac{1}{2} < I < \frac{2}{3}.$ D. $\frac{2}{3} < I < 1.$

Câu 4. Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} (e^{4x} + 1) dx$.

- A. $I = \frac{15}{4} + \ln 2$. B. $I = 4 + \ln 2$. C. $I = \frac{17}{4} + \ln 2$. D. $I = \frac{15}{2} + \ln 2$.

Câu 5. Biết $\int_2^5 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 g(x) dx = 9$. Tích phân $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 10. B. 3. C. 6. D. 12.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}$. C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$.

Câu 7. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. 61. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{61}{9}$. D. 4.

Câu 8. Giả sử $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số bất kỳ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = 0$. B. $\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x)g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx + \int_a^b g(x) dx = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1$, $F(2) = 4$.

- A. $I = 6$. B. $I = 10$. C. $I = 3$. D. $I = 9$.

Câu 10. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx = \int_a^b |f(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx$.
B. $\int_a^b (f(x) \cdot g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.
C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
D. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx = \left| \int_a^b [f(x) + g(x)] dx \right|$.

Câu 11. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ và h, k là các hằng số. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b [hf(x) - kg(x)] dx = h \int_a^b f(x) dx - k \int_a^b g(x) dx$.
B. $\int_b^a [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

$$\text{C. } \int_a^b [h + kf(x)] dx = h + k \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{D. } \int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = f(x) \int_a^b g(x) dx.$$

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$.

Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 3$. D. $I = \frac{7}{2}$.

Câu 13. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. B. $\log \frac{5}{3}$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 14. Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$, $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx =$

6. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 9. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 15. Cho $a < b < c$, $\int_a^b f(x) dx = 12$, $\int_c^b f(x) dx = 4$. Khi đó giá trị của $\int_a^c f(x) dx$ là

- A. 3. B. 4. C. 16. D. 8.

Câu 16. Tính tích phân $\int_0^\pi \sin 3x dx$.

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 3$. D. $I = \frac{7}{2}$.

Câu 18. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

- A. $I = 5$. B. $I = -3$. C. $I = 3$. D. $I = -5$.

Câu 19. Tích phân $I = \int_0^{2019} 2^x dx$ bằng

- A. $2^{2019} - 1$. B. $\frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$. C. $\frac{2^{2019}}{\ln 2}$. D. 2^{2019} .

Câu 20. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -1$. Giá trị của $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng

- A. 12. B. 0. C. 8. D. 10.

Câu 21. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$, khi đó $\int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 8. D. 1.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, ($a < b$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx.$

Câu 23. Cho các hằng số a, b, k ($k \neq 0$) và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx \neq \int_a^b f(t) dt.$

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1$, $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Tính $I =$

$\int_0^3 f(x) dx.$

A. $I = 5.$

B. $I = -3.$

C. $I = 3.$

D. $P = 4.$

Câu 25. Giá trị của $\int_0^1 (2019x^{2018} - 1) dx$ bằng

A. 0.

B. $2^{2017} + 1.$

C. $2^{2017} - 1.$

D. 1.

Câu 26. Cho $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3$ và $\int_0^3 f(x) dx = 3$. Tích phân $\int_{-1}^3 f(x) dx$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Câu 27. Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

A. $\ln 2 - 1.$

B. $-\ln 2.$

C. $\ln 2.$

D. $1 - \ln 2.$

Câu 28. Tích phân $I = \int_0^2 dx$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 29. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{\pi}{2}.$

D. $\pi.$

Câu 30. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$. Tính giá trị của tích phân $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx.$

A. $L = 4.$

B. $L = -1.$

C. $L = -4.$

D. $L = 1.$

Câu 31. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 32. Giá trị tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$ bằng

- A. $\log 2$. B. $\ln 2$. C. 1. D. $-\ln 2$.

Câu 33. Tính $I = \int_0^1 (3x^2 - 2x + 3) dx$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 34. Khẳng định nào trong các khẳng định sau **đúng** với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b là các số bất kì thuộc K ?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

B. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

C. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}$.

D. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x) dx = 9$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -6$. B. $F(9) = 6$. C. $F(9) = 12$. D. $F(9) = -12$.

Câu 36. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ bằng

- A. $\log 2$. B. 1. C. $\ln 2$. D. $-\ln 2$.

Câu 37. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^a kf(x) dx = 0$.

B. $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

Câu 38. Cho $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2018x^2 - 3x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + 2b + 4c$.

- A. $T = 1011$. B. $T = -3035$. C. $T = 1007$. D. $T = -5053$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(1) - f(0) = 2$. Tích phân

$$I = \int_0^1 [f'(x) - e^x] dx \text{ bằng}$$

- A. $1 - e$. B. $1 + e$. C. $3 - e$. D. $3 + e$.

Câu 40. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 2g(x) dx = 8$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 18. D. 0.

Câu 41. Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx = 32$. Tính tích phân $J = \int_0^2 f(2x) dx$.

- A. 32. B. 64. C. 8. D. 16.

Câu 42. Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

- A. $J = 6$. B. $J = 2$. C. $J = 8$. D. $J = 4$.

Câu 43. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 16. B. -18. C. 24. D. 10.

Câu 44. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2 \ln 2$. B. $\frac{2}{3} \ln 2$. C. $\ln 2$. D. $\frac{1}{3} \ln 2$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9$, $\int_4^{12} f(x) dx = 3$ và $\int_4^8 f(x) dx = 5$.

Tính $\int_1^{12} f(x) dx$.

- A. $I = 17$. B. $I = 1$. C. $I = 11$. D. $I = 7$.

Câu 46. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$, khi đó $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 9. D. 18.

Câu 47. Giả sử $f(x)$ là một hàm số bất kì liên tục trên khoảng $(\alpha; \beta)$ và $a, b, c, b+c \in (\alpha; \beta)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx - \int_a^c f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx + \int_{b+c}^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$.

Câu 48. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^4 f(x) dx = -1$. Tích phân $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

- A. -3. B. 3. C. 1. D. -1.

Câu 49. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 16. B. 10. C. 24. D. -18.

Câu 50. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$, khi đó $\int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 5. B. 4. C. 8. D. 1.

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^a f(x) dx = 0$. B. $\int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.
- C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$. D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Câu 52. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -2$, giá trị của $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

A. 7. B. -1. C. 5. D. 1.

Câu 53. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^3 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $I = -6$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = -4$.

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $\int f(x) dx = F(x) + C$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $\int_a^b f(x) dx = b - a$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.
- C. $\int_a^b f(x) dx = a - b$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Câu 55. Giá trị của $\int_0^1 (2019x^{2018} - 1) dx$ bằng

- A. 0. B. $2^{2017} + 1$. C. $2^{2017} - 1$. D. 1.

Câu 56. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{2x-1} dx$.

- A. $I = \ln 3 - 1$. B. $I = \ln \sqrt{3}$. C. $I = \ln 2 + 1$. D. $I = \ln 2 - 1$.

Câu 57. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 58. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và các hằng số $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
- C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx \neq \int_a^b f(t) dt$.

Câu 59. Cho hai số thực a, b tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

$$\text{A. } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

$$\text{C. } \int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a).$$

$$\text{B. } \int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$$

$$\text{D. } \int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a).$$

Câu 60. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b \pi |f(x)| dx. \quad \text{B. } S = \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{C. } S = \int_a^b f(x) dx. \quad \text{D. } S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

$$\text{A. } 3. \quad \text{B. } -3. \quad \text{C. } 10. \quad \text{D. } 7.$$

Câu 62. Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

$$\text{A. } \int_0^1 f(x) dx = -3. \quad \text{B. } \int_0^1 f(x) dx = 7. \quad \text{C. } \int_0^1 f(x) dx = 1. \quad \text{D. } \int_0^1 f(x) dx = 3.$$

Câu 63. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 1, f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f'(x) dx = 9$. Giá trị của $f(3)$ là

$$\text{A. } 6. \quad \text{B. } 3. \quad \text{C. } 10. \quad \text{D. } 9.$$

Câu 64. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng

$$\text{A. } I = 2 \ln 2. \quad \text{B. } I = 2 \ln 3. \quad \text{C. } I = \ln 2. \quad \text{D. } I = \ln 3.$$

Câu 65. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Giá trị của $z_1 + z_2$ bằng

$$\text{A. } i. \quad \text{B. } -1. \quad \text{C. } 1. \quad \text{D. } -i.$$

Câu 66. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1, \int_2^3 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

$$\text{A. } I = 5. \quad \text{B. } I = -3. \quad \text{C. } I = 3. \quad \text{D. } I = 4.$$

Câu 67. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x) dx = 9, \int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính giá trị của $I = \int_0^4 f(x) dx$.

$$\text{A. } I = 5. \quad \text{B. } I = 36. \quad \text{C. } I = \frac{9}{4}. \quad \text{D. } I = 13.$$

Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ thì tích phân $\int_0^3 [x - 3f(x)] dx$ có giá trị bằng

- A. -3 . B. 3 . C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 69. Cho $\int_1^5 f(x) dx = 6$ và $\int_1^5 g(x) dx = 8$. Giá trị của $\int_1^5 [4f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 16 . B. 14 . C. 12 . D. 10 .

Câu 70. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = -5$; $\int_{-1}^5 [3f(x) - 5g(x)] dx = 1$

21. Tính $\int_{-1}^5 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. -5 . B. 1 . C. 5 . D. -1 .

Câu 71. Kết quả của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ bằng

- A. $I = 1$. B. $I = -2$. C. $I = 0$. D. $I = -1$.

Câu 72. Cho các số thực a, b ($a < b$). Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thì

- A. $\int_a^b f(x) dx = f'(a) - f'(b)$. B. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.
C. $\int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b)$. D. $\int_a^b f(x) dx = f'(b) - f'(a)$.

Câu 73. Cho $\int_1^5 h(x) dx = 4$ và $\int_1^7 h(x) dx = 10$, khi đó $\int_5^7 h(x) dx$ bằng

- A. 7 . B. 2 . C. 6 . D. 5 .

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

Câu 75. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 g(x) dx = 4$, khi đó $\int_1^3 [4f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 16 . B. 8 . C. 11 . D. 19 .

Câu 76. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$ và $\int_{-1}^1 g(x) dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_1^{-1} [2f(x) - 5g(x)] dx$.

- A. $I = -7$. B. $I = 7$. C. $I = -14$. D. $I = 14$.

Câu 77. Biết $\int_{2018}^{2019} f(x) dx = -2$, $\int_{2018}^{2019} g(x) dx = 6$. Tích phân $\int_{2018}^{2019} [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 10 . B. -2 . C. 22 . D. -10 .

Câu 78. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $a < c < b$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$

B. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với k là hằng số.

C. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Câu 79. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 9$, $\int_1^3 g(x) dx = -5$. Tính $K = \int_1^3 [2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. $K = 3.$

B. $K = 33.$

C. $K = 4.$

D. $K = 14.$

Câu 80. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a).$

D. $\int_a^b f(x) dx = F'(b) - F'(a).$

Câu 81. Tính $I = \int_1^3 (4x^3 + 3x) dx$.

A. $I = 92.$

B. $I = 68.$

C. $I = -68.$

D. $I = -92.$

Câu 82. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, $f(1) = 15$, $f(4) = 8$. Tính $\int_1^4 f'(x) dx$

A. $\int_1^4 f'(x) dx = 7.$

B. $\int_1^4 f'(x) dx = 3.$

C. $\int_1^4 f'(x) dx = 23.$

D. $\int_1^4 f'(x) dx = -7.$

Câu 83. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x+2}$ bằng

A. $\frac{16}{225}.$

B. $\log \frac{4}{3}.$

C. $\frac{2}{15}.$

D. $\ln \frac{4}{3}.$

Câu 84. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$. Tính giá trị của tích phân $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$.

A. $L = 4.$

B. $L = -1.$

C. $L = -4.$

D. $L = 1.$

Câu 85. Tích phân $\int_0^2 (x^2 - 3x) dx$ bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. $-\frac{10}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. 12.

Câu 86. Tính tích phân $\int_0^1 x(x+1) dx$.

- A. $\frac{5}{6}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 87. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 6$, $\int_0^1 (2x-2)f'(x) dx = 6$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ có giá trị bằng

- A. -3. B. -9. C. 3. D. 6.

Câu 88. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Tính

$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

- A. $I = 36$. B. $I = 4$. C. $I = 12$. D. $I = 8$.

Câu 89. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$ và $f(0) = -1$, biết $\int_0^2 f'(x) dx = 5$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 2$. B. $f(2) = 6$. C. $f(2) = 4$. D. $f(2) = 5$.

Câu 90. Giả sử tích phân $I = \int_1^6 \frac{1}{2x+1} dx = \ln M$, tìm M .

- A. $M = 4, 33$. B. $M = 13$. C. $M = \frac{13}{3}$. D. $M = \sqrt{\frac{13}{3}}$.

Câu 91. Cho biết $\int_2^5 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 g(t) dt = 9$. Tính $\int_2^5 [f(x) - 2g(x)] dx$.

- A. -6. B. -15. C. 12. D. 21.

Câu 92. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.

- A. $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.
- B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
- C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b)$.
- D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Câu 93. Tích phân $\int_0^1 e^x dx$ bằng

- A. e. B. $e + 1$. C. 1. D. $e - 1$.

Câu 94. Tính $I = \int_0^{2018} e^x dx$.

- A. $I = e^{2018} - 1$. B. $I = e^{2019} - 1$. C. $I = e^{2019}$. D. $I = e^{2018}$.

Câu 95. Tính $I = \int_0^2 2018 dx$.

- A. 4036. B. 2018. C. 0. D. 4026.

Câu 96. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.
 B. $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.
 C. $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
 D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

Câu 97. Tính tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x+1}$.

- A. $\ln \frac{3}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\log \frac{3}{2}$. D. $\ln 6$.

Câu 98. Tích phân $\int_4^8 \frac{dx}{x+1}$ bằng

- A. $\ln 9 - \ln 5$. B. $\ln 5 - \ln 9$. C. 4. D. $\frac{1}{81} - \frac{1}{25}$.

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Diện tích S của D được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 100. Tích phân $I = \int_0^1 e^{2x} dx$ bằng

- A. $I = 2(e^2 - 1)$. B. $I = \frac{e^2}{2}$. C. $I = \frac{e^2 - 1}{2}$. D. $I = e^2 - 1$.

Câu 101. Tính tích phân $\int_0^2 e^{2x} dx$.

- A. $\frac{1}{2}e^3 - \frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}e^5 - \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}$. D. $e^4 - 1$.

Câu 102. Giá trị tích phân $\int_0^1 \frac{x+4}{x+3} dx$ bằng

A. $\ln \frac{5}{3}$.

B. $1 + \ln \frac{4}{3}$.

C. $\ln \frac{3}{5}$.

D. $1 - \ln \frac{3}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. A	5. D	6. D	7. B	8. C	9. A	10. C
11. A	12. A	13. C	14. B	15. C	16. B	17. A	18. D	19. B	20. D
21. C	22. B	23. D	24. A	25. A	26. B	27. C	28. D	29. B	30. D
31. B	32. B	33. C	34. A	35. C	36. C	37. B	38. B	39. C	40. B
41. D	42. B	43. C	44. B	45. D	46. C	47. B	48. C	49. C	50. C
51. B	52. B	53. D	54. D	55. A	56. B	57. A	58. D	59. A	60. B
61. A	62. D	63. C	64. D	65. B	66. A	67. D	68. D	69. A	70. D
71. A	72. B	73. C	74. B	75. B	76. B	77. D	78. C	79. B	80. B
81. A	82. D	83. D	84. D	85. B	86. A	87. C	88. D	89. C	90. D
91. B	92. A	93. D	94. A	95. A	96. B	97. A	98. A	99. B	100. C
101. C	102. B								

2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Tính tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$.

A. $2 \ln 5$.

B. $\frac{1}{2} \ln 5$.

C. $\ln 5$.

D. $4 \ln 5$.

Câu 2. Cho tích phân $\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \cos 2x \cos 4x dx = a + b\sqrt{3}$, trong đó a, b là các hằng số hữu tỉ. Tính $e^a + \log_2 |b|$.

A. -2 .

B. -3 .

C. $\frac{1}{8}$.

D. 0 .

Câu 3. Tính $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$.

A. $\ln 2$.

B. 1 .

C. 0 .

D. $\ln \frac{3}{2}$.

Câu 4. Tích phân $\int_0^2 \frac{2x+1}{x+3} dx$ bằng

A. $4 - 5 \ln \frac{3}{5}$.

B. $4 - 5 \log \frac{5}{3}$.

C. $4 + 5 \ln \frac{5}{3}$.

D. $4 - 5 \ln \frac{5}{3}$.

Câu 5. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. $I = \frac{11}{2}$.

B. $I = \frac{7}{2}$.

C. $I = \frac{17}{2}$.

D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 6. Cho $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{11}{7}$.

B. $-\frac{5}{7}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{16}{7}$.

Câu 7. Biết $\int_0^{\pi} (x - \sin 2x) dx = \frac{a}{b} \pi^2$ trong đó a, b là các số thực và $\frac{a}{b}$ (tối giản). Tính $a + b$.

A. -3. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 8. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}$. B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$. D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

Câu 9. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx$.

A. $I = \frac{\pi}{4}$. B. $I = -1$. C. $I = 0$. D. $I = 1$.

Câu 10. Tính $I = \int_0^3 \frac{1}{x+2} dx$.

A. $I = -\frac{21}{100}$. B. $I = \ln \frac{5}{2}$. C. $I = \frac{4581}{5000}$. D. $I = \log \frac{5}{2}$.

Câu 11. Cho $I = \int_0^1 (2x - m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $I + 3 \geq 0$.

A. 4. B. 0. C. 5. D. 2.

Câu 12. Cho $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx$.

A. -9. B. 3. C. -3. D. 5.

Câu 13. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. $\frac{61}{9}$. B. 4. C. 61. D. $\frac{61}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + 2$ với a, b là các số hữu tỉ thỏa điều kiện $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = 2 - 3 \ln 2$.

Tính $T = a + b$

A. $T = -2$. B. $T = 2$. C. $T = -1$. D. $T = 0$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Khi đó $f(4)$ bằng

A. 5. B. 29. C. 19. D. 9.

Câu 16. Tính tích phân $I = \int_2^4 \frac{x}{x-1} dx$.

A. $2 - \ln 3$. B. $1 + \ln 3$. C. $\frac{2}{5}$. D. $2 + \ln 3$.

Câu 17. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18. Tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 dx$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. $\frac{7}{3}$. D. 2.

Câu 19. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 19. B. 5. C. 29. D. 9.

Câu 20. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 6. B. 14. C. 8. D. 2.

Câu 21. Tích phân $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2 \right) dx$ bằng

- A. $I = \ln 2 + 2$. B. $I = \ln 2 + 1$. C. $I = \ln 2 - 1$. D. $I = \ln 2 + 3$.

Câu 22. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$.

- A. $I = -2 \ln 2$. B. $I = \frac{2 \ln 2}{3}$. C. $I = -\frac{2 \ln 2}{3}$. D. $I = 2 \ln 2$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị thực của a để có $\int_0^a (2x+5) dx = a-4$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. Vô số.

Câu 24. Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng $\mathcal{H}$ và a, b, c là ba số bất kì thuộc $\mathcal{H}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\int_a^a f(x) dx = 1$.
 B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
 C. $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx, c \in (a; b)$.
 D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

- A. $\frac{7}{2}$. B. 1. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 26. Tích phân $\int_0^1 e^{2x} dx$ bằng

- A. $1 - e^2$. B. $\frac{1}{2}(1 - e^2)$. C. $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$. D. $e^2 - 1$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và thỏa mãn $f(-1) = 4$; $f(3) = 7$. Giá trị của $I = \int_{-1}^3 5f'(t) dt$ bằng

A. $I = 20$.

B. $I = 3$.

C. $I = 10$.

D. $I = 15$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in \mathbb{R}$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

D. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và $f(0) - f(2) = 2$. Tính $\int_0^2 f'(x) dx$.

A. 2.

B. -2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 4.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f(1) = 2017$ và $\int_1^2 f'(x) dx = 1$, giá trị của $f(2)$ bằng

A. 2017.

B. 2019.

C. 2018.

D. 2016.

Câu 31. Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ là

A. $I = 2 + \ln 2$.

B. $I = 1 - \ln 2$.

C. $I = 2 - \ln 2$.

D. $I = 1 + \ln 2$.

Câu 32. Biết $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} dx = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = \frac{13}{2}$.

B. $P = \frac{16}{3}$.

C. $P = 5$.

D. $P = \frac{2}{3}$.

Câu 33. Tích phân $\int_0^1 3^{2x+1} dx$ bằng

A. $\frac{27}{\ln 9}$.

B. $\frac{9}{\ln 9}$.

C. $\frac{4}{\ln 3}$.

D. $\frac{12}{\ln 3}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2; \int_1^3 f(x) dx = 6$. Tính $I =$

$$\int_0^3 f(x) dx.$$

A. $I = 8$.

B. $I = 12$.

C. $I = 36$.

D. $I = 4$.

Câu 35. Cho M, N là các số thực, xét hàm số $f(x) = M \sin \pi x + N \cos \pi x$ thỏa mãn $f(1) = 3$ và

$$\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = -\frac{1}{\pi}. \text{ Giá trị của } f'\left(\frac{1}{4}\right) \text{ bằng}$$

A. $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$.

C. $-\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Cho a là số thực thỏa mãn $|a| < 2$ và $\int_a^2 (2x+1) dx = 4$. Giá trị biểu thức $1 + a^3$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 37. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $I \in (-1; 3)$. B. $I \in (-2; 0)$. C. $I \in (-7; -5)$. D. $I \in [3; 8]$.

Câu 38. Tích phân $I = \int_0^2 (x+2)^3 dx$ bằng

- A. $I = 56$. B. $I = 60$. C. $I = 240$. D. $I = 120$.

Câu 39. Cho $I = \int_2^5 f(x) dx = 10$. Kết quả $J = \int_5^2 [2 - 4f(x)] dx$ là

- A. 34. B. 36. C. 40. D. 32.

Câu 40. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ bằng

- A. $\ln 3$. B. $1 - \ln 2$. C. $\ln 2$. D. $1 - \ln 3$.

Câu 41. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$.

- A. $I = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. B. $I = 1 - \sqrt{2}$. C. $I = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$. D. $I = \sqrt{2} - 1$.

Câu 42. Tính tích phân $I = \int_1^2 \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$. C. $I = 2 \ln 2 + \frac{1}{2}$. D. $I = 2e - \frac{1}{2}$.

Câu 43. Tính $\int_0^1 e^{-x} dx$.

- A. $-\frac{1}{e} + 1$. B. 1. C. $\frac{1}{e}$. D. $-1 + \frac{1}{e}$.

Câu 44. Biết $\int_2^3 \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x + 1} dx = a \ln 7 + b \ln 3 + c \ln 2 + d$ (với a, b, c, d là các số nguyên). Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b^2 + 3c^3 + 4d^4$.

- A. $T = 6$. B. $T = 7$. C. $T = 9$. D. $T = 5$.

Câu 45. Giá trị nào của b để $\int_1^b (2x - 6) dx = 0$?

- A. $b = 0$ hoặc $b = 3$. B. $b = 0$ hoặc $b = 1$. C. $b = 5$ hoặc $b = 0$. D. $b = 1$ hoặc $b = 5$.

Câu 46. Cho một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = a \cos^4 x - b \cos x$ với $a, b \in \mathbb{R}$ biết rằng $F(0) = F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{a}{b} = \frac{3\pi}{16}$. B. $\cos\left(\frac{b}{a}\right) \approx 0,83$. C. $ab < 0$. D. $\cos\left(\frac{a}{b}\right) = 0,45$.

Câu 47. Tính tích phân $I = \int_0^1 x^{2018} (1+x) dx$.

- A. $I = \frac{1}{2018} + \frac{1}{2019}$. B. $I = \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}$. C. $I = \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020}$. D. $I = \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$.

Câu 48. Cho $\int_1^4 f(x) dx = 9$, tính $I = \int_0^1 f(3x+1) dx$.

- A. $I = 9$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 27$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $\mathcal{H}$; a, b, c là các số thực thuộc $\mathcal{H}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^c f(x) dx = \int_b^c f(x) dx - \int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^c f(x) dx = \int_b^c f(x) dx + \int_b^a f(x) dx$.
C. $\int_a^c f(x) dx = \int_b^a f(x) dx + \int_a^c f(x) dx$. D. $\int_a^c f(x) dx = \int_b^c f(x) dx + \int_b^a f(x) dx$.

Câu 50. Cho $\int_3^4 \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b + 1 = 0$. B. $a + 3b + 1 = 0$. C. $a - 2b = 0$. D. $a + b = -2$.

Câu 51. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$, $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$.

6. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 9. B. 8. C. 6. D. 7.

Câu 52. Tích phân $\int_0^2 \frac{a}{ax+3a} dx$, ($a > 0$) bằng

- A. $\frac{16a}{225}$. B. $a \log \frac{5}{3}$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{2a}{15}$.

Câu 53. Nếu $\int_a^d f(x) dx = 5$ và $\int_b^d f(x) dx = 2$ (với $a < d < b$) thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 7. C. $\frac{5}{2}$. D. 10.

Câu 54. Cho $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \cdot \ln 2 + b$ (với a, b là các số nguyên). Khi đó giá trị của a là

- A. -7. B. 7. C. 5. D. -5.

Câu 55. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 56. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in \mathbb{R}$.
C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$. D. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

Câu 57. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 f(x) dx = 20$, $\int_0^5 f(x) dx = 2$. Tính

$$\int_3^5 f(x) dx.$$

- A. 22. B. 18. C. -18. D. -22.

Câu 58. Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1; 3]$, đồng thời thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$

và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 6. B. 8. C. 7. D. 9.

Câu 59. Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a + b = 0$. B. $a - 2b = 0$. C. $2a - b = 0$. D. $a + 2b = 0$.

Câu 60. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = a \ln b + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $a + b + c$.

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 61. Cho $I = \int_1^5 f(x) dx = 26$. Khi đó $J = \int_0^2 x \cdot [f(x^2 + 1) + 1] dx$ bằng

- A. 13. B. 52. C. 54. D. 15.

Câu 62. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên và $\int_2^8 f(x) dx = 10$. Tính $I = \frac{3}{2} \int_1^3 f(3x-1) dx$.

- A. 30. B. 10. C. 20. D. 5.

Câu 63. Biết rằng $I = \int_2^3 x \ln x dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$, trong đó $m, n, p \in \mathbb{Q}$. Tính $m + n + 2p$.

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 0. D. $-\frac{5}{4}$.

Câu 64. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -3. B. 12. C. -8. D. 1.

Câu 65. $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.

Câu 66. $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$. B. $e^4 - e$. C. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$. D. $e^3 - e$.

Câu 67. $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2 \ln 2$. B. $\frac{1}{3} \ln 2$. C. $\frac{2}{3} \ln 2$. D. $\ln 2$.

Câu 68. Cho $\int_1^e (1 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = c$. B. $a + b = -c$. C. $a - b = c$. D. $a - b = -c$.

Câu 69. $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

- A. $2 \ln \frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{2} \ln 35$. C. $\ln \frac{7}{5}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$.

Câu 70. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $I = \int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_1^e f(x) dx = e$. B. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. C. $\int_0^1 f(x) dx = e$. D. $\int_0^e f(x) dx = 1$.

Câu 72. Tích phân $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng

- A. $\ln 2 + 1$. B. $\ln 2 + 2$. C. $\ln 3 - 1$. D. $\ln 2$.

Câu 73. Giá trị của $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 74. Tính tích phân $\int_1^e x \ln x dx$ ta được kết quả

- A. $\frac{e^2 + 1}{4}$. B. $\frac{e^2 - 1}{4}$. C. $\frac{2e^2 + 1}{4}$. D. $\frac{2e^2 - 1}{4}$.

Câu 75. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -3. B. 12. C. -8. D. 1.

Câu 76. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để tích phân $\int_1^{1+a} \frac{dx}{x(x-5)(x-4)}$ tồn tại.

- A. $-1 < a < 3$. B. $a < -1$. C. $a \neq 4, a \neq 5$. D. $a < 3$.

Câu 77. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Hãy tính $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Câu 78. Cho $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

- A. $I = 13$. B. $I = 27$. C. $I = -11$. D. $I = 3$.

Câu 79. Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}$. B. $\ln \frac{7}{3}$. C. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$.

Câu 80. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. $\frac{1}{2} - 1$. C. 1. D. 5.

Câu 81. Cho biết $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$. Tính tích phân

$$I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx.$$

- A. $I = 11$. B. $I = 18$. C. $I = 5$. D. $I = 3$.

Câu 82. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$ thỏa mãn $\int_2^3 f(x) dx = 2019$. Tính $I =$

$$\int_1^{\sqrt[3]{2}} x^2 f(x^3 + 1) dx.$$

- A. $I = 6057$. B. $I = \sqrt[3]{2019}$. C. $I = 673$. D. $I = 2019$.

Câu 83. Cho $\int_0^4 f(x) dx = \frac{16}{3}$. Tính $I = \int_0^4 \left[\frac{5}{(x+1)^2} - 3f(x) \right] dx$.

- A. $I = -12$. B. $I = 0$. C. $I = -20$. D. $I = 1$.

Câu 84. Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$. B. $I = \int_1^3 u^2(u^2 - 1) du$.
C. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2(x^2 - 1) dx$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2(u^2 - 1) du$.

Câu 85. Biết rằng hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}$, $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và

$$\int_0^3 f(x) dx = \frac{13}{2} \text{ (với } a, b, c \in \mathbb{R} \text{)}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } P = a + b + c.$$

- A. $P = -\frac{3}{4}$. B. $P = -\frac{4}{3}$. C. $P = \frac{4}{3}$. D. $P = \frac{3}{4}$.

Câu 86. Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$

đồng thời $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 9. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 87. Biết m là số thực thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos x + 2m) dx = 2\pi^2 + \frac{\pi}{2} - 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \leq 0$. B. $0 < m \leq 3$. C. $3 < m \leq 6$. D. $m > 6$.

Câu 88. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 36$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 89. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

- A. $I = e$. B. $I = \frac{1}{e}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 1$.

Câu 90. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. $I = \frac{5}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{17}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 91. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

- A. 7. B. $5 + \frac{\pi}{2}$. C. 3. D. $5 + \pi$.

Câu 92. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

- A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$. B. $I = -\pi^4$. C. $I = 0$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 93. Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Câu 94. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \ln 2 - 1$. B. $F(3) = \ln 2 + 1$. C. $F(3) = \frac{1}{2}$. D. $F(3) = \frac{7}{4}$.

Câu 95. Cho $\int_0^4 f(x) dx = 16$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(2x) dx$.

- A. $I = 32$. B. $I = 8$. C. $I = 16$. D. $I = 4$.

Câu 96. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$.

Câu 97. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $m = 1$. D. $I = -8$.

Câu 98. $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.

Câu 99. $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$. B. $e^4 - e$. C. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$. D. $e^3 - e$.

Câu 100. $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $2 \ln \frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{2} \ln 35$. C. $\ln \frac{7}{5}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$.

Câu 101. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x f'(2x) dx$.

A. $I = 7$. B. $I = 12$. C. $I = 20$. D. $I = 13$.

Câu 102. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và $\int_0^1 g(x) \cdot f'(x) dx = 1$,

$\int_0^1 g'(x) \cdot f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [f(x) \cdot g(x)]' dx$.

A. $I = -1$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = 3$.

Câu 103. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x) \cdot \cos x dx = ae + b\pi + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $\frac{49}{36}$. B. $\frac{49}{9}$. C. $\frac{33}{16}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 104. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đạo hàm là hàm số $f(x) = x^2 + 2\sqrt{x} - 1$

A. $g(x) = 2x + \frac{1}{\sqrt{x}} - 1$. B. $g(x) = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$.

C. $g(x) = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $g(x) = 2x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 105. Biết rằng $\int_2^3 \frac{3x+1}{2x^2-x-1} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7$ trong đó $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a + b + c$.

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 106. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^{2019} f(x) dx = 2019$ và $F(0) = 3$. Tính $F(2019)$.

A. $F(2019) = 2020$. B. $F(2019) = 2016$. C. $F(2019) = 2022$. D. $F(2019) = -2022$.

Câu 107. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b < 2$. B. $a - 2b > 0$. C. $a + b > 3$. D. $a + 2b < 0$.

Câu 108. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì

A. $I = \int_1^2 (t^2 - 2t) dt$. B. $I = \int_1^2 (2t^2 - t) dt$. C. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt$. D. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$.

Câu 109. Biết $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 0$. B. $S = 6$. C. $S = 2$. D. $S = -2$.

Câu 110. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (2x + 3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tìm khẳng định đúng.

A. $a^3 + b^3 = 28$. B. $a + 2b = 1$. C. $a - b = 2$. D. $ab = 3$.

Câu 111. Biết $\int_1^2 \frac{x}{(x^2 + 6x + 8)} dx = a \ln 3 + b \ln 4 + c \ln 5 + d \ln 6$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b - c - \frac{d}{2}$.

A. $T = 2$. B. $T = 5$. C. $T = 0$. D. $T = 3$.

Câu 112. Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó giá trị của $I = \int_1^4 f(3x - 3) dx$ là

A. 24. B. 0. C. 27. D. 3.

Câu 113. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$.

A. $P = 7$. B. $P = -4$. C. $P = 4$. D. $P = 10$.

Câu 114. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{2x - 1} dx$.

A. $I = \frac{\ln 3 - 1}{2}$. B. $I = \frac{\ln 3}{2}$. C. $I = \frac{\ln 3}{3}$. D. $I = \ln 3 + 1$.

Câu 115. Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x + 1)e^x dx = a + b \cdot e$ ($a, b \in \mathbb{Z}$), tích $a \cdot b$ bằng

A. -15. B. -1. C. 1. D. 20.

Câu 116. Cho hai tích phân $\int_0^5 f(x) dx = 7$ và $\int_0^3 f(x) dx = 4$. Tính $\int_3^5 [1 + f(x)] dx$.

A. 3. B. 11. C. 5. D. 13.

Câu 117. Cho $\int_{\ln 2}^{1 + \ln 2} f(x) dx = 2018$. Tính $\int_1^e \frac{1}{x} f(\ln 2x) dx$.

A. $I = 2018$. B. $I = 4036$. C. $I = \frac{1009}{2}$. D. $I = 1009$.

Câu 118. Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{1 + x}{x^2} dx$.

A. $I = 1 + \frac{1}{e}$. B. $I = 2 - \frac{1}{e}$. C. $I = 2 + \frac{1}{e}$. D. $I = 1 - \frac{1}{e}$.

Câu 119. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$.

- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = 4$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = 6$.

Câu 120. Tính chất tích phân $\int_1^e x \ln x dx$

- A. $\frac{e^2+1}{4}$. B. $\frac{e^2-1}{4}$. C. $\frac{2e^2+1}{4}$. D. $\frac{2e^2-1}{4}$.

Câu 121. Giá trị của $\int_{-1}^0 e^{x+1} dx$ bằng

- A. $1-e$. B. $e-1$. C. $-e$. D. e .

Câu 122. Cho $\int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c \ln 5$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của 2^{a-3b+c} bằng

- A. 12. B. 6. C. 1. D. 64.

Câu 123. Tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng

- A. $\ln 5$. B. $\frac{\ln 5}{2}$. C. $2 \ln 5$. D. $4 \ln 5$.

Câu 124. Cho $\int_0^3 2f(x) dx = \int_0^2 3x^2 dx$ và $\int_0^3 g(t) dt = -1$, khi đó $\int_0^3 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 7. C. 1. D. 3.

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ cho 3 điểm $A(1; 4; 5)$, $B(3; 4; 0)$, $C(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 2a - b + c$.

- A. $\frac{15}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{15}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 126. Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{nếu } x \leq 0 \\ a(x-x^2) & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$. Tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{a}{6} - 1$. B. $\frac{2a}{3} + 1$. C. $\frac{a}{6} + 1$. D. $\frac{2a}{3} - 1$.

Câu 127. Trên đoạn thẳng AB dài 200 (m) có hai chất điểm X và Y . Chất điểm X xuất phát từ A chuyển động thẳng hướng đến B với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{3}t$ (m/s), trong đó t (giây) tính từ lúc X bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, chất điểm Y xuất phát từ B và xuất phát chậm hơn X , 10 giây và chuyển động thẳng ngược chiều với X có gia tốc bằng a (m/s²) với a là hằng số. Biết rằng hai chất điểm gặp nhau tại đúng trung điểm của đoạn thẳng AB , giá trị của a bằng

- A. 2. B. 1,5. C. 2,5. D. 1.

Câu 128. Cho $\int_a^b f(x) dx = 2$ và $\int_a^b g(x) dx = -3$. Giá trị của $\int_a^b [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

A. -4. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 129. Biết $\int_1^2 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 3$. B. $P = 0$. C. $P = 5$. D. $P = 2$.

Câu 130. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. $I = \frac{17}{2}$. B. $I = \frac{11}{2}$. C. $I = \frac{7}{2}$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 131. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_{-1}^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = -5$; $\int_{-1}^5 [3f(x) - 5g(x)] dx =$

21. Tính $\int_{-1}^5 [f(x) + g(x)] dx$.

A. -5. B. 1. C. 5. D. -1.

Câu 132. Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được

A. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$. B. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$. C. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$. D. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

Câu 133. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $I = \int_2^4 f(y) dy = 1$.

A. $I = 5$. B. $I = 3$. C. $I = -3$. D. $I = -5$.

Câu 134. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ thì tích phân $I = \int_0^3 [x - 3f(x)] dx$ có giá trị bằng

A. $I = -3$. B. $I = 3$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = -\frac{3}{2}$.

Câu 135. Cho với $\int_0^1 (x+3)e^x dx = a + be$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = -5$. B. $a \cdot b = -6$. C. $a \cdot b = 6$. D. $a + b = -1$.

Câu 136. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$, tích phân $\int_0^1 (2f(x) - 3x^2) dx$ bằng

A. 1. B. 0. C. 3. D. -1.

Câu 137. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

A. $S = 2$. B. $S = -2$. C. $S = 5$. D. $S = 10$.

Câu 138. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 7$, $\int_3^{10} f(x) dx = 8$, $\int_3^6 f(x) dx =$

9. Giá trị của $I = \int_0^{10} f(x) dx$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 139. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để tích phân $\int_1^{1+a} \frac{dx}{x(x-5)(x-4)}$ tồn tại.

A. $-1 < a < 3$.B. $a < -1$.C. $a \neq 4, a \neq 5$.D. $a < 3$.

Câu 140. Tích phân $\int_0^{\pi^2} (\sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) dx = A + B\pi$ với $A, B \in \mathbb{Z}$. Tính $A + B$.

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Câu 141. Cho $\int_1^2 e^{3x-1} dx = m(e^p - e^q)$ với $m, p, q \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Giá trị $m + p + q$ bằng

A. 10.

B. 6.

C. $\frac{22}{3}$.

D. 8.

Câu 142. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_{-1}^1 |x|^3 dx = \left| \int_{-1}^1 x^3 dx \right|$.

B. $\int_{-1}^{2018} |x^4 - x^2 + 1|^3 dx = \int_{-1}^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$.

C. $\int_{-2}^3 |e^x(x+1)| dx = \int_{-2}^3 e^x(x+1)^3 dx$.

D. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 143. Tích phân $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 1.

B. -3.

C. 3.

D. -1.

Câu 144. Tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + \frac{c}{3}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.B. $a^2 + b^2 + c^2 = 11$.C. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$.D. $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Câu 145. Cho tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$. Với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ ta được

A. $I = 3 \int_0^1 t^3 dt$.

B. $I = 3 \int_0^1 t^2 dt$.

C. $I = \int_0^1 t^3 dt$.

D. $I = 3 \int_0^1 t dt$.

Câu 146. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)} dx = a \ln \frac{3}{2} + b$, ($a, b \in \mathbb{Q}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a - b = 1$.B. $2a + b = 1$.C. $a^2 + b^2 = 4$.D. $a + 2b = 0$.

Câu 147. Cho $\int_4^{16} f(x) dx = 20$. Tính $\int_1^4 f(4x) dx$.

A. 80.

B. 24.

C. 5.

D. 16.

Câu 148. Biết $\int_1^7 f(x) dx = 3$, $\int_5^7 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_1^5 f(x) dx$.

- A. $I = -2$. B. $I = 2$. C. $I = 1$. D. $I = -1$.

Câu 149. Biết $\int_3^8 \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 4$. Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.

- A. $S = 2$. B. $S = 3$. C. $S = 4$. D. $S = 5$.

