

Nhóm Casio - Latex biên tập

TUYỂN TẬP CÂU HỎI

TRẮC NGHIỆM NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN DÙNG CASIO

Biên tập: Nguyễn Bình Nguyên

Tháng 02 - 2018

Mục lục

1	Nguyên hàm các hàm hữu tỉ-Thầy Lê Anh Dũng	2
1.1	Phương pháp bấm máy	2
1.2	Các ví dụ	2
2	Nguyên hàm các hàm hữu tỉ-Thầy Dương Bùi Đức	6
2.1	Cơ sở lí thuyết giải nguyên hàm hữu tỷ	6
2.2	Thực hiện phép chia đa thức- Sử dụng máy tính Vinacal 570 es plus II	6
3	Nguyên hàm dạng tìm hệ số C - Thầy Phan Minh Tâm	12
4	Nguyên hàm dạng cho $f(x)$ và $F(a)$. Tính $F(b)$ - Thầy Học Toán	20
5	Tích phân dạng đặc biệt- Thầy Huỳnh Văn Quy	28
6	Tích phân hàm hữu tỉ- Thầy Triệu Minh Hà	36
7	Tích phân của hàm lượng giác- Thầy Nguyễn Hữu Nhanh Tiến	41
8	Đổi biến chứa e^x - Thầy Nguyễn Văn Trường	47
9	Tích Phân Casio liên quan đến $\ln x$ - Thầy Nguyễn Tài Tuệ	52
10	Tích phân từng phần - Thầy Trần Hiếu	58

1 Nguyên hàm các hàm hữu tỉ-Thầy Lê Anh Dũng

1.1 PHƯƠNG PHÁP BẮM MÁY

Phương pháp tìm nguyên hàm

Như chúng ta đã biết, nếu: $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì khi đó ta có ngay: $F'(x) = f(x)$ hay có thể nói $f(x) - F'(x) = 0, \forall x$.

Từ đây ta có một cách để tính nguyên hàm bằng máy tính casio như sau:

Ta nhập vào máy như sau: $f(X) - \frac{d}{dx}(F(X))|_{x=X}$, ở đây $F(X)$ chính là các đáp án của đề.

để bấm được $\frac{d}{dx}(F(X))|_{x=X}$ ta bấm tổ hợp phím sau: **SHIFT** **∫**

Sau khi nhập xong bấm **=** để lưu biểu thức vừa nhập. Tiếp tục bấm **CALC** để tính toán với một số giá trị khác nhau. Nếu kết quả đều bằng 0 hoặc sắp xỉ bằng 0 thì chọn đáp án đó.

Lưu ý: có thể dùng chế độ **fix - 9** để dò đáp án bằng cách bấm: **SHIFT** **MODE** **6** **9**.

Xác định nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_0) = C$

Cú pháp trên máy casio:

$$F(X) - C - \int_{x_0}^X f(X)dx$$

Trong đó: x_0 và C là những hằng số cho trước.

Chú ý: Cần chuyển đơn vị từ **DEG** sang **RAD** bằng cách bấm: **SHIFT** **MODE** **4**

1.2 CÁC VÍ DỤ

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$.

A. $\frac{1}{2}(x^2\sqrt{1+x^2}) + C$.

B. $\frac{1}{3}(x^2\sqrt{1+x^2})^3 + C$.

C. $\frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3 + C$.

D. $\frac{1}{3}(x^2\sqrt{1+x^2}) + C$.

Lời giải. Chọn đáp án **(C)**

Phân tích: Theo định nghĩa nguyên hàm ta có:

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \text{ suy ra } F'(x) = f(x).$$

Thao tác bấm máy như sau:

Nhập vào màn hình $\frac{d}{dx}F(X)|_{x=X} - f(x)$, với $F(X)$ là các kết quả.

Tiếp tục bấm **CALC** cho X bằng giá trị tùy ý thuộc tập xác định. Nếu kết quả nào bằng 0 thì chọn.

Giả sử ta thử đáp án A.

Bấm máy:

SHIFT **∫** **1** **=** **2** **▶** **(** **ALPHA** **)** **x²** **√** **(** **1** **+** **ALPHA** **)** **x²** **▶** **)** **▶** **ALPHA** **)** **▶** **-** **ALPHA** **)** **√** **(** **1** **+** **ALPHA** **)** **x²** **CALC** **5** **=**

Kết quả:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}(x^2\sqrt{1+x^2})\right) - x\sqrt{1+x^2}$$

12.25725845

Làm tương tự với các đáp án còn lại.

Câu 2. Nguyên hàm $\int \frac{x^2 - 1}{x(x^2 + 1)}dx$ bằng

A. $\ln\left|x - \frac{1}{x^2}\right| + C$.

B. $\ln\left|x - \frac{1}{x}\right| + C$.

C. $\ln\left|x + \frac{1}{x}\right| + C$.

D. $\ln\left|x^2 - \frac{1}{x}\right| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Thử đáp án A. Nhập vào màn hình

$$\frac{d}{dx} \left(\ln \left| x - \frac{1}{x^2} \right| \right) \Big|_{x=X} - \frac{X^2 - 1}{X(X^2 + 1)}$$

bấm **CALC** nhập vào 2 bấm **=** được kết quả: -0.549 , suy ra loại đáp án A. Tương tự thử lại cho các đáp án khác.

Câu 3. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $y = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$?

A. $F(x) = e^x + \ln(e^x + 1) + C.$

B. $F(x) = e^x + 1 - \ln(e^x + 1) + C.$

C. $F(x) = e^x - \ln|x| + C.$

D. $F(x) = e^x + \ln|x| + C.$

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Ta có $\int \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx = \int \frac{e^x d(e^x + 1)}{e^x + 1} = \int \left(1 - \frac{1}{e^x + 1} \right) d(e^x + 1) = e^x + 1 - \ln(e^x + 1) + C.$

Cách bấm máy: Ta thử với đáp án B.

Nhập vào $\frac{d}{dx} (e^X + 1 - \ln(e^X + 1)) \Big|_{x=X} - \frac{e^{2X}}{e^X + 1}$ bấm **CALC** **2** **=** được kết quả 0.

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4x + 2}{x^2 + x + 1}$ và $F(-2) = \ln 81$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = \ln 9.$

B. $F(2) = 2 \ln 7 - \ln 9.$

C. $F(2) = \ln 7 - \ln 9.$

D. $F(2) = 2(\ln 7 + \ln 3).$

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Đặt $t = x^2 + x + 1$, khi đó ta được $F(x) = 2 \ln|x^2 + x + 1| + C.$

Ta có $F(-2) = \ln 81 \implies C = 2 \ln 3$. Do đó $F(2) = 2(\ln 7 + \ln 3).$

Cách bấm máy: Ta có $\int_{-2}^2 \frac{4x + 2}{x^2 + x + 1} dx = F(2) - F(-2)$, suy ra $F(2) = \int_{-2}^2 \frac{4x + 2}{x^2 + x + 1} dx + F(-2).$

Sử dụng MTCT và so sánh với các phương án ta được $F(2) = 2(\ln 7 + \ln 3).$

Câu 5. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{1 + x^4}}.$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln(x^2 - \sqrt{1 + x^4}) + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln(x^2 + \sqrt{1 + x^4}) + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \sqrt{1 + x^4} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \ln(x - \sqrt{1 + x^4}) + C.$

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Ta có:

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{1 + x^4}} = \int \frac{d(x^2)}{2\sqrt{1 + x^4}} = \int \frac{dt}{2\sqrt{1 + t^2}} = \frac{1}{2} \ln|t + \sqrt{1 + t^2}| + C = \frac{1}{2} \ln(x^2 + \sqrt{1 + x^4}) + C.$$

Dùng máy tính: Thử đáp án A, bấm:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \ln(x^2 - \sqrt{1 + x^4}) \right) \Big|_{x=X} - \frac{x}{\sqrt{1 + x^4}}.$$

Bấm **CALC** **3** **=** được kết quả **Math ERROR**, suy ra đáp án A sai. Sửa biểu thức để thử đáp án B và thử với **CALC** **3** **=** được kết quả $-1,606 \cdot 10^{-12} \approx 0$, suy ra chọn B đúng.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$ và $f(1) = \frac{1}{2} \ln 2$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 5.$

B. $F(2) = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{4}.$

C. $F(2) = \ln 5.$

D. $F(2) = \ln \frac{5}{4}.$

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Bấm máy $\int_1^2 \frac{X}{1+X^2} + \frac{1}{2} \ln 2$ bấm $\boxed{=}$.