Câu 150. Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1) x dx = 2$, khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 4.

Câu 151. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

- A. $S = -2$. B. $S = 5$. C. $S = 2$. D. $S = 10$.

Câu 152. Tích phân $\int_1^2 e^x dx$ bằng

- A. $e - e^2$. B. $e^2 - e$. C. e . D. e^{-1} .

Câu 153. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_5^7 f(x) dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 6. C. 12. D. -6.

Câu 154. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$, $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$.

- A. $P = 3$. B. $P = 1$. C. $P = 4$. D. $P = 2$.

Câu 155. Giả sử $\int_1^2 \frac{x}{1 + \sqrt{x-1}} dx = a + b \ln c$. Tính $S = 3a + 2b + c$.

- A. $S = 5$. B. $S = 1$. C. $S = 8$. D. $S = 11$.

Câu 156. Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = a + b\sqrt{2}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó $a - b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -4. D. 4.

Câu 157. Nếu $\int_a^d f(x) dx = 5$, $\int_b^d f(x) dx = 2$, với $a < d < b$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng

- A. -2. B. 3. C. 8. D. 0.

Câu 158. Cho số thực a thỏa mãn $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$, khi đó a có giá trị bằng

- A. 1. B. -1. C. 0. D. 2.

Câu 159. Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = a + b\sqrt{2}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó $a - b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -4. D. 4.

Câu 160. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_9^0 g(x) dx = 16$. Khi đó $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $I = 122$. B. $I = 58$. C. $I = 143$. D. $I = 26$.

Câu 161. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_9^0 g(x) dx = 16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

A. $I = 122$. B. $I = 58$. C. $I = 143$. D. $I = 26$.

Câu 162. Nếu $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 f(t) dt$ với $t = \sqrt{1+x}$ thì $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $f(t) = 2t^2 + 2t$. B. $f(t) = t^2 - t$. C. $f(t) = t^2 + t$. D. $f(t) = 2t^2 - 2t$.

Câu 163. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm liên tục trên $[1; e]$ biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$, $f(e) = 2$.

Tính tích phân $\int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 164. Cho b là số thực dương sao cho $\int_0^b x e^{\sqrt{x^2+1}} dx = 2e^{\sqrt{b^2+1}}$. Tính b .

- A. $b = 2\sqrt{2}$. B. $b = 3\sqrt{2}$. C. $b = 2\sqrt{3}$. D. $b = 3\sqrt{3}$.

Câu 165. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$. Tính giá trị của tích phân $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$.

- A. $L = 4$. B. $L = -1$. C. $L = -4$. D. $L = 1$.

Câu 166. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = xe^{x^2}$. Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$?

- A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + 2$. B. $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5)$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2})$.

Câu 167. Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1)x dx = 2$, khi đó $I = \int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 4.

Câu 168. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(1) = 12$, $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Tính giá trị của $f(4)$?

- A. $f(4) = 19$. B. $f(4) = 5$. C. $f(4) = 29$. D. $f(4) = 9$.

Câu 169. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

- A. $I = 13$. B. $I = 27$. C. $I = -11$. D. $I = 3$.

Câu 170. Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2 + 3} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}$. B. $\ln \frac{7}{3}$. C. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$.

Câu 171. Biết $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2x-1}{x+1} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Giá trị $a + b - c$ bằng

- A. 2. B. -4. C. 3. D. -1.

Câu 172. Cho tích phân $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ với a là số thực và b, c là các số nguyên dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 3b + c$.

- A. $P = 6$. B. $P = -6$. C. $P = 5$. D. $P = 4$.

Câu 173. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 4e^2 + 1$. B. $f(2) = 2e^2 + 1$. C. $f(2) = 3e^2 + 1$. D. $f(2) = e^2 + 1$.

Câu 174. Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

- A. $a+b = 1$. B. $a+b = 5$. C. $a+b = -5$. D. $a+b = -1$.

Câu 175. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(x) dx = -4$. Tính $I = \int_2^4 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = -5$. C. $I = -3$. D. $I = 3$.

Câu 176. Có hai giá trị của số thực a là a_1 và a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_1^a (2x-3) dx = 0$. Hãy tính $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$.

- A. $T = 26$. B. $T = 12$. C. $T = 13$. D. $T = 28$.

Câu 177. Biết $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\sqrt{3}}{a} \pi - \ln b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b$.

- A. $T = 9$. B. $T = 13$. C. $T = 7$. D. $T = 11$.

Câu 178. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$ bằng

- A. $I = \frac{3\pi}{16}$. B. $I = -\frac{\pi}{16}$. C. $I = \frac{\pi}{16}$. D. $I = -\frac{3\pi}{16}$.

Câu 179. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^0 g(x) dx = 1$, khi đó $\int_0^2 [f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 3. D. -1.

Câu 180. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

- A. $P = -4$. B. $P = 10$. C. $P = 7$. D. $P = 4$.

Câu 181. Biết $J = \int_1^4 x \log_2 x dx = 16 - \frac{a}{b \ln 2}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a+b$.

- A. $T = 11$. B. $T = 19$. C. $T = 13$. D. $T = 17$.

Câu 182. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{2017} f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(2017x) dx$.

- A. $I = \frac{1}{2017}$. B. $I = 0$. C. $I = 2017$. D. $I = 1$.

Câu 183. Cho tích phân $\int_1^2 f(x) dx = a$. Hãy tính tích phân $I = \int_0^1 xf(x^2 + 1) dx$ theo a .

- A. $I = 4a$. B. $I = \frac{a}{4}$. C. $I = \frac{a}{2}$. D. $I = 2a$.

Câu 184. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 1, \int_1^3 g(x) dx = 3$.

Tính $\int_3^1 [f(x) - 2g(x)] dx$.

- A. 1. B. $\frac{5}{2}$. C. -1. D. 5.

Câu 185. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$. Biết $F(1) = 2$, giá trị của $F(0)$ bằng

- A. $2 + \ln 2$. B. $\ln 2$. C. $2 + \ln(-2)$. D. $\ln(-2)$.

Câu 186. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\pi^2} f(x) dx = 2018$. Tính $I = \int_0^{\pi} xf(x^2) dx$.

- A. $I = 1008$. B. $I = 2019$. C. $I = 2017$. D. $I = 1009$.

Câu 187. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 f(2x) dx = 2$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 8. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 188. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x) dx = 10$, thì $\int_0^3 f(2x) dx$ bằng

- A. 30. B. 20. C. 10. D. 5.

Câu 189. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ đồng thời thỏa mãn $f(0) = f(1) = 5$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f'(x)e^{f(x)} dx$.

- A. $I = 10$. B. $I = -5$. C. $I = 0$. D. $I = 5$.

Câu 190. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x) dx = 10, \int_3^4 f(x) dx = 4$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 6.

Câu 191. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 192. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 (f(x) + 3x^2) dx = 10$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

- A. -18. B. -2. C. 18. D. 2.

Câu 193. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^2 [f(x) - 3g(x)] dx = 4$, $\int_0^1 f(x) dx = 3$, và $\int_0^2 [2f(x) + g(x)] dx = 8$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $I = 2$.

Câu 194. Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx = 32$. Tính tích phân $J = \int_0^2 f(2x) dx$.

- A. $J = 64$. B. $J = 8$. C. $J = 32$. D. $J = 16$.

Câu 195. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{1}{e}$. C. $I = 1$. D. $I = e$.

Câu 196. Cho $\int (x - 2)e^x dx = (ax^2 + bx + c)e^x + C$. Tính giá trị $a + b + c$.

- A. -2 . B. -1 . C. -3 . D. 0 .

Câu 197. Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1)x dx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 1 . B. 2 . C. 4 . D. -1 .

Câu 198. Nếu các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$ thì giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. 4 . B. 5 . C. 6 . D. 3 .

Câu 199. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Tính $f(4)$.

- A. 29 . B. 9 . C. 26 . D. 5 .

Câu 200. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\log \frac{5}{3}$. B. $\frac{16}{225}$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 201. Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$.

- A. $I = \ln 5$. B. $I = \frac{\ln 5}{2}$. C. $I = 2 \ln 5$. D. $I = 4 \ln 5$.

Câu 202. Cho $\int_1^2 \frac{2}{x^2 + 2x} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $2a + 3b$ bằng

- A. 5 . B. 1 . C. -1 . D. -5 .

Câu 203. Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$, khi đó $I = -\int_5^2 4f(x) dx$ bằng

- A. 12 . B. 40 . C. -40 . D. -12 .

Câu 204. Cho $\int_0^4 f(x) dx = -1$. Tính giá trị của $I = \int_0^1 f(4x) dx$.

- A. $I = \frac{1}{4}$. B. $I = -2$. C. $I = -\frac{1}{4}$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 205. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2; 3]$ đồng thời $f(2) = 2$, $f(3) = 5$. Khi đó $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 10. D. 7.

Câu 206. Cho tích phân $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx$ và $x = 4 \sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt$. B. $I = 16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt$.
C. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2t) dt$. D. $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$.

Câu 207. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ được kết quả

- A. $\frac{1}{6} - \ln 2$. B. $\frac{4 - 2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2} + 4}{3}$. D. $\ln 2 - \frac{1}{6}$.

Câu 208. Cho biết $\int_0^3 f(x) dx = 3$, $\int_0^5 f(t) dt = 10$. Tính $\int_3^5 2f(z) dz$.

- A. -7. B. 14. C. 13. D. 7.

Câu 209. Cho tích phân $I = \int_0^4 x\sqrt{x^2 + 9} dx$. Khi đặt $t = \sqrt{x^2 + 9}$ thì tích phân đã cho trở thành

- A. $I = \int_3^5 t dt$. B. $I = \int_0^4 t dt$. C. $I = \int_0^4 t^2 dt$. D. $I = \int_3^5 t^2 dt$.

Câu 210. Cho $I = \int_1^4 f(t) dt = 9$. Tính tích phân $J = \int_0^1 f(3x + 1) dx$.

- A. 9. B. 27. C. 3. D. 1.

Câu 211. Biết $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx = \frac{a}{4} - 4 \ln \frac{4}{b}$, với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

- A. 25. B. 41. C. 20. D. 34.

Câu 212. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{2017} f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(2017x) dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2017}$. D. $I = 2017$.

Câu 213. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^{-1} g(x) dx = 1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. $\frac{21}{2}$. B. $\frac{26}{2}$. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 214. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

- A. $S = 2$. B. $S = -2$. C. $S = 5$. D. $S = 10$.

Câu 215. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln x}} dx = a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = \frac{3}{4}$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 216. Cho $\int_1^{13} f(x) dx = 2019$. Tính $\int_0^4 f(3x+1) dx$.

- A. -2019 . B. 2019 . C. 6057 . D. 673 .

Câu 217. Tính tích phân $\int_1^e x \ln x dx$ ta được kết quả

- A. $\frac{e^2 + 1}{4}$. B. $\frac{e^2 - 1}{4}$. C. $\frac{2e^2 + 1}{4}$. D. $\frac{2e^2 - 1}{4}$.

Câu 218. Cho $\int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị $P = abc$ là

- A. $P = -36$. B. $P = 0$. C. $P = 18$. D. $P = -18$.

Câu 219. Cho $\int_2^3 f(x) dx = 1$, $\int_2^3 g(x) dx = 5$. Tìm tất cả các giá trị của a để

$$\int_2^3 [a + 2ax + 3f(x)] dx - \int_2^3 (a-2)g(x) dx = 10.$$

- A. 2 . B. -3 . C. 1 . D. 3 .

Câu 220. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 [3f(x) - g(x)] dx = 10$, khi đó $\int_1^2 g(x) dx$ bằng

- A. 17 . B. 1 . C. -1 . D. -4 .

Câu 221. Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$.

- A. $I = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. B. $I = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $I = 2\sqrt{2}-1$. D. $I = \frac{2\sqrt{2}+1}{3}$.

Câu 222. Biết $\int_0^1 \frac{x^3+2x^2+3}{x+2} dx = \frac{1}{a} + b \ln \frac{3}{2}$ với $a, b > 0$. Tính giá trị của $S = a + 2b$.

- A. $S = 5$. B. $S = 6$. C. $S = 9$. D. $S = 3$.

Câu 223. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$, khi đó $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{17}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.

Câu 224. Tính tích phân $I = \int \frac{dx}{1-2x}$.

- A. $I = -\ln 9$. B. $I = \ln 9$. C. $I = -\ln 3$. D. $I = \ln 3$.

Câu 225. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$ và $\int_0^5 f(x) dx = -3$. Khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 8 . B. 15 . C. -8 . D. -15 .

Câu 226. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(-1) = -2$, $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 0$. D. $I = -4$.

Câu 227. Cho hàm số $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t) dt$. Gọi m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 6]$. Tính $M - m$.

- A. 16. B. 12. C. 18. D. 9.

Câu 228. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(2) = 4$ và $\int_0^2 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^2 x \cdot f'(x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 3$. C. $I = -1$. D. $I = 9$.

Câu 229. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 5$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -9. B. 12. C. 9. D. 2.

Câu 230. Biết $I = \int_1^e x^2 \ln x dx = ae^3 + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $9(a + b)$ bằng

- A. 3. B. 10. C. 9. D. 6.

Câu 231. Cho $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_1^5 2f(x) dx = 6$, khi đó $\int_0^5 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 232. Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + b \ln 2$, trong đó a, b là hai số hữu tỉ, thì

- A. $a + b = \frac{1}{2}$. B. $a + b = \frac{3}{2}$. C. $a + b = -\frac{1}{2}$. D. $a + b = \frac{5}{2}$.

Câu 233. Cho biết $\int_0^1 \ln(x + 1) dx = a + b \ln 2$, trong đó a, b là hai số hữu tỉ, thì

- A. $a + b = 2$. B. $a + b = 1$. C. $a + b = 3$. D. $a + b = -1$.

Câu 234. Cho $\int_0^1 (x + 2)e^x dx = ae + b$ với a, b là số nguyên. Tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = -1$. B. $S = 10$. C. $S = 5$. D. $S = 0$.

Câu 235. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa mãn $f(4 - x) = f(x)$, $\forall x \in [1; 3]$ và $\int_1^3 xf(x) dx = -2$. Giá trị $2 \int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 236. Biết rằng $\int_1^a \ln x dx = 1 + 2a$, ($a > 1$). Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. $a \in (18; 21)$. B. $a \in (1; 4)$. C. $a \in (11; 14)$. D. $a \in (6; 9)$.

Câu 237. Cho $\int_0^1 (x + 3)e^x dx = a + b$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a \cdot b = 6$. B. $a \cdot b = -6$. C. $a + b = -5$. D. $a + b = -1$.

Câu 238. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x) dx = 10$ thì $\int_0^3 f(2x) dx$ bằng

- A. 30. B. 20. C. 10. D. 5.

Câu 239. Tích phân $\int_1^2 e^{2x} dx$ bằng

- A. $\frac{e^4 - e^2}{2}$. B. $\frac{e^2}{2}$. C. $e^4 - e^2$. D. $2(e^4 - e^2)$.

Câu 240. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$. B. $S = 7$. C. $S = 5$. D. $S = 8$.

Câu 241. Nếu $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + \ln|x| + C$ thì $f(x)$ là

- A. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \ln|x|$. B. $f(x) = \sqrt{x} + \ln|x|$.
C. $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{x}$. D. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$.

Câu 242. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1, \int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $I = \int_2^4 f(y) dy$.

- A. $I = 5$. B. $I = 3$. C. $I = -3$. D. $I = -5$.

Câu 243. Kết quả của tích phân $I = \int_1^2 (2x-1) \ln x dx$ bằng

- A. $I = 2 \ln 2$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$. D. $I = 2 \ln 2 + \frac{1}{2}$.

Câu 244. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x) dx = 9$. Tính $\int_0^2 (f(1-3x)+9) dx$.

- A. 27. B. 15. C. 75. D. 21.

Câu 245. Nếu $\int_{-2}^0 (4 - e^{-\frac{x}{2}}) dx = a + 2be$ thì giá trị của $a + 2b$ là

- A. 12. B. 9. C. 12,5. D. 8.

Câu 246. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) = 2x + 1$. Giá trị $f(2) - f(1)$ bằng

- A. 4. B. -2. C. 2. D. 0.

Câu 247. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x) dx = 4, \int_2^6 f(x) dx = -3$. Giá trị của

$\int_0^2 [f(v) - 3] dv$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 248. Tính tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$.

- A. $I = e$. B. $I = -e^2$. C. $I = e^2$. D. $I = 3e^2 - 2e$.

Câu 249. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = -2$, $\int_1^3 f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_{-1}^3 2f(x) dx$ bằng

- A. -14. B. 14. C. $\frac{-1}{12}$. D. 6.

Câu 250. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 4$, $\int_1^2 2f(x) dx = 200$. Khi đó $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. 104. B. 204. C. 196. D. 96.

Câu 251. Cho tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx = 2$. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot f(\sqrt{3 \cos x + 1})}{\sqrt{3 \cos x + 1}} dx$ bằng

- A. 2. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. -2.

Câu 252. Giá trị của $I = \int \left(\frac{x^2 - 2}{x} \right) \cdot \ln x dx$ bằng

- A. $I = 2 \ln^2 x + \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C$. B. $I = -\ln^2 x + \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C$.
C. $I = \ln^2 x + \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C$. D. $I = \frac{\ln^2 x}{2} + \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C$.

Câu 253. Giả sử $\int_a^b f(x) dx = 2$, $\int_c^b f(x) dx = 3$ với $a < b < c$ thì $\int_a^c f(x) dx$ bằng

- A. -5. B. 1. C. -1. D. 5.

Câu 254. Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a + b = 0$. B. $a - 2b = 0$. C. $2a - b = 0$. D. $a + 2b = 0$.

Câu 255. Biết $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 2x}{x + 1} dx = \frac{5}{a} + \ln b - \ln c$. Tính giá trị biểu thức $S = a - b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 3$. C. $S = -3$. D. $S = 1$.

Câu 256. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -5$, khi đó $\int_0^2 [3f(x) + 4g(x)] dx$ bằng

- A. 29. B. -3. C. -11. D. 4.

Câu 257. Cho $\int_0^1 f(x) dx = -1$ và $\int_0^1 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) - 7g(x)] dx$ bằng

- A. -8. B. 6. C. -6. D. 8.

Câu 258. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 4]$, $f(4) = 2017$, $\int_{-1}^4 f'(x) dx = 2016$. Giá trị của $f(-1)$ là

- A. 3. B. 1. C. -1. D. 2.

Câu 259. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 12$, giá trị của $I = \int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$ bằng

- A. $I = 24$. B. $I = 10$. C. $I = 6$. D. $I = 14$.

Câu 260. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 261. Tích phân $\int_0^1 (3x^2 + 1) dx$.

- A. -6. B. 2. C. 6. D. -2.

Câu 262. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f'(x) dx = 5$ và $f(-1) = 4$. Tìm $f(1)$?

- A. $f(1) = -1$. B. $f(1) = 1$. C. $f(1) = 9$. D. $f(1) = -9$.

Câu 263. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 9}$.

- A. $I = \frac{1}{6} \ln \frac{1}{2}$. B. $I = -\frac{1}{6} \ln \frac{1}{2}$. C. $I = \frac{1}{6} \ln 2$. D. $I = \ln \sqrt[6]{2}$.

Câu 264. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = 2, f(b) = -4$. Tính $T = \int_a^b f'(x) dx$.

- A. $T = -2$. B. $T = 6$. C. $T = -6$. D. $T = 2$.

Câu 265. Cho hàm số $f(x) = A \sin(\pi x) + Bx^2$ (A, B là các hằng số) và $\int_0^2 f(x) dx = \frac{8}{3}$. Tính B .

- A. 1. B. -1. C. 8. D. 3.

Câu 266. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 12, f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Tính $f(4)$.

- A. 29. B. 9. C. 26. D. 5.

Câu 267. Đổi biến $x = 2 \sin t$ thì tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} t dt$. C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$.

Câu 268. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{4x^2 - 4x + 1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ thì a, b là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 - 5x + 6 = 0$. B. $x^2 + 4x - 12 = 0$. C. $2x^2 - x - 1 = 0$. D. $x^2 - 9 = 0$.

Câu 269. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_{-1}^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = 16$ và

$$\int_{-1}^5 [f(x) - 3g(x)] dx = -1. \text{ Tính } \int_{-1}^2 f(2x+1) dx.$$

- A. $\frac{5}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 5.

Câu 270. Biết $\int_1^2 \ln(2x+1) dx = \frac{a}{2} \ln 5 + \frac{b}{2} \ln 3 + c$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + 2b + c$.

- A. $T = 12$. B. $T = 2$. C. $T = 10$. D. $T = -2$.

Câu 271. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in [-1; 3]$ và $f(3) = -1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$.

B. $f(-1) = 3$.

C. $\int_{-1}^3 |f(x)| dx = -\int_{-1}^3 f(x) dx$.

D. $\int_{-1}^3 |f(x)| dx = \int_{-1}^3 f(x) dx$.

Câu 272. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

A. 6.

B. 14.

C. 8.

D. 2.

Câu 273. Tích phân $\int_2^4 \frac{x}{x-1} dx$ bằng

A. $2 - \ln 3$.

B. $1 + \ln 3$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $2 + \ln 3$.

Câu 274. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. 19.

B. 5.

C. 29.

D. 9.

Câu 275. Tích phân $\int_2^7 \frac{x dx}{x^2 + 1}$ bằng $a \ln 2 - b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $2a + b$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Câu 276. Nếu $\int_0^1 (x^2 - mx)e^x dx = e - 7$ thì giá trị của m là nghiệm của phương trình nào dưới đây?

A. $x^2 + 4ex + 36e - 81 = 0$.

B. $x^2 - 5x + 6 = 0$.

C. $x^2 - 8x - e^2 + 4e + 12 = 0$.

D. $x^2 - 12x + 35 = 0$.

Câu 277. Biểu thức $I = \int_2^3 \frac{2x-3}{x-1} dx$ có giá trị bằng

A. $2 + 4 \ln 2$.

B. $5 - 4 \ln 2$.

C. $5 + \ln 2$.

D. $2 - \ln 2$.

Câu 278. Một chiếc xe đang chạy đều với vận tốc 20 m/s thì giảm phanh với vận tốc $v(t) = 20 - 2t$ m/s đến khi dừng hẳn. Quãng đường xe đi được từ lúc bắt đầu giảm phanh đến khi dừng hẳn là

A. 98 m.

B. 94 m.

C. 100 m.

D. 96 m.

Câu 279. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)x$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 0$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{7}{60}$.

B. $-\frac{127}{60}$.

C. $\frac{113}{60}$.

D. $-\frac{7}{60}$.

Câu 280. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 3]$, $f(3) = 5$ và $\int_1^3 f'(x) dx = 6$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. -1.

B. 11.

C. 1.

D. 10.

Câu 281. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a, b]$ và $c \in [a, b]$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. $\int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx.$

B. $\int_a^a f(x) dx = 0.$

C. $\int_a^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx \neq 0.$

D. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 0.$

Câu 282. Cho $\int_{-1}^5 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_{-1}^2 f(2x+1) dx$.

A. $I = 2.$

B. $I = 4.$

C. $I = \frac{5}{2}.$

D. $I = \frac{3}{2}.$

Câu 283. Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + 3b + c$.

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. -6.

Câu 284. Cho biết $\int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2) dx = 4$, $\int_2^3 f(z) dz = 2$, $\int_9^{16} \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt = 2$. Tính $\int_0^4 f(x) dx$.

A. 10.

B. 11.

C. 9.

D. 1.

Câu 285. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{2x+1}$ bằng

A. $\log \frac{5}{3}.$

B. $\frac{2}{15}.$

C. $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}.$

D. $\frac{16}{225}.$

Câu 286. Giả sử hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên K và a, b, c là ba số bất kì thuộc K . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx = \int_a^b (f(x) + g(x)) dx.$

C. $\int_a^a f(x) dx = 0.$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx.$

Câu 287. Giá trị của b để $\int_1^b (2x-6) dx = 0$.

A. $b = 0$ hoặc $b = 1.$

B. $b = 0$ hoặc $b = 3.$

C. $b = 1$ hoặc $b = 5.$

D. $b = 5$ hoặc $b = 0.$

Câu 288. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Tính $\int_0^2 (f(x) + 1) dx$.

A. 4.

B. 5.

C. 7.

D. 1.

Câu 289. Biết $\int_1^e \frac{(x+1) \ln x + 2}{1+x \ln x} dx = ae + b \ln \left(\frac{e+1}{e} \right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 290. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx$. Viết dạng của I khi đặt $t = \sqrt{x+1}$.

- A. $\int_1^2 (2t^2 + 2t) dt$. B. $\int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$. C. $\int_1^2 (t^2 - 2t) dt$. D. $\int_1^2 (2t^2 - t) dt$.

Câu 291. Tìm số thực m thỏa mãn $9 + \int_0^1 (2m^2x - 6m) dx = 0$.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Câu 292. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx = \pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + c$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính $a - b + c$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. -2. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 293. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Tích phân $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 2. B. 9. C. 6. D. 1.

Câu 294. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = 16, \int_0^1 f(2x) dx = 2$.

Tính $\int_0^2 x \cdot f'(x) dx$

- A. 16. B. 28. C. 36. D. 30.

Câu 295. Cho tích phân $I = \int_0^4 x\sqrt{x^2+9} dx$. Khi đặt $u = \sqrt{x^2+9}$ ta được tích phân nào dưới đây?

- A. $I = \int_3^5 u^2 du$. B. $I = \int_3^5 \sqrt{u} du$. C. $I = \int_0^4 u^2 du$. D. $I = \int_3^5 u du$.

Câu 296. Tích phân $\int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$ có giá trị bằng

- A. $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}$. B. $\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$. C. $2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$. D. $3\sqrt{3} - \frac{3}{2}$.

Câu 297. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $I = \frac{7}{2}$. B. $I = \frac{17}{2}$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 298. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0; 3]$ và thỏa mãn $I = \int_0^3 f(x) dx = 4$. Khi

đó giá trị của tích phân $K = \int_0^3 (e^{1+\ln f(x)} + 4) dx$ là

- A. $14 + 3e$. B. $4e + 14$. C. $12 + 4e$. D. $3e + 12$.

Câu 299. Tính tích phân sau $I = \int_0^{\pi} \cos^2 x \cdot \sin x \, dx$.

- A. $I = -\frac{3}{2}$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = -\frac{2}{3}$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 300. Biết rằng $\int_0^1 x \cos 2x \, dx = \frac{1}{4} (a \sin 2 + b \cos 2 + c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $a + b + c = 1$. B. $a - b + c = 0$. C. $2a + b + c = -1$. D. $a + 2b + c = 1$.

Câu 301. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = -2$, $\int_0^2 f(x) \, dx = 1$.

Tính tích phân $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x}) \, dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = -18$. C. $I = -10$. D. $I = -5$.

Câu 302. Tính tích phân $\int_{-1}^2 (2x + 1)^{2018} \, dx$.

- A. $\frac{1}{2019} (5^{2019} + 1)$. B. $\frac{1}{4038} (5^{2019} + 1)$. C. $\frac{1}{2019} (5^{2019} - 1)$. D. $\frac{1}{4038} (5^{2019} - 1)$.

Câu 303. Cho tích phân $\int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x + 1} \, dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $b < 0$. B. $c > 0$. C. $a < 0$. D. $a + b + c > 0$.

Câu 304. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\int_a^b x e^x \, dx = x e^x \Big|_a^b - \int_a^b x \, dx$. B. $\int_a^b x e^x \, dx = x e^x \Big|_a^b - \int_a^b e^x \, dx$.
C. $\int_a^b x e^x \, dx = x e^x \Big|_a^b + \int_a^b x \, dx$. D. $\int_a^b x e^x \, dx = x e^x \Big|_a^b + \int_a^b e^x \, dx$.

Câu 305. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$ và $f(a) = f(b)$. Tính $I = \int_a^b f'(x) e^{f(x)} \, dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = -1$. D. $I = 2$.

Câu 306. Cho $\int_0^1 (x + 2) e^x \, dx = ae + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = -1$. B. $S = 10$. C. $S = 5$. D. $S = 0$.

Câu 307. Tính tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x + 1}$.

- A. $\log \frac{3}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\ln \frac{3}{2}$. D. $\ln 6$.

Câu 308. Cho tích phân $I = \int_1^e x \ln^2 x \, dx$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $I = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e x \ln x \, dx$. B. $I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e x \ln x \, dx$.

$$\text{C. } I = \frac{1}{2}x^2 \ln^2 x \Big|_1^e + 2 \int_1^e x \ln x \, dx.$$

$$\text{D. } I = \frac{1}{2}x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x \, dx.$$

Câu 309. Cho $\int_0^1 f(x) \, dx = 4$, $\int_1^3 f(x) \, dx = -8$. Tính $\int_1^4 3f(x-1) \, dx$.

A. -4.

B. 12.

C. -12.

D. -24.

Câu 310. Cho $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x + 3} \, dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$. Tính $T = a + b + 2c$.

A. $T = 3$.

B. $T = 0$.

C. $T = 1$.

D. $T = 2$.

Câu 311. Biết $\int_a^b f(x) \, dx = 10$ và $\int_a^b g(x) \, dx = 5$. Tính tích phân $I = \int_a^b [3f(x) - 5g(x)] \, dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = -5$.

C. $I = 10$.

D. $I = 15$.

Câu 312. Cho $\int_0^4 f(x) \, dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x) \, dx$.

A. 32.

B. 16.

C. 4.

D. 8.

Câu 313. Biết $\int_1^2 f(x) \, dx = 2$. Tích phân $\int_1^2 3f(x) \, dx$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. 1.

D. 3.

Câu 314. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z - 1 = 0$. Tìm phương trình mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và đi qua gốc tọa độ 0.

A. $(\beta): 2x + y + z + 1 = 0$.

B. $(\beta): x - y - z = 0$.

C. $(\beta): 2x + y + z = 0$.

D. $(\beta): 2x - y - z = 0$.

Câu 315. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{2x^2 + 3x - 6}{2x + 1} \, dx$ có giá trị là

A. $I = \frac{3}{2} - \frac{7}{2} \ln 3$.

B. $I = \frac{3}{2} + \frac{7}{2} \ln 3$.

C. $I = 5 \ln 3$.

D. $I = -2 \ln 3$.

Câu 316. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x \, dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 317. Cho $\int_1^7 f(x) \, dx = 10$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(2x-1) \, dx$.

A. $I = 7$.

B. $I = 14$.

C. $I = 5$.

D. $I = 17$.

Câu 318. Cho $\int_a^c f(x) \, dx = 10$ và $\int_b^c f(x) \, dx = 3$ với $a < c < b$. Tính $\int_a^b f(x) \, dx$.

A. $\int_a^b f(x) \, dx = 7$.

B. $\int_a^b f(x) \, dx = 30$.

C. $\int_a^b f(x) \, dx = -7$.

D. $\int_a^b f(x) \, dx = 13$.

Câu 319. Tìm các giá trị của b sao cho $\int_0^b (2x - 4) \, dx = 5$.

A. $\{-1; 4\}$.

B. $\{5\}$.

C. $\{-1\}$.

D. $\{-1; 5\}$.

Câu 320. Cho $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 3$. C. $I = -3$. D. $I = -9$.

Câu 321. Biết $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{2}{3}(\sqrt{a} - b)$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $T = a + b$.

- A. $T = 10$. B. $T = 7$. C. $T = 8$. D. $T = 6$.

Câu 322. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(2-3x) dx = a$. Tìm a để $\int_{-1}^5 f(x) dx = 1$.

- A. 3. B. -1. C. -3. D. 1.

Câu 323. Biết $I = \int_2^5 \frac{|x-2|}{x} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a + 2b = 2$. B. $a + b = 0$. C. $a = 2c$. D. $a + c = b$.

Câu 324. Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$ bằng

- A. $\sqrt{2} - 1$. B. $2(\sqrt{2} - 1)$. C. $\ln 2$. D. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$.

Câu 325. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

Câu 326. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{3-2x}$.

- A. $I = -\frac{1}{2} \ln 3$. B. $I = -\ln 3$. C. $I = \frac{1}{2} \ln 3$. D. $I = \frac{1}{2} \log 3$.

Câu 327. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$ bằng

- A. $I = \frac{\pi^4}{4}$. B. $I = \frac{1}{4}$. C. $I = 1$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. A	4. D	5. C	6. B	7. C	8. C	9. C	10. B
11. D	12. B	13. D	14. A	15. B	16. D	17. D	18. C	19. C	20. B
21. A	22. C	23. A	24. A	25. A	26. C	27. D	28. B	29. B	30. C
31. B	32. B	33. D	34. A	35. A	36. B	37. A	38. B	39. A	40. B
41. C	42. B	43. A	44. D	45. D	46. B	47. C	48. B	49. A	50. B
51. C	52. C	53. A	54. B	55. D	56. B	57. C	58. A	59. A	60. A
61. D	62. D	63. C	64. C	65. A	66. A	67. C	68. C	69. D	70. C
71. C	72. D	73. C	74. A	75. C	76. A	77. A	78. A	79. D	80. D

81. A	82. C	83. A	84. B	85. B	86. B	87. D	88. D	89. C	90. C
91. A	92. C	93. C	94. B	95. B	96. C	97. D	98. A	99. A	100. D
101. A	102. D	103. C	104. D	105. A	106. C	107. A	108. D	109. C	110. B
111. C	112. D	113. C	114. B	115. C	116. C	117. A	118. B	119. B	120. A
121. B	122. D	123. A	124. C	125. A	126. A	127. A	128. D	129. B	130. A
131. D	132. D	133. D	134. D	135. B	136. A	137. A	138. B	139. A	140. B
141. C	142. B	143. A	144. D	145. A	146. D	147. C	148. A	149. B	150. D
151. C	152. B	153. C	154. C	155. A	156. C	157. B	158. A	159. C	160. D
161. D	162. D	163. A	164. A	165. D	166. C	167. D	168. C	169. A	170. D
171. D	172. D	173. B	174. A	175. B	176. C	177. D	178. A	179. B	180. D
181. B	182. A	183. C	184. D	185. A	186. D	187. D	188. D	189. C	190. D
191. C	192. D	193. B	194. D	195. A	196. A	197. C	198. A	199. A	200. C
201. A	202. B	203. B	204. C	205. A	206. A	207. B	208. B	209. D	210. C
211. D	212. C	213. A	214. A	215. D	216. D	217. A	218. A	219. B	220. C
221. A	222. C	223. A	224. C	225. C	226. A	227. A	228. B	229. C	230. A
231. A	232. B	233. B	234. C	235. D	236. A	237. B	238. D	239. A	240. B
241. D	242. D	243. C	244. D	245. D	246. A	247. A	248. C	249. D	250. D
251. C	252. B	253. C	254. A	255. B	256. C	257. A	258. B	259. A	260. B
261. B	262. C	263. A	264. C	265. A	266. A	267. C	268. B	269. A	270. D
271. C	272. B	273. D	274. C	275. B	276. D	277. D	278. C	279. B	280. A
281. C	282. A	283. A	284. B	285. C	286. D	287. C	288. B	289. B	290. B
291. C	292. B	293. C	294. B	295. A	296. B	297. C	298. C	299. B	300. B
301. C	302. B	303. D	304. B	305. A	306. C	307. C	308. D	309. C	310. C
311. A	312. D	313. B	314. C	315. A	316. B	317. C	318. A	319. D	320. B
321. A	322. C	323. B	324. B	325. B	326. C	327. B			

Mức độ vận dụng thấp

A. 1.

B. 2.

C. 7.

D. 9.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\tan x) = \cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{2+\pi}{8}$.

B. 1.

C. $\frac{2+\pi}{4}$.D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 3. Xét hàm số $y = f(x)$ liên tục trên miền $D = [a; b]$ có đồ thị là một đường cong (C) . Gọi S là phần giới hạn bởi (C) và các đường thẳng $x = a, x = b$. Người ta chứng minh được rằng độ dài đường cong S bằng $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$. Theo kết quả trên, độ dài đường cong S là phần đồ thị của

hàm số $f(x) = \ln x$ bị giới hạn bởi các đường $x = 1, x = \sqrt{3}$ là $m - \sqrt{m} + \ln \frac{1 + \sqrt{m}}{\sqrt{n}}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$ thì giá trị $m^2 - mn + n^2$ là bao nhiêu?

A. 6.

B. 7.

C. 3.

D. 1.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị dương của m để $\int_0^3 x(3-x)^m dx = -f''\left(\frac{10}{9}\right)$, với $f(x) = \ln x^{15}$.

A. $m = 20$.B. $m = 4$.C. $m = 5$.D. $m = 3$.

Câu 5. Cho $\int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x^3} = a \ln 5 + b \ln 2 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + 2b + 4c$ bằng

A. 0.

B. -1.

C. $-\frac{5}{8}$.

D. 1.

Câu 6. Giả sử a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $\int_0^4 \frac{2x^2 + 4x + 1}{\sqrt{2x+1}} dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (au^4 + bu^2 + c) du$, trong đó $u = \sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S = a + b + c$.

A. $S = 3$.B. $S = 0$.C. $S = 1$.D. $S = 2$.

Câu 7. Giả sử tích phân $I = \int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $S = a + b + c$.

A. $S = \frac{5}{3}$.B. $S = \frac{8}{3}$.C. $S = \frac{7}{3}$.D. $S = \frac{4}{3}$.

Câu 8. Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2a + b = 0$.B. $a - 2b = 0$.C. $2a - b = 0$.D. $a + 2b = 0$.

Câu 9. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + (2x + \cos x) \cos x + 1 - \sin x}{x + \cos x} dx = a\pi^2 + b - \ln \frac{c}{\pi}$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị biểu thức $P = ac^3 + b$ là

A. 3.

B. $\frac{5}{4}$.C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

Câu 10. Giả sử tích phân $I = \int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$. Lúc đó

A. $a + b + c = \frac{4}{3}$.B. $a + b + c = \frac{5}{3}$.C. $a + b + c = \frac{7}{3}$.D. $a + b + c = \frac{8}{3}$.

Câu 11. Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ (với $a > 0, b \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. $2ab = -1$. B. $2ab = 1$. C. $-b + \ln \frac{3}{2a} = -\frac{1}{3}$. D. $-b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}$.

Câu 12. Giá trị $I = \int_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}} x^2 \sin(\pi x^3) e^{\cos(\pi x^3)} dx$ gần bằng số nào nhất trong các số sau đây:

- A. 0,046. B. 0,036. C. 0,037. D. 0,038.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(4 - x) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_1^3 x f(x) dx = 5$, tính $I = \int_1^3 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{5}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{9}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 14. Cho $\int_0^4 f(x) dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x) dx$.

- A. $I = 32$. B. $I = 8$. C. $I = 16$. D. $I = 4$.

Câu 15. Tính tích phân $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$ ta được kết quả $I = a \ln 3 + b \ln 5$.

Giá trị $S = a^2 + ab + 3b^2$ là

- A. 4. B. 1. C. 0. D. 5.

Câu 16. Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ là

- A. $I = 2 + \ln 2$. B. $I = 1 + \ln 2$. C. $I = 1 - \ln 2$. D. $I = 2 - \ln 2$.

Câu 17. Biết $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + e x^3 \cdot 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{m} + \frac{1}{e \ln n} \ln \left(p + \frac{e}{e + \pi} \right)$ với m, n, p là các số nguyên dương. Tính tổng $S = m + n + p$.

- A. $S = 7$. B. $S = 6$. C. $S = 8$. D. $S = 5$.

Câu 18. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5 \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + \ln b$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 2 + \sqrt{2}$. B. $S = \frac{11}{4}$. C. $S = \frac{5}{4}$. D. $S = \frac{3}{4}$.

Câu 19. Cho $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó giá trị của a là

- A. $\frac{26}{27}$. B. $-\frac{26}{27}$. C. $-\frac{27}{26}$. D. $-\frac{25}{27}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(2x) dx = 8$. Tính $I = \int_0^{\sqrt{2}} x f(x^2) dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 16$. C. $I = 4$. D. $I = 32$.

Câu 21. Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0; a]$ thỏa mãn $f(x)f(a-x) = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^a \frac{1}{1+f(x)} dx$.

- A. $I = \frac{2a}{3}$. B. $I = \frac{a}{2}$. C. $I = \frac{a}{3}$. D. $I = a$.

Câu 22. Biết $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x \cos x}{\sqrt{1+x^2}+x} dx = a + \frac{\pi^2}{b} + \frac{\sqrt{3}\pi}{c}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $M = a-b+c$.