Đối chiếu với các kết quả ta được $F(2) = \frac{1}{2} \ln 5$.

Câu 7. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x^2+5)}$, biết $F(1) = -\frac{1}{10} \ln 6 + 4$.

A. $F(x) = \frac{1}{10} \ln \frac{x^2}{5+x^2} + 4$.

B. $F(x) = \frac{1}{10} \ln \frac{x^2}{5+x^2} - 4$.

C. $F(x) = -\frac{1}{10} \ln \frac{x^2}{5+x^2} + 4$.

D. $F(x) = -\frac{1}{10} \ln \frac{x^2}{5+x^2} - 4$.

Lời giải. Chọn đáp án $\boxed{\text{A}}$

Ta có: $f(x) = \frac{1}{x(x^2+5)} = \frac{x^2+5-x^2}{5x(x^2+5)} = \frac{1}{5x} - \frac{x}{5(x^2+5)}$.

Do đó: $\int f(x) dx = \int \frac{dx}{5x} - \int \frac{d(x^2+5)}{10(x^2+5)} = \frac{1}{10} \ln \frac{x^2}{x^2+5} + C$.

$F(1) = -\frac{1}{10} \ln 6 + 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{10} \ln 6 + 4 = \frac{1}{10} \ln \frac{1}{6} + C \Leftrightarrow C = 4$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{10} \ln \frac{x^2}{5+x^2} + 4$.

Cách dùng máy tính:

Thử đáp án A. Nhập vào máy như sau:

$$\frac{1}{10} \ln \frac{x^2}{5+x^2} + 4 - \left(-\frac{1}{10} \ln 6 + 4 \right) - \int_1^x \frac{1}{X(X^2+5)} dx.$$

Bấm $\boxed{\text{CALC}} \boxed{3} \boxed{=}$ thấy kết quả bằng 0.

Câu 8. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^4-1}{x^6+1}$, biết $F(\sqrt{3}) = 4 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln 7$.

A. $\frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \frac{x^2 - \sqrt{3}x + 1}{x^2 + \sqrt{3}x + 1} + 4$.

B. $-\frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \frac{x^2 - \sqrt{3}x + 1}{x^2 + \sqrt{3}x + 1} - 4$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{x^2 - \sqrt{3}x + 1}{x^2 + \sqrt{3}x + 1} + 4$.

D. $-\frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{x^2 - \sqrt{3}x + 1}{x^2 + \sqrt{3}x + 1} - 4$.

Lời giải. Chọn đáp án $\boxed{\text{A}}$

$f(x) = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x^2+1)(x^4-x^2+1)} = \frac{x^2-1}{x^4-x^2+1}$.

Do đó:

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2-1}{x^4-x^2+1} dx &= \int \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x^2+\frac{1}{x^2}-1} dx = \int \frac{d\left(x+\frac{1}{x}\right)}{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-3} dx = \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \frac{x+\frac{1}{x}-\sqrt{3}}{x+\frac{1}{x}+\sqrt{3}} + C \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \frac{x^2-\sqrt{3}x+1}{x^2+\sqrt{3}x+1} + C. \end{aligned}$$

$F(\sqrt{3}) = 4 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow C = 4$. Do đó: $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \frac{x^2-\sqrt{3}x+1}{x^2+\sqrt{3}x+1} + 4$.

Cách dùng máy casio:

Nhập

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \frac{X^2 - \sqrt{3}X + 1}{X^2 + \sqrt{3}X + 1} + 4 - \left(4 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln 7 \right) - \int_{\sqrt{3}}^x \frac{X^4-1}{X^6+1} dx$$

bấm $\boxed{\text{CALC}} \boxed{3} \boxed{=}$, được kết quả 0, suy ra đáp án A đúng.

Câu 9. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(2x^{50}+7)}$, biết $F(1) = -\frac{1}{350} \ln 9 - 6$.

A. $F(x) = \frac{1}{350} \ln \frac{x^{50}}{2x^{50} + 7} - 6.$

B. $F(x) = \frac{1}{350} \ln \frac{x^{50}}{2x^{50} + 7} + 6.$

C. $F(x) = \frac{1}{50} \ln \frac{x^{50}}{2x^{50} + 7} - 6.$

D. $F(x) = -\frac{1}{50} \ln \frac{x^{50}}{2x^{50} + 7} - 6.$

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta có $f(x) = \frac{(2x^{50} + 7) - 2x^{50}}{7x(2x^{50} + 7)} = \frac{1}{7x} - \frac{2x^{49}}{7(2x^{50} + 7)}$. Suy ra:

$$\int f(x) dx = \frac{1}{7} \int \left(\frac{1}{x} - \frac{2x^{49}}{2x^{50} + 7} \right) dx = \frac{1}{7} \left(\ln |x| - \frac{1}{50} \ln(2x^{50} + 7) \right) + C = \frac{1}{350} \ln \frac{x^{50}}{2x^{50} + 7} + C.$$

Với $F(1) = -\frac{1}{350} \ln 9 - 6 \Rightarrow C = -6$, nên $F(x) = \frac{1}{350} \ln \frac{x^{50}}{2x^{50} + 7} - 6.$

Bấm máy tính: Thử với đáp án A.

Nhập

$$\frac{1}{350} \ln \frac{X^{50}}{2X^{50} + 7} - 6 - \left(-\frac{1}{350} \ln 9 - 6 \right) - \int_1^x \frac{1}{X(2X^{50} + 7)} dx$$

bấm   , kết quả bằng 0.

2 Nguyên hàm các hàm hữu tỉ-Thầy Dương Bùi Đức

2.1 CƠ SỞ LÝ THUYẾT GIẢI NGUYÊN HÀM HỮU TỶ

$$I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$$

a) Nếu bậc $P(x) \geq$ bậc $Q(x)$ thì ta chia đa thức: $\frac{TS}{MS} = \text{Thương} + \frac{\text{Dư}}{MS}$.

b) Nếu bậc $P(x) <$ bậc $Q(x)$:

1) Tìm nghiệm $Q(x) = 0$: giả sử $\begin{cases} x_1, x_2, \dots, x_n \text{ là nghiệm đơn} \\ x_0 \text{ là nghiệm bội } k \\ ax^2 + bx + c \text{ là bậc hai vô nghiệm} \end{cases}$

2) Phân tích $\frac{P(x)}{Q(x)}$ theo các tình huống sau:

- Với nghiệm đơn thì viết ở dạng $\frac{B_1}{x - x_1} + \frac{B_2}{x - x_2} + \dots + \frac{B_n}{x - x_n}$.
- Với nghiệm bội x_0 (bội k) ta viết ở dạng $\frac{A_1}{x - x_0} + \frac{A_2}{(x - x_0)^2} + \dots + \frac{A_k}{(x - x_0)^k}$.
- Với tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$ ta phân tích ở dạng $\frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c}$.