- A. $M = 35$. B. $M = 41$. C. $M = -37$. D. $M = -35$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Tích phân $\int_0^1 f'(\sqrt{x}) dx$ bằng

- A. 3. B. -2. C. 1. D. 4.

Câu 24. Biết $\int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx = \frac{a-b\sqrt{c}}{3}$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $c < 4$. Tính giá trị $S = a+b+c$.

- A. $S = 13$. B. $S = 28$. C. $S = 25$. D. $S = 16$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$.

- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = 4$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = 6$.

Câu 26. Biết $\int_1^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}-1} dx = a\sqrt{5}+b\sqrt{2}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $P = a+b+c$ là

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 2.

Câu 27. Biết tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5 \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + \ln b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a+b$.

- A. $S = \frac{5}{4}$. B. $S = \frac{11}{4}$. C. $S = \frac{3}{4}$. D. $S = 2$.

Câu 28. Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$), phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 . Tính tích phân $I = \int_{x_1}^{x_2} (2ax+b)^3 \cdot e^{ax^2+bx+c} dx$.

- A. $I = x_2 - x_1$. B. $I = \frac{x_2 - x_1}{4}$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{x_2 - x_1}{2}$.

Câu 29. Biết $\int_1^5 f(x) dx = 12$. Tính tích phân $I = \int_0^2 x(2+f(x^2+1)) dx$.

- A. $I = 16$. B. $I = 4$. C. $I = 10$. D. $I = 7$.

Câu 30. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4 \sin x - 2 \cos x}{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) (\cos 2x + 1)} dx = a + b \ln 2$, với a, b là các số nguyên. Tính $S = a \cdot b$.

- A. $S = 10$. B. $S = -6$. C. $S = 6$. D. $S = 4$.

Câu 31. Cho $\int_1^3 \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = m \ln 2 + n \ln 3 + p \ln 5$, với m, n, p là các số hữu tỉ. Tính $S = m^2 + n + p^2$.

- A. $S = 6$. B. $S = 4$. C. $S = 3$. D. $S = 5$.

Câu 32. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = 12$, $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} f(2 \cos x) \sin x dx$ bằng

- A. -12 . B. 12 . C. 6 . D. -6 .

Câu 33. Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \sin 2x}{1 + \sin x} dx = a + \frac{\pi}{b}$, với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 0 . B. 4 . C. -4 . D. 2 .

Câu 34. Biết $\int_0^1 \frac{1}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số hữu tỉ. Hỏi $a+b$ bằng bao nhiêu?

- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 4 .

Câu 35. Biết rằng $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+4x+3}} dx = 2 \ln \left(\frac{2+\sqrt{a}}{1+\sqrt{b}} \right)$ với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 3 . B. 5 . C. 9 . D. 7 .

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\forall x \in [0; 2018]$, ta có $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(2018-x) = 1$.

Giá trị của tích phân $I = \int_0^{2018} \frac{1}{1+f(x)} dx$ là

- A. 2018 . B. 4016 . C. 0 . D. 1009 .

Câu 37. Tính $I = \int_1^2 \left(2019 \log_2 x + \frac{1}{\ln 2} \right) x^{2018} dx$.

- A. $I = 2^{2018}$. B. $I = 2^{2017}$. C. $I = 2^{2020}$. D. $I = 2^{2019}$.

Câu 38. Có bao nhiêu số thực a để $\int_0^1 \frac{x}{a+x^2} dx = 1$?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 39. Cho $f(x)$ là một hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^0 f(x) dx = 2018$, $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2017$. Giá

trị của $I = \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = 0$. D. $I = -1$.

Câu 40. Biết $\int_1^2 \frac{3x+1}{3x^2+x \ln x} dx = \ln \left(a + \frac{\ln b}{c} \right)$ với a, b, c là các số nguyên dương và $c \leq 4$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. $T = 7$. B. $T = 6$. C. $T = 8$. D. $T = 9$.

Câu 41. Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và

$\int_1^3 f(-2x) dx = 3$. Tính $\int_{-1}^6 f(x) dx$.

- A. $I = 11$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. D. $I = 14$.

Câu 42. Cho $\int_1^3 \frac{(x+6)^{2017}}{x^{2019}} dx = \frac{a^{2018} - 3^{2018}}{6 \cdot 2018}$. Tính a .

- A. 7. B. 9. C. 6. D. 8.

Câu 43. Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và

$$\int_1^3 f(-2x) dx = 3. \text{ Tính } I = \int_{-1}^6 f(x) dx.$$

- A. $I = 2$. B. $I = 11$. C. $I = 5$. D. $I = 14$.

Câu 44. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin x + \cos x + 2x}{\sin x + 2} dx = \frac{\pi^2}{a} + \ln \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $P = a \cdot b \cdot c$.

- A. $P = 24$. B. $P = 13$. C. $P = 48$. D. $P = 96$.

Câu 45. Cho $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = a\sqrt{e} + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính $P = a \cdot b$.

- A. $P = -8$. B. $P = 8$. C. $P = -4$. D. $P = 4$.

Câu 46. Biết $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x+\sqrt{1+x^2}} dx = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c + \frac{1}{2} \ln(3\sqrt{2}-3)$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = -1$. C. $P = -\frac{1}{2}$. D. $P = \frac{5}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = -2$, $\int_0^2 f(x) dx = 1$. Tính

$$\text{tích phân } I = \int_0^4 f'(\sqrt{x}) dx.$$

- A. $I = -10$. B. $I = 0$. C. $I = -5$. D. $I = -18$.

Câu 48. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 2. B. 9. C. 7. D. 1.

Câu 49. Biết $\int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = ae + b\sqrt{3} + c$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tổng $a + b + 3c$ bằng

- A. 15. B. -10. C. -19. D. -17.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$f(x^3 + x - 1) + f(-x^3 - x - 1) = -6x^6 - 12x^4 - 6x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Tính tích phân $\int_{-3}^1 f(x) dx$.

- A. 32. B. 4. C. -36. D. -20.

Câu 52. Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx = \frac{a}{b}\pi - \frac{m}{n}$, với $a, b, m, n \in \mathbb{N}^*$, các phân số $\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ tối giản.

Tính $a^b + m^n$.

- A. 3. B. 5. C. 8. D. 2.

Câu 53. Cho $\int_0^1 \frac{9^x + 3m}{9^x + 3} dx = m^2 - 1$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m .

- A. $P = 24$. B. $P = 16$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = 12$.

Câu 54. Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = ae + b \ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỷ số $\frac{a}{b}$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 55. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(2x) dx = 2, \int_0^2 f(4x) dx = 6$.

Tính $I = \int_{-2}^2 f(3|x| + 2) dx$.

- A. $I = \frac{20}{3}$. B. $I = 20$. C. $I = \frac{40}{3}$. D. 40.

Câu 56. Cho $\int_1^3 \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 57. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^5 f(x) dx = 6$. Tính tích

phân $I = \int_{-1}^1 f(|3x-2|) dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = -2$. C. $I = 4$. D. $I = 9$.

Câu 58. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tìm tổng giá trị của $a+b+c$.

- A. 1. B. 2. C. 7. D. 9.

Câu 59. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^5 f(x) dx = 6$. Tính $\int_{-1}^1 f(|3x - 2|) dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = -2$. C. $I = 4$. D. $I = 9$.

Câu 60. Biết $\int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

- A. -2 . B. 6 . C. 2 . D. 0 .

Câu 61. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\ln 2} f(e^x + 1) dx = 5$ và $\int_2^3 \frac{(2x - 3)f(x)}{x - 1} dx = 3$.

Tính $I = \int_2^3 f(x) dx$

- A. $I = 2$. B. $I = 4$. C. $I = -2$. D. $I = 8$.

Câu 62. Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x + 3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = -1$. B. $T = 0$. C. $T = 2$. D. $T = 1$.

Câu 63. Cho $\int \sqrt{\frac{x}{x^3 + 1}} dx = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{b}{c} + \sqrt{d} \right)$, với a, b, c, d là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ tối giản.

Giá trị của $a + b + c + d$ bằng

- A. 12 . B. 10 . C. 18 . D. 15 .

Câu 64. Cho $I = \int_0^1 x \ln(2 + x^2) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị $a + b + c$ bằng

- A. 2 . B. 1 . C. $\frac{3}{2}$. D. 0 .

Câu 65. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln x}} dx = a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = \frac{3}{4}$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 66. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 3 \sin x + 2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = 2a + b$.

- A. 3 . B. 7 . C. 5 . D. 1 .

Câu 67. Biết $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 1$. B. $T = 4$. C. $T = 3$. D. $T = 6$.

Câu 68. Biết $I = \int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}} dx = a \ln 3 + b \ln 5$. Giá trị của $2a^2 + ab + b^2$ là

- A. 7 . B. 9 . C. 8 . D. 3 .

Câu 69. Nếu $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \frac{a}{b} \ln c$, (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $a > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì $a + 2b + 3c$ là

- A. 13. B. 14. C. 9. D. 11.

Câu 70. Biết rằng $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-4 \sin x + 7 \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x} dx = a + 2 \ln \frac{b}{c}$, với $a > 0$; $b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản. Hãy tính giá trị biểu thức $P = a - b + c$.

- A. $\pi - 1$. B. $\frac{\pi}{2} + 1$. C. $\frac{\pi}{2} - 1$. D. 1.

Câu 71. Biết rằng $\int_{-2}^1 \frac{1}{x + 5\sqrt{x+3} + 9} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. -10. B. 10. C. 5. D. -5.

Câu 72. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x) dx = 9$. Tính tích phân $\int_0^2 [f(1 - 3x) + 9] dx$.

- A. 27. B. 21. C. 15. D. 75.

Câu 73. Cho $\int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} dx = a + b \cdot \ln 5 + c \cdot \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng

- A. 6. B. -4. C. 14. D. -2.

Câu 74. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(3) = 21$, $\int_0^3 f(x) dx = 9$. Tính $I = \int_0^1 x f'(3x) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 12$. C. $I = 9$. D. $I = 15$.

Câu 75. Cho $\int_0^1 x \ln(2 + x^2) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị $a + b + c$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 0.

Câu 76. Biết m là số thực thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x (\cos x + 2m) dx = 2\pi^2 + \frac{\pi}{2} - 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \leq 0$. B. $0 < m \leq 3$. C. $3 < m \leq 6$. D. $m > 6$.

Câu 77. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = a\sqrt{e} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a \cdot b$.

- A. $P = 4$. B. $P = -8$. C. $P = 8$. D. $P = -4$.

Câu 78. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1 + \cos 2x} dx = a\pi + b \ln 2$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $T = 16a - 8b$.

- A. $T = 4$. B. $T = 5$. C. $T = 2$. D. $T = -2$.

Câu 79. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = \frac{a}{e+1} + b \ln \frac{2}{e+1} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

A. -1. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $f(0) = 2, \int_0^2 (2x - 4) \cdot f'(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$.

A. $I = -2$. B. $I = -6$. C. $I = 2$. D. $I = 6$.

Câu 81. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0; 2]$ và $f(2) = 3, \int_0^2 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_0^2 x f'(x) dx$.

A. $I = 3$. B. $I = -3$. C. $I = 6$. D. $I = 0$.

Câu 82. Biết $\int_1^2 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 3$. B. $P = 0$. C. $P = 5$. D. $P = 2$.

Câu 83. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $f(0) = 2, \int_0^2 (2x - 4)f'(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$.

A. $I = -2$. B. $I = -6$. C. $I = 2$. D. $I = 6$.

Câu 84. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = \frac{a}{e+1} + b \cdot \ln \frac{2}{e+1} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

A. -1. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 85. Tích phân $\int_1^2 \frac{x \ln x dx}{(x^2 + 1)^2} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với $b \in \mathbb{N}, a, c \in \mathbb{Q}$ là các phân số tối giản. Tính tổng $a + b + c$.

A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{9}{10}$. D. $-\frac{9}{10}$.

Câu 86. Cho $\int_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{x^2} dx = \frac{a}{2} \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a + 2(b + c)$ là

A. 0. B. 9. C. 3. D. 5.

Câu 87. Nghiệm dương a của phương trình $\int_1^a (2x - 1) \ln x dx = (a^2 - a) \ln a - 9$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$. B. $(3; 5)$. C. $(5; 7)$. D. $(7; 10)$.

Câu 88. Cho $I = \int_1^2 \frac{x + \ln x}{(x+1)^2} dx = \frac{a}{b} \ln 2 - \frac{1}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và các phân số là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{a+b}{c}$.

A. $S = \frac{5}{6}$.

B. $S = \frac{1}{3}$.

C. $S = \frac{2}{3}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 89. Biết $\int_0^2 e^x (2x + e^x) dx = a \cdot e^4 + b \cdot e^2 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = -4$.

B. $S = -2$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Câu 90. Cho $\int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a^2 + b^2 - c^2$ bằng

A. $\frac{17}{18}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. 1.

D. 0.

Câu 91. Cho $I = \int_0^1 (x + \sqrt{x^2 + 15}) dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $a + b + c$.

A. 1.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0; 2]$ và $f(2) = 3$; $\int_0^2 f(x) dx = 3$.

Tính $I = \int_0^2 x \cdot f'(x) dx$

A. $I = 6$.

B. $I = 3$.

C. $I = 0$.

D. $I = -3$.

Câu 93. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $2(x+1)f(x)f'(x) = 1 + f^2(x)$, $\forall x \in (0; +\infty)$; $f(0) = 2$. Khi đó giá trị $f^2(1)$ bằng

A. 3.

B. e^2 .

C. $\frac{1}{e}$.

D. 9.

Câu 94. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa mãn các điều kiện $f(4-x) = f(x)$, $\forall x \in [1; 3]$ và $\int_1^3 xf(x) dx = -2$. Giá trị $2 \int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Câu 95. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 96. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 [2x \ln(x+1) + xf'(x)] dx = 0$ và $f(3) = 1$. Biết $\int_0^3 f(x) dx = \frac{a + b \ln 2}{2}$ với a, b là các số thực dương. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 35.

B. 29.

C. 11.

D. 7.

Câu 97. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[(f'(x))]^2 + f(x)f''(x) = 15x^4 + 12x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $[f(1)]^2$ là

A. 8.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 10.

D. $\frac{9}{2}$.

Câu 98. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-2; 1]$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $[f(x)]^2 \cdot f'(x) = 3x^2 + 4x + 2$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ là

A. $2\sqrt[3]{16}$.

B. $\sqrt[3]{18}$.

C. $2\sqrt[3]{18}$.

D. $\sqrt[3]{16}$.

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp một, đạo hàm cấp hai liên tục trên $[0; 1]$ và thỏa mãn $\int_0^1 e^x f(x) dx = \int_0^1 e^x f'(x) dx = \int_0^1 e^x f''(x) dx \neq 0$. Giá trị của biểu thức $\frac{ef'(1) - f'(0)}{ef(1) - f(0)}$ bằng

A. -1 . B. 1 . C. 2 . D. -2 .

Câu 100. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[0; 5]$ thỏa mãn $\int_0^5 xf'(x)e^{f(x)} dx = 8$; $f(5) = \ln 5$. Tính $I = \int_0^5 e^{f(x)} dx$.

A. -33 . B. 33 . C. 17 . D. -17 .

Câu 101. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) > 0$ và $f(x) - f'(x) = -\frac{2[f(x)]^2}{e^x \cdot x\sqrt{x-x^2}}$, $\forall x \in (0; 1)$. Biết $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, khẳng định nào sau đây đúng?

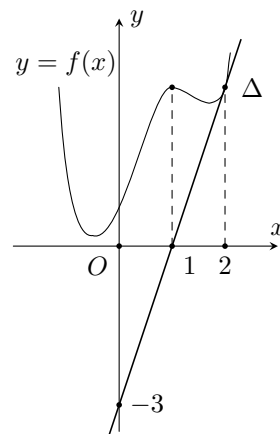
A. $f\left(\frac{1}{5}\right) \geq \frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{5} \leq f\left(\frac{1}{5}\right) < \frac{1}{4}$. C. $f\left(\frac{1}{5}\right) < \frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{6} \leq f\left(\frac{1}{5}\right) < \frac{1}{5}$.

Câu 102. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $x \cdot f'(x) = -[f(x)]^2 \cdot \ln x$; $f(1) = 1$. Giá trị $f(e)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2e}{3}$. C. $\frac{e}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 103. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$; đường thẳng Δ trong hình vẽ bên là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$. Tích phân $\int_0^{\ln 3} e^x f''\left(\frac{e^x + 1}{2}\right) dx$ bằng

A. 8 . B. 4 . C. 3 . D. 6 .



Câu 104. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\ln 2} f(e^x + 1) dx = 5$ và $\int_2^3 \frac{(2x-3)f(x)}{x-1} dx = 3$. Tính $I = \int_2^3 f(x) dx$.

A. $I = 2$. B. $I = 4$. C. $I = -2$. D. $I = 8$.

Câu 105. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x^5 + 4x + 3) = 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^8 f(x) dx$ bằng

A. 10 . B. 2 . C. $\frac{32}{3}$. D. 72 .

Câu 106. Cho $y = f(x), y = g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn:

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10, \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6.$$

Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 7. B. 8. C. 6. D. 9.

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$ và

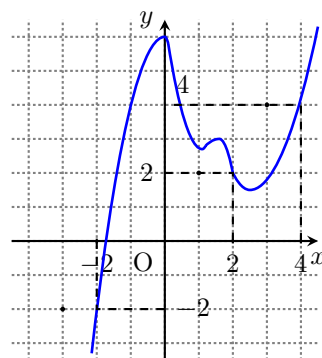
$$\int_0^1 x^{2018} f(x) dx = 2. \text{ Giá trị của } \int_0^1 x^{2019} f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A. -4038. B. $\frac{2}{2019}$. C. 4038. D. $-\frac{2}{2019}$.

Câu 108.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó tổng $\int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 6. D. 10.



Câu 109. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = f'(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1, f(1) = 2019$. Giá trị của $I = \int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 2020. B. 2019. C. 1010. D. $\sqrt{2019}$.

Câu 110. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tập hợp các số thực m thỏa mãn $\int_0^m f(x) dx =$

$$\int_0^m f(m-x) dx \text{ là}$$

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 111. Cho $f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[0; 4]$ thỏa mãn $f(x) + f(4-x) = -x^2 + 4x$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx$ bằng

- A. 32. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{32}{3}$. D. 16.

Câu 112. Cho $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx = a + \frac{b\pi}{2} (a, b \in \mathbb{Z})$. Giá trị của $a + b^2$ bằng

- A. 10. B. 4. C. -2. D. 2.

Câu 113. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $3f(-x) - 2f(x) = \tan^2 x$. Tính $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$.

A. $1 - \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{2} - 1$. C. $1 + \frac{\pi}{4}$. D. $2 - \frac{\pi}{2}$.

Câu 114. Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 1 .

Câu 115. Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a + b = 3c$. D. $a - b = -3c$.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{35}{36}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

Câu 117. Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = -2c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = -c$. D. $a - b = -2c$.

Câu 118. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 20 (m/s). B. 16 (m/s). C. 13 (m/s). D. 15 (m/s).

Câu 119. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{41}{400}$. B. $-\frac{1}{10}$. C. $-\frac{391}{400}$. D. $-\frac{1}{40}$.

Câu 120. Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + b \cdot e + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

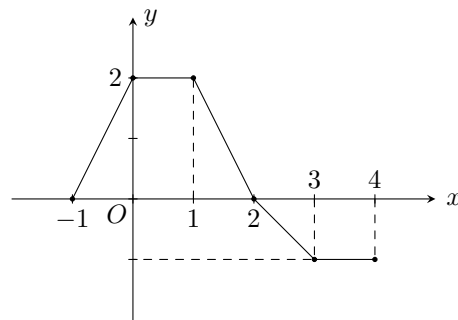
A. $a + b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = c$. D. $a - b = -c$.

Câu 121.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1; 4]$ như hình bên. Khi

đó $\int_0^{\frac{17}{4}} f\left(x - \frac{1}{2}\right) dx$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{2}$. B. 5. C. $\frac{19}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.



Câu 122. Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{\sqrt{1 + 3 \sin x}}$ là

- A. $I = \frac{1}{3}$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{4}{3}$.

Câu 123. Cho a và b là hai số hữu tỷ thỏa mãn $I = \int_0^{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2} 2 \cos \sqrt{x} \, dx = a\pi + b$. Giá trị của biểu thức a^b là

- A. 0,0625. B. 4. C. 0,125. D. 0,625.

Câu 124. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} \, dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tìm tổng giá trị của $a + b + c$.

- A. 1. B. 2. C. 7. D. 9.

Câu 125. Cho $\int_0^1 \frac{x \, dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

Câu 126. Tích phân $\int_0^{\pi^2} (\sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) \, dx = A + B\pi$. Tính $A + B$.

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 127. Cho hai hàm số $f(x)$ và $f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2}$.

Tính $I = \int_{-2}^2 f(x) \, dx$.

- A. $I = \frac{\pi}{20}$. B. $I = \frac{\pi}{10}$. C. $I = -\frac{\pi}{20}$. D. $I = -\frac{\pi}{10}$.

Câu 128. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên $[0; 2]$ và $f(2) = 16; \int_0^2 f(x) \, dx = 4$. Tính

$I = \int_0^1 x f'(2x) \, dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 20$. C. $I = 12$. D. $I = 13$.

Câu 129. Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x + 3}} \, dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = -1$. B. $T = 0$. C. $T = 2$. D. $T = 1$.

Câu 130. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[(f'(x))^2 + f(x)f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$.

Giá trị của $[f(1)]^2$ là

- A. 8. B. $\frac{5}{2}$. C. 10. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 131. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = -2, \int_0^2 f(x) dx = 1$.

Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 f'(\sqrt{x+1}) dx$.

- A. $I = -5$. B. $I = 0$. C. $I = -18$. D. $I = -10$.

Câu 132. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x \geq 1 \\ x^2 + b, & x < 1 \end{cases}$, với a, b là các số thực. Biết rằng $f(x)$ liên tục và có

đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Tính $\int_{-1}^2 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{19}{3}$. B. $I = \frac{25}{3}$. C. $I = \frac{1}{3}$. D. $I = \frac{26}{3}$.

Câu 133. Biết $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^4 + \cos^3 x \sin x} dx = a(2 - \sqrt{3}) + b \ln 2 + c \ln(1 + \sqrt{3})$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của abc bằng

- A. 0. B. -2. C. -4. D. -6.

Câu 134. Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

- A. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$. B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$.
C. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$. D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$.

Câu 135. Biết $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = 0$.

Câu 136. Cho $\int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

- A. $S = 2$. B. $S = -2$. C. $S = 0$. D. $S = 1$.

Câu 137. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

- A. $I = -6$. B. $I = 0$. C. $I = -2$. D. $I = 6$.

Câu 138. Biết $I = \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 24$. B. $P = 12$. C. $P = 18$. D. $P = 46$.

Câu 139. Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a - b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a + b = 3c$. D. $a - b = -3c$.

Câu 140. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{35}{36}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

Câu 141. Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = -2c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = -c$. D. $a - b = -2c$.

Câu 142. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 20 (m/s). B. 16 (m/s). C. 13 (m/s). D. 15 (m/s).

Câu 143. Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + b \cdot e + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = c$. D. $a - b = -c$.

Câu 144. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biểu thức $I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{2^x + 1} dx$ bằng biểu thức nào trong các biểu thức sau đây?

- A. $\int_{-1}^1 f(x) dx$. B. $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx$. C. $-\int_{-1}^1 f(x) dx$. D. $-\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx$.

Câu 145. Cho biết tích phân $I = \int_0^1 (x+2) \ln(x+1) dx = a \ln 2 + \frac{-7}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $a = b$. B. $a < b$. C. $a > b$. D. $a = b + 3$.

Câu 146. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^3 f(x) dx = 8$ và $\int_0^5 f(x) dx = 4$. Tính $\int_{-1}^1 f(|4x-1|) dx$.

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{11}{4}$. C. 3. D. 6.

Câu 147. Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

$$\text{A. } I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2(x^2 - 1) dx.$$

$$\text{B. } I = \int_1^3 u^2(u^2 - 1) du.$$

$$\text{C. } I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3.$$

$$\text{D. } I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2(u^2 - 1) du.$$

Câu 148. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) = x \cdot f'(x) - 2x^3 - 3x^2$; $f(1) = 4$. Tính $f(2)$.

A. 10.

B. 20.

C. 15.

D. 25.

Câu 149. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và $f(5) = 10$, $\int_0^5 x f'(x) dx = 30$.

Tính $\int_0^5 f(x) dx$.

A. -20.

B. 70.

C. 20.

D. -30.

Câu 150. Cho biết $\int_{-1}^5 f(x) dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5 - 3x) + 7] dx$.

A. $P = 15$.B. $P = 37$.C. $P = 27$.D. $P = 19$.

Câu 151. Giả sử $\int e^{2x}(2x^3 + 5x^2 - 2x + 4) dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$.

Khi đó $a + b + c + d$ bằng

A. -2.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 152. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$, $f(e) = 1$.

Ta có $\int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$ bằng

A. $I = 4$.B. $I = 3$.C. $I = 1$.D. $I = 0$.

Câu 153. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số k để có $\int_1^k (2x - 1) dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$.

A. $\begin{cases} k = 1 \\ k = 2 \end{cases}$.B. $\begin{cases} k = 1 \\ k = -2 \end{cases}$.C. $\begin{cases} k = -1 \\ k = -2 \end{cases}$.D. $\begin{cases} k = -1 \\ k = 2 \end{cases}$.

Câu 154. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tìm tổng giá trị của $a + b + c$.

A. 1.

B. 2.

C. 7.

D. 9.

Câu 155. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + 2 \cos x)}{\cos^2 x} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c\pi$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của abc bằng

A. $\frac{15}{8}$.B. $\frac{5}{8}$.C. $\frac{5}{4}$.D. $\frac{17}{8}$.

Câu 156. Cho $\int_1^2 \frac{2}{x^2 + 2x} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị của $2a + 3b$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. -1.

D. -5.

Câu 157. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(3) = 7, \int_0^3 f(x) dx = 3$.

Giá trị $\int_0^1 xf'(3x) dx$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 6. C. 8. D. 2.

Câu 158. Cho $I = \int_0^3 \frac{x-1}{1+\sqrt{1+x}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$. Trong đó a, b, c là những số hữu tỉ. Khi đó $3a + b + c$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -2. D. -1.

Câu 159. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $xf(x)f'(x) = f^2(x) - x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(2) = 1$. Tích phân $\int_0^2 f^2(x) dx$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 2. D. 4.

Câu 160. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6$ và $\int_0^{\frac{\pi}{1}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx =$

2. Tích phân $\int_1^3 (f(x) + 2) dx$ bằng ?

- A. 10. B. 16. C. 9. D. 5.

Câu 161. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) và M là một điểm bất kì thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm thứ hai N ; tiếp tuyến của (C) tại N cắt (C) tại điểm thứ ba P . Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng MN và (C) ; đường thẳng NP và (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S_1 = 8S_2$. B. $S_2 = 8S_1$. C. $S_2 = 16S_1$. D. $S_1 = 16S_2$.

Câu 162. Cho $\int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị $P = abc$ là

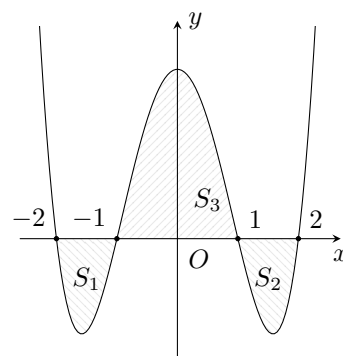
- A. $P = -36$. B. $P = 0$. C. $P = 18$. D. $P = -18$.

Câu 163. Cho đồ thị hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ bên.

Biết rằng diện tích $S_1 = S_2 = 2$ và $S_3 = 6$. Giá trị của tích phân

$I = \int_{-2}^2 f(x) dx$ là

- A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = 10$. D. $I = 8$.



Câu 164. Biết $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

A. -2. B. 6. C. 2. D. 0.

Câu 165. Biết $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx = \frac{a}{4} - 4 \ln \frac{4}{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

A. 25. B. 41. C. 20. D. 34.

Câu 166. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 3 \sin x + 2} = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $P = 2a + b$.

A. 3. B. 7. C. 5. D. 1.

Câu 167. Cho $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\frac{x}{x^3 + 1}} dx = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{b}{c} + \sqrt{d} \right)$, với a, b, c, d là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ tối giản. Giá trị của $a + b + c + d$ bằng

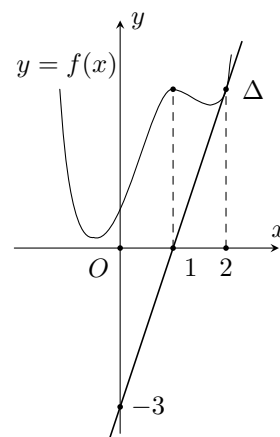
A. 12. B. 10. C. 18. D. 15.

Câu 168. Trên đoạn thẳng AB dài 200 m có hai chất điểm X, Y . Chất điểm X xuất phát từ A , chuyển động thẳng hướng đến B với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{3}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc X bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, chất điểm Y xuất phát từ B và xuất phát chậm hơn 10 giây so với X ; Y chuyển động thẳng theo chiều ngược lại với X và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Biết rằng hai chất điểm X, Y gặp nhau tại đúng trung điểm đoạn thẳng AB . Gia tốc của chất điểm Y bằng

A. 2 (m/s²). B. 1,5 (m/s²). C. 2,5 (m/s²). D. 1 (m/s²).

Câu 169. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$; đường thẳng Δ trong hình vẽ bên là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$. Tích phân $\int_0^{\ln 3} e^x f'' \left(\frac{e^x + 1}{2} \right) dx$ bằng

A. 8. B. 4. C. 3. D. 6.



Câu 170. Biết $\int_1^4 f(x) dx = 5$ và $\int_4^5 f(x) dx = 20$. Tính $\int_1^2 f(4x - 3) dx - \int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) e^{2x} dx$.

A. $I = \frac{15}{4}$. B. $I = 15$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = 25$.

Câu 171. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[1; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f'(x) \geq 3x^2 + 2x - 5$ trên $[1; +\infty)$. Tìm số nguyên dương lớn nhất m sao cho $\min_{x \in [3; 10]} f(x) \geq m$ với mọi hàm số $f(x)$ thỏa điều kiện đề bài.

A. 15.

B. 20.

C. 25.

D. 30.

Câu 172. Biết rằng $\int_{-1}^{a+\sqrt{b}} \frac{dx}{\sqrt{-x^2-4x}} = \frac{\pi}{6}$, với a, b là các số nguyên thỏa mãn $-1 < a + \sqrt{b} < 0$ và $b > 0$. Tổng $a + b$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Câu 173. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = 4$. Tính $I = \int_1^2 x \cdot [f(x) + 2] dx$

A. $I = 5$.B. $I = 11$.C. $I = 16$.D. $I = 12$.

Câu 174. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2018$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x) \sin 2x dx$ bằng

A. 2018.

B. 1009.

C. -1009.

D. -2018.

Câu 175. Cho $\int_0^2 (1-2x)f'(x) dx = 3f(2) + f(0) = 2018$. Tích phân $\int_0^1 f(2x) dx$ bằng

A. 0.

B. 1009.

C. 2018.

D. 4036.

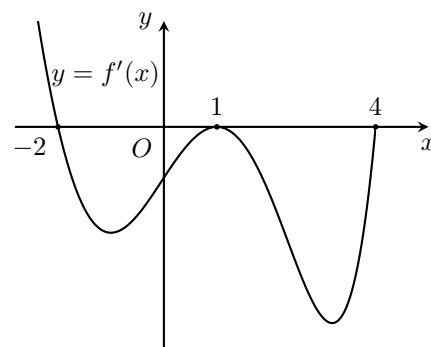
Câu 176. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $I = 6$.B. $I = 2$.C. $I = 3$.D. $I = 4$.

Câu 177.

Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(1) = 3$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục Ox trên các đoạn $[-2; 1]$ và $[1; 4]$ lần lượt là 9 và 12. Giá trị của $f(-2) + f(4)$ bằng.



A. 21.

B. 9.

C. 3.

D. 2.

Câu 178. Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = ae + b \ln \left(\frac{e+1}{e} \right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỉ

số $\frac{a}{b}$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 179. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1, f(e) = 2$. Tích phân $\int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 180. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $I = 1$. D. $I = -8$.

Câu 181. Biết $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} dx = \ln |(x-1)^m(x-2)^n(x-3)^p| + C$. Tính $4(m+n+p)$.

- A. 5. B. 0. C. 4. D. 2.

Câu 182. Nếu $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 f(t) dt$, với $t = \sqrt{1+x}$ thì $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $f(t) = 2t^2 + 2t$. B. $f(t) = t^2 - t$. C. $f(t) = t^2 + t$. D. $f(t) = 2t^2 - 2t$.

Câu 183. Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 60$. B. $S = 70$. C. $S = 72$. D. $S = 68$.

Câu 184. Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 60$. B. $S = 70$. C. $S = 72$. D. $S = 68$.

Câu 185. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x+1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

- A. $S = -2$. B. $S = 5$. C. $S = 2$. D. $S = 10$.

Câu 186. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng

- A. $I = 4$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Câu 187. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $\int_0^1 x f'(2x) dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 20$. C. $I = 12$. D. $I = 13$.

Câu 188. Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2$ (a, b là các số hữu tỉ). Tính $T = a^2 + b^3$.

- A. $T = \frac{13}{3}$. B. $T = \frac{134}{27}$. C. $T = \frac{8}{3}$. D. $T = \frac{152}{27}$.

Câu 189. Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(2x+1)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 190. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$ có $f'(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+4}$ thỏa mãn $f(3) = 1$. Giá trị $f(2)$ bằng

- A. $-1 + 3 \ln 2$. B. $1 + 3 \ln 2$. C. 1. D. $1 - \ln 2$.

Câu 191. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$. Biết $f(3) + f(-3) = 4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $T = f(-5) + f(0) + f(2)$.

A. $T = 5 + \frac{1}{2} \ln 2$. B. $T = 5 - \frac{1}{2} \ln 2$. C. $T = 6 + \frac{1}{2} \ln 2$. D. $T = 6 - \frac{1}{2} \ln 2$.

Câu 192. Cho hàm số $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, $f(0) = 1$ và $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(3) < 2$. B. $2 < f(3) < 4$. C. $f(3) > 6$. D. $4 < f(3) < 6$.

Câu 193. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = 3$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. D. $I = 6$.

Câu 194. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = -8$. B. $I = 8$. C. $I = 12$. D. $I = -12$.

Câu 195. Tính $I = \int_0^a \frac{x^3 + x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$.

A. $I = (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1$. B. $I = \frac{1}{3}[(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1]$.
C. $I = \frac{1}{3}[(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1]$. D. $I = (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1$.

Câu 196. Cho n là số nguyên dương khác 0, hãy tính tích phân $\int_0^1 (1-x^2)^n x dx$ theo n .

A. $I = \frac{1}{2n+2}$. B. $I = \frac{1}{2n}$. C. $I = \frac{1}{2n-1}$. D. $I = \frac{1}{2n+1}$.

Câu 197. Biết $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\sqrt{3}}{a}\pi - \ln b$. Khi đó, giá trị của $a^2 + b$ bằng

A. 11. B. 7. C. 13. D. 9.

Câu 198. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tính $I = \int_0^1 x^3 f'(x) dx$.

A. -1. B. 1. C. 3. D. -3.

Câu 199. Cho $I = \int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị $a + b + c$ bằng

A. 9. B. 2. C. 1. D. 7.

Câu 200. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(3) = 1, f(1) > 0$ và $f'(x) = 3x^2[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{1}{25}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{1}{24}$.

Câu 201. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ và $F(1) = 5$. Tính $F(e)$.

- A. $F(e) = 3e^2 + 4$. B. $F(e) = 5e^2 + 4$. C. $F(e) = 5e^2$. D. $F(e) = 3e^2 + 6$.

Câu 202. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) + 2xf(x) = e^x f(x)$ với $f(x) \neq 0, \forall x$ và $f(0) = 1$. Khi đó $|f(1)|$ bằng

- A. $e + 1$. B. e^{e-2} . C. $e - 1$. D. e^{e+1} .

Câu 203. Giá trị của $\frac{2^{2021}}{2021} - \int_{-1}^1 (x+1)^{2019} x dx$ bằng

- A. $\frac{2^{2017}}{505}$. B. $\frac{2^{2018}}{505}$. C. $\frac{2^{2017} - 1}{505}$. D. $\frac{2^{2016} - 1}{505}$.

Câu 204. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn trên đoạn $[-a; a]$ và $k > 0$. Giá trị tích phân $\int_{-a}^a \frac{f(x)}{1 + e^{kx}} dx$ bằng

- A. $\int_0^a f(x) dx$. B. $\int_{-a}^a f(x) dx$. C. $2 \int_{-a}^a f(x) dx$. D. $2 \int_0^a f(x) dx$.

Câu 205. Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{3x + 5\sqrt{3x+1} + 7} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. $-\frac{5}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $-\frac{10}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 206. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

- A. $\frac{2}{e}$. B. $\frac{1}{e}$. C. e . D. $\frac{e}{2}$.

Câu 207. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(2-x) = xe^{x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{e^4 - 1}{4}$. B. $I = \frac{2e - 1}{2}$. C. $I = e^4 - 2$. D. $I = e^4 - 1$.

Câu 208. Biết $\int_0^2 \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5, (a, b, c \in \mathbb{Q})$. Giá trị của abc bằng

- A. -8 . B. -10 . C. -12 . D. 16 .

Câu 209. Biết $\int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5, (a, b, c \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 210. Cho tích phân $\int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $P = abc$.

- A. $P = -36$. B. $P = 0$. C. $P = -18$. D. $P = 18$.

Câu 211. Cho $\int_0^1 \frac{9^x + 3m}{9^x + 3} dx = m^2 - 1$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m .

- A. $P = 24$. B. $P = 16$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = 12$.

Câu 212. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp một, đạo hàm cấp hai liên tục trên $[0; 1]$ và thỏa mãn $\int_0^1 e^x f(x) dx = \int_0^1 e^x f'(x) dx = \int_0^1 e^x f''(x) dx \neq 0$. Giá trị của biểu thức $\frac{ef'(1) - f'(0)}{ef(1) - f(0)}$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 2 . D. -2 .

Câu 213. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2018$, $f(2) = 2019$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A. $S = \ln 4035$. B. $S = 4$. C. $S = \ln 2$. D. $S = 1$.

Câu 214. Cho $\int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

- A. $S = -2$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = 2$.

Câu 215. Biết $I = \int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}} dx = a \ln 3 + b \ln 5$, với a, b là các số nguyên. Tính tổng $a + b$.

- A. -1 . B. 3 . C. 1 . D. 2 .

Câu 216. Biết $\int_1^2 \frac{1}{4x^2 - 4x + 1} dx = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ thì a và b là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 - 5x + 6 = 0$. B. $x^2 - 9 = 0$. C. $x^2 + 4x - 12 = 0$. D. $2x^2 - x - 1 = 0$.

Câu 217. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^3 f(x) dx = 8$ và $\int_0^5 f(x) dx = 4$.

Tính $\int_{-1}^1 f(|4x - 1|) dx$.

- A. 6 . B. $\frac{9}{4}$. C. 3 . D. $\frac{11}{4}$.

Câu 218. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_{-2}^5 g(x) dx = -3$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

- A. $I = -11$. B. $I = 13$. C. $I = 27$. D. $I = 3$.

Câu 219. Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x + 3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 2$. B. $T = 1$. C. $T = 0$. D. $T = -1$.

Câu 220. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(3) = 7$, $\int_0^3 f(x) dx = 3$.

Giá trị của $\int_0^1 x f'(3x) dx$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 6 . C. 8 . D. 2 .

Câu 221. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x) + x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 5$. C. $I = 6$. D. $I = 4$.

Câu 222. Biết $\int_2^3 \frac{\ln x}{x^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 3.

Câu 223. Biết $\int_1^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+4}-2} dx = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 10. B. $\frac{7}{2}$. C. 20. D. $\frac{20}{3}$.

Câu 224. Cho $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{x}{x+1} \right) dx = \frac{10}{b} + \ln \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 1$. B. $P = 5$. C. $P = 7$. D. $P = 2$.

Câu 225. Cho $I = \int_0^1 xe^{2x} dx = a \cdot e^2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $a + b$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 0. D. 1.

Câu 226. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -1. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 227. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 [2x \ln(x+1) + x f'(x)] dx = 0$ và $f(3) = 1$. Biết $\int_0^3 f(x) dx = \frac{a + b \ln 2}{2}$ với a, b là các số thực dương. Giá trị của $a + b$ bằng?