3) Tìm các hệ số A_i, B_i bằng phương pháp đồng nhất thức.

2.2 THỰC HIỆN PHÉP CHIA ĐA THỨC- SỬ DỤNG MÁY TÍNH VINACAL 570 ES PLUS II

Trường hợp nghiệm đơn

Câu 1 (2D3B1). Tìm nguyên hàm của biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x + 2}$.

A. $x^2 - 5x + 13 \ln|x + 2| + C$.

B. $2x^2 - 5x + 13 \ln|x + 2| + C$.

C. $x^2 - 13x + 5 \ln|x + 2| + C$.

D. $\frac{x^2}{2} - 5x + 13 \ln|x + 2| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

• Ta thực hiện phép chia đa thức 

• Kết quả:

– Thương là $195 = 200 - 5 = 2x - 5$.

– Dư là 13.

• Nguyên hàm $\int \frac{2x^2 - x + 3}{x + 2} dx = \int \left(2x - 5 + \frac{13}{x + 2} \right) dx = x^2 - 5x + 13 \ln|x + 2| + C$.

Câu 2 (2D3B1). Tính nguyên hàm $\int \frac{x - 3}{x + 1} dx$.

A. $x - 4 \ln|x + 1| + C$.

B. $x - \ln|x + 1| + C$.

C. $x + 4 \ln|x + 1| + C$.

D. $-x + 4 \ln|x + 1| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta thấy tử số và mẫu số có bậc bằng nhau, tuy nhiên tử số nhỏ hơn mẫu số nên khi thực hiện phép chia như trên ta sẽ có kết quả (sai) như sau

- Ta thực hiện phép chia đa thức

- Kết quả:

– Thương là $0 = 0x$.

– Dư là 97.

Muốn thực hiện được phép chia trong trường hợp tử số nhỏ hơn mẫu số, ta phải thêm một giá trị vào tử số sao cho tử số lớn hơn mẫu số (giả sử ta thêm 10)

- Ta thực hiện phép chia đa thức

- Kết quả:

– Thương là 1.

– Dư là 6: do ta thêm 10 vào tử số nên dư sẽ phải bớt đi 10, tức là phần dư đúng trong phép chia là $6 - 10 = -4$.

- Nguyên hàm $\int \frac{x-3}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{4}{x+1}\right) dx = x - 4 \ln |x+1| + C$.

Chú ý: Trong trường hợp tử số nhỏ hơn mẫu số (cùng bậc), ta thường phải cộng thêm một số vào tử số để thực hiện phép chia cho chính xác, số cần cộng thêm vào tử là hiệu giữa mẫu số và tử số.

Câu 3 (2D3B1). Tính nguyên hàm $\int \frac{2x-1}{x^2+x-2} dx$.

A. $\frac{1}{3} \ln |x-1| + \frac{5}{3} \ln |x+2| + C$.

B. $\frac{1}{3} \ln |x+2| + \frac{5}{3} \ln |x-1| + C$.

C. $\frac{1}{3} \ln |x-1| - \frac{5}{3} \ln |x+2| + C$.

D. $-\frac{1}{3} \ln |x+2| + \frac{5}{3} \ln |x+2| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta thấy mẫu số có hai nghiệm đơn 1 và -2 nên ta có thể phân tích $\frac{2x-1}{x^2+x-2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$.

- Tìm A:

– Ta nhập

– Kết quả $\frac{1}{3} \Rightarrow A = \frac{1}{3}$

- Tìm B:

– Ta nhập

– Kết quả $\frac{5}{3} \Rightarrow B = \frac{5}{3}$

Như vậy $\int \frac{2x-1}{x^2+x-2} dx = \int \left(\frac{1}{3(x-1)} + \frac{5}{3(x+2)} \right) dx = \frac{1}{3} \ln |x-1| + \frac{5}{3} \ln |x+2| + C$.

Chú ý: Khi tách phân thức trong trường hợp nghiệm đơn ở dạng $\frac{B_1}{x-x_1} + \frac{B_2}{x-x_2} + \dots + \frac{B_n}{x-x_n}$, muốn tìm các hệ số B_i ta làm như sau: nhập biểu thức cần tính nguyên hàm (bỏ biểu thức $x-x_i$) và sử dụng chức năng **CALC**, thay giá trị x_i vào ta sẽ tìm được B_i .

Câu 4 (2D3K1). Tính nguyên hàm $\int \frac{x^2 + x - 4}{(x-1)(x+2)(x-3)} dx$.

- A. $\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{2}{15} \ln|x+2| + \frac{4}{5} \ln|x-3| + C$.
 B. $-\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{2}{15} \ln|x+2| + \frac{4}{5} \ln|x-3| + C$.
 C. $\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{4}{15} \ln|x+2| + \frac{2}{5} \ln|x-3| + C$.
 D. $\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{2}{15} \ln|x+2| - \frac{4}{5} \ln|x-3| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

a) Thực hiện phép tách $\frac{x^2 + x - 4}{(x-1)(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-3}$.

• Tìm A:

- Ta nhập **$\frac{1}{3} \Rightarrow A = \frac{1}{3}$**
- Kết quả $\frac{1}{3} \Rightarrow A = \frac{1}{3}$

• Tìm B:

- Ta nhập **$\frac{2}{15} \Rightarrow B = \frac{2}{15}$**
- Kết quả $\frac{2}{15} \Rightarrow B = \frac{2}{15}$

• Tìm C:

- Ta nhập **$\frac{4}{5} \Rightarrow C = \frac{4}{5}$**
- Kết quả $\frac{4}{5} \Rightarrow C = \frac{4}{5}$

b) Vậy $\int \frac{x^2 + x - 4}{(x-1)(x+2)(x-3)} dx = \int \left(\frac{1}{3(x-1)} + \frac{2}{15(x+2)} + \frac{4}{5(x-3)} \right) dx$
 $= \frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{2}{15} \ln|x+2| + \frac{4}{5} \ln|x-3| + C$

Câu 5 (2D3B1). Tính nguyên hàm $\int \frac{x^3 - 2x + 1}{x - x^2} dx$.

- A. $-\frac{x^2}{2} - x + \ln|x| + C$.
 B. $\frac{x^2}{2} - x + \ln|x| + C$.
 C. $\frac{x^2}{2} + x + \ln|x| + C$.
 D. $-\frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Nhận thấy hệ số của x^2 (ở mẫu) là -1 nên ta phải đảo dấu của phân thức để hệ số của x^2 trở thành 1, tức là $-\frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - x}$.

a) Phép chia đa thức **$1000 \div 998001 = 1$**

- Thương là 1000.
- Dư là 998001 $\Rightarrow$ ta phải điều chỉnh phép chia để dư nhỏ hơn 1000 (số chia).

b) Điều chỉnh phép chia đa thức

SHIFT **6** **1** **2** **X** **+** **X** **x^3** **-** **2** **X** **+** **1** **SHIFT** **)** **X** **x^2** **-** **X** **)** **CALC** **1** **0** **0** **0**

- Thương là 1001 $\Rightarrow$ thương là $x + 1$.
- Dư là 1001 $\Rightarrow$ dư là $x+1-2x = -x+1 \Rightarrow \int \frac{x^3 - 2x + 1}{x - x^2} dx = \int \left(-x - 1 + \frac{x - 1}{x^2 - x} \right) dx$.

c) Thực hiện phép tách $\frac{x - 1}{x^2 - x} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x}$.

- Tìm A:

– Ta nhập **≡** **X** **-** **1** **▼** **X** **CALC** **1**

– Kết quả 0 $\Rightarrow A = 0$

- Tìm B:

– Ta nhập **≡** **X** **-** **1** **▼** **X** **-** **1** **CALC** **0**

– Kết quả 1 $\Rightarrow B = 1$

d) Vậy $\int \frac{x^3 - 2x + 1}{x - x^2} dx = \int \left(-x - 1 + \frac{1}{x} \right) dx = -\frac{x^2}{2} - x + \ln|x| + C$.

Chú ý: Trường hợp hệ số bậc cao nhất ở mẫu là số âm thì ta phải đổi dấu biểu thức dưới mẫu để đảm bảo phép chia đa thức được chính xác.

Câu 6 (2D3K1). Tính nguyên hàm $\int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{3x^2 + 4x + 1} dx$.

- A.** $\frac{x^2}{6} + \frac{2x}{9} - \frac{1}{2} \ln|x+1| + \frac{23}{54} \ln|3x+1| + C$. **B.** $\frac{x^2}{3} + \frac{2x}{9} - \frac{1}{2} \ln|x+1| + \frac{23}{54} \ln|3x+1| + C$.
C. $\frac{x^2}{6} - \frac{2x}{9} - \frac{1}{2} \ln|x+1| + \frac{23}{54} \ln|3x+1| + C$. **D.** $\frac{x^2}{6} + \frac{2x}{9} - \ln|x+1| + \frac{23}{54} \ln|3x+1| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Vì mẫu số bậc hai (ta phải chia hai lần) và hệ số của x^2 là 3 nên ta sẽ nhân thêm 9 vào tử số để thực hiện phép chia cho đơn giản.

a) Phép chia

SHIFT **6** **1** **9** **(** **X** **x^3** **+** **2** **X** **x^2** **+** **X** **+** **1** **)** **SHIFT** **)** **3** **X** **x^2** **+** **4** **X** **+** **1** **CALC** **1** **0** **0** **0**

- Thương là 3001.
- Dư là 3002008 $\Rightarrow$ mẫu số là một bậc hai (bằng với bậc của số chia) nên ta phải điều chỉnh phép chia để dư thành một bậc nhất.
 Nhận thấy mẫu số là 3004001 nên phần dư đang thiếu $2000 = 2x \Rightarrow$ ta thêm $2x$ vào tử số.

b) Điều chỉnh phép chia đa thức

SHIFT **6** **1** **9** **(** **2** **X** **+** **X** **x^3** **+** **2** **X** **x^2** **+** **X** **+** **1** **)** **SHIFT** **)** **3** **X** **x^2** **+** **4** **X** **+** **1** **)** **CALC** **1** **0** **0** **0**

- Thương là 3002 $\Rightarrow$ thương là $3x + 2$.

- Dư là $16007 \Rightarrow$ dư là $16x + 7 - 18x = -2x + 7$.

Vì ta nhân 9 vào tử số nên thương và dư trong phép chia lần lượt là $\frac{x}{3} + \frac{2}{9}$ và $-\frac{2}{9}x + \frac{7}{9}$.

c) Thực hiện phép tách $\frac{-2x+7}{3x^2+4x+1} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{3x+1}$.

- Tìm A:

- Ta nhập 
- Kết quả $-\frac{9}{2} \Rightarrow A = -\frac{9}{2}$

- Tìm B:

- Ta nhập 
- Kết quả $\frac{23}{2} \Rightarrow B = \frac{23}{2}$

d) Vậy $\int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{3x^2 + 4x + 1} dx = \int \left(\frac{x}{3} + \frac{2}{9} - \frac{1}{2(x+1)} + \frac{23}{18(3x+1)} \right) dx$
 $= \frac{x^2}{6} + \frac{2x}{9} - \frac{1}{2} \ln|x+1| + \frac{23}{54} \ln|3x+1| + C$

Chú ý: Trường hợp hệ số k của bậc cao nhất của mẫu số khác 1 thì ta thường phải điều chỉnh bằng cách: nhân tử số với k^m (trong đó m là bậc của mẫu số) để thực hiện phép chia chính xác hơn.

Trường hợp nghiệm bội

Chú ý: Nếu tách $\frac{f(x)}{(ax+b)^2} = Q(x) + \frac{M}{(ax+b)^2} + \frac{N}{ax+b}$ thì việc tìm M giống trường hợp nghiệm đơn, còn tìm N có thể có một số cách sau:

- $N = \frac{A}{a}$ (cần xem cơ sở lý thuyết).
- Thực hiện phép trừ $N = \left[\frac{f(x) - M}{(ax+b)^2} - Q(x) \right] \cdot (ax+b)$ và gán số tùy ý (sao cho mẫu số khác 0).

Câu 7 (2D3B1). Tính nguyên hàm $\int \frac{x+1}{(2x+1)^2} dx$.

- A.** $-\frac{1}{4(2x+1)} + \frac{1}{4} \ln|2x+1| + C$. **B.** $-\frac{1}{4(2x+1)} + \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$.
C. $\frac{1}{4(2x+1)} + \frac{1}{4} \ln|2x+1| + C$. **D.** $\frac{1}{2(2x+1)} + \frac{1}{4} \ln|2x+1| + C$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

a) Thực hiện phép tách $\frac{x+1}{(2x+1)^2} = \frac{A}{(2x+1)^2} + \frac{B}{2x+1}$.

- Tìm A:

- Ta nhập 
- Kết quả $\frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

- Tìm B :

– Ta nhập

$$\boxed{\frac{1}{4002}} \Rightarrow B = \frac{1}{4002} \cdot 2001 = \frac{1}{2}$$

– Kết quả $\frac{1}{4002} \Rightarrow B = \frac{1}{4002} \cdot 2001 = \frac{1}{2}$

b) Vậy $\int \frac{x+1}{(2x+1)^2} dx = \int \left(\frac{1}{2(2x+1)^2} + \frac{1}{2(2x+1)} \right) dx = -\frac{1}{4(2x+1)} + \frac{1}{4} \ln |2x+1| + C.$

Câu 8 (2D3K1). Tính nguyên hàm $\int \frac{x^3 + 3x^2}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} dx.$

A. $x + 20 \ln |x - 2| + \frac{4}{x - 1} - 13 \ln |x - 1| + C.$

B. $x + 20 \ln |x - 2| + \frac{4}{x - 1} + 13 \ln |x - 1| + C.$

C. $x + 20 \ln |x - 2| - \frac{4}{x - 1} - 13 \ln |x - 1| + C.$

D. $x + 10 \ln |x - 2| + \frac{4}{x - 1} - 13 \ln |x - 1| + C.$

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta thấy mẫu số có nghiệm 2 (đơn) và 1 (kép), do vậy

$$\frac{x^3 + 3x^2}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} = 1 + \frac{A}{x - 2} + \frac{B}{(x - 1)^2} + \frac{C}{x - 1}.$$

- a) Tìm A :

• Ta nhập $\boxed{\frac{1}{20}} \Rightarrow A = 20$

• Kết quả $20 \Rightarrow A = 20$

- b) Tìm B :

• Ta nhập $\boxed{-4} \Rightarrow B = -4$

• Kết quả $-4 \Rightarrow B = -4$

- c) Tìm C :

• Ta nhập $\boxed{-13} \Rightarrow C = -13$

• Kết quả $-\frac{13}{999} \Rightarrow C = -13$

d) Vậy $\int \frac{x^3 + 3x^2}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} dx = \int \left(1 + \frac{20}{x - 2} - \frac{4}{(x - 1)^2} - \frac{13}{x - 1} \right) dx = x + 20 \ln |x - 2| + \frac{4}{x - 1} - 13 \ln |x - 1| + C.$

3 Nguyên hàm dạng tìm hệ số C - Thầy Phan Minh Tâm

Câu 1. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$ biết $F(0) = 3$.