- A. 35. B. 29. C. 11. D. 7.

Câu 228. Biết $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + ex^{3 \cdot 2^x}}{\pi + e^{2^x}} dx = \frac{1}{m} + \frac{1}{e \ln n} \cdot \ln \left(p + \frac{e}{e + \pi} \right)$ với m, n, p là các số nguyên dương. Tính tổng $P = m + n + p$.

- A. $P = 5$. B. $P = 6$. C. $P = 8$. D. $P = 7$.

Câu 229. Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10, \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx =$

6. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 7. B. 6. C. 8. D. 0.

Câu 230. Giả sử $I = \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là các số nguyên. Khi đó giá trị $a - b$ là

- A. -17. B. 5. C. -5. D. 17.

Câu 231. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$.

Tính $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 12$. C. $I = 20$. D. $I = 13$.

Câu 232. Tính tích phân $\int_0^1 \max\{e^x, e^{1-2x}\} dx$

- A. $e - 1$. B. $\frac{3}{2}(e - \sqrt[3]{e})$. C. $e - \sqrt[3]{e}$. D. $\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$.

Câu 233. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cot\left(\frac{5\pi}{12} - x\right) \tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right)} dx = \frac{2 + \sqrt{a}}{2} \ln b - \frac{\pi}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $a^2 + b^2 + c^2$.

- A. 48. B. 18. C. 34. D. 36.

Câu 234. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\cos x} + \sin x) \sin x dx = a + be + c\pi$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $a + b + c$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 235. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(2x) dx = 2$, $\int_0^2 f(4x) dx = 6$.

Tính $I = \int_{-2}^2 f(3|x| + 2) dx$.

- A. $I = \frac{20}{3}$. B. $I = 20$. C. $I = \frac{40}{3}$. D. 40.

Câu 236. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và $f(x) + f(1 - x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1}$, $\forall x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{3}{4} + 2 \ln 2$. B. $I = 3 + \ln 2$. C. $I = \frac{3}{4} + \ln 2$. D. $I = \frac{3}{2} + 2 \ln 2$.

Câu 237. Cho $\int_2^3 \frac{2x + 3}{x^2 + x} dx = a \ln 2 + b \ln 3$. Tính giá trị biểu thức $a^2 - ab - b$.

- A. 11. B. 21. C. 31. D. 41.

Câu 238. Cho $\int_1^3 \frac{x + 3}{x^2 + 3x + 2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 239. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1 + \cos 2x} dx = a\pi + b \ln 2$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $T = 16a - 8b$.

- A. $T = 4$. B. $T = 5$. C. $T = 2$. D. $T = -2$.

Câu 240. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) + 1$ chia hết cho $(x - 1)^2$ và $f(x) - 1$ chia hết cho $(x + 1)^2$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. 5. B. 7. C. $-\frac{5}{8}$. D. $\frac{13}{2}$.

Câu 241. Cho $\int_2^3 \frac{dx}{(x+1)(x+2)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số thực. Giá trị của $a + b^2 - c^3$ là

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 242. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = a\sqrt{e} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a \cdot b$.

- A. $P = 4$. B. $P = -8$. C. $P = 8$. D. $P = -4$.

Câu 243. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 x \cdot f'\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

- A. $I = 144$. B. $I = 12$. C. $I = 112$. D. $I = 28$.

Câu 244. Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+2) \ln(x+1) dx = a \ln 2 - \frac{7}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tổng $a + b^2$ bằng

- A. 8. B. 16. C. 12. D. 20.

Câu 245. Cho $I = \int_0^1 (x + \sqrt{x^2 + 15}) dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $a + b + c$.

- A. 1. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 246. Cho $f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[0; 4]$ thỏa mãn $f(x) + f(4-x) = -x^2 + 4x$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx$ bằng

- A. 32. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{32}{3}$. D. 16.

Câu 247. Biết $\int_1^2 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 3$. B. $P = 0$. C. $P = 5$. D. $P = 2$.

Câu 248. Cho $I = \int_0^1 x \ln(2 + x^2) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị $a + b + c$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 0.

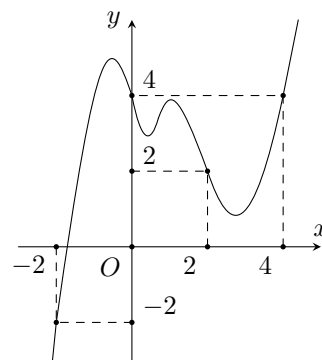
Câu 249. Cho $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $6a + b + c$ bằng

- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 250.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $I = \int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx$ bằng

- A. 6. B. -2.
C. 2. D. 10.



Câu 251. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 3 \sin x + 2} = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = 2a + b$.

- A. 3. B. 7. C. 5. D. 1.

Câu 252. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = \frac{a}{e+1} + b \cdot \ln \frac{2}{e+1} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

- A. -1. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 253. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\ln 2} f(e^x + 1) dx = 5$ và $\int_2^3 \frac{(2x-3)f(x)}{x-1} dx = 3$.

Tính $I = \int_{\frac{2}{3}}^3 f(x) dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 4$. C. $I = -2$. D. $I = 8$.

Câu 254. Biết $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 1$. B. $T = 4$. C. $T = 3$. D. $T = 6$.

Câu 255. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x^5 + 4x + 3) = 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^8 f(x) dx$ bằng

- A. 10. B. 2. C. $\frac{32}{3}$. D. 72.

Câu 256. Biết $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a \ln 3 + b \ln 5$. Giá trị của $2a^2 + ab + b^2$ là

- A. 7. B. 9. C. 8. D. 3.

Câu 257. Nếu $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \frac{a}{b} \ln c$, (với $a, b, c \in \mathbb{Z}, a > 0, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì $a + 2b + 3c$ là

- A. 13. B. 14. C. 9. D. 11.

Câu 258. Cho $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x+m}} dx, m$ là số thực dương. Tìm tất cả các giá trị của m để $I \geq 1$.

- A. $0 < m \leq \frac{1}{4}$. B. $m \geq \frac{1}{4}$. C. $m > 0$. D. $\frac{1}{8} \leq m \leq \frac{1}{4}$.

Câu 259. Biết rằng $\int_{-2}^1 \frac{dx}{x + 5\sqrt{x+3} + 9} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. -10. B. 10. C. 5. D. -5.

Câu 260. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0; 2]$ và thỏa mãn $I = \int_0^2 f(x) dx = 5$. Khi

đó giá trị của tích phân $K = \int_0^2 (e^{2+\ln f(x)} + 3) dx$ là

- A. $5e^2 + 6$. B. $5e^2 - 6$. C. $6e^2 + 5$. D. $5e^2 + 9$.

Câu 261. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1) = -1$ và $(x+1)f'(x) + f(x) = 3x^2 - 2x$. Tính giá trị $f(2)$.

- A. $f(2) = \frac{5}{2}$. B. $f(2) = 3$. C. $f(2) = 2$. D. $f(2) = \frac{2}{3}$.

Câu 262. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x) dx = 9$. Tính tích phân $\int_0^2 [f(1 - 3x) + 9] dx$.

- A. 27. B. 21. C. 15. D. 75.

Câu 263. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$, $F(1) = 3$, $F(3) = 5$ và $\int_1^3 (x^4 - 8x) f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_1^3 (x^3 - 2) F(x) dx$.

- A. $I = \frac{147}{2}$. B. $I = \frac{147}{3}$. C. $I = -\frac{147}{2}$. D. $I = 147$.

Câu 264. Biết $\int_0^1 x\sqrt{x^2+4} dx = \frac{1}{a} (\sqrt{b^3} - c)$ (với $a, b, c \in \mathbb{N}$). Tính $Q = abc$.

- A. $Q = 120$. B. $Q = 15$. C. $Q = -120$. D. $Q = 40$.

Câu 265. Biết $\int_{-1}^1 \left(\frac{9}{x-3} - \frac{7}{x-2} \right) dx = a \ln 3 - b \ln 2$ với a, b là các số nguyên. Tính giá trị $P = a^2 + b^2$.

- A. $P = 32$. B. $P = 130$. C. $P = 2$. D. $P = 16$.

Câu 266. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x+1} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $b < 0$. B. $c > 0$. C. $a < 0$. D. $a + b + c > 0$.

Câu 267. Biết $\int_0^1 \frac{x+1}{(x+2)^2} dx = \ln \frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $T = a + b + c + d$.

- A. $T = 13$. B. $T = 10$. C. $T = 12$. D. $T = 11$.

Câu 268. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$, $f(0) = \frac{1}{3}$ và $f(-3) - f(3) = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = f(-4) + f(-1) - f(4)$.

A. $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3} \ln \left(\frac{8}{5} \right) + 1$.

C. $\frac{1}{3} \ln \left(\frac{4}{5} \right) + \ln 2 + 1$.

D. $\frac{1}{3} \ln 80 + 1$.

Câu 269. Biết $\int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $P = a + 4b$.

A. $P = -3$.

B. $P = 0$.

C. $P = 3$.

D. $P = 1$.

Câu 270. Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + b \ln 2$ với a và b là các số hữu tỉ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Câu 271. Biết rằng $\int_1^0 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5}e^2 + \frac{b}{3}e + c$ ($a; b; c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

A. $T = 9$.

B. $T = 10$.

C. $T = -10$.

D. $T = 6$.

Câu 272. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn điều kiện $2f(x) + 3f(1-x) = x\sqrt{1-x}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = -\frac{4}{15}$.

B. $I = \frac{1}{15}$.

C. $I = \frac{4}{75}$.

D. $I = \frac{1}{25}$.

Câu 273. Xét hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $f(1) = 1$ và $f(2) = 4$. Tính $J = \int_1^2 \left(\frac{f'(x) + 2}{x} - \frac{f(x) + 1}{x^2} \right) dx$.

A. $J = \ln 2 - \frac{1}{2}$.

B. $J = 1 + \ln 4$.

C. $J = \frac{1}{2} + \ln 4$.

D. $J = 4 - \ln 2$.

Câu 274. Tìm tất cả giá trị thực của tham số k để có $\int_1^k (2x-1) dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$.

A. $\begin{cases} k = -1 \\ k = 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} k = 1 \\ k = -2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} k = 1 \\ k = 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} k = -1 \\ k = -2 \end{cases}$.

Câu 275. Cho các hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = x^2 \forall x \in (-\infty; 1]$, $f'(x) = 2 \forall x > 1$. Giá trị của biểu thức $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 276. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ và $\int_0^{x^2} f(t) dt = xe^x$. Tính giá trị $f(4)$.

A. $f(4) = 3e^2$.

B. $f(4) = \frac{3e^2}{4}$.

C. $f(4) = \frac{5e^4}{8}$.

D. $f(4) = \frac{e^2}{4}$.

Câu 277. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(2018-x) = 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của tích phân $\int_0^{2018} f(x) dx$.

A. 1009.

B. 4036.

C. 2018.

D. 1009^2 .

Câu 278. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x}$, $f(-1) = 0$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-2) - f(2)$ bằng

- A. $-2 + 2 \ln 5$. B. $2 + 2 \ln 5$. C. -2 . D. 2 .

Câu 279. Biết $\int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}} dx = a \ln 3 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a^2 + ab + 3b^2$.

- A. $S = 2$. B. $S = 5$. C. $S = 4$. D. $S = 0$.

Câu 280. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0) = 1$, $f(2) = 3$ và $\int_0^2 f(x) dx = 3$.

Tính tích phân $\int_0^1 x f'(2x) dx$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 0 . D. 2 .

Câu 281. Cho hai số hữu tỉ a, b sao cho tồn tại $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{(x+1)^2}$, biết rằng $F(1) = -\frac{2}{3} \ln 2$ và $F(2) = a \ln 2 + b \ln 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = ab$.

- A. $T = -\frac{5}{3}$. B. $T = -2$. C. $T = -\frac{4}{3}$. D. $T = -1$.

Câu 282. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính

$\int_0^1 x f'(2x) dx$.

- A. 14 . B. 18 . C. 13 . D. 7 .

Câu 283. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$. Biết $f(3) + f(-3) = 4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$. Tính $m = f(-5) + f(0) + f(2)$.

- A. $m = 5 + \frac{1}{2} \ln 2$. B. $m = 6 - \frac{1}{2} \ln 2$. C. $m = 5 - \frac{1}{2} \ln 2$. D. $m = 6 + \frac{1}{2} \ln 2$.

Câu 284. Tính tích phân $\int_0^2 \max\{x, x^3\} dx$

- A. $\frac{17}{4}$. B. 2 . C. $\frac{15}{4}$. D. 4 .

Câu 285. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và $a > 0$. Giả sử với mọi $x \in [0; a]$ ta có $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(a-x) = 1$. Tính $I = \int_0^a \frac{dx}{1 + f(x)}$.

- A. $I = \frac{a}{3}$. B. $I = \frac{a}{2}$. C. $I = 2a$. D. $I = a \ln(a+1)$.

Câu 286. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{1}{3}} f(x) dx = 1$, $\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x) dx = 13$.

Tính tích phân $I = \int_0^1 x^2 f(x^3) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 8$. C. $I = 7$. D. $I = 9$.

Câu 287. Cho các số thực a, b khác 0. Xét hàm số $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$, ($x \neq -1$). Biết

$$f'(0) = -22, \int_0^1 f(x) dx = 5. \text{ Tính } a + b.$$

A. 19.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Câu 288. Tích phân $\int_2^7 \frac{x dx}{x^2 + 1}$ bằng $a \ln 2 - b \ln 5$. Giá trị của $2a + b$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.

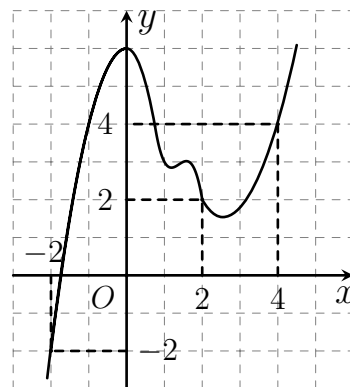
C. 2.

D. 1.

Câu 289.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó giá trị của biểu thức

$$S = \int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx \text{ bằng}$$

A. $S = -2$.B. $S = 10$.C. $S = 2$.D. $S = 6$.

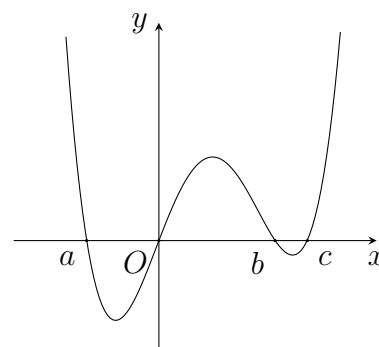
Câu 290. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$, $f(e) = 1$. Tính $I =$

$$\int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx.$$

A. $I = 2$.B. $I = e$.C. $I = 2e$.D. $I = 0$.

Câu 291.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(b) > f(a) > f(c)$.B. $f(c) > f(b) > f(a)$.C. $f(b) > f(c) > f(a)$.D. $f(c) > f(a) > f(b)$.

Câu 292. Biết $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 6$.B. $S = 2$.C. $S = -2$.D. $S = 0$.

Câu 293. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^3 + x^5}$, $f(1) = a$ và $f(-2) = b$. Tính $f(-1) + f(2)$.

A. $f(-1) + f(2) = -a - b$.B. $f(-1) + f(2) = a - b$.C. $f(-1) + f(2) = a + b$.D. $f(-1) + f(2) = b - a$.

Câu 294. Biết $\int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 4}{(x^2 + 1)(2x + 1)} dx = \frac{1}{a} \ln b + \frac{c\pi}{d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*, b < 5$, phân số $\frac{c}{d}$ tối giản. Tính $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

- A. $P = 42$. B. $P = 36$. C. $P = 38$. D. $P = 40$.

Câu 295. Cho hai tích phân sau $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$, hãy chỉ ra khẳng định đúng

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx < \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$.
C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx > \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$. D. Không so sánh được.

Câu 296. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |2x + 1| + |x - 2|$ biết $F(1) = \frac{5}{2}$. Tính $F(-1)$.

- A. $-\frac{7}{2}$. B. -4 . C. $-\frac{5}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.

Câu 297. Biết $\int_0^1 xf(x) dx = 2$, tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f(\cos x) dx$.

- A. 6. B. 3. C. 8. D. 4.

Câu 298. Giả sử $\int_1^3 \frac{1 + \ln x}{(x + 1)^3} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $a - b - c$.

- A. -2 . B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 299. Cho $I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx$. Đặt $t = e^x$. Khi đó

- A. $I = \int_0^1 \frac{t^2}{t + 1} dt$. B. $I = \int_1^e \frac{t^2}{t + 1} dt$. C. $I = \int_0^1 \frac{t}{t + 1} dt$. D. $I = \int_1^e \frac{t}{t + 1} dt$.

Câu 300. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Đặt $h(x) = f(x) + 2g(x)$. Biết rằng $\int_a^b f(x) dx = 8; \int_a^b h(x) dx = 4$. Tính $I = \int_a^b g(x) dx$.

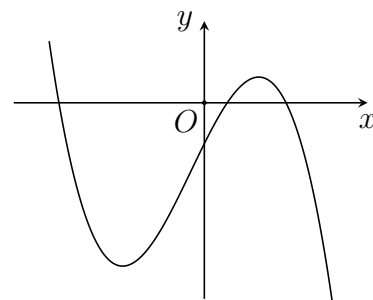
- A. $I = -2$. B. $I = 16$. C. $I = -16$. D. $I = 2$.

Câu 301. Tính tích phân $\int_0^1 2^{2018x} dx$.

- A. $I = \frac{2^{2018} - 1}{2018 \ln 2}$. B. $\frac{2^{2018} - 1}{2018}$.
C. $I = (2^{2018} - 1) \ln 2$. D. $I = 2018 (2^{2018} - 1) \ln 2$.

Câu 302.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$. B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Câu 303. Biết $\int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{2x-1} + \sqrt{x}} dx = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 3$. B. $P = 0$. C. $P = 1$. D. $P = 2$.

Câu 304. Biết $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = \frac{16}{3}$. B. $P = \frac{13}{2}$. C. $P = 5$. D. $P = \frac{2}{3}$.

Câu 305. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2+3\tan x}}{1+\cos 2x} dx = a\sqrt{5} + b\sqrt{2}$, ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 306. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{5}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{5}{5x-3}$, $f(0) = 0$, $f(2) = -1$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(1)$ bằng

A. $\ln \frac{16}{21} - 1$. B. 0. C. $4 + \ln 15$. D. $\ln \frac{16}{21} + 1$.

Câu 307. Cho biết $I = \int_1^2 \ln(9-x^2) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = |a| + |b| + |c|$.

A. $S = 34$. B. $S = 13$. C. $S = 18$. D. $S = 26$.

Câu 308. Cho $f(x)$ là một hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^1 f(2x) dx$.

A. $\int_0^1 f(2x) dx = 2$. B. $\int_0^1 f(2x) dx = 4$. C. $\int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2}$. D. $\int_0^1 f(2x) dx = 1$.

Câu 309. Cho $\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{a}{b} e^3 + \frac{c}{d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $T = ad - bc$.

A. 3. B. 0. C. -9. D. 9.

Câu 310. Tính tích phân $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I = a \ln 3 + b \ln 5$. Giá trị của $a^2 + ab + 3b^2$ là

A. 4. B. 1. C. 0. D. 5.

Câu 311. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 10]$, thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$.

Tính giá trị biểu thức $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$.

- A. $P = 4$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 10$.

Câu 312. Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$, trong đó a, b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính kết quả ab .

- A. -5 . B. 7 . C. 12 . D. 6 .

Câu 313. Biết $\int_0^3 x f'(x) dx = 1, f(3) = 1$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = -4$. B. $I = 2$. C. $I = 4$. D. $I = -2$.

Câu 314. Biết rằng $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-4 \sin x + 7 \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x} dx = a + 2 \ln \frac{b}{c}$, với $a > 0; b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản. Hãy tính giá trị biểu thức $P = a - b + c$.

- A. $\pi - 1$. B. $\frac{\pi}{2} + 1$. C. $\frac{\pi}{2} - 1$. D. 1 .

Câu 315. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{\cos x}{2017x^2 + 2018x^4}$, $f(2) = a$, $f(-6) = b$. Tính giá trị của biểu thức $f(-2) - f(6)$.

- A. $2017a - 2018b$. B. $b - a$. C. $a - b$. D. $-a - b$.

Câu 316. Biết rằng $\int_2^3 x \ln x dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$, trong đó $m, n, p \in \mathbb{Q}$. Khi đó số m là

- A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 18 . D. 9 .

Câu 317. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ, liên tục trên $[-4; 4]$. Biết $\int_{-2}^0 f(-x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(-2x) dx =$

4. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = -10$. B. $I = -6$. C. $I = 6$. D. $I = 10$.

Câu 318. Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm, liên tục và đồng biến trên $[1; 4]$ thỏa mãn $x + 2xf(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4], f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị $f(4)$ bằng

- A. $\frac{391}{18}$. B. $\frac{361}{18}$. C. $\frac{381}{18}$. D. $\frac{371}{18}$.

Câu 319. Cho các số thực a, b khác 0. Xét hàm số $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x, x \neq -1$. Biết rằng

$\int_0^1 f(x) dx = 5$ và $f'(0) = -22$. Tính $M = 2a - b$.

- A. $M = 10$. B. $M = 12$. C. $M = 14$. D. $M = 8$.

Câu 320. Cho $I = \int_0^2 \frac{x + \ln(2x+1)}{(x+1)^2} dx$. Tìm khẳng định đúng.

- A. $I = \left(-\frac{x + \ln(2x+1)}{x+1} \right) \Big|_0^2 - \int_0^2 \left(1 + \frac{2}{2x+1} \right) dx$.
- B. $I = \left(-\frac{x + \ln(2x+1)}{x+1} \right) \Big|_0^2 - \int_0^2 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{(2x+1)(x+1)} \right) dx$.
- C. $I = \left(-\frac{x + \ln(2x+1)}{x+1} \right) \Big|_0^2 + \int_0^2 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{(2x+1)(x+1)} \right) dx$.
- D. $I = \frac{x + \ln(2x+1)}{x+1} \Big|_0^2 - \int_0^2 \left(1 + \frac{2}{2x+1} \right) dx$.

Câu 321. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 4 + \ln 4$. B. $I = 2 + \ln 2$. C. $I = 6 + \ln 2$. D. $I = 6 + \ln 4$.

Câu 322. Giả sử các biểu thức trong dấu nguyên hàm, tích phân đều có nghĩa, trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$.
- C. $\int_a^b u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx$. D. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$.

Câu 323. Biết $\int_0^1 \frac{(x-1)e^x + 2}{xe^x + 1} dx = a + b \ln(1+ce)$. Tính $P = a + 2b + 3c$.

- A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 7$.

Câu 324. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x) - 3x^2 f(x) = 2xe^{x^3}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

- A. e . B. $\frac{1}{e}$. C. e^2 . D. $2e$.

Câu 325. Biết $\int_0^1 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx = \ln(a + b\sqrt{2}) - c$ với a, b là các số nguyên và c là số thực. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 3 + \sqrt{2}$. B. $T = 3 - \sqrt{2}$. C. $T = 1 - \sqrt{2}$. D. $T = 1 + \sqrt{2}$.

Câu 326. Tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{3^x + 1} dx = \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b}$ với a, b là số tự nhiên. Tính $P = \frac{a}{b}$.

- A. $P = 2$. B. $P = -4$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

Câu 327. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$.

Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $I = 12$. D. $I = -8$.

Câu 328. Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a}{b} \cdot e + c$ với a, c là các số nguyên, b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b + c$.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. -3.

Câu 329. Cho $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $4f(x) + xf'(x) = x^{2017}, \forall x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{1}{2018 \cdot 2021}$. B. $I = \frac{1}{2018 \cdot 2020}$. C. $I = \frac{1}{2018 \cdot 2019}$. D. $I = \frac{1}{2019 \cdot 2021}$.

Câu 330. Biết $I = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} = 3 \ln a - \ln b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = ab$.

- A. $P = 15$. B. $P = 10$. C. $P = 20$. D. $P = -10$.

Câu 331. Tính $I = \int_0^b \frac{a - x^2}{(a + x^2)^2} dx$ (với a, b là các số thực dương cho trước).

- A. $I = \frac{2b}{a^2 + b^2}$. B. $I = \frac{b}{a + b^2}$. C. $I = \frac{b}{a^2 + b^2}$. D. $I = \frac{b}{a^2 + b}$.

Câu 332. Cho hàm số $y = f(x) = 2 \sin 3x \cdot \cos x + 3x^2 + 2 \cos x$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f^{(6)}(x) dx$.

- A. $I = -14 - \sqrt{2}$. B. $I = 14 + \sqrt{2}$. C. $I = -2080 - \sqrt{2}$. D. $I = 2080 + \sqrt{2}$.

Câu 333. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$. Biết $\int_0^1 xf'(x) dx = -\frac{1}{3}$ và $f(1) = 2$.

Tính $\int_0^1 [f(x) + 2] dx$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{13}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{13}{3}$.

Câu 334. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 12 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 12 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian t tính bằng giây. Hỏi rằng để 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu mét?

- A. 37. B. 17. C. 19. D. 18.

Câu 335. Biết $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{b} (-\sqrt{2} + c)$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b + c$.

- A. -1. B. 7. C. 3. D. 1.

Câu 336. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0) = 1, f^2(x) \cdot f'(x) = 1 + 2x + 3x^2$. Tính $f(2)$.

- A. $\sqrt[3]{43}$. B. $\sqrt[3]{103}$. C. $\sqrt{17}$. D. 34.

Câu 337. Biết $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $P = a + b + c$ là

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 2.

Câu 338. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}$. Giá trị

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$$
 là

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 2$. D. $I = -2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. B	4. D	5. B	6. D	7. D	8. A	9. D	10. A
11. D	12. C	13. A	14. B	15. D	16. C	17. A	18. C	19. A	20. A
21. B	22. A	23. B	24. C	25. B	26. C	27. A	28. C	29. C	30. B
31. A	32. C	33. A	34. C	35. B	36. D	37. D	38. B	39. D	40. A
41. D	42. A	43. D	44. C	45. A	46. C	47. A	48. D	49. D	50. C
51. D	52. D	53. C	54. B	55. C	56. B	57. A	58. A	59. A	60. D
61. B	62. B	63. B	64. D	65. D	66. A	67. A	68. D	69. D	70. B
71. A	72. C	73. D	74. A	75. D	76. D	77. B	78. A	79. B	80. C
81. A	82. B	83. C	84. B	85. B	86. D	87. C	88. A	89. D	90. C
91. B	92. B	93. D	94. D	95. C	96. A	97. A	98. D	99. B	100. C
101. D	102. D	103. D	104. B	105. A	106. C	107. A	108. C	109. C	110. D
111. B	112. A	113. D	114. B	115. A	116. B	117. A	118. B	119. B	120. C
121. A	122. B	123. A	124. A	125. B	126. B	127. A	128. A	129. B	130. A
131. D	132. D	133. C	134. A	135. B	136. C	137. D	138. D	139. A	140. B
141. A	142. B	143. C	144. B	145. A	146. C	147. B	148. B	149. C	150. D
151. B	152. D	153. D	154. A	155. A	156. B	157. B	158. D	159. C	160. D
161. C	162. A	163. B	164. D	165. D	166. A	167. B	168. A	169. D	170. A
171. C	172. A	173. A	174. B	175. B	176. A	177. C	178. B	179. D	180. D
181. C	182. D	183. B	184. B	185. C	186. A	187. A	188. D	189. A	190. C
191. B	192. C	193. B	194. A	195. B	196. A	197. A	198. A	199. C	200. B
201. A	202. B	203. B	204. A	205. C	206. A	207. A	208. C	209. D	210. A
211. C	212. B	213. D	214. B	215. C	216. C	217. C	218. B	219. C	220. D
221. C	222. B	223. D	224. B	225. A	226. C	227. A	228. D	229. B	230. C
231. A	232. B	233. C	234. C	235. C	236. C	237. D	238. B	239. A	240. C
241. D	242. B	243. C	244. D	245. B	246. B	247. B	248. D	249. D	250. A

251. A	252. B	253. B	254. A	255. A	256. D	257. D	258. A	259. A	260. A
261. D	262. C	263. A	264. A	265. B	266. D	267. C	268. A	269. A	270. A
271. C	272. C	273. C	274. A	275. C	276. B	277. C	278. C	279. B	280. B
281. D	282. D	283. C	284. A	285. B	286. D	287. D	288. B	289. D	290. D
291. C	292. B	293. C	294. C	295. B	296. B	297. D	298. D	299. D	300. A
301. A	302. C	303. B	304. A	305. A	306. A	307. B	308. C	309. D	310. D
311. A	312. C	313. B	314. B	315. B	316. B	317. C	318. A	319. C	320. C
321. D	322. B	323. C	324. D	325. D	326. A	327. D	328. D	329. A	330. B
331. B	332. C	333. D	334. C	335. B	336. A	337. C	338. C		

4. Mức độ vận dụng cao

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 1$, $f(1) = \cot 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [f(x) \tan^2 x + f'(x) \tan x] dx$.

A. -1 . B. $1 - \ln(\cos 1)$. C. 0 . D. $1 - \cot 1$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[0; 5]$ thỏa mãn $\int_0^5 x f'(x) e^{f(x)} dx = 8$, $f(5) = \ln 5$. Tính $I = \int_0^5 e^{f(x)} dx$.

A. -33 . B. 33 . C. 17 . D. -17 .

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ sao cho $f(1) = 1$ và $f(x) \cdot f(1-x) = e^{x^2-x}$, $\forall x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 \frac{(2x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx$.

A. $I = -\frac{1}{60}$. B. $I = \frac{1}{10}$. C. $I = -\frac{1}{10}$. D. $I = \frac{1}{60}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0) = 0$, $f'(0) \neq 0$ và thỏa mãn hệ thức $f(x)f'(x) + 18x^2 = (3x^2 + x)f'(x) + (6x + 1)f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 (x+1)e^{f(x)} dx = ae^2 + b$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $a - b$ bằng

A. 1 . B. 2 . C. 0 . D. $\frac{2}{3}$.

Câu 5. Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục thỏa đẳng thức $2f(x) - x^2 f''(x) + (x^4 + 4x^3)e^x = 0$ và $f(1) = e$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = 2e$. B. $I = e - 2$. C. $I = e + 2$. D. $I = e$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 0$; $[f'(x)]^2 + 12xf(x) = 21x^4 - 12x$, $\forall x \in [0; 1]$. Tính giá trị của $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = -\frac{3}{4}$. B. $I = -\frac{1}{4}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Câu 7. Biết rằng với mỗi số thực x thì phương trình $t^3 + tx - 27 = 0$ có nghiệm dương duy nhất $t = t(x)$ với $t(x)$ là hàm liên tục trên $[0; +\infty)$. Giá trị $I = \int_0^{26} [t(x)]^2 dx$ bằng

A. 26. B. 48. C. 81. D. 94.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ và với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $f'(x) \cdot f(x) - \sin 2x = f'(x) \cdot \cos x - f(x) \cdot \sin x$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$.

A. $I = 1$. B. $I = \sqrt{2} - 1$. C. $I = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$. D. $I = 2$.

Câu 9. Cho biết hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 3]$ và có $f(3) = 4$; thỏa mãn điều kiện $(f'(x))^2 = 8x^2 - 20 - 4f(x)$. Tính $f(6)$.

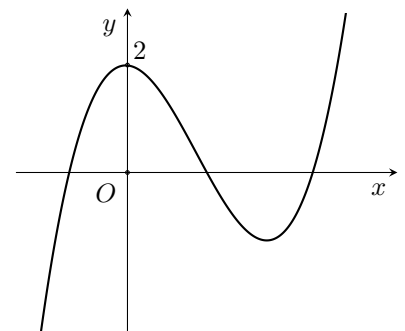
A. $f(6) = 8$. B. $f(6) = 36$. C. $f(6) = 31$. D. $f(6) = 41$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(x) = \frac{f(2\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} + \frac{4 \ln x}{x}$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

A. $I = 4 \ln^2 2$. B. $I = 8 \ln^2 2$. C. $I = 8 \ln 2$. D. $I = 4 + 2 \ln^2 2$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên.

Biết $\int_1^4 x \cdot f''(x - 1) dx = 7$ và $\int_1^2 2x \cdot f'(x^2 - 1) dx = -3$. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 3$ là



- A. $y = x - 4$. B. $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$.
C. $y = 2x - 7$. D. $y = 3x - 10$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(2) = 0$, $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{45}$ và $\int_1^2 (x - 1)f(x) dx = -\frac{1}{30}$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = -\frac{1}{12}$. B. $I = -\frac{1}{15}$. C. $I = -\frac{1}{36}$. D. $I = \frac{1}{12}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $[2f(x) + 1 - x^2]f'(x) = 2x[1 + f(x)]$, $\forall x \in [0; 1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ và với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $f'(x) \cdot f(x) - \sin 2x = f'(x) \cdot \cos x - f(x) \cdot \sin x$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = \sqrt{2} - 1$. C. $I = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$. D. $I = 2$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, \forall x \in \mathbb{R}^*$.

Tính $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

- A. $I = 4 \ln 2 + \frac{15}{8}$. B. $I = 4 \ln 2 - \frac{15}{8}$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn điều kiện $f(2) = 1$ và $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{2}{3}$. Giá trị của $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2} dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và đồng thời $x(x+1)f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết rằng $f(2) = a + b \ln 3$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a^2 + 2b^2$ là?

- A. $\frac{25}{4}$. B. $\frac{27}{4}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $xf'(x) = -[f(x)]^2 \cdot \ln x; f(1) = 1$. Giá trị $f(e)$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{e}{2}$. C. $\frac{2e}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 19. Giả sử hàm f có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(1) = 1, f(1-x) + x^2 f''(x) = 2x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 xf'(x) dx$.

- A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f''(x) \cdot f^2(x) + 2[f'(x)]^2 \cdot f(x) = 2x - 3, \forall x \in \mathbb{R}; f(0) = f'(0) = 1$. Tính giá trị $P = f^3(2)$.

- A. $P = -3$. B. $P = -\frac{11}{3}$. C. $P = -\frac{23}{3}$. D. $P = -6$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, có đồ thị (C) . Gọi $\Delta: y = dx + e$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm A có hoành độ $x = -1$. Biết Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M, N, (M, N \neq A)$ có hoành độ lần lượt $x = 0; x = 2$. Cho biết $\int_0^2 (dx - e - f(x)) dx = \frac{28}{5}$. Tích phân $\int_{-1}^0 (f(x) - dx - e) dx$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x)$. Biết rằng $f^2(2) = 6 + 8f^2(1)$, $\int_1^2 \frac{2x+1}{x+f^2(x)} dx = \frac{11}{16}$. Tính $I = \int_1^2 \frac{f(x) + f'(x)}{x + f^2(x)} \cdot f(x) dx$.

- A. $I = \frac{21}{16} + 3 \ln 2$. B. $I = \frac{21}{32} + \frac{3}{2} \ln 2$. C. $I = \frac{21}{32} + \ln 2$. D. $I = \frac{21}{16} - \frac{3}{2} \ln 2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa điều kiện $f(1) = -2\ln 2$ và $x \cdot (x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. Biết $f(2) = a + b \cdot \ln 3, (a, b \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $a^2 + b^2$ là

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{27}{4}$. C. 9. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - 2018f(x) = 2018 \cdot x^{2017} \cdot e^{2018x}$ với mọi $x \in \mathbb{R}; f(0) = 2018$. Giá trị của $f(1)$ là

A. $f(1) = 2018 \cdot e^{-2018}$. B. $f(1) = 2019 \cdot e^{-2018}$.
C. $f(1) = 2018 \cdot e^{2018}$. D. $f(1) = 2019 \cdot e^{2018}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(-x) + 2019f(x) = e^x, \forall x \in [-1; 1]$ (1).
Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{e^2 - 1}{e}$. B. $I = \frac{e^2 - 1}{2020e}$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{e^2 - 1}{2019e}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 3]$, thỏa mãn $\begin{cases} f(3-x)f(x) = 1 \\ f(x) \neq 1 \end{cases}$ với mọi $x \in [0; 3]$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{xf'(x)}{[1 + f(3-x)]^2 [f(x)]^2} dx$.

A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ dương và liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn $\max_{[1;3]} f(x) = 2, \min_{[1;3]} f(x) = \frac{1}{3}$ và biểu thức $S = \int_1^3 f(x) dx \cdot \int_1^3 \frac{1}{f(x)} dx$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tích phân $\int_0^8 \frac{f(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx$ bằng

A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{14}{3}$. D. $\frac{7}{12}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; \pi]$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Biết $\int_0^{\pi} [f'(x)]^2 dx = \int_0^{\pi} \cos x \cdot f(x) dx = \frac{\pi}{2}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

A. 0. B. $\frac{\pi}{2} + 1$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn

$$[f'(x)]^2 + 4f(x) = 8x^2 + 16x - 8 \text{ với mọi } x \in [-1; 1], f(1) = 0.$$

Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 30. Cho hàm số chẵn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 \frac{f(2x)}{1+5^x} dx = 8$. Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 8. B. 2. C. 1. D. 16.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = 2 \ln 2$ và $x(x+1)f'(x) + f(x) = x^2 + 3x + 2$. Giá trị $f(2) = a + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tổng $a^2 + b^2$ bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 32. Cho đa thức bậc bốn $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = 1$ và $x = 2$. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + f'(x)}{2x} = 2$.

Tích phân $\int_0^1 f'(x) dx$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 1.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + 3f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = (x-1) \cos x, (\forall x \in \mathbb{R})$.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{\pi-4}{2}$. B. 0. C. $\frac{\pi-4}{8}$. D. $\frac{4-\pi}{4}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + 2f(\pi - x) = (x+1) \sin x, (\forall x \in \mathbb{R})$.

Tích phân $\int_0^{\pi} f(x) dx$ bằng

- A. $1 + \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{2+\pi}{3}$. C. $2 + \pi$. D. 0.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(\pi - x) = (x-1) \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính tích phân $\int_0^{\pi} f(x) dx$.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$; $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9}$ và $[f'(x)]^2 = (x+1) \cdot f(x)$. Tính $f(8)$.

- A. $f(8) = 49$. B. $f(8) = 256$. C. $f(8) = \frac{1}{16}$. D. $f(8) = \frac{49}{64}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{4}{35}$. B. $-\frac{71}{20}$. C. $-\frac{79}{20}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(2) = 0, \int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{45}$

và $\int_1^2 (x-1)f(x) dx = -\frac{1}{30}$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = -\frac{1}{12}$. B. $I = -\frac{1}{15}$. C. $I = -\frac{1}{36}$. D. $I = \frac{1}{12}$.

Câu 39. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$. Kết quả $I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx$ bằng

A. $I = 8$. B. $I = 4$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 0]$. Biết $f'(x) = (3x^2 + 2x)e^{-f(x)}$, $\forall x \in [-1; 0]$. Tính giá trị biểu thức $A = f(0) - f(-1)$.

A. $A = -1$. B. $A = 1$. C. $A = 0$. D. $A = \frac{1}{e}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) > 0$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, đồng thời thỏa mãn $f'(0) = 0$; $f(0) = 1$ và $f''(x) \cdot f(x) + \left[\frac{f(x)}{\cos x}\right]^2 = [f'(x)]^2$. Tính $T = f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $T = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $T = \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $T = \frac{3}{4}$. D. $T = \frac{1}{2}$.

Câu 42. Giả sử hàm f có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(1) = 1$ $f(1-x) + x^2 f''(x) = 2x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x f'(x) dx$.

A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 43. Biết $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x + \sin x \cos x + 1}{\cos^2 x + \sin x \cos x} dx = a \frac{\pi}{12} + b \ln 2 + c \ln(1 + \sqrt{3})$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của abc bằng

A. -1. B. 1. C. -2. D. 2.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0) = 5$ và $f(x) + f(3-x) = x^2 - 3x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^3 x f'(x) dx$ bằng

A. $-\frac{39}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{15}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f(x) + f(a-x) = x^2 - ax + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương a để tích phân $\int_0^a x f'(x) dx$ không vượt quá $\frac{16}{3}$?