A. $F(x) = \frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3} + \frac{8}{3}$.

B. $F(x) = 3\sqrt{(1+x^2)^3}$.

C. $F(x) = -\frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3} + \frac{10}{3}$.

D. $F(x) = 3\sqrt{(1+x^2)^3} + \frac{8}{3}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Phương pháp chung:

- Bước 1: Nhập $F(x)$ vào máy tính
- Bước 2: Nhập $\frac{d}{dx} (F(x)) \Big|_{x=X} - f(x)$ giá trị X thuộc miền xác định của hàm số (không trùng với các giá trị đặc biệt).

Cụ thể như sau:

nhấn . Kết quả bằng 3 thỏa.

Nhập tiếp:

Màn hình kết quả như sau:

Chọn đáp án: $F(x) = \frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3} + \frac{8}{3}$.

Câu 2 (2D3B2-10). Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(1+x^2)^{10}$ biết $F(0) = \frac{1}{22}$.

A. $F(x) = \frac{1}{22}(1+x^2)^{11}$.

B. $F(x) = \frac{1}{11}(1+x^2)^{11} - \frac{1}{22}$.

C. $F(x) = (1+x^2)^{11} - \frac{21}{22}$.

D. $F(x) = \frac{1}{22}(1+x^2)^{11} - \frac{21}{22}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Nhập vào $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{22}(1+x^2)^{11} \right) \Big|_{x=X} - X(1+X^2)^{10}$ kết quả bằng 0.

Vậy $F(x) = \frac{1}{22}(1+x^2)^{11}$.

Câu 3 (2D3B2-10). Cho $f(x) = \frac{\ln^3 x}{x}$. Tìm nguyên hàm $F(x)$, biết $F(e^2) = 3$.

A. $F(x) = \frac{\ln^4 x}{4} - 1$. **B.** $F(x) = \frac{\ln^4 x}{4} + 1$. **C.** $F(x) = \frac{\ln^4 x}{4}$. **D.** $F(x) = \ln^4 x - 13$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Bước 1: nhập từng đáp án $\boxed{\text{Calc}}$ e^2 vào ta loại được phương án B, C.

Nhập vào máy tính biểu thức sau:

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(X)^4}{4} \right) \right|_{x=X} - \frac{\ln(X)^3}{X} \boxed{\text{Calc}} \boxed{2} \boxed{=}$$
 ta được kết quả bằng 0.

Vậy $F(x) = \frac{\ln^4 x}{4} - 1$.

Câu 4. Cho $f(x) = \sin^2 x \cdot \cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$, biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{5}{3}$.

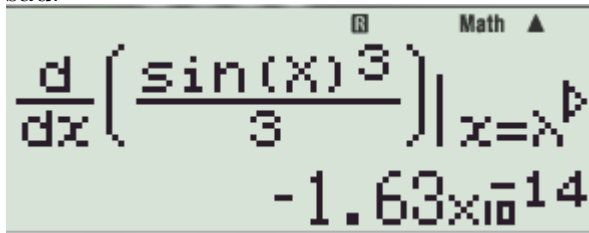
A. $F(x) = \frac{\sin^3 x}{3} + 2$. **B.** $F(x) = \frac{\sin^3 x}{3} - 2$.
C. $F(x) = \sin^3 x - \frac{8}{3}$. **D.** $F(x) = 3 \sin^3 x - \frac{14}{3}$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Chuyển máy tính sang chế độ Radian ($\boxed{\text{Shift}} \boxed{\text{Mode}} \boxed{4}$).

$\boxed{\text{Calc}}$ ta loại được phương án A.

Nhập vào máy tính $\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(X)^3}{3} \right) \right|_{x=X} - \sin(X)^2 \times \cos(X) \boxed{\text{Calc}} \boxed{3} \boxed{=}$ ta được kết quả như sau:



xấp xỉ với số 0.

Vậy $F(x) = \frac{\sin^3 x}{3} - 2$.

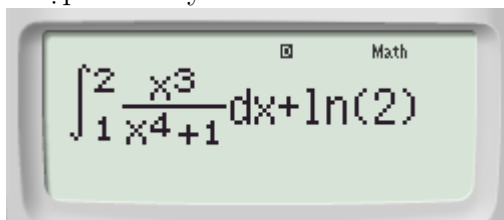
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = \frac{x^3}{x^4 + 1}$. Biết $f(1) = \ln 2$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = \frac{1}{4} \ln 17 - \frac{3}{4} \ln 2$. **B.** $f(2) = \frac{1}{4} \ln 17 + \frac{1}{4} \ln 2$.
C. $f(2) = \frac{1}{4} \ln 17 - \frac{1}{4} \ln 2$. **D.** $f(2) = \frac{1}{4} \ln 17 + \frac{3}{4} \ln 2$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

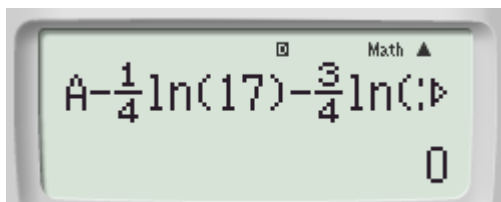
Ta biết $\int_1^2 f'(x) dx = f(2) - f(1) \Rightarrow f(2) = \int_1^2 f'(x) dx + f(1)$.

Nhập vào máy tính:



nhấn phím $\boxed{=}$ $\boxed{\text{Shift}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{\leftarrow}$ (lưu kết quả vào biến A.)

Lấy A trừ từng phương án để chọn đáp án đúng. (khi giá trị xấp xỉ số 0.) Chẳng hạn:



Như vậy ta chọn đáp án đúng là $f(2) = \frac{1}{4} \ln 17 + \frac{3}{4} \ln 2$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 - 5 \sin x$ và $F(0) = 10$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\frac{3\pi}{2} + 5$.

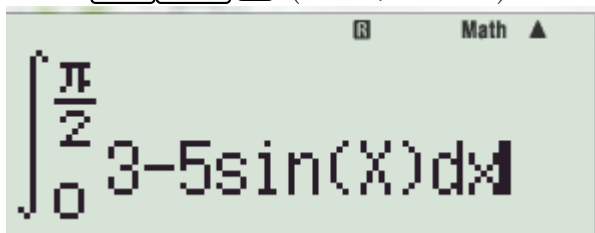
B. $\frac{3\pi}{2} - 5$.

C. $\frac{3\pi}{2} + 10$.

D. $\frac{3\pi}{2}$.

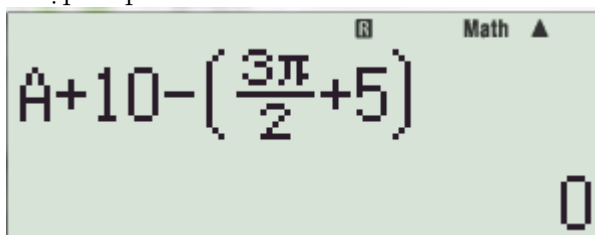
Lời giải. Chọn đáp án (A)

Nhấn **[Shift][Mode][4]** (chế độ Radian) và nhập:



nhấn **[=][Shift][RCL][←]**

Nhập tiếp vào màn hình:



Chọn phương án đúng là $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + 5$.

Câu 7. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x + 1)e^x$ là $F(x)$ và $F(0) = 1$.

Tính $F(\ln 5)$.

A. $\ln 5 + 5$.

B. $5 \ln 5 - 1$.

C. $5(\ln 5 + 1)$.

D. $5 \ln 5 + 1$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Nhập vào máy tính $\int_1^{\ln(5)} (X + 1)e^X dx + 1$.

So sánh với các đáp số ta chọn được phương án: $5 \ln 5 + 1$.