A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{7}{5}$. B. 1. C. $\frac{7}{4}$. D. 4.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{4}{35}$. B. $-\frac{71}{20}$. C. $-\frac{79}{20}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4; 4]$ biết $\int_{-2}^0 f(-x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(-2x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = -10$. B. $I = -6$. C. $I = 6$. D. $I = 10$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 1]$ và $f(-x) + 2018f(x) = e^x, \forall x \in [-1; 1]$. Tính $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $\frac{e^2 - 1}{e}$. B. $\frac{e^2 - 1}{2019e}$. C. 0. D. $\frac{e^2 - 1}{2018e}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(2) = 0, \int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{45}$ và $\int_1^2 (x-1)f(x) dx = -\frac{1}{30}$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = -\frac{1}{12}$. B. $I = -\frac{1}{15}$. C. $I = -\frac{1}{36}$. D. $I = \frac{1}{12}$.

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa $f(1) = 0; [f'(x)]^2 + 12xf(x) = 21x^4 - 12x, \forall x \in [0; 1]$. Tính giá trị của $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 52. Biết rằng với mỗi số thực x thì phương trình $t^3 + tx - 27 = 0$ có nghiệm dương duy nhất $t = t(x)$ với $t(x)$ là hàm liên tục trên $[0; +\infty)$. Giá trị của $I = \int_0^{26} [t(x)]^2 dx$ là

A. 26. B. 48. C. 81. D. 94.

Câu 53. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(2x) dx = 2, \int_0^2 f(4x) dx = 6$. Tính $\int_{-2}^2 f(3|x| + 2) dx$.

A. $\frac{20}{3}$. B. 20. C. $\frac{40}{3}$. D. 40.

Câu 54. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và $f(x) + f(1-x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x+1}, \forall x \in [0; 1]$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{3}{4} + 2\ln 2$. B. $3 + \ln 2$. C. $\frac{3}{4} + \ln 2$. D. $\frac{3}{2} + 2\ln 2$.

Câu 55. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 0, (f'(x))^2 + 4f(x) = 8x^2 + 16x - 8$ với mọi x thuộc $[-1; 1]$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 56. Cho hàm số chẵn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 \frac{f(2x)}{1+5^x} dx = 8$. Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. 2.

C. 1.

D. 16.

Câu 57. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, \forall x \in \mathbb{R}^*$.

Tính $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

A. $I = 4 \ln 2 + \frac{15}{8}$.

B. $I = 4 \ln 2 - \frac{15}{8}$.

C. $I = \frac{5}{2}$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 58. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[0; 1]$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \int_0^1 (2f(x) + 3x)f(x) dx - \int_0^1 (4f(x) + x)\sqrt{xf(x)} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{24}$.

B. $-\frac{1}{8}$.

C. $-\frac{1}{12}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 59. Biết rằng $\int_1^2 (x+1)^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n$, trong đó m, n, p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Tính $T = m + n + p + q$.

A. $T = 11$.

B. $T = 10$.

C. $T = 7$.

D. $T = 8$.

Câu 60. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(0) = 1, f(2) = e^4$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. $e^{\frac{3}{4}}$.

B. e .

C. $e^{\frac{3}{2}}$.

D. e^2 .

Câu 61. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x^2 dx}{(x \sin x + \cos x)^2} = -\frac{a\pi}{b + c\pi\sqrt{3}} + d\sqrt{3}$, với a, b, c, d là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c + d$.

A. $P = 7$.

B. $P = 10$.

C. $P = 8$.

D. $P = 9$.

Câu 62. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = \frac{3}{5}, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{4}{9}$

và $\int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{37}{180}$. Tích phân $\int_0^1 [f(x) - 1] dx$ bằng

A. $\frac{2}{30}$.

B. $-\frac{1}{10}$.

C. $-\frac{2}{30}$.

D. $\frac{1}{10}$.

Câu 63. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2e^x - 4$ và $f(0) = f'(0) = 2$. Giá trị của $f^2(1)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(6; 7)$.

B. $(10; 11)$.

C. $(8; 9)$.

D. $(9; 10)$.

Câu 64. Tìm $f(9)$, biết rằng $\int_0^{x^2} f(t) dt = x \cos(\pi x)$.

A. $f(9) = -\frac{1}{6}$. B. $f(9) = \frac{1}{6}$. C. $f(9) = -\frac{1}{9}$. D. $f(9) = \frac{1}{9}$.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2e^x - 4$ và $f(0) = f'(0) = 2$. Giá trị của $f^2(1)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(6; 7)$. B. $(10; 11)$. C. $(8; 9)$. D. $(9; 10)$.

Câu 66. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 e^{x+\frac{1}{x}} \left(\frac{x^4 - 1}{x^3} \right) dx$.

A. $e^2 + \frac{3}{2}e^{\frac{5}{2}}$. B. $e^{\frac{5}{2}} - \frac{3}{2}e^2$. C. $e^2 - \frac{3}{2}e^{\frac{5}{2}}$. D. $e^2 + 2e^{\frac{5}{2}}$.

Câu 67. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x^2 dx}{(x \sin x + \cos x)^2} = -\frac{a\pi}{b + c\pi\sqrt{3}} + d\sqrt{3}$, với a, b, c, d là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c + d$.

A. $P = 9$. B. $P = 10$. C. $P = 8$. D. $P = 7$.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = \frac{3}{5}$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{4}{9}$ và $\int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{37}{180}$. Tính tích phân $\int_0^1 [f(x) - 1] dx$.

A. $\frac{1}{15}$. B. $-\frac{1}{15}$. C. $-\frac{1}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 69. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x) + f(-x) = \cos^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

A. $I = \frac{\pi}{2} + 2 \ln 2$. B. $I = \frac{\pi}{4}$. C. $I = \frac{3\pi}{4}$. D. $I = \frac{\pi}{4} + \ln 2$.

Câu 70. Cho hàm số $f(x), f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2}$. Tính $I = \int_{-2}^2 f(x) dx$.

A. $\frac{\pi}{20}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $-\frac{\pi}{20}$. D. $-\frac{\pi}{10}$.

Câu 71. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$. Kết quả $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx$ bằng

A. 8. B. 4. C. 2. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 72. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 xf(x) dx = \frac{1}{5}$ và $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{9}{5}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{3}{4}$. B. $I = \frac{1}{5}$. C. $I = \frac{1}{4}$. D. $I = \frac{4}{5}$.

Câu 73. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) + 2xf(x) = e^{-x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = e^2$. B. $f(1) = -\frac{1}{e}$. C. $f(1) = \frac{1}{e^2}$. D. $f(1) = \frac{1}{e}$.

Câu 74. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0; 4\pi)$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 75. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2} \text{ và } \int_0^1 f'(x) \cdot \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}. \text{ Tích phân } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{6}{\pi}$. B. $\frac{2}{\pi}$. C. $\frac{4}{\pi}$. D. $\frac{1}{\pi}$.

Câu 76. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và $f(3) = 21$, $\int_0^3 f(x) dx = 9$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x f'(3x) dx$.

- A. $I = 9$. B. $I = 12$. C. $I = 15$. D. $I = 6$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \cos^2 x dx = 10$

và $f(0) = 3$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin 2x dx$ bằng

- A. $I = -7$. B. $I = 13$. C. $I = 7$. D. $I = -13$.

Câu 78. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$

và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x f(\sin x) dx = \frac{1}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{7}{5}$. B. 4. C. $\frac{7}{4}$. D. 1.

Câu 79. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(0) + f(1) = 0$. Biết

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{2}, \int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) x.$$

- A. π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{2}{\pi}$. D. $\frac{1}{\pi}$.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 x^2 f(x) dx = -\frac{1}{21}$,

$f(1) = 0$ và $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{7}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{5}{12}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $-\frac{7}{10}$.

Câu 81. Biết $\int_{\frac{1}{12}}^{12} \left(1 + x - \frac{1}{x}\right) e^{x+\frac{1}{x}} dx = \frac{a}{b} \cdot e^{\frac{c}{d}}$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và các phân số $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là tối giản. Tính $bc - ad$.

- A. 12. B. 1. C. 24. D. 64.

Câu 82. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0) = 0$, $f'(0) \neq 0$ và thỏa mãn hệ thức $f(x)f'(x) + 18x^2 = (3x^2 + x)f'(x) + (6x + 1)f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 (x+1)e^{f(x)} dx = ae^2 + b$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $a - b$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 83. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = \int_{2x}^{x^2} \frac{2t}{1+t^2} dt$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 84. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$. Tính tích phân $\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$.

- A. 7. B. 6. C. 4. D. 10..

Câu 85. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4; 4]$ biết $\int_{-2}^0 f(-x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(-2x) dx =$

4. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = -6$. B. $I = -10$. C. $I = 10$. D. $I = 6$.

Câu 86. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - f(x) = (x^2 + 1)e^{\frac{x^2+2x-1}{2}}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = e$. Giá trị của $f(3)$ bằng

- A. $3e^7 - 1$. B. $3e^5 - 1$. C. $3e^7$. D. $3e^5$.

Câu 87. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Biết $f(1) = 1$ và $f(x) = xf'(x) + \ln x$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $f(e)$ bằng

- A. e . B. 1. C. 2. D. $\frac{1}{e}$.

Câu 88. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $2f(x) - f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$, $\forall x \in [0; 1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{8}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 89. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$, $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in [1; 3]$, đồng thời

$$f'(x)(1 + f(x))^2 = [(f(x))^2(x-1)]^2 \text{ và } f(1) = -1.$$

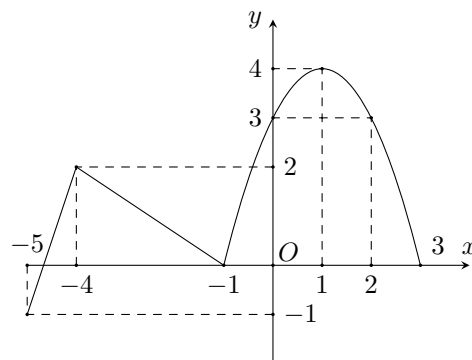
Biết rằng $\int_1^3 f(x)dx = a \ln 3 + b$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$), tính tổng $S = a + b^2$.

- A. $S = 2$. B. $S = -1$. C. $S = 4$. D. $S = 0$.

Câu 90.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-5; 3]$ như hình vẽ bên (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết $f(0) = 0$, giá trị của $2f(-5) + 3f(2)$ bằng

- A. 33. B. $\frac{109}{3}$. C. $\frac{35}{3}$. D. 11.



Câu 91. Cho hàm số $y = f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 2018f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \int_0^1 \frac{1}{[f(x)]^2} dx + \int_0^1 [f'(x)]^2 dx$ bằng $2 \ln a$.

Tính $a + 1$.

- A. 2019. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{6}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 92. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 0$; $[f'(x)]^2 + 12xf(x) = 21x^4 - 12x$, $\forall x \in [0; 1]$. Tính giá trị của $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = -\frac{3}{4}$. B. $I = -\frac{1}{4}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Câu 93. Cho biết hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 3]$ và có $f(3) = 4$; thỏa mãn điều kiện $(f'(x))^2 = 8x^2 - 20 - 4f(x)$. Tính $f(6)$.

- A. $f(6) = 8$. B. $f(6) = 36$. C. $f(6) = 31$. D. $f(6) = 41$.

Câu 94. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(x) = \frac{f(2\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} + \frac{4 \ln x}{x}$. Tính

tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

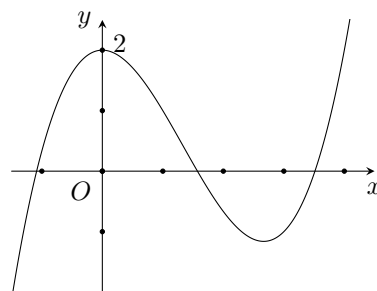
- A. $I = 4 \ln^2 2$. B. $I = 8 \ln^2 2$. C. $I = 8 \ln 2$. D. $I = 4 + 2 \ln^2 2$.

Câu 95.

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên.

Biết $\int_1^4 x \cdot f''(x-1) dx = 7$ và $\int_1^2 2x \cdot f'(x^2 - 1) dx = -3$. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 3$ là

- A. $y = x - 4$. B. $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$.
C. $y = 2x - 7$. D. $y = 3x - 10$.



Câu 96. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$. Biết rằng ba số

$$\int_0^1 (f(x))^{2018} dx, \quad \int_0^1 (f(x))^{2019} dx, \quad \int_0^1 (f(x))^{2020} dx$$

theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $\int_0^1 [(f(x))^2 + (1 - f(x))^2] dx$ bằng

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 9.

Câu 97. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $4f^3(x) + f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{16}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 98. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f''(x) \cdot f^2(x) + 2[f'(x)]^2 \cdot f(x) = 2x - 3, \forall x \in \mathbb{R}; f(0) = f'(0) = 1$. Tính giá trị $P = f^3(2)$.

- A. $P = -3$. B. $P = -\frac{11}{3}$. C. $P = -\frac{23}{3}$. D. $P = -6$.

Câu 99. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - 2018f(x) = 2018 \cdot x^{2017} \cdot e^{2018x}$ với mọi $x \in \mathbb{R}; f(0) = 2018$. Giá trị của $f(1)$ là

- A. $f(1) = 2018 \cdot e^{-2018}$. B. $f(1) = 2019 \cdot e^{-2018}$.
C. $f(1) = 2018 \cdot e^{2018}$. D. $f(1) = 2019 \cdot e^{2018}$.

Câu 100. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[0; 5]$ thỏa mãn $\int_0^5 x f'(x) e^{f(x)} dx =$

$8, f(5) = \ln 5$. Tính $I = \int_0^5 e^{f(x)} dx$.

- A. -33. B. 33. C. 17. D. -17.

Câu 101. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(-x) + 2019f(x) = e^x, \forall x \in [-1; 1]$ (1). Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{e^2 - 1}{e}$. B. $I = \frac{e^2 - 1}{2020e}$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{e^2 - 1}{2019e}$.

Câu 102. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 3]$, thỏa mãn $\begin{cases} f(3-x)f(x) = 1 \\ f(x) \neq 1 \end{cases}$ với mọi

$x \in [0; 3]$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{x f'(x)}{[1 + f(3-x)]^2 [f(x)]^2} dx$.

- A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 103. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) - 2f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x \sin 2x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $-\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{12}$.

D. 0.

Câu 104. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn $[1; 4]$, $f(1) = \frac{1}{3}$, $f'(1) = \frac{2}{5}$ và thỏa mãn $2f'(x) + xf''(x) = \sqrt{x}, \forall x \in [1; 4]$. Tính $I = \int_1^4 f(x) dx$.

A. $I = \frac{139}{75}$.

B. $I = \frac{213}{25}$.

C. $I = \frac{263}{75}$.

D. $I = \frac{119}{25}$.

Câu 105. Biết $I = \int_1^2 \frac{x(1+e^x) + \ln x + 1}{(x \ln x + e^x)^2} dx = \frac{a}{b \ln 2 + e^c} + \frac{2}{e}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 3$.

B. $P = 6$.

C. $P = 1$.

D. $P = 7$.

Câu 106. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x)]^2 dx = \frac{\pi}{4}$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f(x) dx = \frac{\pi}{4}$. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 107. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$. Biết $f(0) = 1$ và $f(x) \cdot f(2-x) = e^{2x^2-4x}$, với mọi $x \in [0; 2]$. Tính tích phân $\int_0^2 \frac{(x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx$.

A. $I = -\frac{16}{3}$.

B. $I = -\frac{16}{5}$.

C. $I = -\frac{14}{3}$.

D. $I = -\frac{32}{5}$.

Câu 108. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{9}{5}$ và $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{2}{5}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Câu 109. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f^2(x) - 2\sqrt{2}f(x) \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] dx = 2 - \frac{\pi}{2}.$$

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. 1.

C. 0.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 110. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1}\sqrt{x+2}} = \ln(a\sqrt{6} + b\sqrt{3} + c\sqrt{2} + d)$ với a, b, c, d là các số nguyên. Tính $P = a + b + c + d$.

A. $P = 45$.

B. $P = 65$.

C. $P = 93$.

D. $P = 17$.

Câu 111. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, \forall x \in \mathbb{R}^*$.

Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = \frac{5}{2}$. C. $I = 4 \ln 2 - \frac{15}{8}$. D. $I = 4 \ln 2 + \frac{15}{8}$.

Câu 112. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $f(1) = 1 + e$; $f(x) = e^{\frac{1}{x}} + x f'(x) \forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A. $1 + 2\sqrt{e}$. B. $1 + \sqrt{e}$. C. $2 + 2\sqrt{e}$. D. $2 + \sqrt{e}$.

Câu 113. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 4]$ và thỏa mãn $2x f'(x) - f(x) = 2x\sqrt{x}$, $\forall x \in [1; 4]$. Biết rằng $f(1) = 0$, tính $I = \int_1^4 \frac{f(x)}{x} dx$.

A. $I = \frac{22}{3}$. B. $I = \frac{20}{3}$. C. $I = \frac{8}{3}$. D. $I = \frac{14}{3}$.

Câu 114. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(2) = 0$, $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{45}$ và $\int_1^2 (x-1)f(x) dx = -\frac{1}{30}$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = -\frac{1}{36}$. B. $I = -\frac{1}{15}$. C. $I = \frac{1}{12}$. D. $I = -\frac{1}{12}$.

Câu 115. Giả sử $\int_1^3 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx = \frac{1}{a} \left(b\sqrt{2} - \frac{c\sqrt{10}}{a^3} \right)$ (với $a, b, c \in \mathbb{N}$ và $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị $a + bc$ bằng

A. 43. B. 23. C. $y = 33$. D. 13.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; \pi]$ và thỏa mãn $f(0) = f(\pi) = 2018$; $\int_0^\pi (f'(x))^2 dx = 2\pi$; $\int_0^\pi \sin 2x f(x) dx = \frac{\pi}{2}$. Tính $I = \int_0^\pi \cos x f(x) dx$.

A. $I = 2018$. B. $I = 2018\pi$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 117. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1}\sqrt{x+2}} = \ln(a\sqrt{6} + b\sqrt{3} + c\sqrt{2} + d)$ với a, b, c, d là các số nguyên. Tính $P = a + b + c + d$.

A. $P = 93$. B. $P = 65$. C. $P = 45$. D. $P = 17$.

Câu 118. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(2018 - x) = 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của tích phân $\int_0^{2018} f(x) dx$.

A. 4036. B. 2018. C. 1009. D. 1009^2 .

Câu 119. Biết $\int_0^1 \frac{3 + (x-2)e^x}{xe^x + 1} dx = a + b \ln \left(1 + \frac{1}{e} \right)$ với a, b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a - 2b = 5$. B. $a + b = 3$. C. $a + b = 5$. D. $a - 2b = 7$.

Câu 120. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn

$$f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{3}{2} - 2 \ln 2 \text{ và } \int_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$$

Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1 - \ln 2}{2}$. B. $\frac{1 - 2 \ln 2}{2}$. C. $\frac{3 - 4 \ln 2}{2}$. D. $\frac{3 - \ln 2}{2}$.

Câu 121. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(0) = 1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{30}$,

$\int_0^1 (2x - 1) f(x) dx = -\frac{1}{30}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $\frac{11}{12}$. B. $\frac{11}{4}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{11}{30}$.

Câu 122. Tính tích phân $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} x \cdot 2018^{x^6} dx + \int_{2018}^{2018^8} \sqrt[3]{\log_{2018} x} dx$.

- A. $2 \cdot 2018^8 - 2018$. B. $2018^8 - 2018$. C. $2 \cdot 2018^8 - \sqrt[3]{2018}$. D. $2018^8 - \sqrt[3]{2018}$.

Câu 123. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(x) - 8x^3 f(x^4) + \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0$.

Tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$ có kết quả dạng $\frac{a - b\sqrt{2}}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ tối giản. Tính $a + b + c$.

- A. 6. B. -4. C. 4. D. -10.

Câu 124. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3x - 1}{x + 2}$, $f(0) = 1$ và $f(-4) = 2$.

Giá trị của biểu thức $f(2) + f(-3)$ bằng

- A. 12. B. $3 - 20 \ln 2$. C. $\ln 2$. D. $10 + \ln 2$.

Câu 125. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và đồng biến trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và

$(f'(x))^2 = e^x \cdot f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $e - 2$. B. $e - 1$. C. $e^2 - 2$. D. $e^2 - 1$.

Câu 126. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f(1 + 2x) + f(1 - 2x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_{-1}^3 f(x) dx$.

- A. $I = 2 - \frac{\pi}{2}$. B. $I = 1 - \frac{\pi}{4}$. C. $I = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$. D. $I = \frac{\pi}{4}$.

Câu 127. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x^3 + 3x + 1) = 3x + 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính

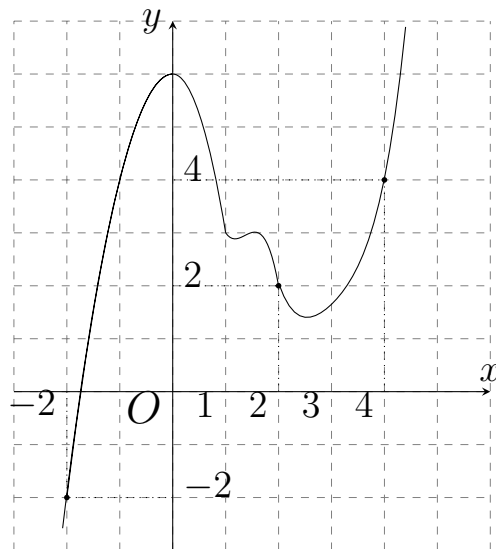
$\int_1^5 x f'(x) dx$.

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{33}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 128.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khi đó giá trị của biểu thức $\int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx$ bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. -2. C. 10. D. 6.



Câu 129. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[1; e]$. Biết $f(e) = \frac{e}{2}$, $\int_1^e [f'(x)]^2 dx = 1$

và $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$. Tính $f(e^{2018})$.

- A. $2018e^{2018} + e$. B. $2018e^{2018} + \frac{e}{2}$. C. $2017e^{2018} + e$. D. $2017e^{2018} + \frac{e}{2}$.

Câu 130. Biết $I = \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x}{x^2 - 1 + \sqrt{x^2 + 1}} dx = a \ln 5 + b \ln 2$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính tổng $S = 3a + 2b$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. 0. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 131. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[4; 8]$ và $f(x) \neq 0, \forall x \in [4; 8]$. Biết rằng $\int_4^8 \frac{[f'(x)]^2}{[f(x)]^4} dx = 1$ và $f(4) = \frac{1}{4}, f(8) = \frac{1}{2}$. Tính $f(6)$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{8}$.

Câu 132. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + (2x + \cos x) \cos x + 1 - \sin x}{x + \cos x} dx = a\pi^2 + b - \ln \frac{c}{\pi}$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính giá trị của biểu thức $P = ac^3 + b$.

- A. $P = \frac{5}{4}$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = \frac{3}{4}$.

Câu 133. Cho hàm số $y = f(x) > 0$ xác định, có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$; $g(x)$ là hàm số thỏa mãn $g(x) = 1 + 1008 \int_0^x f(t) dt$ và $g(x) = f^2(x)$. Tính $\int_0^1 \sqrt{g(x)} dx$.

- A. 1014. B. 253. C. $\frac{507}{2}$. D. $\frac{1017}{2}$.

Câu 134. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ đồng thời thỏa mãn $f(1) = 0$ và $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \frac{e^2 - 1}{4}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = e - 2$. B. $I = \frac{e-1}{2}$. C. $I = 2e - 1$. D. $I = e + 1$.

Câu 135. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ và $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$, $f'(x) = (2x + 1)f^2(x)$ và $2f(1) = -1$. Biết rằng $\int_1^2 xf(x) dx = \ln \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$) với $\frac{a}{b}$ tối giản. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{a}{b} > 1$. B. $b - a = 5$. C. $a + b = 5$. D. $ab = 2018$.

Câu 136. Cho hàm số f liên tục, $f(x) > -1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f'(x)\sqrt{x^2 + 1} = 2x\sqrt{f(x) + 1}$. Tính $f(\sqrt{3})$.

- A. 0. B. 9. C. 3. D. 7.

Câu 137. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$ có $f(1) = 1$; $f(4) = 3\ln \frac{5}{2} + 1$. Biết $\int_1^4 \frac{f'(x)}{x+1} dx = \frac{9}{10}$ và $\int_1^4 x(f'(x))^2 dx = 9\ln \frac{5}{2} - \frac{27}{10}$. Tính $\int_1^4 f(x) dx$.

- A. $5\ln \frac{5}{2} - 6$. B. $5\ln \frac{5}{2} + 6$. C. $15\ln \frac{5}{2} - 6$. D. $15\ln \frac{5}{2} + 6$.

Câu 138. Cho hàm số $f(x)$ xác định liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 [f(x)]^2 dx - \int_0^1 2xf(x) dx + \frac{1}{3} = 0$.

Tính $I = \int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$?

- A. $I = 1 - \ln 2$. B. $I = \frac{3}{2} - \ln 2$. C. $I = 1 + \ln 2$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 139. Cho hàm số $y = f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$ đồng thời thỏa mãn $f(1) = ef(0) = e$ và $\int_0^1 \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]^2 dx \leq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(2) = 2$. B. $f(2) = e^2$. C. $f(2) = e^{-2}$. D. $f(2) = \frac{1}{2}$.

Câu 140. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$. Biết $f(-3) + f(3) = 0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Tính $T = f(-2) + f(0) + f(5)$.

- A. $\frac{1}{2}\ln 2 - 1$. B. $\ln 2 + 1$. C. $\ln 2 - 1$. D. $\frac{1}{2}\ln 2 + 1$.

Câu 141. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\ln f(x) + f(x) - 1 = \ln[(x^2 + 1)e^{x^2}]$. Tính $I = \int_0^1 xf(x) dx$.

- A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $I = 12$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 142. Biết $I = \int_2^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}} dx = a + b\ln 2 + c\ln 3$, trong đó a, b, c là những số nguyên. Tính biểu thức $(a + b^2 + 3c^2)$.

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 9.

Câu 143. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f^2(1-x) = (x^2 + 3)f(x+1)$. Biết rằng $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, tính $I = \int_0^2 (2x-1)f''(x) dx$.

A. -4.

B. 4.

C. 8.

D. 0.

Câu 144. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $af(b) + bf(a) \leq \frac{2018}{\pi}$ với mọi $a, b \in [0; 1]$. Tìm giá trị lớn nhất của tích phân $M = \int_0^1 f(x) dx$.

A. 1009.

B. $\frac{1009}{2}$.C. $\frac{1009}{\pi}$.D. $\frac{2018}{\pi}$.**Câu 145.**

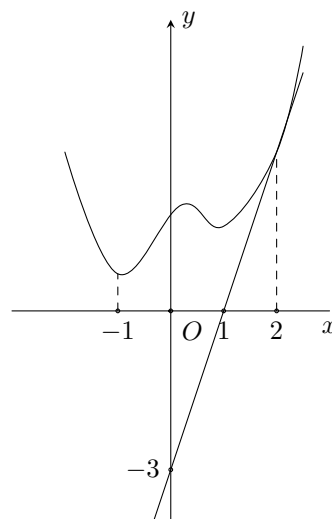
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = -1$, có đồ thị như hình vẽ và đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 2. Tính $\int_1^4 f''(x-2) dx$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.



Câu 146. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{x^2} f(t) dt = e^{x^2} + x^4 - 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(4)$ là

A. $f(2) = e^4 + 4$.B. $f(2) = 4e^4$.C. $f(2) = e^4 + 8$.D. $f(2) = 1$.

Câu 147. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = f(x) + x^2 \cdot e^x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -1$. Tính $f(3)$.

A. $6e^3 + 3$.B. $6e^2 + 2$.C. $3e^2 - 1$.D. $9e^3 - 1$.

Câu 148. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(a-x) = 1$ trên đoạn $[0; a]$. Tính $I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}$ theo a .

A. $I = \frac{3a}{2}$.B. $I = 2a$.C. $I = 3a$.D. $I = \frac{a}{2}$.

Câu 149. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) [f(x) - \cos x] dx = -\frac{1}{16} - \frac{\pi}{32}$,

$\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \sqrt{\frac{a}{b}}, a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị của $a + b$ bằng

A. 12.

B. -11.

C. 19.

D. 7.

Câu 150. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$, thỏa mãn $f(0) = 0, f(1) = 1$ và $\int_0^1 \frac{[f'(x)]^2}{e^x} dx = \frac{1}{e-1}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{e-2}{e-1}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{(e-1)(e-2)}$.

D. $\frac{e-1}{e-2}$.

Câu 151. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn đẳng thức sau

$$f(x) + 2xf(x^2) + 3x^2f(x^3) = \sqrt{1-x^2}, \forall x \in [0; 1]. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{24}$.

C. $\frac{\pi}{36}$.

D. $\frac{\pi}{12}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

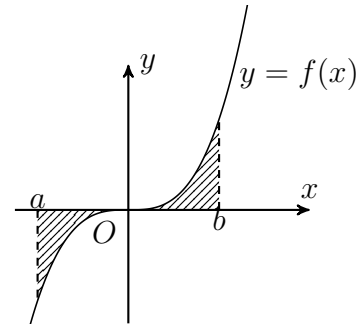
1. C	2. C	3. C	4. A	5. B	6. A	7. D	8. B	9. C	10. B
11. A	12. A	13. C	14. B	15. D	16. C	17. B	18. A	19. B	20. A
21. D	22. B	23. D	24. D	25. B	26. B	27. C	28. B	29. A	30. D
31. A	32. B	33. C	34. B	35. B	36. A	37. D	38. A	39. C	40. C
41. D	42. B	43. A	44. A	45. C	46. A	47. D	48. B	49. B	50. A
51. A	52. D	53. C	54. C	55. A	56. D	57. D	58. A	59. B	60. C
61. D	62. C	63. B	64. A	65. B	66. C	67. A	68. B	69. B	70. A
71. C	72. C	73. D	74. C	75. A	76. D	77. B	78. A	79. C	80. B
81. C	82. A	83. D	84. A	85. A	86. C	87. C	88. A	89. B	90. C
91. A	92. A	93. C	94. B	95. A	96. C	97. C	98. A	99. D	100. C
101. B	102. B	103. B	104. C	105. C	106. C	107. B	108. C	109. C	110. D
111. A	112. C	113. C	114. D	115. B	116. C	117. D	118. B	119. A	120. B
121. A	122. A	123. A	124. A	125. B	126. A	127. C	128. D	129. D	130. B
131. C	132. B	133. B	134. A	135. C	136. C	137. C	138. A	139. B	140. D
141. D	142. C	143. B	144. B	145. A	146. C	147. D	148. D	149. C	150. A
151. D									



ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Hình phẳng giới hạn bởi một đường cong và trục hoành

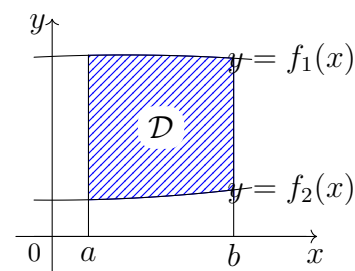
Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức $\int_a^b |f(x)| \, dx$



Hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong

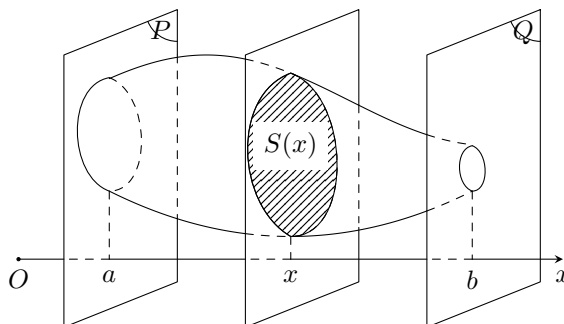
Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a$, $x = b$.

Diện tích hình phẳng $\mathcal{D}$ được tính bởi công thức sau $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$



Tính thể tích khối tròn xoay

Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b , $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích của vật thể B được xác định: $V = \int_a^b S(x) dx$.



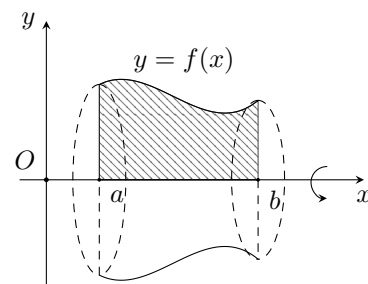
2. Thể tích khối tròn xoay

- a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và

hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

$$\begin{cases} (C): y = f(x) \\ Ox: y = 0 \\ x = a \\ x = b. \end{cases}$$

$$V_{Ox} = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

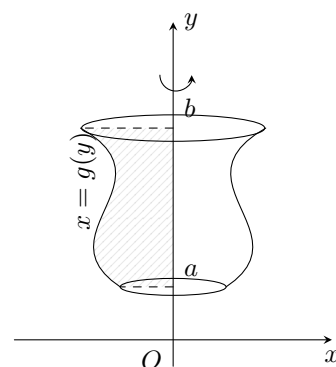


- b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục tung và hai

đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy :

$$\begin{cases} (C): x = g(y) \\ Oy: x = 0 \\ y = c \\ y = d. \end{cases}$$

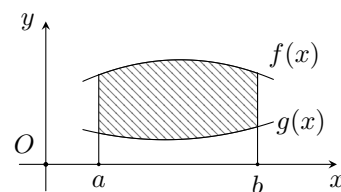
$$V_{Oy} = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy.$$



- c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$

(cùng nằm một phía so với Ox) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

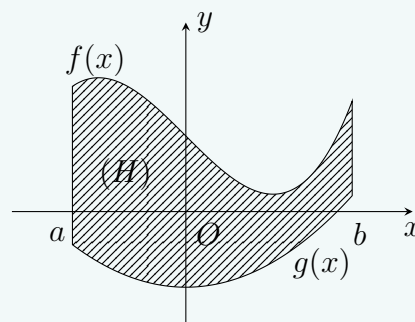


B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ BÀI TẬP

Dạng 3.10. Diện tích hình phẳng

Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1) : y = f(x) \\ (C_2) : y = g(x) \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì

diện tích của (H) được xác định bởi công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.



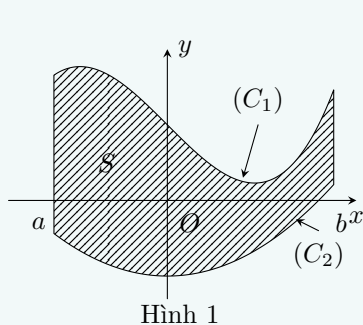
Phương pháp 1. Phương pháp đại số (phương pháp tự luận)

- Giải phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = g(x)$ tìm nghiệm $x_i \in [a; b]$.
- Lập bảng xét dấu $f(x) - g(x)$, chẳng hạn

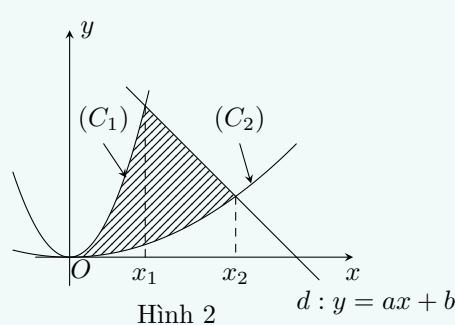
x	a	x_1	x_2	b	
$f(x) - g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^{x_1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{x_1}^{x_2} [g(x) - f(x)] dx + \int_{x_2}^b [f(x) - g(x)] dx.$$

Phương pháp 2. Phương pháp hình học (nếu 3 đường ta nên sử dụng hình học)



Hình 1



Hình 2

Hình 1 do (C_1) nằm trên (C_2) nên $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$.

Hình 2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường, trong $[0; x_1]$ thì (C_1) nằm trên (C_2) nằm dưới nên $S_1 = \int_0^{x_1} [f_1(x) - f_2(x)] dx$ và trong $[x_1; x_2]$ thì đường d nằm trên và (C_2) nằm dưới nên $S_2 = \int_{x_1}^{x_2} [ax + b - f_2(x)] dx$. Khi đó diện tích hình 2 là $S = S_1 + S_2$ là phần gạch sọc như hình vẽ.

Ví dụ 1

🔴 Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau

$$(H) : \{y = x^3 + 11x - 6, y = 6x^2, x = 0, x = 2\}.$$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + 11x - 6 = 6x^2 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Bảng xét dấu biểu thức $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

x	0	1	2
$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$	—	0	+

$$S = \int_0^2 |x^3 - 6x^2 + 11x - 6| dx = - \int_0^1 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx + \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx = \frac{5}{2}. \quad \square$$

Ví dụ 2

🔴 Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau

$$(H) : \{y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = \pi\}.$$

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx \right| \\ &= \left| (\cos x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right| + \left| (\cos x + \sin x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \right| = 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

□

Ví dụ 3

🔴 Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau

$$(H) : \{y = \sqrt{x+1}, y = 5-x, y = 1\}.$$

🔵 Lời giải.

• Cách 1. Từ phương trình $y = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = y^2 - 1$ ($y \geq 0$); $y = 5-x \Rightarrow x = 5-y$.

Xét phương trình tung độ giao điểm: $y^2 + y - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -3 \text{ (loại)}. \end{cases}$

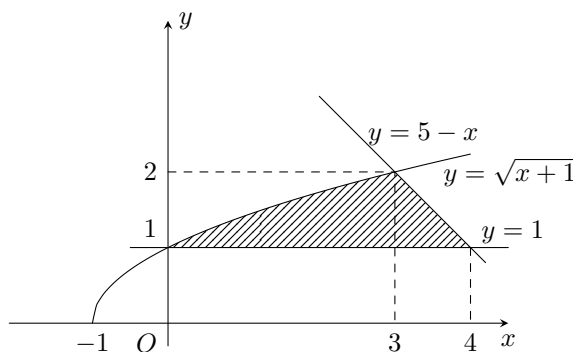
Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S = \int_1^2 |y^2 + y - 6| dy = - \int_1^2 (y^2 + y - 6) dy = - \left(\frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} - 6y \right) \Big|_1^2 = \frac{23}{3} - \frac{31}{6} = \frac{13}{6}.$$

• Cách 2. Vẽ đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x+1}$, $y = 5-x$, $y = 1$ như hình bên. Giải các phương trình hoành độ giao điểm từ đó ta được các giao điểm giữa các đồ thị là $(0; 1)$, $(3; 2)$, $(4, 1)$.

Dựa vào đồ thị diện tích hình cần tính là miền gạch sọc

$$S = \int_0^3 (\sqrt{x+1} - 1) dx + \int_3^4 (5-x-1) dx = \frac{13}{6}.$$



□

Ví dụ 4

🔴 Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng sau

$$(H) : \{y = \min\{x; 2x-1; 4-x\}, Ox\}.$$

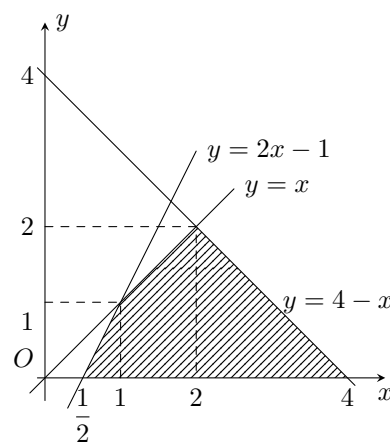
🔵 Lời giải.

Vẽ đồ thị các hàm số $y = x$, $y = 2x - 1$, $y = 4 - x$ như hình bên.

Giải các phương trình hoành độ giao điểm từ đó ta được các giao điểm giữa các đồ thị là $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$, $(1; 1)$, $(2; 2)$, $(4; 0)$.

Dựa vào đồ thị, diện tích hình cần tính là miền gạch sọc

$$S = \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x - 1) dx + \int_1^2 x dx + \int_2^4 (4 - x) dx = \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 2 = \frac{15}{4}.$$



□

Bài 1. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau

a) $(H) : \{y = x^3 - x, y = 2x, x = -1, x = 1\}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $(H) : \{y = x, y = x + \sin^2 x, x = 0, x = \pi\}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

c) $(H) : \{y = x^3 - 4x, Ox, x = -2, x = 5\}$.

Lời giải.

.....

.....

d) $(H) : \{y = x^4 - 3x^2 - 4, Ox, x = 0, x = 3\}$.

 **Lời giải.**

e) $(H) : \{y = \cos^2 x, Ox, Oy, x = \pi\}.$

 **Lời giải.**

f) $(H) : \{y = x^3 - x, y = x - x^2\}.$

 **Lời giải.**

g) $(H) : \{y = x^2 + 2x, y = x^3\}.$

 **Lời giải.**

h) $(H) : \{y = -2x^3 + x^2 + x + 5, y = x^2 - x + 5\}.$

 **Lời giải.**

i) $(H) : \{y = x^4 - 10x^2 + 9, Ox\}.$

 **Lời giải.**

j) $(H) : \{y = (e + 1)x, y = (1 + e^x)x\}.$

 **Lời giải.**

Bài 2. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau

a) $(H) : \{y = \sqrt{x+2}, y = 4-x, y = 1\}$.

 **Lời giải.**

b) $(H) : \{y = \sqrt{x}, y = 2 - x, y = 0\}$.

 **Lời giải.**

c) $(H) : \{y = x^3 - 3x, y = 2, y = x\}.$

 **Lời giải.**

d) $(H) : \{y = \min\{x^2 - 2x + 1; 2x + 1\}, Ox\}.$

 **Lời giải.**

Dạng 3.11. Tìm vận tốc, gia tốc, quãng đường trong vật lí

Ví dụ 1

☛ Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 20$ m/s trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

Lời giải.

Khi vật dừng lại thì $v = 0 \Rightarrow -4t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5$ s.

Quãng đường vật đi được trong thời gian này là:

$$s = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (-4t + 20) dt = (-2t^2 + 20t) \Big|_0^5 = 50 \text{ m.}$$

□

Ví dụ 2

☛ Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 16$ m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t$ m/s². Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 4 s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

Lời giải.

Ta có: $v(t) = \int (t^2 + 3t) dt = \frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + C$.

Khi đó $v_0 = v(0) = C = 16 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + 16$.

Quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 4 s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là:

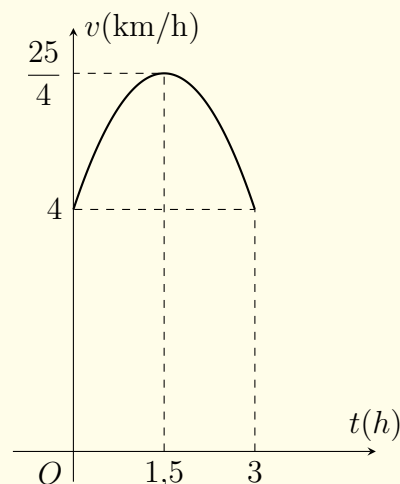
$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 \left(\frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + 16 \right) dt = \left(\frac{t^4}{12} + \frac{t^3}{2} + 16t \right) \Big|_0^4 = \frac{352}{3} \text{ m.}$$

□

Ví dụ 3



Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v km/h phụ thuộc vào thời gian t h có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{25}{4}\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



Lời giải.

Gọi phương trình vận tốc của vật là $v(t) = at^2 + bt + c$.

Khi đó đồ thị hàm số $v = v(t)$ là một parabol có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{25}{4}\right)$ và đi qua điểm $A(0; 4)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \\ a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + b \cdot \frac{3}{2} + c = \frac{25}{4} \\ 4 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -t^2 + 3t + 4.$$

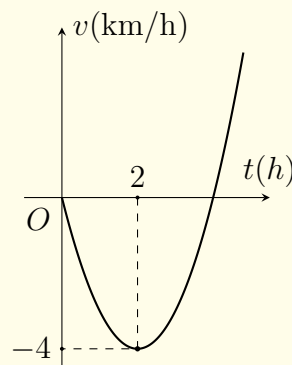
Do đó quãng đường vật di chuyển được trong thời gian 3 giờ là $S = \int_0^3 (-t^2 + 3t + 4) dt = \frac{33}{2}$ km.

□

Ví dụ 4



Một vật chuyển động với vận tốc $v_0 = 15$ m/s thì tăng tốc với gia tốc a m/s² phụ thuộc thời gian t s có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2; -4)$ và có trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.



Lời giải.

Gọi phương trình gia tốc của vật là $a(t) = at^2 + bt + c$.

Đồ thị gia tốc đi qua điểm $O(0; 0)$ và có đỉnh $(2; -4)$ nên ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -4 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a(t) = t^2 - 4t.$$

Vận tốc của vật là: $v(t) = \int a(t) dt = \int (t^2 - 4t) dt = \frac{t^3}{3} - 2t^2 + C$. Vì $v_0 = v(0) = 15 \Rightarrow C = 15$.

Vật bắt đầu tăng tốc khi: $a \geq 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t \geq 4 \end{cases}$. Vì $t \geq 0$ nên vật bắt đầu tăng tốc khi $t = 4$ s.

Quãng đường vật đi được sau 3 s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là $s = \int_4^7 \left(\frac{t^3}{3} - 2t^2 + 15 \right) dt = \frac{151}{4}$ m.

□

Bài 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15$ m/s trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 150 - 15t$ m/s. Hỏi rằng trong 5 s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét?

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc b m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + b$ m/s. Biết từ khi đạp phanh đến lúc dừng hẳn thì ô tô di chuyển được 50 m. Tìm vận tốc ban đầu b .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t + 12$ m/s sau khi đi được khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 24 - 6t$ m/s và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Hỏi từ khi xuất phát đến lúc dừng lại thì xe ô tô đã đi được bao nhiêu mét?

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 18$ m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 5t$ m/s². Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 5t$ m/s². Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

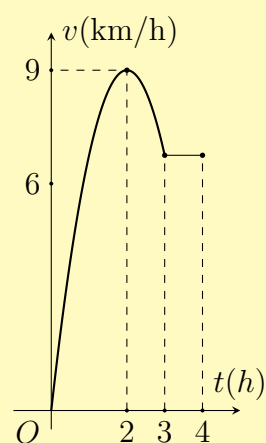
.....

.....

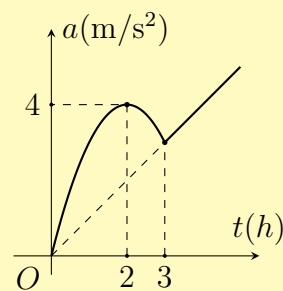
.....

Bài 9.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v km/h phụ thuộc thời gian t h có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.

**Lời giải.**

Một vật chuyển động trong 4 giây với gia tốc $a \text{ m/s}^2$ phụ thuộc thời gian $t \text{ s}$ có đồ thị của gia tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động đồ thị là một parabol có đỉnh $I(2; 4)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giây đó. Biết rằng vận tốc của vật tại giây thứ 3 bằng 18 m/s .



Lời giải.

Dạng 3.12. Thể tích của vật thể

Tính thể tích của vật thể

- Tính $S(x)$.
- Xác định cận a, b .
- Tính tích phân $V = \int_a^b S(x) dx$.

Ví dụ 1

 Tính thể tích khối lăng trụ, biết diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h .

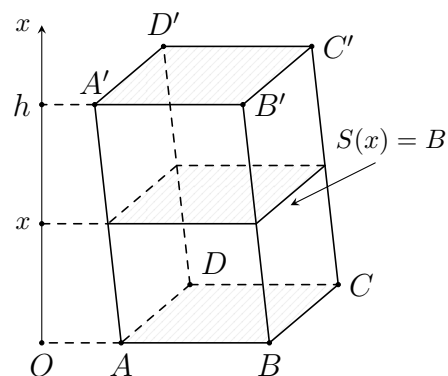
Lời giải.

Chọn trục Ox song song với đường cao của khối lăng trụ, còn hai đáy nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với Ox tại $x = 0$ và $x = h$ (hình vẽ).

Hiển nhiên một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox , cắt lăng trụ theo một thiết diện có diện tích không đổi $S(x) = B$ ($0 \leq x \leq h$).

Áp dụng công thức tích thể tích vật thể, ta có:

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h B dx = Bx \Big|_0^h = Bh.$$



□

Ví dụ 2

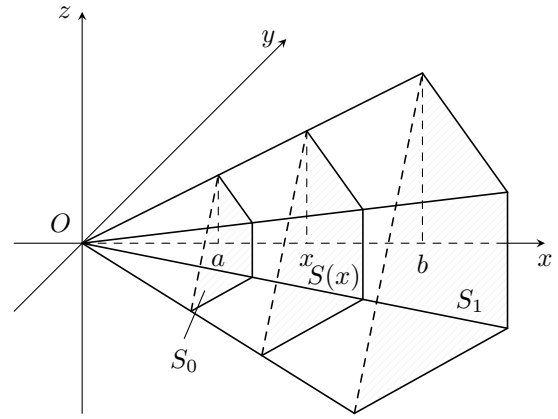
 Cho khối chóp cụt có chiều cao h , diện tích đáy nhỏ và đáy lớn theo thứ tự là S_0, S_1 . Chứng minh thể tích thể tích V của nó là $V = \frac{h}{3} (S_0 + S_1 + \sqrt{S_0 S_1})$.

Lời giải.

Ta có $\frac{S(x)}{S_1} = \left(\frac{x}{b}\right)^2 \Rightarrow S(x) = \frac{S_1 x^2}{b^2}$.

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b \frac{S_1 x^2}{b^2} dx = \frac{S_1}{b^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_a^b = \frac{S_1}{3b^2} (b^3 - a^3) \\ &= \frac{S_1(b-a)}{3} \frac{(b^2 + ba + a^2)}{b^2}. \end{aligned}$$

Thay $b - a = h$ và $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{S_0}{S_1}$, ta được $V = \frac{h}{3} (S_0 + S_1 + \sqrt{S_0 S_1})$.



□

Ví dụ 3

🔴 Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng $3x$ và $2\sqrt{3x^2 - 2}$.

🔵 Lời giải.

Diện tích thiết diện là $S(x) = 3x\sqrt{3x^2 - 2}$.

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là

$$V = \int_1^3 S(x) dx = \int_1^3 3x\sqrt{3x^2 - 2} dx = \frac{1}{2} \int_1^3 \sqrt{3x^2 - 2} d(3x^2 - 2) = \frac{1}{3} \sqrt{(3x^2 - 2)^3} \Big|_1^3 = \frac{124}{3}.$$

□

Bài 1. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9 - x^2}$.

🔵 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một nửa hình tròn đường kính $\sqrt{5}x^2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Xét trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông cạnh là $2\sqrt{1 - x^2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 5. Xét trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 4$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 4$) là một hình vuông cạnh là $\sqrt{x}$.

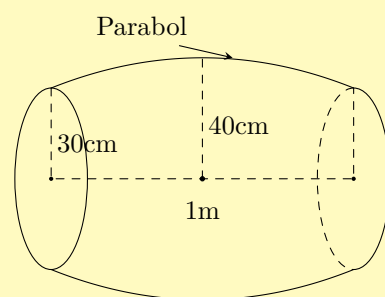
 **Lời giải.**

.....

.....

Bài 6.

Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính 40 cm, chiều dài của trống là 1 m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường parabol. Tính thể tích của cái trống..

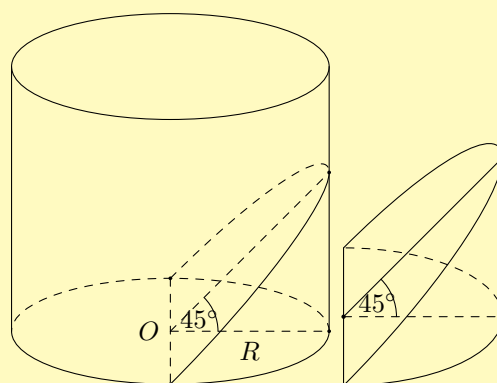
**Lời giải.**

Bài 7. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R . Tính thể tích vật thể tạo thành bởi đáy của hình trụ và mặt phẳng qua đường kính đáy, biết mặt phẳng tạo với đáy một góc 45° ..

Lời giải.

Bài 8.

Một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng 10cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc 45° (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối gỗ bé..

**Lời giải.****Dạng 3.13. Tính thể tích của vật thể tròn xoay**

- a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox : $V_{Ox} = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
- b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục tung và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy : $V_{Oy} = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy$.

Ví dụ 1

Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{Ox} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} y^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1). \quad \square$$

Ví dụ 2

Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{Ox} = \pi \int_0^{\pi} y^2 dx = \pi \int_0^{\pi} (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^{\pi} = 2\pi(\pi + 1). \quad \square$$

Ví dụ 3

Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{Ox} = \pi \int_0^1 y^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \pi \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}. \quad \square$$

Ví dụ 4

Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{Ox} = \pi \int_0^1 y^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}. \quad \square$$

Bài 1. Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{2}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 4$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0$, $y = x\sqrt{\ln(x+1)}$, $x = 1$ xung quanh trục Ox .

Lời giải.

.....

.....

.....

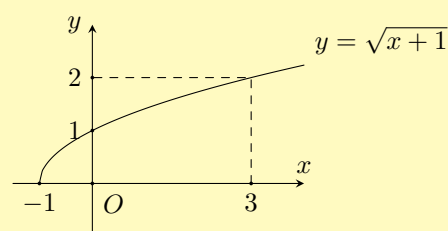
.....

.....

.....

Bài 4.

Một bác thợ gốm làm một cái lọ có dáng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$ (đồ thị như hình vẽ bên dưới) và trục Ox quay quanh trục Ox . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Tính thể tích V của lọ.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

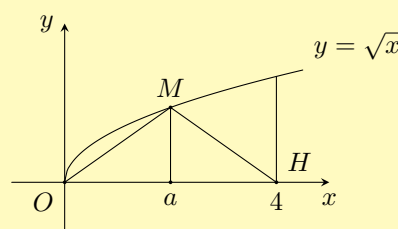
.....

.....

.....

Bài 5.

Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$, ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $\triangle OMH$ quanh trục Ox . Biết $V = 2V_1$.



Tính a .

Lời giải.

.....

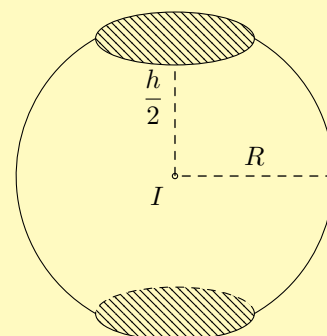
.....

.....

.....

Bài 6.

Coi cái trống trường là vật thể giới hạn bởi một mặt cầu bán kính $R = 0,5$ m và hai mặt phẳng song song cách đều tâm I . Biết chiều cao của trống là $h = 0,8$ m. Tính thể tích V của cái trống.



Lời giải.

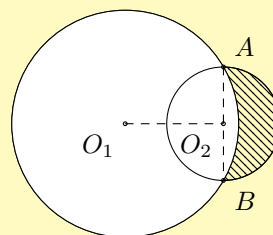
.....

.....

.....

Bài 7.

Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A và B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (D) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 , ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành?

**Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

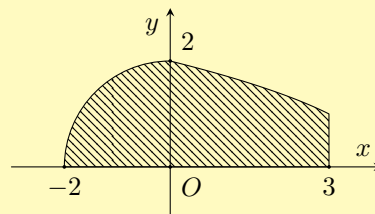
.....

.....

.....

Bài 8.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành, $x = 3$ (miền tô đậm như hình). Tính thể tích V khối tạo thành khi cho (H) quay quanh Ox .

**Lời giải.**

.....

.....

.....

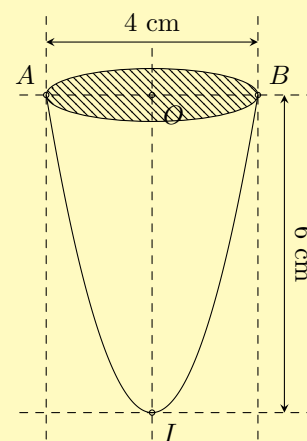
.....

.....

.....

Bài 9.

Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích V (cm^3) của vật thể đã cho.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

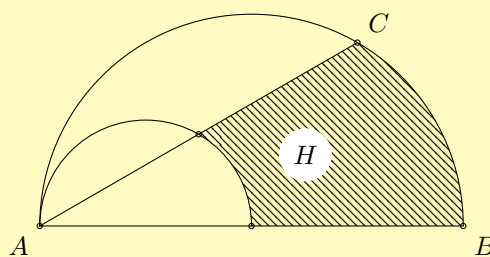
.....

.....

.....

Bài 10.

Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 8π và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB .



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ quay xung quanh trục Ox .

 **Lời giải.**

Bài 12. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d: y = x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 13. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục hoành Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2 - 4x + 6$ và $y = -x^2 - 2x + 6$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 14. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$ xung quanh trục hoành Ox .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

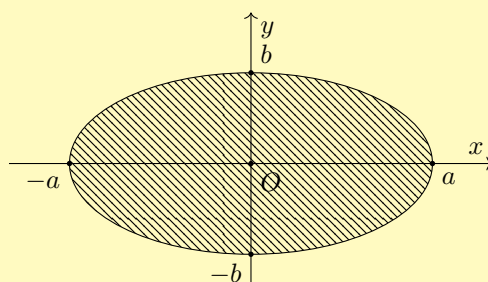
Bài 15. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 0$, $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox .

 **Lời giải.**

Bài 16.

Tính thể tích của khối elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $(a > b > 0)$ khi xoay quanh trục

- Trục hoành Ox .
- Trục tung Oy .



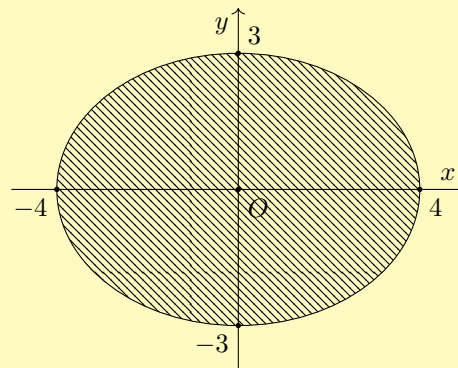
 **Lời giải.**

Bài 17.

Tính thể tích của khối elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ khi xoay

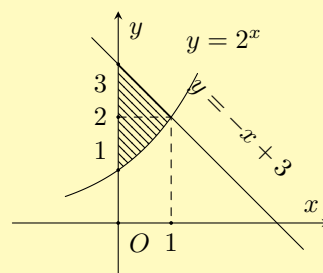
(E) xung quanh trục

- a) Trục hoành Ox .
- b) Trục tung Oy .

**Lời giải.****Bài 18.**

Tính thể tích vật thể tròn xoay khi cho phần gạch sọc như hình vẽ xoay xung quanh

- a) Trục hoành Ox .
- b) Trục tung Oy .

**Lời giải.**

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Mức độ nhận biết

1.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Gọi S là diện tích của (H) . Chọn khẳng định **sai**.

A. $S = - \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 2. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = x - 1$, $x = 0$, $x = 2$ và trục Ox . Diện tích S của hình phẳng D được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_0^2 (x - 1) dx \right|$. B. $S = \int_0^2 (1 - x) dx$. C. $S = \int_0^2 |x - 1| dx$. D. $S = \int_0^2 (x - 1) dx$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Hình phẳng giới hạn bởi các

đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường $x = a$, $x = b$. Diện tích hình phẳng được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số đó và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích S của hình phẳng D được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 5. Viết công thức tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \ln 4$, bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \ln 4$), có thiết diện là một hình vuông có độ dài là $\sqrt{xe^x}$.

A. $V = \pi \int_0^{\ln 4} xe^x dx$.

B. $V = \int_0^{\ln 4} \sqrt{xe^x} dx$.

C. $V = \int_0^{\ln 4} xe^x dx$.

D. $V = \pi \int_0^{\ln 4} [xe^x]^2 dx$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 7. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx$.

C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$.

D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $S = \left| \int_a^b f^2(x) dx \right|$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$; V là thể tích của khối tròn xoay tạo được khi quay (H) quanh trục Ox . Khẳng định nào sau đây đúng?

$$\text{A. } V = \pi \int_a^b |f(x)| \, dx. \quad \text{B. } V = \int_a^b f^2(x) \, dx. \quad \text{C. } V = \pi \int_a^b f^2(x) \, dx. \quad \text{D. } V = \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

Câu 10. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích S của hình phẳng D được tính theo công thức

$$\begin{aligned} \text{A. } S &= \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx. & \text{B. } S &= \int_a^b [g(x) - f(x)] \, dx. \\ \text{C. } S &= \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx. & \text{D. } S &= \left| \int_a^b f(x) - g(x) \, dx \right|. \end{aligned}$$

Câu 11. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a; x = b$. Diện tích S được tính theo công thức

$$\begin{aligned} \text{A. } S &= \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx. & \text{B. } S &= \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx \right|. \\ \text{C. } S &= \int_a^b |f(x)| \, dx - \int_a^b |g(x)| \, dx. & \text{D. } S &= \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx. \end{aligned}$$

Câu 12. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b |f(x)| \, dx. \quad \text{B. } S = \int_a^b f(x) \, dx. \quad \text{C. } S = \int_b^a |f(x)| \, dx. \quad \text{D. } S = \int_b^a f(x) \, dx.$$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b, (a < b)$ được tính bởi công thức

$$\text{A. } \int_a^b f(x) \, dx. \quad \text{B. } \left| \int_a^b f(x) \, dx \right|. \quad \text{C. } \int_a^b f^2(x) \, dx. \quad \text{D. } \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

Câu 14. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích S của hình phẳng D được tính theo công thức

$$\begin{aligned} \text{A. } S &= \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx. & \text{B. } S &= \int_a^b [g(x) - f(x)] \, dx. \\ \text{C. } S &= \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx. & \text{D. } S &= \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx \right|. \end{aligned}$$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức

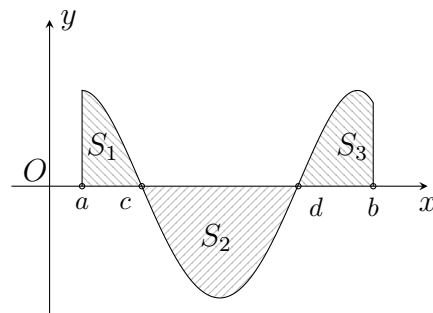
$$\text{A. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx. \quad \text{B. } S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx \right|.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b |f(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx.$$

Câu 16.

Tổng diện tích $S = S_1 + S_2 + S_3$ trong hình vẽ được tính bằng tích phân nào sau đây?



$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx - \int_d^b f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx.$$

Câu 17. Công thức tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ là

$$\text{A. } S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{C. } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

$$\text{D. } S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$$

Câu 18. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cùng liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích của $\mathcal{D}$ được tính theo công thức

$$\text{A. } \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

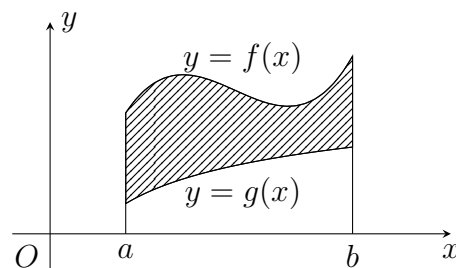
$$\text{B. } \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$$

$$\text{C. } \int_a^b (g(x) - f(x)) dx.$$

$$\text{D. } \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Câu 19.

Cho hình phẳng trong hình bên (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào trong các công thức sau đây?



$$\text{A. } V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx.$$

$$\text{B. } V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

$$\text{D. } V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$$

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = 2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $V = 2\pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

C. $V = 2\pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $V = 2\pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

C. $V = 2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $V = 2\pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

Câu 22. Thể tích khối tròn xoay có được khi quay quanh Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ bằng

A. $V = \frac{\pi}{2}.$

B. $V = \frac{2\pi}{3}.$

C. $V = \frac{2}{3}.$

D. $V = \frac{1}{2}.$

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$ B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ C. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$ D. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 24. Thể tích khối tròn xoay tạo được do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{4}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 4$ quay quanh trục Ox là

A. $\frac{21\pi}{16}.$

B. $\frac{15}{16}.$

C. $\frac{21}{16}.$

D. $\frac{15\pi}{8}.$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \int_a^b f(x^2) dx.$ B. $V = \pi \int_a^b f(x^2) dx.$ C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 26. Cho hàm số $(C): y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường (C) ; $y = 0$; $x = a$; $x = b$. Quay (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích là

A. $\int_a^b f^2(x) dx.$

B. $\int_a^b |f(x)| dx.$

C. $\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $\pi \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 27. Cho hàm số $y = \pi^x$ có đồ thị (C) . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức

A. $V = \pi^2 \int_2^3 \pi^x dx$. B. $V = \pi^3 \int_2^3 \pi^x dx$. C. $V = \pi \int_2^3 \pi^{2x} dx$. D. $V = \pi \int_3^2 \pi^{2x} dx$.

Câu 28. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. B. $S = \int_0^2 e^x dx$. C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 29. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 2^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$. C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$. D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.

Câu 30. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.
C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

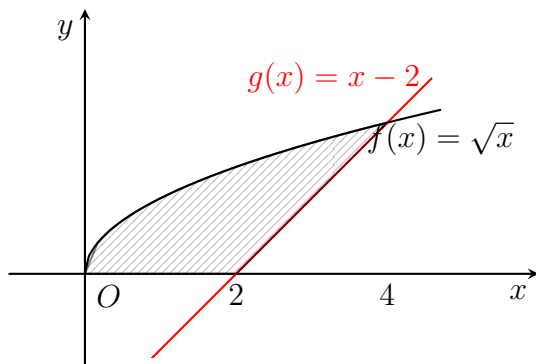
Câu 31. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$. B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$.
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$. D. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$.

Câu 32. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành, $x = 2$ và $x = 3$ là

A. $S = \int_2^3 f^2(x) dx$. B. $S = \int_2^3 |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_2^3 f(x) dx$. D. $S = \pi \int_2^3 f^2(x) dx$.

Câu 33. Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau



A. $S = \frac{8}{3}$.

B. $S = \frac{10}{3}$.

C. $S = \frac{11}{3}$.

D. $S = \frac{7}{3}$.

Câu 34. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V = \pi - 1$.

B. $V = \pi + 1$.

C. $V = \pi(\pi - 1)$.

D. $V = \pi(\pi + 1)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , các đường thẳng $x = a, x = b$ và V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox , khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

C. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

D. $V = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 36. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = 0$ và $x = 3$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox được định bởi công thức

A. $V = \pi \int_0^3 3^{x+1} dx$.

B. $V = \int_0^3 3^{x+1} dx$.

C. $V = \pi \int_0^3 9^x dx$.

D. $V = \int_0^3 9^x dx$.

Câu 37. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4^x, y = 0, x = 1$ và $x = 3$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox được định bởi công thức

A. $V = \pi \int_1^3 4^{2x} dx$.

B. $V = \int_1^3 4^{x+1} dx$.

C. $V = \pi \int_1^3 4^{2x+1} dx$.

D. $V = \int_1^3 16^x dx$.

Câu 38. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 40. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$ B. $S = \int_0^2 e^x dx.$ C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$ D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx.$

Câu 41. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

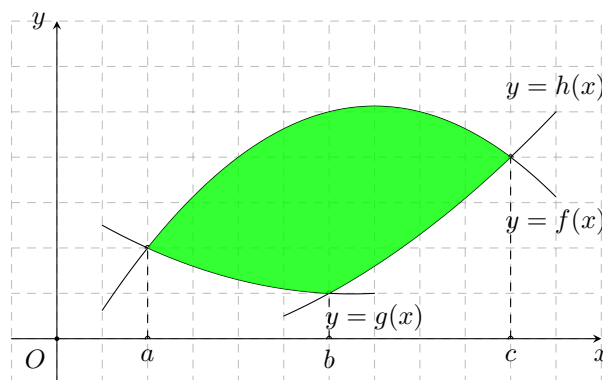
A. $S = \int_0^2 2^x dx.$ B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx.$ C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx.$ D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx.$

Câu 42. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$ B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx.$ D. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx.$

Câu 43. Hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ sau đây có diện tích là:

A. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |f(x) - h(x)| dx.$
B. $S = \int_a^c |h(x) - g(x)| dx + \int_b^c |h(x) - f(x)| dx.$
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |f(x) - h(x)| dx.$
D. $S = \int_a^b |h(x) - g(x)| dx + \int_b^c |h(x) - f(x)| dx.$



Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là

A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = \int_a^b f(x) dx.$ D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 45.

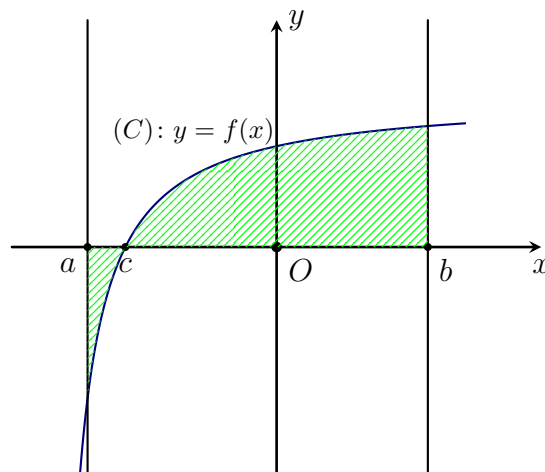
Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.



Câu 46. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x + 2)^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$ là

A. 30.

B. 18.

C. $\frac{98}{3}$.

D. 21.

Câu 47.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.

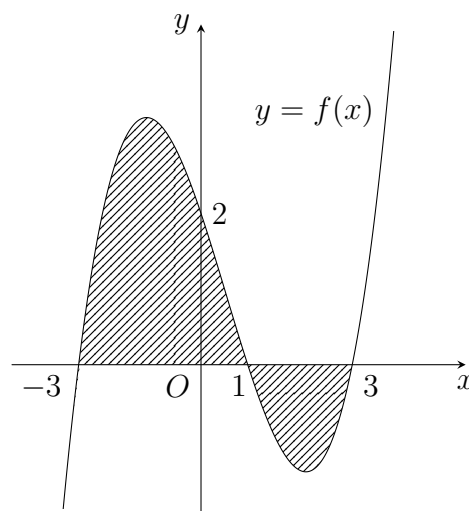
Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox (phần gạch sọc) được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|$.

B. $S = \int_{-3}^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.



Câu 48. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, ($a < b$) có diện tích S là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 49. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-1}^1 f(x) dx$. B. $\int_{-1}^1 |f(x)| dx$. C. $\pi \int_{-1}^1 f^2(x) dx$. D. $\int_{-1}^1 f^2(x) dx$.

Câu 50. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay quanh trục hoành tạo thành vật thể tròn xoay có thể tích bằng

A. $\int_a^b f^2(x) dx$. B. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $\pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $\pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 51. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$. B. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$. C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$. D. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 52. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 7$, $\int_3^{10} f(x) dx = 8$, $\int_3^6 f(x) dx =$

9. Giá trị của $I = \int_0^{10} f(x) dx$ bằng

A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 7$. D. $I = 8$.

Câu 53. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^a kf(x) dx = 0$.
 B. $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.
 C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
 D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

Câu 54. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x dx$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < I < \frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3} < I < \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2} < I < \frac{2}{3}$. D. $\frac{2}{3} < I < 1$.

Câu 55. Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} (e^{4x} + 1) dx$.

A. $I = \frac{15}{4} + \ln 2$. B. $I = 4 + \ln 2$. C. $I = \frac{17}{4} + \ln 2$. D. $I = \frac{15}{2} + \ln 2$.

Câu 56. Biết $\int_2^5 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 g(x) dx = 9$. Tích phân $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 10. B. 3. C. 6. D. 12.

Câu 57. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}$. C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$.

Câu 58. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. 61. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{61}{9}$. D. 4.

Câu 59. Giả sử $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số bất kỳ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx + \int_c^a f(x)dx = 0$. B. $\int_a^b cf(x)dx = c \int_a^b f(x)dx$.
 C. $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx$. D. $\int_a^b (f(x) - g(x))dx + \int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

Câu 60. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1, F(2) = 4$.

- A. $I = 6$. B. $I = 10$. C. $I = 3$. D. $I = 9$.

Câu 61. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx = \int_a^b |f(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx$.
 B. $\int_a^b (f(x) \cdot g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.
 C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
 D. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx = \left| \int_a^b [f(x) + g(x)] dx \right|$.

Câu 62. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ và h, k là các hằng số. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b [hf(x) - kg(x)] dx = h \int_a^b f(x) dx - k \int_a^b g(x) dx$.
 B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
 C. $\int_a^b [h + kf(x)] dx = h + k \int_a^b f(x) dx$.
 D. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = f(x) \int_a^b g(x) dx$.

Câu 63. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$.

Tính $I = \int_1^2 f'(x)dx$

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 3$. D. $I = \frac{7}{2}$.

Câu 64. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. B. $\log \frac{5}{3}$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 65. Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$, $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx =$

6. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 66. Cho $a < b < c$, $\int_a^b f(x) dx = 12$, $\int_c^b f(x) dx = 4$. Khi đó giá trị của $\int_a^c f(x) dx$ là

A. 3.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Câu 67. Tính tích phân $\int_0^\pi \sin 3x dx$.

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = -1$.

C. $I = 3$.

D. $I = \frac{7}{2}$.

Câu 69. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

A. $I = 5$.

B. $I = -3$.

C. $I = 3$.

D. $I = -5$.

Câu 70. Tích phân $I = \int_0^{2019} 2^x dx$ bằng

A. $2^{2019} - 1$.

B. $\frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$.

C. $\frac{2^{2019}}{\ln 2}$.

D. 2^{2019} .

Câu 71. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -1$. Giá trị của $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng

A. 12.

B. 0.

C. 8.

D. 10.

Câu 72. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$, khi đó $\int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 8.

D. 1.

Câu 73. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, ($a < b$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.

B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$.

D. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 74. Cho các hằng số a, b, k ($k \neq 0$) và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

D. $\int_a^b f(x) dx \neq \int_a^b f(t) dt$.

Câu 75. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1$, $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = -3$. C. $I = 3$. D. $P = 4$.

Câu 76. Giá trị của $\int_0^1 (2019x^{2018} - 1) dx$ bằng

- A. 0. B. $2^{2017} + 1$. C. $2^{2017} - 1$. D. 1.

Câu 77. Cho $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3$, $\int_0^3 f(x) dx = 3$. Tích phân $\int_{-1}^3 f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 78. Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

- A. $\ln 2 - 1$. B. $-\ln 2$. C. $\ln 2$. D. $1 - \ln 2$.

Câu 79. Tích phân $I = \int_0^2 dx$ bằng

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 80. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $\frac{\pi}{2}$. D. π .

Câu 81. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$. Tính giá trị của tích phân $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$.

- A. $L = 4$. B. $L = -1$. C. $L = -4$. D. $L = 1$.

Câu 82. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. -2. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 83. Giá trị tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$ bằng

- A. $\log 2$. B. $\ln 2$. C. 1. D. $-\ln 2$.

Câu 84. Tính $I = \int_0^1 (3x^2 - 2x + 3) dx$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 85. Khẳng định nào trong các khẳng định sau **đúng** với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b là các số bất kì thuộc K ?

- A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
 B. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

$$\text{C. } \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$$

$$\text{D. } \int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2.$$

Câu 86. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x) dx = 9$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -6$. B. $F(9) = 6$. C. $F(9) = 12$. D. $F(9) = -12$.

Câu 87. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ bằng

- A. $\log 2$. B. 1. C. $\ln 2$. D. $-\ln 2$.

Câu 88. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int_a^a kf(x) dx = 0$.
 B. $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.
 C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
 D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

Câu 89. Cho $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2018x^2 - 3x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + 2b + 4c$.

- A. $T = 1011$. B. $T = -3035$. C. $T = 1007$. D. $T = -5053$.

Câu 90. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(1) - f(0) = 2$. Tích phân $I = \int_0^1 [f'(x) - e^x] dx$ bằng

- A. $1 - e$. B. $1 + e$. C. $3 - e$. D. $3 + e$.

Câu 91. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 2g(x) dx = 8$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 18. D. 0.

Câu 92. Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx = 32$. Tính tích phân $J = \int_0^2 f(2x) dx$.

- A. 32. B. 64. C. 8. D. 16.

Câu 93. Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

- A. $J = 6$. B. $J = 2$. C. $J = 8$. D. $J = 4$.

Câu 94. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 16. B. -18. C. 24. D. 10.

Câu 95. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2 \ln 2$. B. $\frac{2}{3} \ln 2$. C. $\ln 2$. D. $\frac{1}{3} \ln 2$.

Câu 96. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9$, $\int_4^{12} f(x) dx = 3$ và $\int_4^8 f(x) dx = 5$.

Tính $\int_1^{12} f(x) dx$.

- A. $I = 17$. B. $I = 1$. C. $I = 11$. D. $I = 7$.

Câu 97. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$, khi đó $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 9. D. 18.

Câu 98. Giả sử $f(x)$ là một hàm số bất kì liên tục trên khoảng $(\alpha; \beta)$ và $a, b, c, b+c \in (\alpha; \beta)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx - \int_a^c f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx + \int_{b+c}^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$.

Câu 99. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^4 f(x) dx = -1$. Tích phân $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

- A. -3. B. 3. C. 1. D. -1.

Câu 100. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 16. B. 10. C. 24. D. -18.

Câu 101. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$, khi đó $\int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 8. D. 1.

Câu 102. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^a f(x) dx = 0$. B. $\int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$. D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Câu 103. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -2$, giá trị của $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. 7. B. -1. C. 5. D. 1.

Câu 104. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_{-1}^3 f(x)dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x)dx$.

- A. $I = -6$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = -4$.

Câu 105. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $\int f(x) dx = F(x) + C$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $\int_a^b f(x) dx = b - a$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = a - b$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Câu 106. Giá trị của $\int_0^1 (2019x^{2018} - 1) dx$ bằng

- A. 0. B. $2^{2017} + 1$. C. $2^{2017} - 1$. D. 1.

Câu 107. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{2x-1} dx$.

- A. $I = \ln 3 - 1$. B. $I = \ln \sqrt{3}$. C. $I = \ln 2 + 1$. D. $I = \ln 2 - 1$.

Câu 108. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 109. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và các hằng số $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx \neq \int_a^b f(t) dt$.

Câu 110. Cho hai số thực a, b tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$.

Câu 111. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b \pi |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 112. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 10.

D. 7.

Câu 113. Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

A. $\int_0^1 f(x) dx = -3$.

B. $\int_0^1 f(x) dx = 7$.

C. $\int_0^1 f(x) dx = 1$.

D. $\int_0^1 f(x) dx = 3$.

Câu 114. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 1, f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f'(x) dx = 9$. Giá trị của $f(3)$ là

A. 6.

B. 3.

C. 10.

D. 9.

Câu 115. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng

A. $I = 2 \ln 2$.

B. $I = 2 \ln 3$.

C. $I = \ln 2$.

D. $I = \ln 3$.

Câu 116. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Giá trị của $z_1 + z_2$ bằng

A. i .

B. -1.

C. 1.

D. $-i$.

Câu 117. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1, \int_2^3 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = -3$.

C. $I = 3$.

D. $I = 4$.

Câu 118. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x) dx = 9, \int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính giá trị của $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 36$.

C. $I = \frac{9}{4}$.

D. $I = 13$.

Câu 119. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ thì tích phân $\int_0^3 [x - 3f(x)] dx$ có giá trị bằng

A. -3.

B. 3.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 120. Cho $\int_1^5 f(x) dx = 6$ và $\int_1^5 g(x) dx = 8$. Giá trị của $\int_1^5 [4f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 16.

B. 14.

C. 12.

D. 10.

Câu 121. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = -5; \int_{-1}^5 [3f(x) - 5g(x)] dx =$

21. Tính $\int_{-1}^5 [f(x) + g(x)] dx$.

A. -5.

B. 1.

C. 5.

D. -1.

Câu 122. Kết quả của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ bằng

- A. $I = 1$. B. $I = -2$. C. $I = 0$. D. $I = -1$.

Câu 123. Cho các số thực a, b ($a < b$). Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thì

- A. $\int_a^b f(x) \, dx = f'(a) - f'(b)$. B. $\int_a^b f'(x) \, dx = f(b) - f(a)$.
C. $\int_a^b f'(x) \, dx = f(a) - f(b)$. D. $\int_a^b f(x) \, dx = f'(b) - f'(a)$.

Câu 124. Cho $\int_1^5 h(x) \, dx = 4$ và $\int_1^7 h(x) \, dx = 10$, khi đó $\int_5^7 h(x) \, dx$ bằng

- A. 7. B. 2. C. 6. D. 5.

Câu 125. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A. $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) + F(a)$. B. $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) \, dx = f(b) - f(a)$. D. $\int_a^b f(x) \, dx = F(a) - F(b)$.

Câu 126. Cho $\int_1^3 f(x) \, dx = 3$ và $\int_1^3 g(x) \, dx = 4$, khi đó $\int_1^3 [4f(x) - g(x)] \, dx$ bằng

- A. 16. B. 8. C. 11. D. 19.

Câu 127. Cho $\int_{-1}^1 f(x) \, dx = 4$ và $\int_{-1}^1 g(x) \, dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_1^{-1} [2f(x) - 5g(x)] \, dx$.

- A. $I = -7$. B. $I = 7$. C. $I = -14$. D. $I = 14$.