Câu 8. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2x + 1}{(x^2 + x)^2}$ và $F(1) = 1$. Tìm giá trị của $F(2)$.

A. $\frac{2}{3}$.

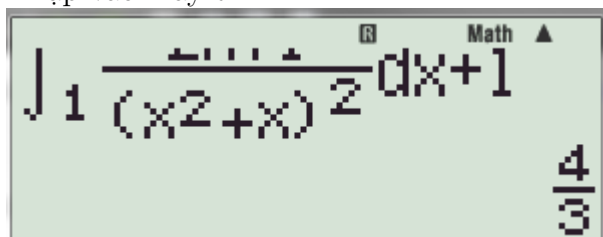
B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{5}{36}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Nhập vào máy tính:



Ta chọn phương án $\frac{4}{3}$.

Câu 9. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{2x + 3}{x + 1}$ và $f(0) = 1$.

A. $f(x) = x + \ln|x+1| + 1.$

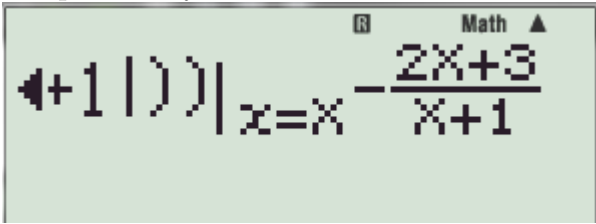
B. $f(x) = 2x + \ln|2x+1| - 1.$

C. $f(x) = 2x + \ln|x+1| + 1.$

D. $f(x) = x^2 + \ln|x+1|.$

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Nhập vào máy tính:



. Kết quả bằng 0.

Ta chọn phương phương án $f(x) = 2x + \ln|x+1| + 1.$

Câu 10. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{(1+x^2)\ln x}{x}$. Tìm $F(x)$, biết $F(1) = 0$.

A. $F(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}.$

B. $F(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}.$

C. $F(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}.$

D. $F(x) = \frac{1}{2}(\ln^2 x + x^2 \ln x - x^2 + 1).$

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Tương tự **[Calc]** ta loại được phương án B.

Nhập $\frac{d}{dx}(F(X))|_{x=X} - f(x)$ **[Calc]** $X = 3$ ta chọn được phương án $F(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x + \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}.$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x + (x+1)\ln x}{x(1+\ln x)}$. Biết $f(1) = -1$, tính $f(e)$.

A. $e - 1 - \ln 2.$

B. $e - 2 - \ln 2.$

C. $e + \ln 2.$

D. $4e - \ln 2.$

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Nhập $\int_1^e \frac{X + (X+1)\ln(X)}{X(1+\ln(X))} dx + (-1)$ **[=]**

So với phương án $e - 1 - \ln 2$ có giá trị bằng nhau.

Câu 12. Biết $I = \int \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx = a \ln|x-2| + b \ln|x-1| + C$, với $a, b, C \in \mathbb{R}$. Tính $S = a + b$.

A. 0.

B. 3.

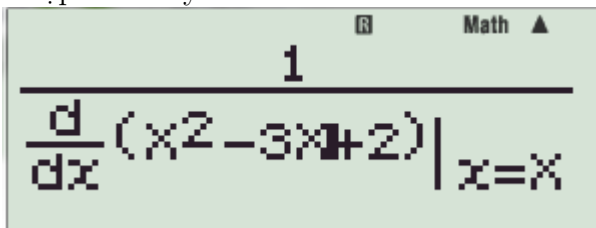
C. $\frac{3}{2}.$

D. -2.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Biểu thức $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x-1}$. Tìm a, b .

Nhập vào máy tính:



[Calc] nghiệm mẫu ta tìm được a, b .

[Calc] **[2]** **[=]** được kết quả là 1 $\Rightarrow a = 1$.

[Calc] **[1]** **[=]** được kết quả là -1 $\Rightarrow b = -1$.

Suy ra $a + b = 0$.

Câu 13. Biết $I = \int \frac{2x+3}{x^2+x-2} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x+2| + C$. Tính $S = a + b$.

- A. 2. B. $\frac{4}{3}$. C. -2. D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta có $\frac{2x+3}{x^2+x-2} = \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+2}$

Nhập vào máy tính:

(bỏ mẫu nào thì $\boxed{\text{Calc}}$ nghiệm của mẫu đó)

Calculator screen showing the division of $\frac{2x+3}{x+2}$ resulting in $\frac{5}{3}$.

$\boxed{\text{Calc}} \boxed{1} \boxed{=}$ $\Rightarrow a = \frac{5}{3}$;

tương tự nhập

Calculator screen showing the division of $\frac{2x+3}{x-1}$ resulting in $\frac{1}{3}$.

$\boxed{\text{Calc}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=}$ $\Rightarrow b = \frac{1}{3}$.

Vậy $S = a + b = 2$.

Câu 14. Biết $I = \int \frac{2x^3+5x^2+2x+1}{x+2} dx = ax^3 + bx^2 + c \ln|x+2| + D$. (với a, b, c là phân số tối giản; D là hằng số) và $F(-1) = \frac{5}{6}$. Tính $S = 3a + 2b + c - 2D$.

- A. 2. B. $\frac{13}{6}$. C. -2. D. $-\frac{13}{6}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta có $\frac{2x^3+5x^2+2x+1}{x+2} = P(x) + \frac{a}{x+2}$. Tìm a bằng cách nhân

Calculator screen showing the division of $\frac{2x^3+5x^2+2x+1}{1}$ resulting in 1.

$\boxed{\text{Calc}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=}$ $\Rightarrow a = 1$.

Tìm $P(x)$ bằng cách nhân

Calculator screen showing the division of $\frac{3+5x^2+2x+1}{x+2}$ resulting in 1.

$\boxed{\text{Calc}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{=}$

Màn hình xuất hiện

$$\frac{2x^3 + 5x^2 + 2x + 1}{x + 2} = 2001000$$

Suy ra $P(x) = 2x^2 + x$.

Do đó $I = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \ln|x+2| + D$ hay $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{2}, c = 1$.

Do $F(-1) = \frac{5}{6} \Rightarrow D = 1$.

Vậy $S = 2$.

Câu 15. Biết $I = \int \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^2 dx = ax + \frac{b}{x+2} + c \ln|x+2| + D$. (với a, b, c là phân số tối giản; D là hằng số) và $F(-3) = 2$. Tính $S = a + 2b - c + D$.

A. -8.

B. -6.

C. -15.

D. 4.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Ta có $\left(\frac{x-1}{x+2} \right)^2 = \frac{A}{(x+2)^2} + \frac{B}{x+2} + C$. Tìm A bằng cách nhân

$$\frac{(x-1)^2}{(x+2)^2} (x+2)^2$$

Calc $\frac{(x-1)^2}{(x+2)^2} (x+2)^2$

$\Rightarrow$ ta được màn hình kết quả

$$9.0000000001$$

$\Rightarrow A = 9$.

Tìm B bằng cách nhập

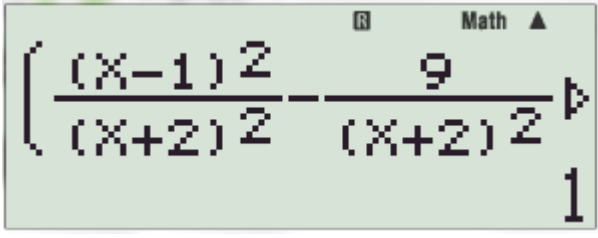
$$\left(\frac{(x-1)^2}{(x+2)^2} - \frac{9}{(x+2)^2} \right) (x+2)^2$$

Calc $\left(\frac{(x-1)^2}{(x+2)^2} - \frac{9}{(x+2)^2} \right) (x+2)^2$

$\Rightarrow$

Suy ra $B = -6$

Tìm C bằng cách nhập



The calculator screen displays the expression $\left(\frac{(X-1)^2}{(X+2)^2} - \frac{9}{(X+2)^2} \right)$ and the result 1 . Below the screen, the 'Calc' button and the number '1000' are visible.