Câu 128. Biết $\int_{2018}^{2019} f(x) \, dx = -2$, $\int_{2018}^{2019} g(x) \, dx = 6$. Tích phân $\int_{2018}^{2019} [2f(x) - g(x)] \, dx$ bằng

- A. 10. B. -2. C. 22. D. -10.

Câu 129. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $a < c < b$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] \, dx = \int_a^b f(x) \, dx + \int_a^b g(x) \, dx$.
B. $\int_a^b kf(x) \, dx = k \int_a^b f(x) \, dx$ với k là hằng số.
C. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} \, dx = \frac{\int_a^b f(x) \, dx}{\int_a^b g(x) \, dx}$.
D. $\int_a^b f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx$.

Câu 130. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 9$, $\int_1^3 g(x) dx = -5$. Tính $K = \int_1^3 [2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. $K = 3$. B. $K = 33$. C. $K = 4$. D. $K = 14$.

Câu 131. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F'(b) - F'(a)$.

Câu 132. Tính $I = \int_1^3 (4x^3 + 3x) dx$.

- A. $I = 92$. B. $I = 68$. C. $I = -68$. D. $I = -92$.

Câu 133. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, $f(1) = 15$, $f(4) = 8$. Tính $\int_1^4 f'(x) dx$

- A. $\int_1^4 f'(x) dx = 7$. B. $\int_1^4 f'(x) dx = 3$. C. $\int_1^4 f'(x) dx = 23$. D. $\int_1^4 f'(x) dx = -7$.

Câu 134. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x+2}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. B. $\log \frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\ln \frac{4}{3}$.

Câu 135. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$. Tính giá trị của tích phân $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$.

- A. $L = 4$. B. $L = -1$. C. $L = -4$. D. $L = 1$.

Câu 136. Tích phân $\int_0^2 (x^2 - 3x) dx$ bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. $-\frac{10}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. 12.

Câu 137. Tính tích phân $\int_0^1 x(x+1) dx$.

- A. $\frac{5}{6}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 138. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 6$, $\int_0^1 (2x - 2)f'(x) dx = 6$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ có giá trị bằng

- A. -3. B. -9. C. 3. D. 6.

Câu 139. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Tính

$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

A. $I = 36$.

B. $I = 4$.

C. $I = 12$.

D. $I = 8$.

Câu 140. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$ và $f(0) = -1$, biết $\int_0^2 f'(x) dx = 5$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = 2$.

B. $f(2) = 6$.

C. $f(2) = 4$.

D. $f(2) = 5$.

Câu 141. Giả sử tích phân $I = \int_1^6 \frac{1}{2x+1} dx = \ln M$, tìm M .

A. $M = 4,33$.

B. $M = 13$.

C. $M = \frac{13}{3}$.

D. $M = \sqrt{\frac{13}{3}}$.

Câu 142. Cho biết $\int_2^5 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 g(t) dt = 9$. Tính $\int_2^5 [f(x) - 2g(x)] dx$.

A. -6 .

B. -15 .

C. 12 .

D. 21 .

Câu 143. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.

A. $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b)$.

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Câu 144. Tích phân $\int_0^1 e^x dx$ bằng

A. e .

B. $e + 1$.

C. 1 .

D. $e - 1$.

Câu 145. Tính $I = \int_0^{2018} e^x dx$.

A. $I = e^{2018} - 1$.

B. $I = e^{2019} - 1$.

C. $I = e^{2019}$.

D. $I = e^{2018}$.

Câu 146. Tính $I = \int_0^2 2018 dx$.

A. 4036 .

B. 2018 .

C. 0 .

D. 4026 .

Câu 147. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

B. $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.

$$C. \int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

$$D. \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

Câu 148. Tính tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x+1}$.

A. $\ln \frac{3}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\log \frac{3}{2}$.

D. $\ln 6$.

Câu 149. Tích phân $\int_4^8 \frac{dx}{x+1}$ bằng

A. $\ln 9 - \ln 5$.

B. $\ln 5 - \ln 9$.

C. 4.

D. $\frac{1}{81} - \frac{1}{25}$.

Câu 150. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích S của D được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 151. Tích phân $I = \int_0^1 e^{2x} dx$ bằng

A. $I = 2(e^2 - 1)$.

B. $I = \frac{e^2}{2}$.

C. $I = \frac{e^2 - 1}{2}$.

D. $I = e^2 - 1$.

Câu 152. Tính tích phân $\int_0^2 e^{2x} dx$.

A. $\frac{1}{2}e^3 - \frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}e^5 - \frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}$.

D. $e^4 - 1$.

Câu 153. Giá trị tích phân $\int_0^1 \frac{x+4}{x+3} dx$ bằng

A. $\ln \frac{5}{3}$.

B. $1 + \ln \frac{4}{3}$.

C. $\ln \frac{3}{5}$.

D. $1 - \ln \frac{3}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. C	4. D	5. C	6. D	7. C	8. B	9. C	10. C
11. A	12. A	13. D	14. C	15. A	16. B	17. B	18. A	19. D	20. D
21. A	22. A	23. B	24. A	25. C	26. C	27. C	28. B	29. A	30. A
31. A	32. B	33. B	34. D	35. A	36. C	37. A	38. A	39. A	40. B
41. A	42. A	43. C	44. B	45. B	46. C	47. C	48. A	49. B	50. B
51. C	52. B	53. B	54. A	55. A	56. D	57. D	58. B	59. C	60. A
61. C	62. A	63. A	64. C	65. B	66. C	67. B	68. A	69. D	70. B
71. D	72. C	73. B	74. D	75. A	76. A	77. B	78. C	79. D	80. B

81. D	82. B	83. B	84. C	85. A	86. C	87. C	88. B	89. B	90. C
91. B	92. D	93. B	94. C	95. B	96. D	97. C	98. B	99. C	100. C
101. C	102. B	103. B	104. D	105. D	106. A	107. B	108. A	109. D	110. A
111. B	112. A	113. D	114. C	115. D	116. B	117. A	118. D	119. D	120. A
121. D	122. A	123. B	124. C	125. B	126. B	127. B	128. D	129. C	130. B
131. B	132. A	133. D	134. D	135. D	136. B	137. A	138. C	139. D	140. C
141. D	142. B	143. A	144. D	145. A	146. A	147. B	148. A	149. A	150. B
151. C	152. C	153. B							

2. Mức độ thông hiểu

Câu 1. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = \frac{4}{x}$ và đường thẳng $(d): y = 5 - x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- A. $V = 51\pi$. B. $V = 33\pi$. C. $V = 9\pi$. D. $V = 18\pi$.

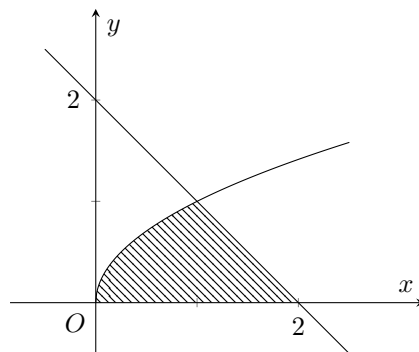
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, các đường $x = 0, x = 1$ và trục Ox . Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2f(x)$, các đường $x = 0, x = 1$ và trục Ox . Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $V_2 = V_1$. B. $V_2 = 2V_1$. C. $V_2 = 4V_1$. D. $V_2 = 8V_1$.

Câu 3.

Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x}$, đường thẳng $y = 2 - x$ và trục hoành (phần gạch chéo trong hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng trên khi quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{5\pi}{4}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{6}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.



Câu 4. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng

- A. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$. C. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$. D. $\frac{\pi e^2}{2}$.

Câu 5. Gọi (H) là hình phẳng tạo bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^3 - x^2 - 2x}$ và trục hoành. Khi cho (H) quay quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích là

- A. $\frac{13}{6}\pi$. B. $\frac{9}{4}\pi$. C. $\frac{5}{12}\pi$. D. $\frac{8}{3}\pi$.

Câu 6. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = \pi + 1$. C. $V = \pi(\pi - 1)$. D. $V = \pi(\pi + 1)$.

Câu 7. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox .

A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx.$

B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$

C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx.$

D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx.$

Câu 8. Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x$ quay xung quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx.$

B. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx.$

C. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx.$

D. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$

Câu 9. Thể tích khối tròn xoay tạo bởi khi quay quanh trục hoành của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$ có giá trị bằng

A. $\frac{8\pi}{15}$ (đvtt).

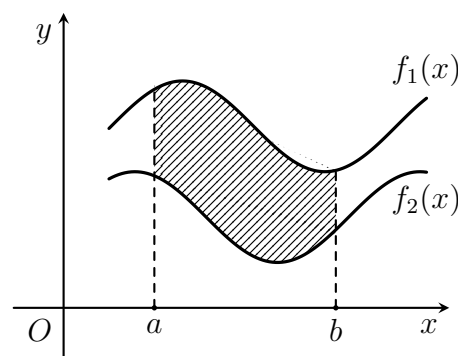
B. $\frac{7\pi}{3}$ (đvtt).

C. $\frac{15\pi}{8}$ (đvtt).

D. $\frac{8\pi}{7}$ (đvtt).

Câu 10.

Cho hình phẳng trong hình (phần gạch chéo) quay quanh trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?



A. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

Câu 11. Tính thể tích V của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$ quanh trục Ox .

A. $V = \frac{3\pi}{10}.$

B. $V = \frac{\pi}{10}.$

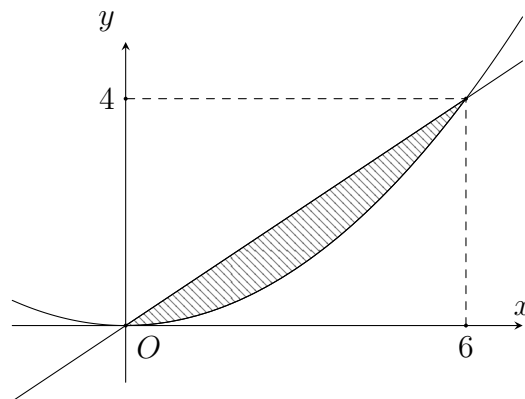
C. $V = \frac{7\pi}{10}.$

D. $V = \frac{9\pi}{10}.$

Câu 12.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{x^2}{9}$ và đường thẳng $-2x + 3y = 0$. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) (phần tô sọc) quanh trục hoành.

- A. $V = 4\pi$.
 B. $V = \frac{96\pi}{5}$.
 C. $V = \frac{64\pi}{5}$.
 D. $V = \frac{625\pi}{81}$.



Câu 13. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$; $y = 0$ quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{14\pi}{15}$.
 B. $\frac{17\pi}{15}$.
 C. $\frac{48\pi}{15}$.
 D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 14. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - e^x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- A. $V = \pi(6 - e^2 - e)$.
 B. $V = 6 - e^2 + e$.
 C. $V = 6 - e^2 - e$.
 D. $V = \pi(6 - e^2 + e)$.

Câu 15. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$.

- A. $\frac{\pi}{5}$.
 B. $\frac{\pi}{2}$.
 C. $\frac{3}{10}$.
 D. $\frac{3\pi}{10}$.

Câu 16. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$ quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}(be^3 - 2)$. Tính $a + b$.

- A. 30.
 B. 33.
 C. 32.
 D. 29.

Câu 17. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.
 B. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.
 C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$.
 D. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x) dx$.

Câu 18. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình tròn có đường kính bằng $\sqrt{36 - 3x^2}$.

- A. $V = \frac{81\pi}{4}$.
 B. $V = \frac{81}{4}$.
 C. $V = 81\pi$.
 D. $V = 81$.

Câu 19. Độ lớn của vận tốc của một vật thay đổi theo thời gian $v = f(t)$ (m/s) trong đó $f(t)$ nhận giá trị dương. Quãng đường đi được (tính theo đơn vị mét) từ thời điểm $t = a$ (s) đến thời điểm $t = b$ (s), ($0 < a < b$), được tính theo công thức

- A. $f(b) - f(a)$. B. $\int_b^a f(t) dt$. C. $\int_a^b f(t) dt$. D. $f(a) - f(b)$.

Câu 20. Một vật di chuyển với gia tốc $a(t) = -20(1 + 2t)^{-2}$ (m/s²). Khi $t = 0$ thì vận tốc của vật là 30 m/s. Tính quãng đường vật đó đi được sau 2 giây đầu tiên.

- A. 47 m. B. 48 m. C. 49 m. D. 46 m.

Câu 21. Một vật chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -10$ m/s², vận tốc ban đầu là $v_0 = 120$ m/s. Tính quãng đường di chuyển của vật từ thời điểm $t_0 = 0$ đến lúc dừng hẳn.

- A. 1440 m. B. 1000 m. C. 680 m. D. 720 m.

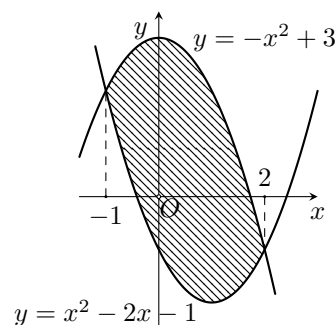
Câu 22. Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

- A. 3π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 23.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.



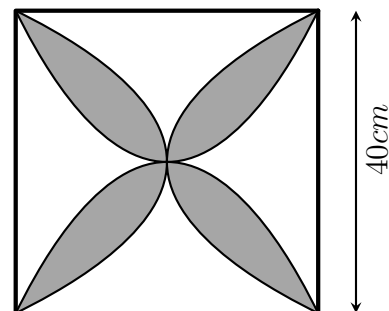
Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành, $x = 1$ và $x = 2$ bằng

- A. $\frac{31}{4}$. B. $\frac{49}{4}$. C. $\frac{21}{4}$. D. $\frac{39}{4}$.

Câu 25.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên. Diện tích mỗi cánh hoa (phần tô đậm) bằng :

- A. $\frac{800}{3}$ cm². B. $\frac{400}{3}$ cm². C. 250 cm². D. 800 cm².



Câu 26. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$ và $y = -x^2 - 2x + 6$ bằng

- A. π . B. 2π . C. 3π . D. $\pi - 1$.

Câu 27. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D với $AB = AD = \frac{CD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh AB . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$.

C. $V = \pi a^3$.

D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 28. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4}$, trục Ox , đường thẳng $x = 3$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.

A. $V = \frac{7\pi}{3}$ (đvtt).

B. $V = \frac{5\pi}{3}$ (đvtt).

C. $V = 2\pi$ (đvtt).

D. $V = 3\pi$ (đvtt).

Câu 29. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$.

A. $S = \frac{e^2 + 3}{4}$.

B. $S = \frac{e^2 - 1}{2}$.

C. $S = \frac{e^2 + 1}{2}$.

D. $S = \frac{e^2 + 1}{4}$.

Câu 30.

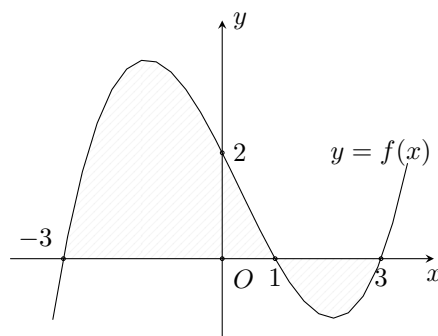
Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox (phần gạch sọc) được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|$.

B. $S = \int_{-3}^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.



Câu 31. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\tan x}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra.

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi \ln 3}{4}$.

C. $\frac{\pi \ln 2}{2}$.

D. $\pi \ln 2$.

Câu 32. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S là

A. $2 \ln 2 + 1$ (đvdt).

B. $2 \ln 2 - 1$ (đvdt).

C. $\ln 2 + 1$ (đvdt).

D. $\ln 2 - 1$ (đvdt).

Câu 33. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(\mathcal{C})$ của hàm số $y = x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Biết $S = a\sqrt{2} + b$, với $(a, b \in \mathbb{Q})$ và a, b viết dạng các phân số tối giản. Tính $a + b$.

A. $a + b = \frac{1}{6}$.

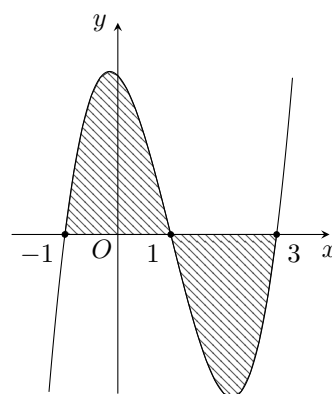
B. $a + b = \frac{1}{2}$.

C. $a + b = \frac{1}{3}$.

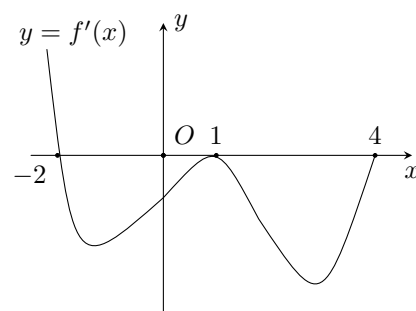
D. $a + b = 0$.

Câu 34. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$ B. $S = 2 \int_1^3 f(x)dx.$
 C. $S = 2 \int_{-1}^1 f(x)dx.$ D. $S = \int_{-1}^3 |f(x)| dx.$

**Câu 35.**

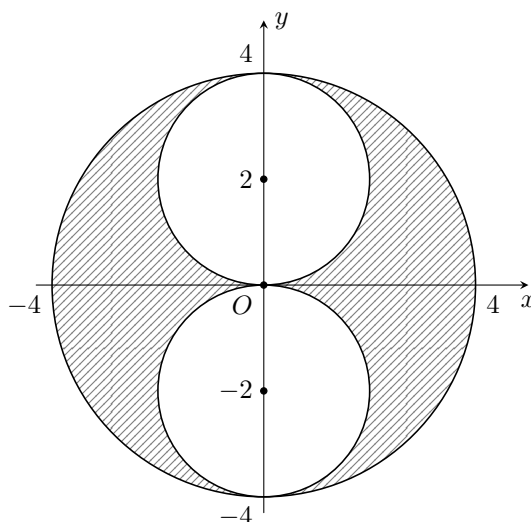
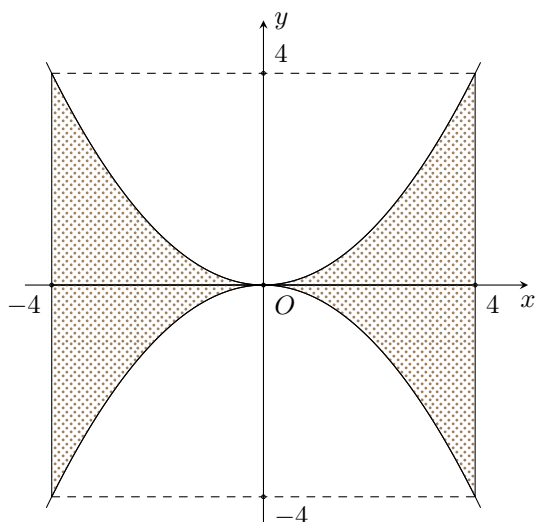
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ và $[1; 4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho $f(1) = 3$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(4)$ bằng



- A. 21. B. 9. C. 3. D. 2.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{4}$, $y = -\frac{x^2}{4}$, $x = -4$, $x = 4$ và (H_2) là hình gồm các điểm $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 \leq 16$, $x^2 + (y-2)^2 \geq 4$, $x^2 + (y+2)^2 \geq 4$. Cho (H_1) và (H_2) quay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $V_1 = V_2.$ B. $V_1 = \frac{1}{2}V_2.$ C. $V_1 = 2V_2.$ D. $V_1 = \frac{2}{3}V_2.$



Câu 37. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1.$ B. $V = (\pi - 1)\pi.$ C. $V = (\pi + 1)\pi.$ D. $V = \pi + 1.$

Câu 38. Cho hình phẳng $\mathcal{D}$ giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng

$x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 2(\pi + 1)$. B. $V = 2\pi(\pi + 1)$. C. $V = 2\pi^2$. D. $V = 2\pi$.

Câu 39. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{4\pi}{3}$. B. $V = 2\pi$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = 2$.

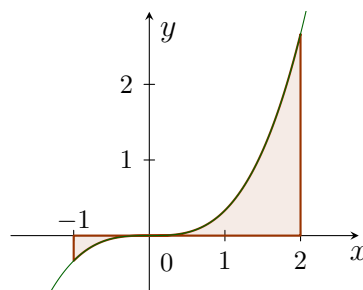
Câu 40. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{81}{12}$. D. 13.

Câu 41.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x)dx$, $b = \int_0^2 f(x)dx$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $S = b - a$. B. $S = b + a$.
C. $S = -b + a$. D. $S = -b - a$.

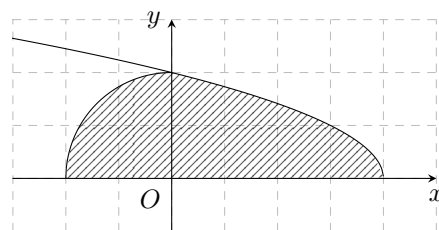


Câu 42. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

- A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. B. $V = \frac{124\pi}{3}$.
C. $V = \frac{124}{3}$. D. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.

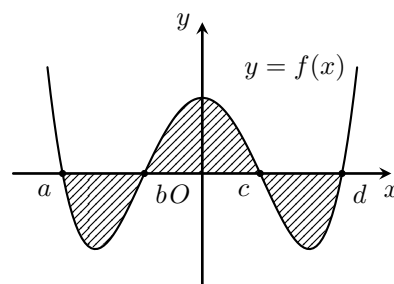
Câu 43. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4 - x}$ và trục hoành (miền tô đậm như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox

- A. $V = \frac{40\pi}{3}$. B. $V = \frac{66\pi}{7}$. C. $V = \frac{77\pi}{6}$. D. $V = \frac{8\pi}{3}$.



Câu 44.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành (như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **đúng**?



$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \left| \int_a^d f(x) dx \right|.$$

$$\text{C. } S = - \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx - \int_c^d f(x) dx.$$

Câu 45.

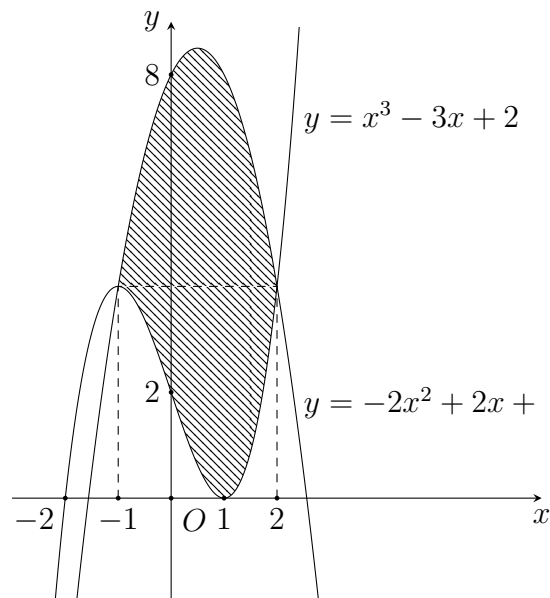
Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào sau đây?

$$\text{A. } S = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 10) dx.$$

$$\text{C. } S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - x - 10) dx.$$



Câu 46. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng bất kỳ vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là tam giác đều có độ dài cạnh là $\sqrt{3x^2 + 4}$.

$$\text{A. } \frac{17\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{B. } V = \frac{17\sqrt{3}}{2}\pi.$$

$$\text{C. } \frac{17\sqrt{3}}{4}\pi.$$

$$\text{D. } \frac{17\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 47. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

$$\text{A. } V = 63\sqrt{3}\pi.$$

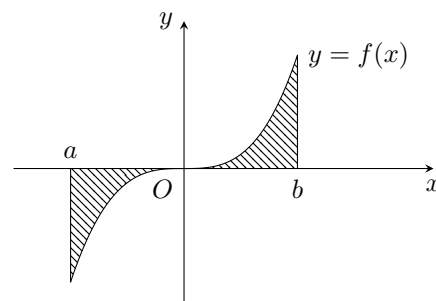
$$\text{B. } V = 126\sqrt{3}.$$

$$\text{C. } V = 63\sqrt{3}.$$

$$\text{D. } V = 126\sqrt{3}\pi.$$

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ bên). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D . Chọn công thức đúng trong các phương án dưới đây?



$$\text{A. } S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

$$\text{C. } S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$$

$$\text{D. } S_D = - \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$$

Câu 49. Cho phần vật thể ($\mathfrak{S}$) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt phần vật thể ($\mathfrak{S}$) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể ($\mathfrak{S}$).

- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $V = 4\sqrt{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 50. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $S = \frac{343}{12}$. B. $S = \frac{793}{4}$. C. $S = \frac{397}{4}$. D. $S = \frac{937}{12}$.

Câu 51. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$.

- A. $S = \frac{10}{3}$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $S = \frac{13}{3}$. D. $S = \frac{5}{3}$.

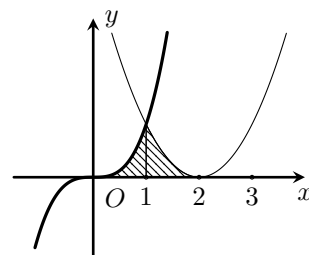
Câu 52. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng:

- A. $\frac{32\pi}{15}$. B. $\frac{64\pi}{15}$. C. $\frac{21\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 53.

Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình (H).

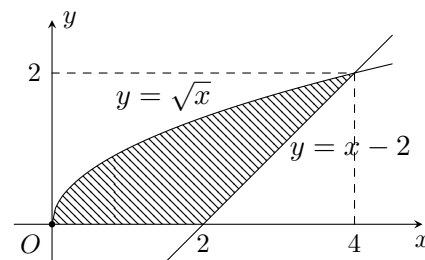
- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{7}{12}$. C. $S = \frac{20}{3}$. D. $S = -\frac{11}{2}$.



Câu 54.

Tích diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình bên.

- A. $S = \frac{8}{3}$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = \frac{11}{3}$. D. $S = \frac{7}{3}$.



Câu 55. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = \pi + 1$. C. $V = \pi(\pi - 1)$. D. $V = \pi(\pi + 1)$.

Câu 56. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

- A. $\int_0^2 (2x - x^2) dx$. B. $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$. C. $\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$. D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Câu 57. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quanh trục hoành bằng $\pi(ae^4 + b)$. Giá trị $a + b$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 1. D. 2.

Câu 58. Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{x}{2}}$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ xung quanh trục Ox bằng

- A. $\pi(e^2 + e)$. B. $\pi(e^2 - e)$. C. πe . D. πe^2 .

Câu 59. Tính thể tích vật thể bị giới hạn bởi các mặt phẳng $x = 0$ và $x = 1$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có độ dài cạnh $\sqrt{x(e^x - 1)}$.

- A. $V = \frac{\pi}{2}$. B. $V = \frac{e-1}{2}$. C. $V = \frac{1}{2}$. D. $V = \frac{\pi(e-1)}{2}$.

Câu 60. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$ khi quay quanh trục hoành.

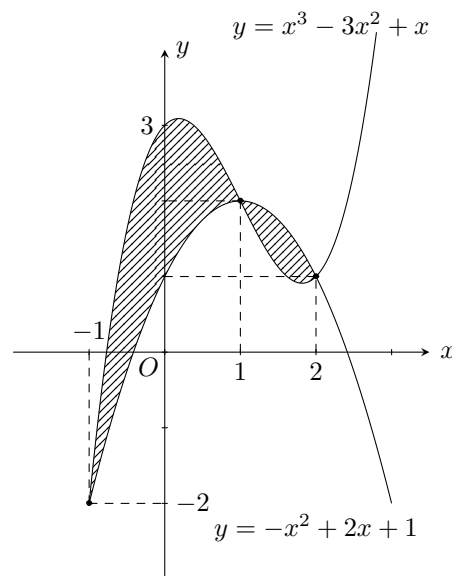
- A. $V = \frac{\pi}{2}$. B. $V = \frac{1}{2}$. C. $V = 2\pi$. D. $V = 2$.

Câu 61.

Cho đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 3$ và $y = -x^2 + 2x + 1$.

Diện tích hình phẳng được tô màu tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx$.
 B. $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 + x - 2) dx$.
 C. $\int_{-1}^1 (-x^3 + 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (x^3 - 2x^2 + x - 2) dx$.
 D. $\int_{-1}^2 (-x^3 + 2x^2 - x + 2) dx$.



Câu 62. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = 3 - x^2$ và đường thẳng $y = -2x + 3$.

- A. $S = \frac{4}{3} (\text{đvdt})$. B. $S = \frac{3}{4} (\text{đvdt})$. C. $S = -\frac{3}{4} (\text{đvdt})$. D. $S = -\frac{4}{3} (\text{đvdt})$.

Câu 63. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1$, $x = 4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng

- A. $\frac{42\pi}{5}$. B. 3π . C. $\frac{4\pi}{15}$. D. $\frac{128\pi}{25}$.

Câu 64. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích vật thể tròn xoay có được khi quay (H) quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi^2}{4}$. B. 2π . C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 65. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$.

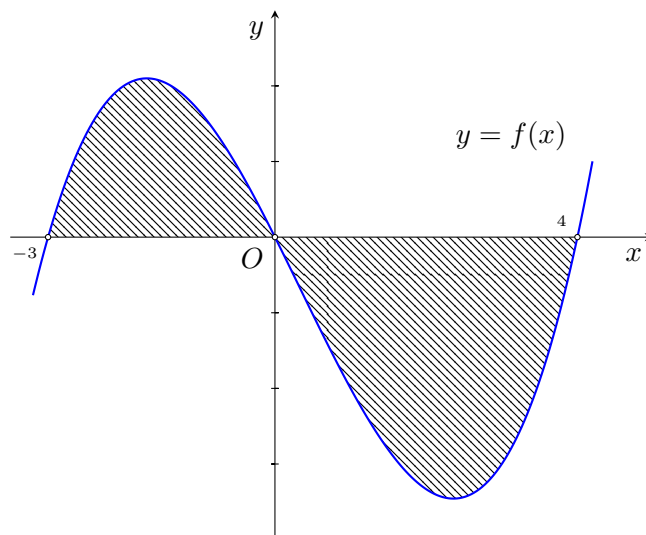
Diện tích hình phẳng (phần có dấu gạch trong hình) là:

A. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx.$

C. $S = \left| \int_{-3}^4 f(x) dx \right|.$

D. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx.$



Câu 66. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường cong $y = \frac{x-3}{x+1}$; trục hoành và trục tung. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích $V = \pi(a + b \ln 2)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b$.

A. $T = 3.$

B. $T = 6.$

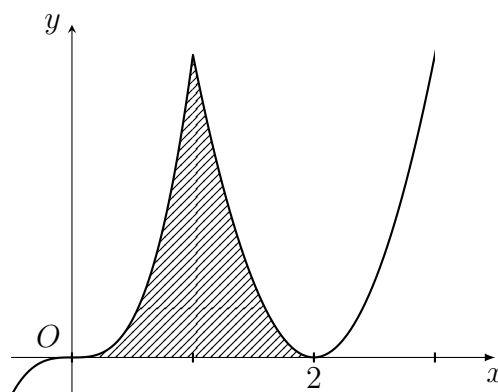
C. $T = 10.$

D. $T = -1.$

Câu 67.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = (x-2)^2$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên) bằng

A. $S = \frac{11}{2}.$ B. $S = \frac{73}{12}.$ C. $S = \frac{7}{12}.$ D. $S = \frac{5}{2}.$



Câu 68. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a < 1$; $\frac{1}{8} < b < 1$; $\frac{3}{8} < c < 1$. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3}{16} \log_a \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{16} \right) + \frac{1}{4} \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{3}{16} \right) + \frac{1}{3} \log_c a$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{3} \leq M < 2.$

B. $M \geq 2.$

C. $\sqrt{2} \leq M < \sqrt{3}.$

D. $M < \sqrt{2}.$

Câu 69. Để làm cống thoát nước cho một con đường người ta cần đúc 200 ống hình trụ bằng bê tông có đường kính trong lòng ống là 1m và chiều cao của mỗi ống bằng 2m, độ dày của thành ống là 8 cm. Biết rằng 1 m³ bê tông thì cần đúng 10 bao xi-măng. Hỏi cần bao nhiêu bao xi-măng để đúc 200 ống trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

A. 1086 bao.

B. 1025 bao.

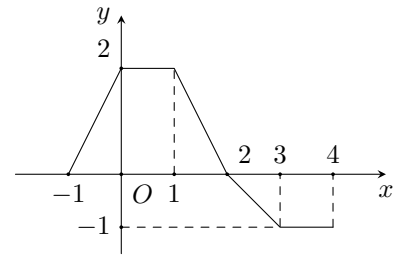
C. 2091 bao.

D. 523 bao.

Câu 70.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 4]$ và có đồ thị trên $[-1; 4]$ như hình vẽ bên. $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{11}{2}$. C. 5. D. 3.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. D	4. C	5. C	6. D	7. B	8. D	9. A	10. D
11. A	12. C	13. D	14. D	15. D	16. C	17. A	18. A	19. C	20. B
21. D	22. B	23. D	24. A	25. B	26. C	27. B	28. A	29. D	30. C
31. C	32. B	33. C	34. B	35. C	36. A	37. C	38. B	39. A	40. A
41. A	42. C	43. A	44. D	45. A	46. D	47. B	48. B	49. B	50. D
51. C	52. B	53. B	54. B	55. D	56. B	57. C	58. D	59. C	60. A
61. A	62. A	63. A	64. A	65. A	66. D	67. C	68. C	69. A	70. A

Mức độ vận dụng thấp

A. $I = 6$.

B. $I = 24$.

C. $I = 2\sqrt{3}$.

D. $I = 144$.

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 3$.

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{1}{8}$.

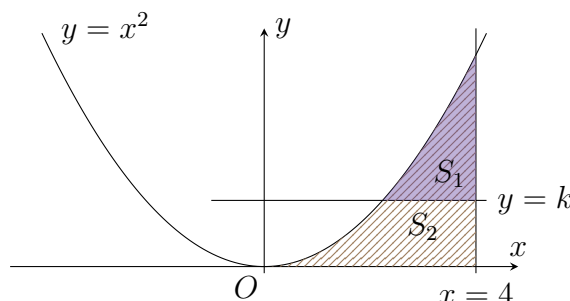
C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 3.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $y = k$ ($0 < k < 16$) chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1 , S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1 = S_2$.

A. $k = 8$. B. $k = 4$. C. $k = 5$. D. $k = 3$.



Câu 4. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

A. $S = \frac{397}{4}$.

B. $S = \frac{937}{12}$.

C. $S = \frac{343}{12}$.

D. $S = \frac{793}{4}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) với trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng diện tích phần phía dưới trục hoành. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $m \in (-1; 1)$.

B. $m \in (2; 3)$.

C. $m \in (3; 5)$.

D. $m \in (5; +\infty)$.

Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ (như hình vẽ bên) cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$. Xét 4 mệnh đề sau

(1) $f(c) > f(a) > f(b)$.

(2) $f(c) > f(b) > f(a)$.

(3) $f(a) > f(b) > f(c)$.

(4) $f(a) > f(b)$.

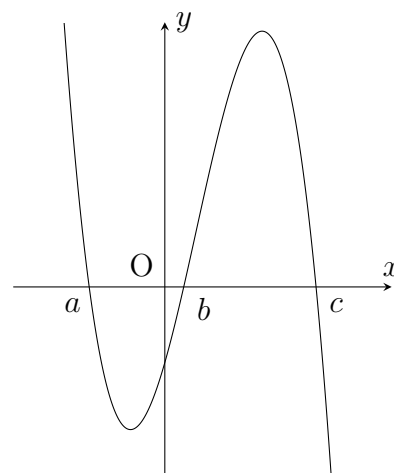
Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.



Câu 7.

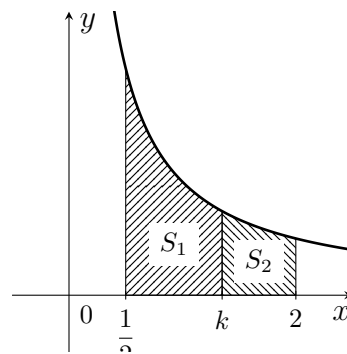
Cho hình cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 2$ và trục hoành. Đường thẳng $x = k$ ($\frac{1}{2} < k < 2$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của k để $S_1 = 3S_2$.

A. $k = \sqrt{2}$.

B. $k = 1$.

C. $k = \frac{7}{5}$.

D. $k = \sqrt{3}$.



Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Cho hình chữ nhật (H) có một cạnh nằm trên trục hoành và có hai đỉnh trên một đường chéo là $A(-1;0)$ và $C(a;\sqrt{a})$, với $a > 0$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tìm a .

A. $a = \frac{1}{2}$.

B. $a = 4$.

C. $a = 9$.

D. $a = 3$.

Câu 9.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$ như

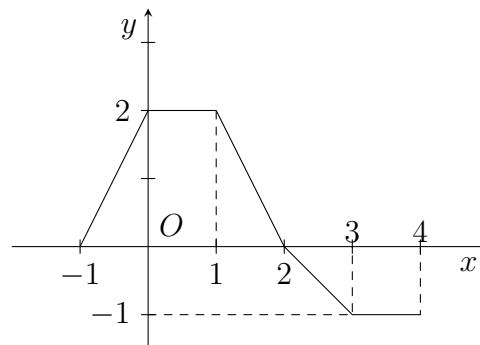
hình vẽ. Tính tích phân $I = \int_{-1}^4 |f(x)| dx$.

A. $I = \frac{5}{2}$.

B. $I = \frac{11}{2}$.

C. $I = 5$.

D. $I = 3$.



Câu 10.

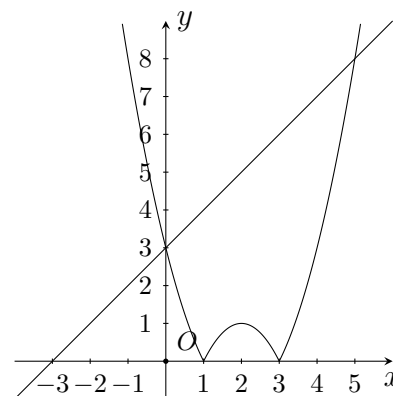
Cho hình phẳng $(\mathcal{H})$ giới hạn bởi đường cong có phương trình $y = |x^2 - 4x + 3|$ và đường thẳng $y = x + 3$. Tính diện tích S của hình phẳng $(\mathcal{H})$.

A. $S = \frac{39}{2}$.

B. $S = \frac{47}{2}$.

C. $S = \frac{169}{6}$.

D. $S = \frac{109}{6}$.



Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x$, $y = x^2$, $y = 1$ trên miền $x \geq 0$, $y \leq 1$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 12. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x - x^2$ và trục hoành.

A. $S = \frac{4\pi}{3}$.

B. $S = \frac{4}{3}$.

C. $S = \frac{5\pi}{6}$.

D. $S = \frac{5}{6}$.

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

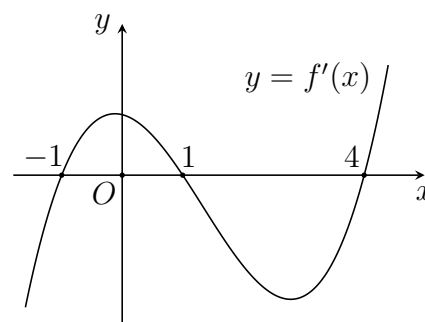
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. $f(-1) < f(4) < f(1)$.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$ bằng $f(4)$.



Câu 14. Cho $\mathcal{H}$ là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2$ và các tiếp tuyến của parabol đó tại điểm có tung độ bằng 3. Diện tích của $\mathcal{H}$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

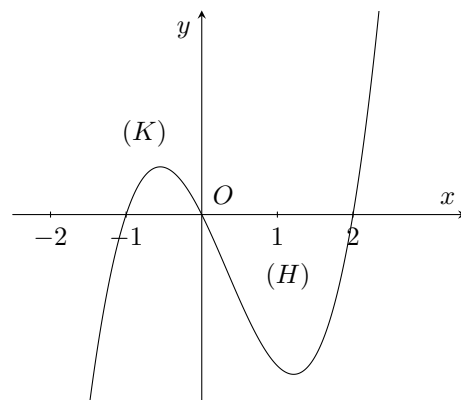
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Câu 15.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng (K) , (H) lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{19}{12}$, tính $f(2)$.