Ta được $C = 1$.

Suy ra $F(x) = \frac{-9}{x+2} - 6 \ln |x+2| + x + D. \Rightarrow a = 1, b = -9, c = -6$.

Mà $F(-3) = 2 \Rightarrow D = -4$.

Vậy $S = -15$.

ĐÁP ÁN

1 A	3 A	5 D	7 D	9 C	11 A	13 A	15 C
2 A	4 B	6 A	8 B	10 A	12 A	14 A	

4 Nguyên hàm dạng cho $f(x)$ và $F(a)$. Tính $F(b)$ - Thầy Học Toán

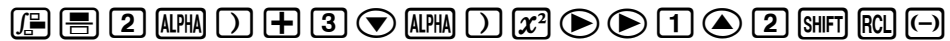
Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x^2}$ ($x \neq 0$) với $F(1) = 1$. Tính $F(2)$.

- A. $\frac{1}{2} + 2 \ln 2$. B. $2 \ln 2 + \frac{5}{2}$. C. $2 \ln 2$. D. $1 + \ln 2$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Phân tích: Xét hàm $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$, khi đó $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$. Từ đây nếu đề bài cho $F(a)$ (hoặc $F(b)$) thì ta sẽ tính được $F(b)$ (hoặc $F(a)$) bằng CASIO.

Bước 1. Lưu kết quả tích phân $\int_1^2 \frac{2x+3}{x^2} dx$ vào A



Bước 2. Từ $\int_1^2 \frac{2x+3}{x^2} dx = F(2) - F(1) \Rightarrow F(2) = \int_1^2 \frac{2x+3}{x^2} dx + F(1) = A + F(1) = A + 1$. Do đó ta có được $F(2) = A + 1$ và lưu kết quả này vào biến B .

Vậy ta nhấn như sau 

Bước 3. Lấy từng đáp án trừ đi B kết quả nào ra 0 là đúng.

$\int_1^2 \frac{2x+3}{x^2} dx \rightarrow A$ 2.886294361	$A+1$ 3.886294361	$\text{Ans} \rightarrow B$ 3.886294361
$\frac{1}{2} + 2 \ln(2) - B$ -2	$2 \ln(2) + \frac{5}{2} - B$ 0	$2 \ln(2) - B$ $-\frac{5}{2}$

Quan sát màn hình ta thấy ứng với đáp án B cho kết quả 0.

Do đó ta chọn phương án B.

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cot x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $-\ln 2$. B. $\ln 2$. C. $1 - \ln 2$. D. $1 + \ln 2$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Bước 1. Tương tự như ví dụ trên với lưu ý rằng chọn a tương ứng với giá trị $F(a)$ đã biết và b tương ứng với giá trị $F(b)$ cần tính do đó trước hết ta lưu kết quả tích phân $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \cot x dx$, vì máy tính không có hàm $\cot x$ nên ta sẽ sử dụng biến đổi $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ và thay vào

đó sẽ lưu tích phân $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{\sin x} dx$ vào A với lưu ý chuyển về chế độ tính radian.

Bước 2. Từ đó $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = A + F\left(\frac{\pi}{2}\right) = A + 1$ và lưu kết quả tích phân này vào B .

Bước 3. Lấy từng đáp án trừ đi B kết quả nào ra 0 là đúng

Quan sát màn hình ta thấy ứng với đáp án C cho kết quả 0.

Do đó ta chọn phương án C.

Câu 3. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ và $F(1) = 3$. Tính $F(0)$.

A. 0.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Bước 1. Chọn $a = 1$ và $b = 0$, lưu tích phân $\int_1^0 (2x + 1) dx$ vào biến A.

Bước 2. Từ đó $F(0) = A + F(1) = A + 3 = -2 + 3 = 1$:

--	--

Câu 4. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ thỏa mãn $F(e^3) = 8$. Tính $F(e^{\sqrt[3]{9}})$.

A. $F(e^{\sqrt[3]{9}}) = 10$.

B. $F(e^{\sqrt[3]{9}}) = \sqrt[3]{9} + 7$.

C. $F(e^{\sqrt[3]{9}}) = \sqrt[3]{9} - 1$.

D. $F(e^{\sqrt[3]{9}}) = 2$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Bước 1. Ta chọn $a = e^3$ và $b = e^{\sqrt[3]{9}}$ và lưu tích phân $\int_{e^3}^{e^{\sqrt[3]{9}}} \frac{\ln^2 x}{x} dx$ được kết quả là -6 .

--

Từ đó $F(e^{\sqrt[3]{9}}) = -6 + F(e^3) = -6 + 8 = 2$.

Do đó ta chọn phương án D.

Câu 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$ và $F(0) = -1$. Tính $F(4)$.

- A. $F(4) = 3$. B. $F(4) = \frac{7}{4}e^2 - \frac{3}{4}$. C. $F(4) = 4e^2 + 3$. D. $F(4) = 4e^2 - 3$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Bước 1. Ta chọn $a = 0$ và $b = 4$, lưu tích phân $\int_0^4 xe^{\frac{x}{2}} dx$ vào A

Bước 2. Từ đó $F(4) = A + F(0) = A + (-1) = A - 1$ và lưu kết quả vào B

Bước 3. Lấy các đáp án trừ đi B kết quả nào ra 0 thì chọn

$\int_0^4 x e^{x/2} dx \rightarrow A$ 33.5562244	$A - 1 \rightarrow B$ 32.5562244	$3 - B$ -29.5562244
$\frac{7}{4}e^2 - \frac{3}{4} - B$ -20.37537622	$4e^2 + 3 - B$ 0	$4e^2 - 3 - B$ -6

Nhìn màn hình ta thấy đáp án C cho kết quả phép trừ ở trên là 0.

Do đó ta chọn phương án C.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x+1}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính $F(3)$.

- A. $\frac{146}{15}$. B. $\frac{116}{15}$. C. $\frac{886}{105}$. D. $\frac{164}{15}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Chọn $a = 0$ và $b = 3$, Tính tích phân $\int_0^3 x\sqrt{x+1} dx$, rồi lưu vào A.

Do đó $F(3) = F(0) + \int_0^3 x\sqrt{x+1} dx = 2 + A = \frac{146}{15}$.

Rồi so sánh với đáp án, ta chọn đáp án A.

$\int_0^3 x \sqrt{x+1} dx$ $\frac{116}{15}$	$2 + A$ $\frac{146}{15}$
--	-----------------------------

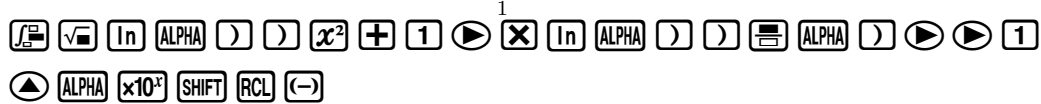
Câu 7. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{3}$. Tính $F^2(e)$.