A. $f(2) = \frac{11}{6}$.

B. $f(2) = -\frac{2}{3}$.

C. $f(2) = 3$.

D. $f(2) = 0$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 2m^2x^2 + 2$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho có cực đại, cực tiểu đồng thời đường thẳng cùng phương với trục hoành qua điểm cực đại tạo với đồ thị một hình phẳng có diện tích bằng $\frac{64}{15}$ là

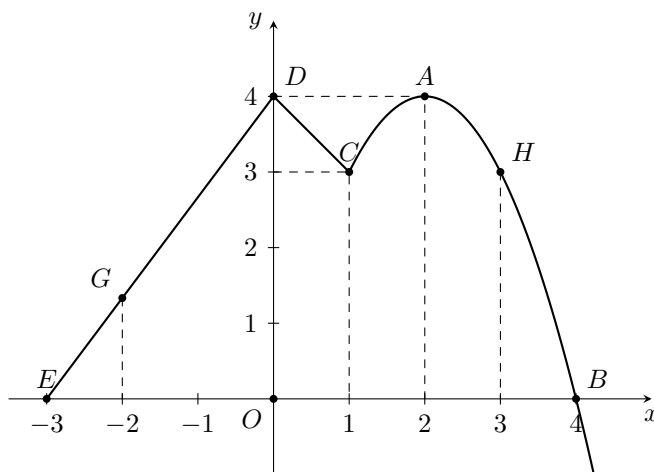
A. $\{\pm 1\}$.

B. $\emptyset$.

C. $\left\{\pm 1; \pm \frac{1}{2}\right\}$.

D. $\left\{\pm 1; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 5]$ như hình vẽ dưới đây (phần cong của đồ thị là một phần của Parabol $y = ax^2 + bx + c$). Tính $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$.



A. $I = \frac{53}{3}$.

B. $I = \frac{97}{6}$.

C. $I = \frac{43}{2}$.

D. $I = \frac{95}{6}$.

Câu 18.

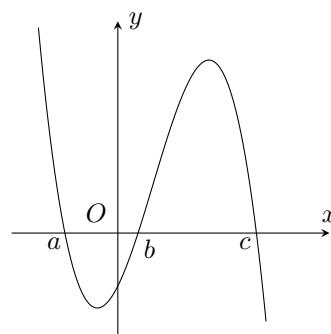
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(a) > f(b) > f(c)$.

B. $f(c) > f(b) > f(a)$.

C. $f(c) > f(a) > f(b)$.

D. $f(b) > f(a) > f(c)$.



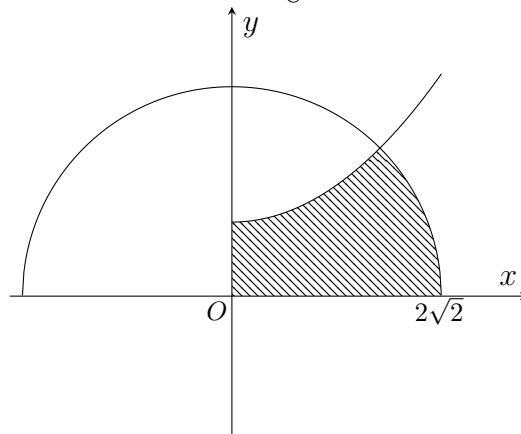
Câu 19. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x$ và $y = -3x$.

- A. $\frac{125}{2}$. B. $\frac{125}{3}$. C. $\frac{125}{6}$. D. $\frac{125}{8}$.

Câu 20.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ với $(0 \leq x \leq 2\sqrt{2})$, nửa đường tròn $y = \sqrt{8 - x^2}$ và trục hoành, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{3\pi + 14}{6}$. B. $\frac{2\pi + 2}{3}$. C. $\frac{3\pi + 4}{6}$. D. $\frac{3\pi + 2}{3}$.



Câu 21. Tính diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $x = 4$, $x = 9$ và đường cong có phương trình $y^2 = 8x$.

- A. $\frac{76\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{152}{3}$. C. $76\sqrt{2}$. D. $\frac{152\sqrt{2}}{3}$.

Câu 22. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x - 3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1, k_2 ($k_1 > k_2$) là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua $A(0; 9)$ và chia (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $k_1 - k_2$.

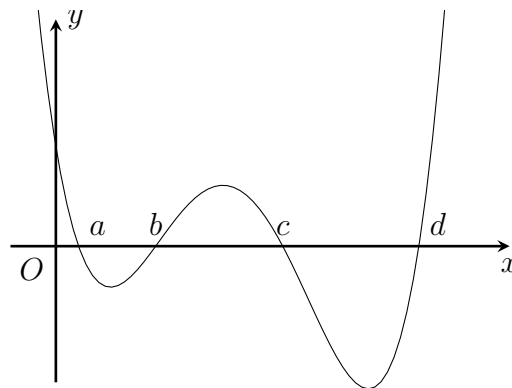
- A. $\frac{13}{2}$. B. 7. C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{27}{4}$.

Câu 23.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (như hình vẽ). Xác định số khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(\infty; a)$.
- Hàm số $y = g(x) = f(1 - 2x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1 - b}{2}$.
- $\max_{x \in [a; d]} f(x) = f(c)$; $\min_{x \in [a; d]} f(x) = f(d)$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.



Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, dương và nghịch biến trên $[0; 2]$ và có $f(1) = 1$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, $y = \frac{1}{f(x)}$, hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$. Công thức tính diện tích hình (H) là

- A. $\int_0^2 \frac{1 - f^2(x)}{f(x)} dx$. B. $\int_0^1 \frac{f^2(x) - 1}{f(x)} dx + \int_1^2 \frac{1 - f^2(x)}{f(x)} dx$.
C. $\int_0^2 \frac{f^2(x) - 1}{f(x)} dx$. D. $\int_0^1 \frac{1 - f^2(x)}{f(x)} dx + \int_1^2 \frac{f^2(x) - 1}{f(x)} dx$.

Câu 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường cong $y = x^2 - 2x$ và $y = 2x^2 - x - 2$ là

A. $\frac{9}{2}$.

B. 4.

C. 5.

D. 9.

Câu 26.

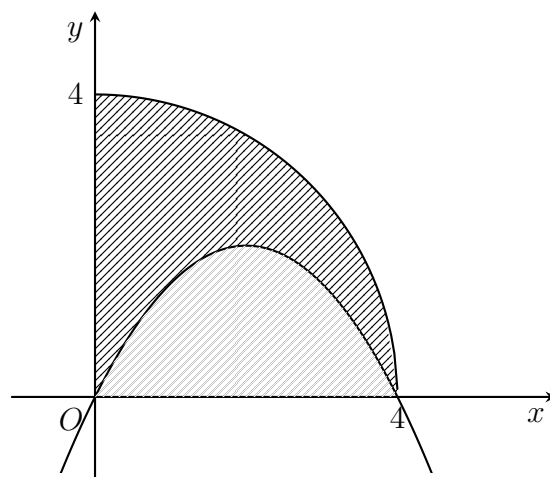
Cho hình phẳng D giới hạn bởi parabol $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{16 - x^2}$, với $(0 \leq x \leq 4)$, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích của hình D .

A. $8\pi - \frac{16}{3}$.

B. $2\pi - \frac{16}{3}$.

C. $4\pi + \frac{16}{3}$.

D. $4\pi - \frac{16}{3}$.



Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - x$, tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x = 1$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 28.

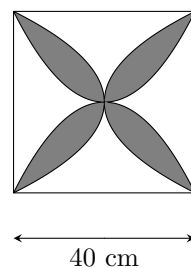
Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người ta đã dùng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (phần tô đậm như hình vẽ). Diện tích của mỗi cánh hoa đó bằng

A. 200 cm^2 .

B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

D. $\frac{200}{3} \text{ cm}^2$.

**Câu 29.**

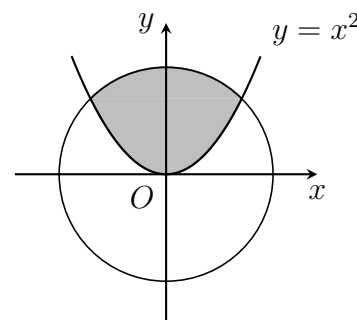
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 2$ (Phần tô đậm trong hình bên). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành

A. $\frac{22\pi}{15}$.

B. $\frac{\pi}{5}$.

C. $\frac{5\pi}{3}$.

D. $\frac{44\pi}{15}$.



Câu 30. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các hàm số $y = \frac{x^2}{2}, y = \sqrt{2x}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4\pi}{3}$.

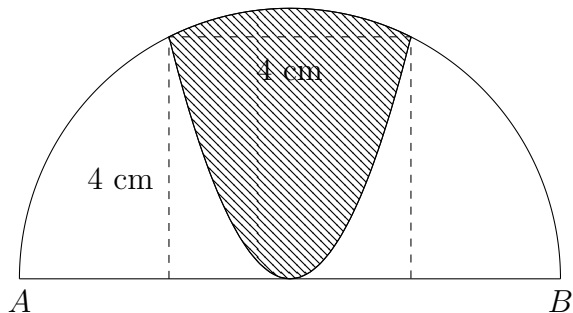
B. $V = \frac{28\pi}{5}$.

C. $V = \frac{36\pi}{35}$.

D. $V = \frac{12\pi}{5}$.

Câu 31.

Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 4\sqrt{5}$. Trên đó người ta vẽ parabol có đỉnh trùng với tâm của nửa hình tròn, trục đối xứng là đường kính vuông góc với AB . Parabol cắt nửa đường tròn tại hai điểm cách nhau 4 cm và khoảng cách từ hai điểm đó đến AB bằng nhau và bằng 4 cm. Sau đó người ta cắt bỏ phần hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và parabol (phần gạch sọc trong hình vẽ). Đem phần còn lại quay xung quanh trục AB . Thể tích của khối tròn xoay thu được bằng



A. $V = \frac{\pi}{15} (800\sqrt{5} - 464) \text{ cm}^3$.

C. $V = \frac{\pi}{5} (800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$.

B. $V = \frac{\pi}{3} (800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$.

D. $V = \frac{\pi}{15} (800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$.

Câu 32. Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$, $y = 2x - 4$, $x = 0$, $x = 2$ quanh trục Ox .

A. $\frac{32\pi}{7}$.

B. $\frac{22\pi}{5}$.

C. $\frac{32\pi}{15}$.

D. $\frac{32\pi}{5}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$.

Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và parabol $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ lần lượt

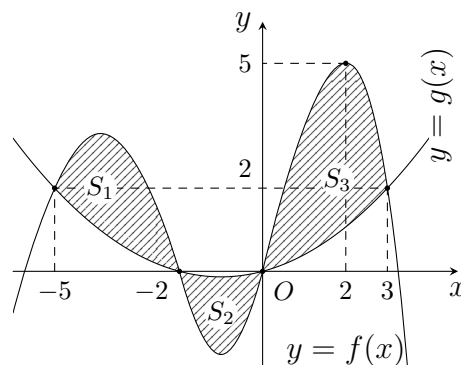
là m, n, p . Tích phân $\int_{-5}^3 f(x) dx$ bằng

A. $-m + n - p - \frac{208}{45}$.

B. $m - n + p + \frac{208}{45}$.

C. $m - n + p - \frac{208}{45}$.

D. $-m + n - p + \frac{208}{45}$.



Câu 34.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).

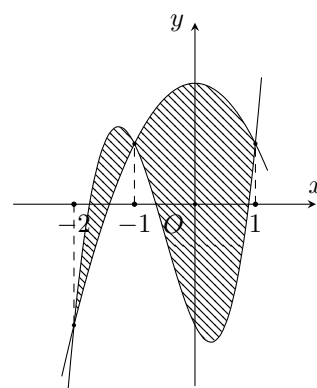
Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{37}{12}$.



Câu 35. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có giá tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 25 (m/s).

B. 36 (m/s).

C. 30 (m/s).

D. 21 (m/s).

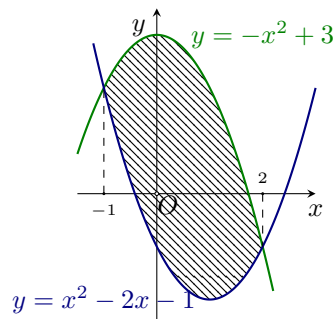
Câu 36. Một mặt phẳng chứa trục của một khối tròn xoay, cắt hình đó thành một hình elip có trục lớn bằng 12 (cm), trục bé bằng 8 (cm) và trục lớn nằm trên trục của khối tròn xoay. Thể tích của khối đó bằng

- A. $96\pi \text{ cm}^3$. B. $192\pi \text{ cm}^3$. C. $256\pi \text{ cm}^3$. D. $128\pi \text{ cm}^3$.

Câu 37.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?

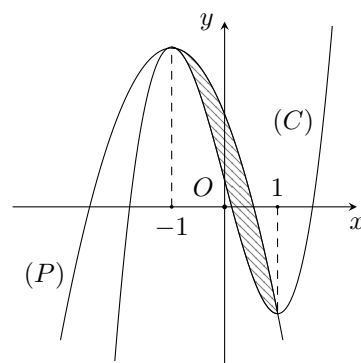
- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.



Câu 38.

Cho hai hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$. Có đồ thị (C) và $y = mx^2 + nx + p$, $(m, n, p \in \mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(3; 4)$. D. $(2; 3)$.



Câu 39. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 < x < 4$) thì được thiết diện là nửa hình tròn có bán kính $R = x\sqrt{4 - x}$.

- A. $V = \frac{64}{3}$. B. $V = \frac{32}{3}$. C. $V = \frac{64\pi}{3}$. D. $V = \frac{32\pi}{3}$.

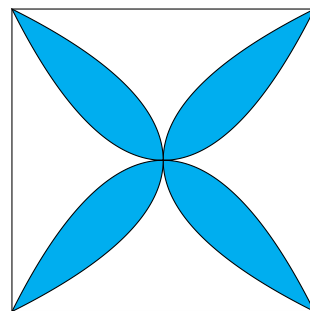
Câu 40. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh Ox .

- A. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$. B. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. C. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$. D. $V = \frac{\pi e^2}{2}$.

Câu 41.

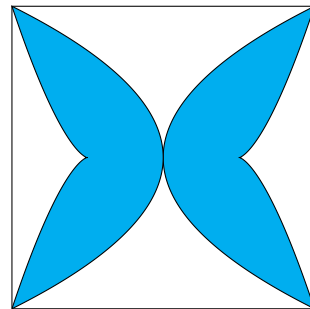
Sàn của một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hình vuông cạnh 40 cm như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $4x^2 = y^4$ và $4y^2 = x^4$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Diện tích phần được tô đậm gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 533 cm^2 . B. 266 cm^2 . C. 534 cm^2 . D. 267 cm^2 .



Câu 42.

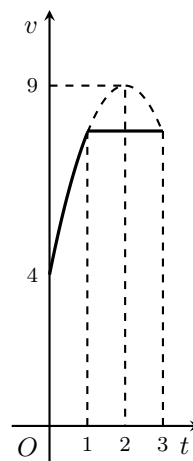
Sàn của một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hình vuông cạnh 20 cm như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $x^2 = y^4$ và $(2|x| - 1)^3 = y^2$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Diện tích phần được tô đậm gần nhất với giá trị nào dưới đây?



- A. 373 cm². B. 186 cm². C. 374 cm². D. 187 cm².

Câu 43.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



- A. $s = 23,25$ km. B. $s = 21,58$ km.
C. $s = 15,50$ km. D. $s = 13,83$ km.

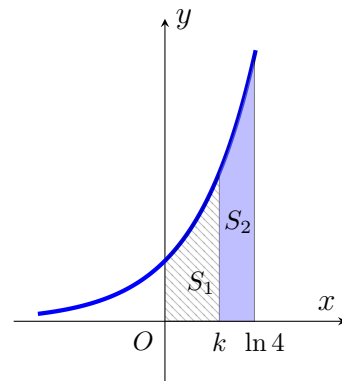
Câu 44. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x - 1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = 4 - 2e$. B. $V = (4 - 2e)\pi$. C. $V = e^2 - 5$. D. $V = (e^2 - 5)\pi$.

Câu 45.

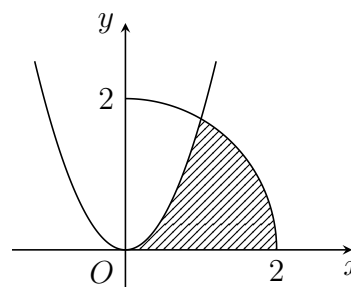
Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

- A. $k = \frac{2}{3} \ln 4$. B. $k = \ln 2$.
C. $k = \ln \frac{8}{3}$. D. $k = \ln 3$.



Câu 46.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



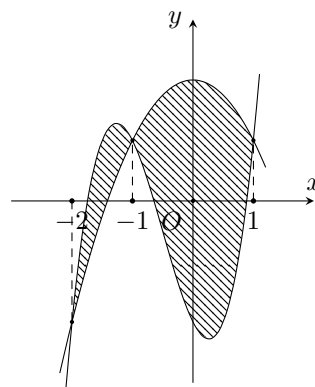
- A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.
C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$. D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.

Câu 47.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; -1 ; 1 (tham khảo hình vẽ).

Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{37}{12}$.



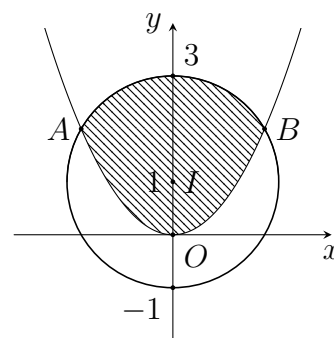
Câu 48. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có giá tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 25 (m/s). B. 36 (m/s). C. 30 (m/s). D. 21 (m/s).

Câu 49.

Cho đường tròn (C) có tâm $I(0; 1)$ và bán kính bằng $R = 2$, parabol $(P): y = m \cdot x^2$ cắt (C) tại hai điểm A, B có tung độ bằng 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần gạch sọc ở hình vẽ) có kết quả gần đúng bằng số nào sau đây?

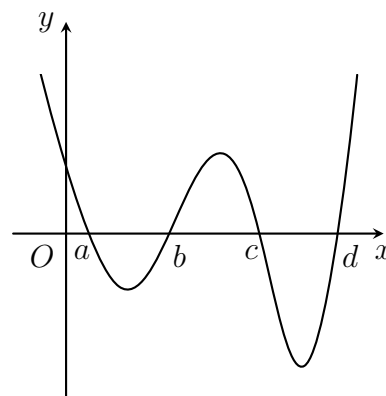
- A. 7,0755. B. 7,0756. C. 5,4908. D. 11,6943.



Câu 50.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (hình sau). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

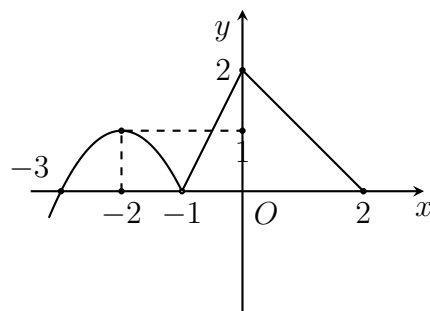
- A. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$. B. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.
C. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$. D. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.



Câu 51.

Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-3; 2]$ như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết $f(-3) = 0$, giá trị của $f(-1) + f(1)$ bằng

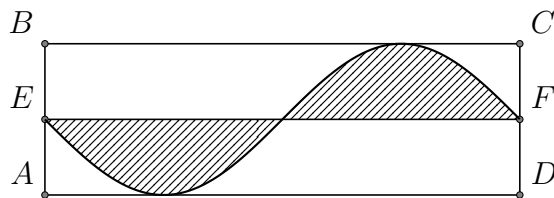
- A. $\frac{23}{6}$. B. $\frac{31}{6}$. C. $\frac{35}{3}$. D. $\frac{9}{2}$.



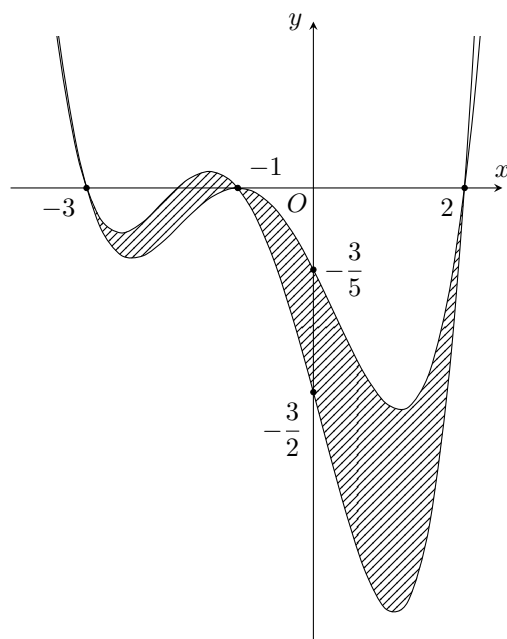
Câu 52. Ba bác bảo vệ nhà trường (bác Giao, bác Hương, bác Giảng) có trồng cây đinh lăng vào phần đất được tô chấm giới hạn bởi cạnh AD , BC , đường trung bình EF của mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (hình vẽ).

Biết $AB = 2$ (m), $AD = 2\pi$ (m). Tính diện tích đất còn lại của mảnh vườn (đơn vị tính m^2) bằng

- A. $4\pi - 1$. B. $4(\pi - 1)$.
C. $4\pi - 3$. D. $4\pi - 2$.



Câu 53. Hình phẳng ($\mathcal{H}$) được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là -3 ; -1 ; 2 . Diện tích hình phẳng ($\mathcal{H}$) (phần gạch sọc trên hình vẽ bên) gần nhất với kết quả nào dưới đây?



- A. 3, 11. B. 2, 45. C. 3, 21. D. 2, 95.

Câu 54. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (H): $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ là

- A. $\ln 2 - 1$. B. $\ln 2 + 1$. C. $2\ln 2 - 1$. D. $2\ln 2 + 1$.

Câu 55. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì hãm phanh. Sau khi hãm phanh ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 20 - 4t$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc hãm phanh. Quãng đường xe ô tô di chuyển trong giây cuối trước khi dừng lại là

- A. 0,5 (m). B. 1 (m). C. 2 (m). D. 2,5 (m).

Câu 56. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P) : y = x^2$, tiếp tuyến với (P) tại điểm $M(2; 4)$ và trục hoành. Diện tích của hình phẳng (H) bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

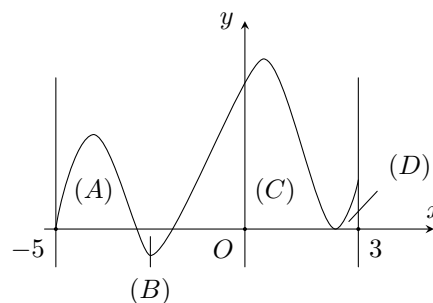
Câu 57. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 10 - x$ và trục Ox là:

- A. 32. B. 26. C. 36. D. 40.

Câu 58. Ông An có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn 10m và độ dài trục bé 8m. Ông An muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 1000000 đồng trên $1m^2$ và chi phí trồng hoa là 1200000 đồng trên $1m^2$. Hỏi ông An có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất gần nhất với số nào sau đây?

- A. 67398224. B. 67593346. C. 63389223. D. 67398228.

Câu 59. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích các hình phẳng (A) , (B) , (C) , (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành lần lượt bằng 6; 3; 12; 2. Tích phân $\int_{-3}^1 (2f(2x+1) + 1) dx$ bằng



- A. 27. B. 25. C. 17. D. 21.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. B	5. B	6. C	7. A	8. D	9. A	10. D
11. C	12. B	13. D	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C	19. C	20. D
21. D	22. D	23. A	24. B	25. A	26. D	27. A	28. C	29. D	30. D
31. D	32. D	33. B	34. A	35. C	36. D	37. D	38. B	39. D	40. C
41. A	42. D	43. B	44. D	45. D	46. B	47. A	48. C	49. A	50. A
51. B	52. B	53. A	54. C	55. C	56. A	57. C	58. A	59. D	

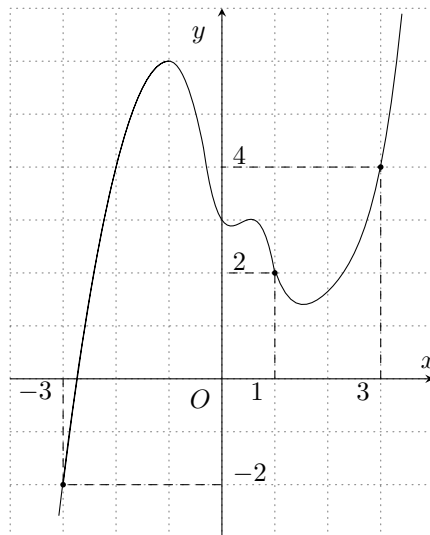
4. Mức độ vận dụng cao

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình sau.

Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $g(-1) > g(-3) > g(3)$. B. $g(-3) > g(3) > g(1)$.
C. $g(3) > g(-3) > g(1)$. D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



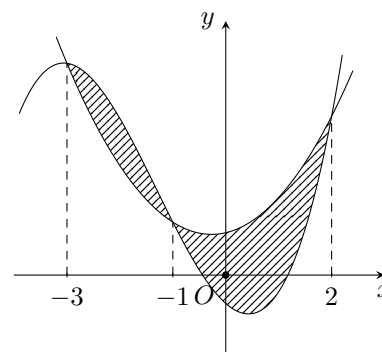
Câu 2. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 15 (m/s). B. 9 (m/s). C. 42 (m/s). D. 25 (m/s).

Câu 3.

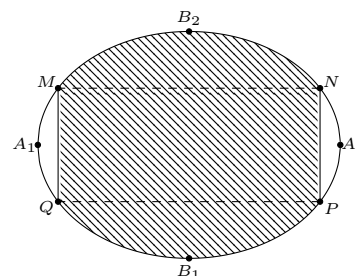
Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{253}{12}$. B. $\frac{125}{12}$. C. $\frac{253}{48}$. D. $\frac{125}{48}$.



Câu 4. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên.

Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m² và phần còn lại là 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?

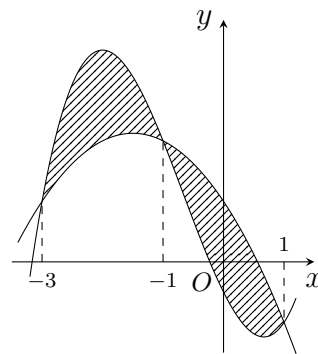


- A. 7.322.000 đồng. B. 7.213.000 đồng. C. 5.526.000 đồng. D. 5.782.000 đồng.

Câu 5.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

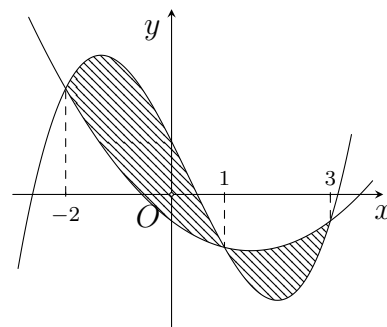
- A. $\frac{9}{2}$. B. 8. C. 4. D. 5.



Câu 6.

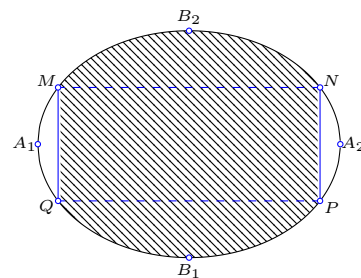
Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{253}{48}$. B. $\frac{125}{24}$.
C. $\frac{125}{48}$. D. $\frac{24}{253}$.



Câu 7.

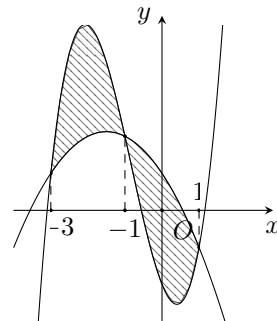
Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8m$, $B_1B_2 = 6m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$?



- A. 7.322.000 đồng. B. 7.213.000 đồng.
C. 5.526.000 đồng. D. 5.782.000 đồng.

Câu 8. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3, -1, 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho (miền gạch chéo) có diện tích bằng

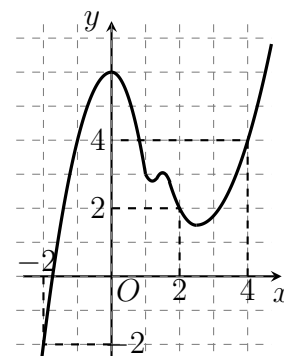
- A. $\frac{9}{2}$.
B. 4.
C. 5.
D. 8.



Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

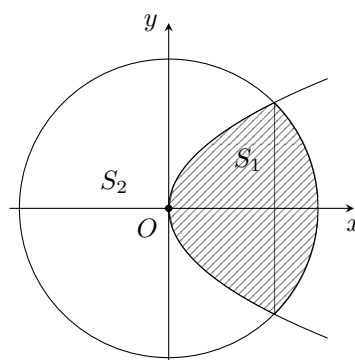
- A. $h(4) = h(-2) > h(2)$.
 B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.
 C. $h(2) > h(4) > h(-2)$.
 D. $h(2) > h(-2) > h(4)$.



Câu 10.

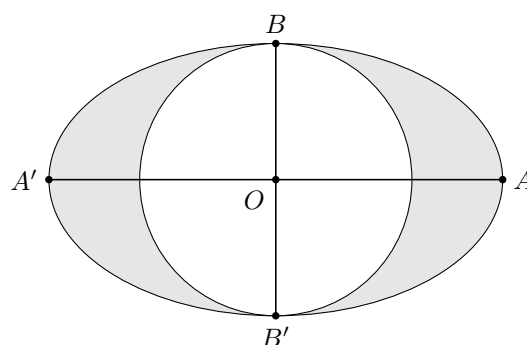
Biết rằng đường parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (hình vẽ bên). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 13$. B. $S = 14$. C. $S = 15$. D. $S = 16$.



Câu 11.

Trong mặt phẳng, cho đường elip (E) có độ dài trục lớn là $AA' = 10$, độ dài trục nhỏ là $BB' = 6$, đường tròn tâm O có đường kính là BB' (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích V của khối tròn xoay có được bằng cách cho miền hình hình phẳng giới hạn bởi đường elip và đường tròn (được tô đậm trên hình vẽ) quay xung quanh trục AA' .

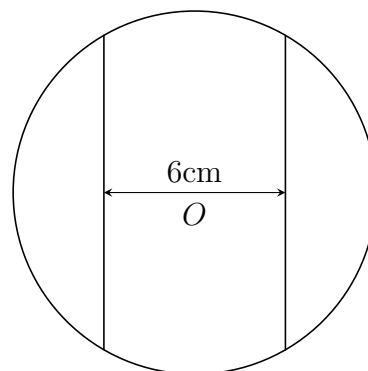


- A. $V = 36\pi$. B. $V = 60\pi$.
 C. $V = 24\pi$. D. $V = \frac{20\pi}{3}$.

Câu 12.

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị).

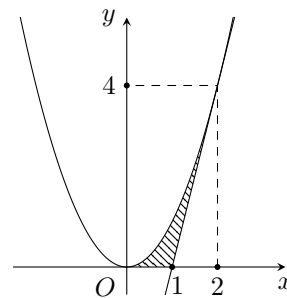
- A. 8142232 đồng. B. 4821232 đồng.
 C. 4821322 đồng. D. 8412322 đồng.



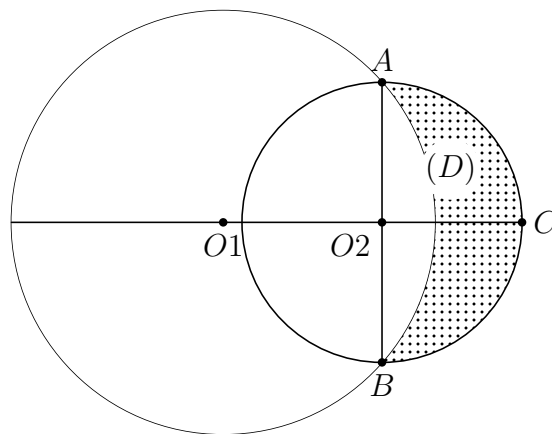
Câu 13.

Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc với Parabol đó tại điểm $A(2; 4)$, như hình vẽ bên. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{22\pi}{5}$.



Câu 14. Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

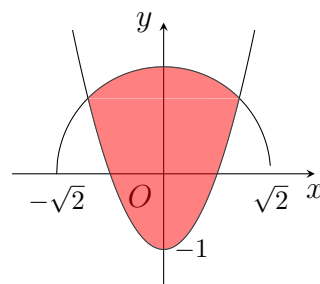


- A. $V = 36\pi$. B. $V = \frac{68\pi}{3}$.
C. $V = \frac{14\pi}{3}$. D. $V = \frac{40\pi}{3}$.

Câu 15.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ (với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{3\pi - 2}{6}$. B. $\frac{3\pi + 10}{3}$. C. $\frac{3\pi + 2}{6}$. D. $\frac{3\pi + 10}{6}$.



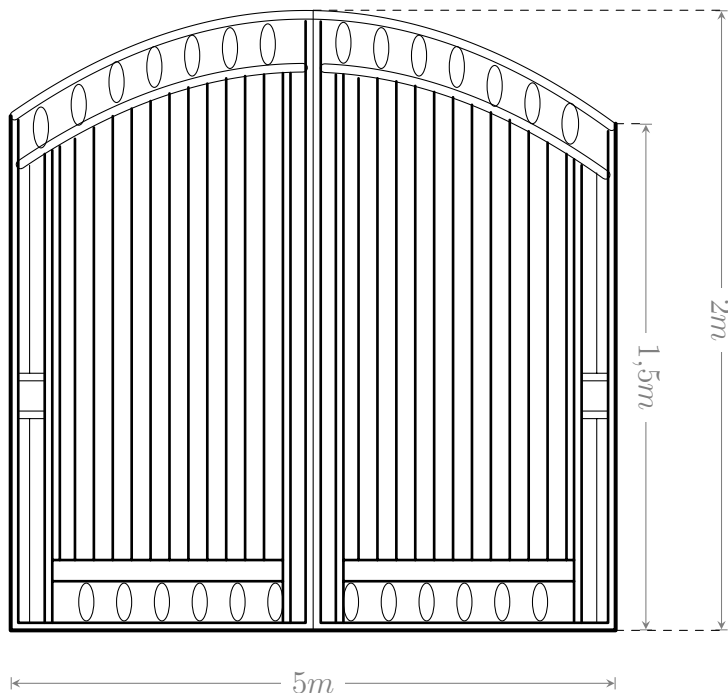
Câu 16. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - x$; $y = 2x$ và các đường $x = 1$; $x = -1$ được xác định bởi công thức

- A. $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$. B. $S = \int_{-1}^0 (3x - x^3) dx + \int_0^1 (x^3 - 3x) dx$.
C. $S = \left| \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx \right|$. D. $S = \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx$.

Câu 17.

Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1m^2$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).

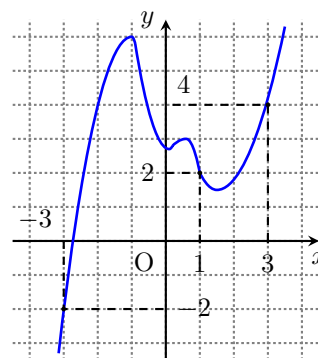
- A. 6.620.000 đồng.
- B. 6.320.000 đồng.
- C. 6.520.000 đồng.
- D. 6.417.000 đồng.



Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

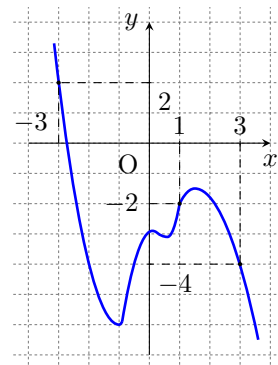
- A. $g(-3) > g(3) > g(1)$.
- B. $g(1) > g(-3) > g(3)$.
- C. $g(3) > g(-3) > g(1)$.
- D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



Câu 19.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

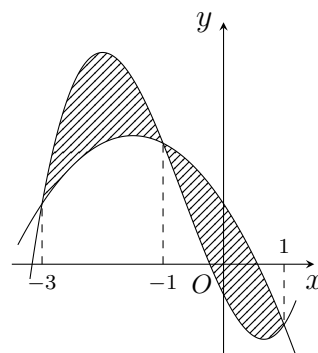
- A. $g(1) < g(3) < g(-3)$.
- B. $g(1) < g(-3) < g(3)$.
- C. $g(3) = g(-3) < g(1)$.
- D. $g(3) = g(-3) > g(1)$.



Câu 20.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{9}{2}$.
- B. 8.
- C. 4.
- D. 5.

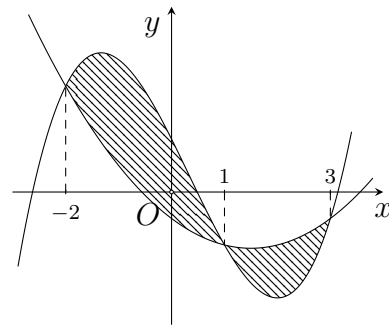


Câu 21.

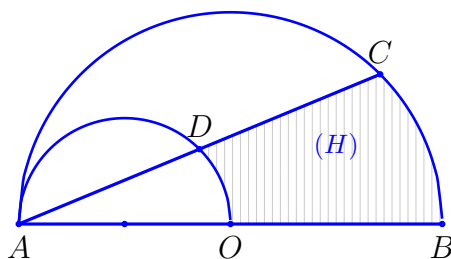
Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; 1 ; 3 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{48}$.
C. $\frac{125}{48}$.

B. $\frac{125}{24}$.
D. $\frac{24}{253}$.



Câu 22. Cho hai nửa đường tròn như hình vẽ bên dưới, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần gạch sọc trong hình vẽ) xung quanh đường thẳng AB .



A. 279π .

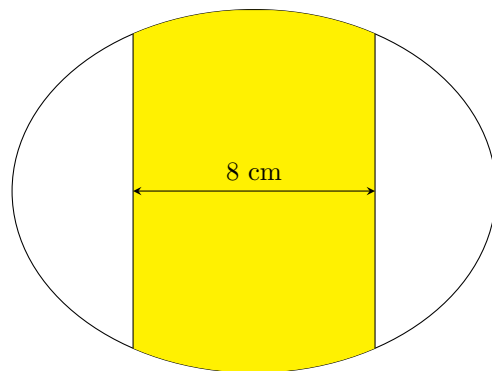
B. $\frac{620\pi}{3}$.

C. $\frac{784\pi}{3}$.

D. $\frac{325\pi}{3}$.

Câu 23.

Ông Nam có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ 1 m^2 . Hỏi ông Nam cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 7.862.000 đồng.

B. 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng.

D. 7.826.000 đồng.

Câu 24.

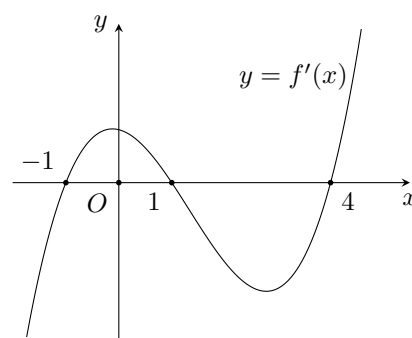
Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ có tất cả bao nhiêu phần tử?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

**Câu 25.**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các hình (A), (B) lần lượt bằng 3 và 7. Tích tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x -$

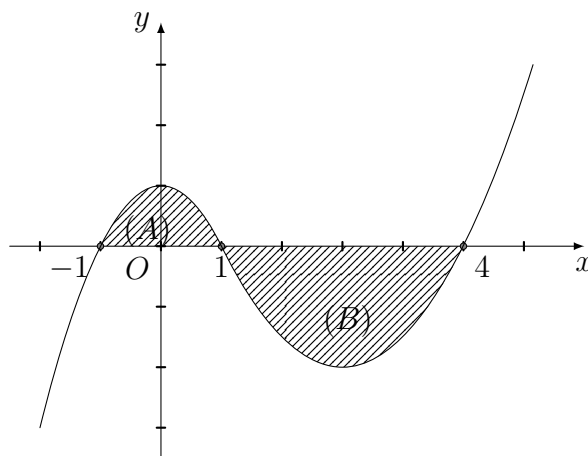
1) dx bằng

A. $I = -\frac{4}{5}$.

B. $I = 2$.

C. $I = \frac{4}{5}$.

D. $I = -2$.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. A	5. C	6. A	7. A	8. B	9. C	10. C
11. C	12. C	13. A	14. D	15. D	16. A	17. D	18. D	19. A	20. C
21. A	22. C	23. B	24. A	25. A					