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

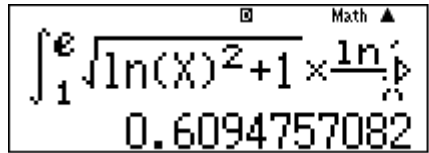
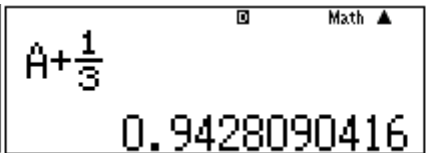
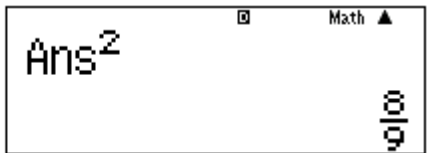
Vì bài yêu cầu tính $F^2(e)$ nên trước hết ta tính $F(e)$ sau đó bình phương được kết quả

Bước 1. Chọn $a = 1$ và $b = e$, lưu tích phân $\int_1^e \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x} dx$ vào biến A.



Bước 2. Do đó $F(e) = A + \frac{1}{3} = 0,94280904\dots$: 

Bước 3. Lấy kết quả trên rồi bình phương lên ta sẽ được $F^2(e)$: 

		
---	--	---

Nhìn màn hình ta chọn đáp án A.

Câu 8. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x - 1$ và $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$. Tính $F(\pi)$.

A. $F(\pi) = -\frac{4}{3} - \frac{5\pi}{6}$. **B.** $F(\pi) = \frac{4}{3} + \frac{\pi}{6}$. **C.** $F(\pi) = \frac{4}{3} - \frac{5\pi}{6}$. **D.** $F(\pi) = \frac{4}{3} + \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

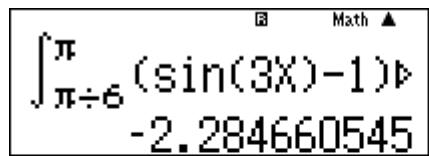
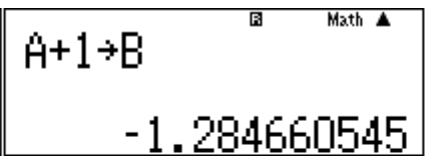
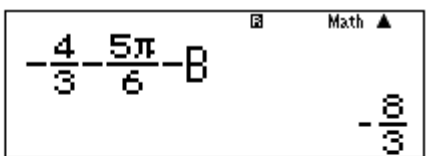
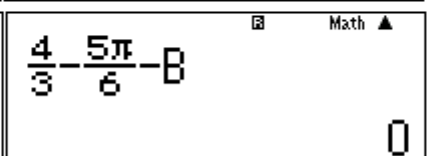
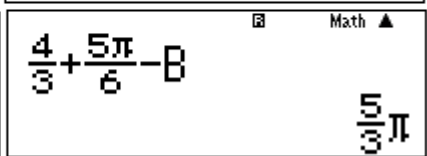
Bước 1. Chọn $a = \frac{\pi}{6}$ và $b = \pi$, lưu tích phân $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\pi} (\sin 3x - 1) dx$ vào biến A và nhớ rằng để chế độ radian.



Bước 2. Do đó $F(\pi) = A + F\left(\frac{\pi}{6}\right) = A + 1$ và lưu vào biến B.



Bước 3. Lấy các đáp án trừ đi biến B, kết quả nào ra 0 là đúng.

Quan sát màn hình ta thấy ứng với đáp án C cho kết quả là 0.

Do đó ta chọn đáp án C.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x+2}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn

$F(-1) = \frac{1}{2}$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = 2(1 - \ln 2)$. **B.** $F(2) = 1 + \ln 2$. **C.** $F(2) = 3 - \ln 2$. **D.** $F(2) = 2(1 + \ln 2)$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Bước 1. Chọn $a = -1$ và $b = 2$, lưu tích phân $\int_{-1}^2 \frac{(x+1)^2}{x+2} dx$ vào biến A.



Bước 2. Từ đó $F(2) = A + F(-1) = A + \frac{1}{2}$ và lưu kết quả vào biến B.



Bước 3. Lấy các đáp án trừ đi B, kết quả nào ra 0 thì ta chọn

$\int_{-1}^2 \frac{(x+1)^2}{x+2} dx \rightarrow A$ 2.886294361	$A + \frac{1}{2} \rightarrow B$ 3.386294361	$2(1 - \ln(2)) - B$ -2.772588722
$1 + \ln(2) - B$ -1.693147181	$3 - \ln(2) - B$ -1.079441542	$2(1 + \ln(2)) - B$ 0

Quan sát màn hình máy tính ta thấy ứng với đáp án D cho kết quả 0, do đó ta chọn đáp án D.

Câu 10. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ và $F(1) = \frac{3}{\ln 2}$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = \frac{3}{\ln 2}$. **B.** $F(2) = \frac{7}{\ln 2}$. **C.** $F(2) = \frac{9}{\ln 2}$. **D.** $F(2) = \frac{8}{\ln 2}$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Bước 1. Chọn $a = 1$ và $b = 2$, lưu tích phân $\int_1^2 4^x dx$ vào biến A.



Bước 2. Từ đó $F(2) = A + F(1) = A + \frac{3}{\ln 2}$ và lưu kết quả vào biến B.



Bước 3. Lấy các đáp án trừ B, đáp án nào cho kết quả 0 thì ta chọn đáp án đó

$\int_1^2 4^x dx \rightarrow A$ 8.656170245	$A + \frac{3}{\ln(2)} \rightarrow B$ 12.98425537	$\frac{3}{\ln(2)} - B$ -8.656170245
$\frac{7}{\ln(2)} - B$ -2.885390082	$\frac{9}{\ln(2)} - B$ 0	$\frac{8}{\ln(2)} - B$ -1.442695041

Quan sát màn hình máy tính ta thấy ứng với đáp án C cho kết quả 0 nên ta chọn đáp án C.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = \frac{1}{2} \sin 2x$, biết $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5}{4}$. Tính $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx$ hay $f(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f'(x)$.

Bước 1. Chọn $a = \frac{\pi}{2}$ và $b = \frac{\pi}{4}$, lưu tích phân $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \sin 2x \, dx$ vào biến A và nhớ để chế độ radian đối với các hàm lượng giác.

Bước 2. Từ đó $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = A + f\left(\frac{\pi}{2}\right) = A + \frac{5}{4} = 1$.

Câu 12. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$, biết $F(1) = 0$.

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{3}{2}$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$.

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Bước 1. Vì $F(1) = 0$ do đó ta thay $x = 1$ vào từng đáp án sẽ loại được đáp án B, C. Tiếp tục chọn $a = 1$ và $b = 2$, tính và lưu tích phân $\int_1^2 \frac{x^3 - 1}{x^2} \, dx$ vào biến A để ta tính $F(2)$.

Bước 2. Từ đó $F(2) = A + F(1) = 1$. Ta thay $x = 2$ vào các đáp án A, D thấy rằng đáp án D cho kết quả bằng 1. Do đó đáp án D đúng.

Câu 13. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Tính $F(0)$.

A. $-\frac{1}{2} \ln 2 - 2$.

B. $-\frac{1}{3} \ln 2 + 2$.

C. $-\frac{2}{3} \ln 2 + 2$.

D. $-\frac{1}{3} \ln 2 - 2$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Bước 1. Ta chọn $a = \frac{\pi}{2}$ và $b = 0$, tính và lưu tích phân $\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x} \, dx$ vào biến A và nhớ để chế độ radian

Bước 2. Từ đó $F(0) = A + F\left(\frac{\pi}{2}\right) = A + 2$ lưu kết quả này vào B.

Bước 3. Lấy các đáp án trừ đi B, đáp án nào cho kết quả 0 thì đáp án đó đúng.

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{1+3\cos(x)} dx$ -0.4620981204	$A+2 \rightarrow B$ 1.53790188	$-\frac{1}{2}\ln(2)-2-B$ -3.88447547
$-\frac{1}{3}\ln(2)+2-B$ 0.2310490602	$-\frac{2}{3}\ln(2)+2-B$ 2.058×10^{-11}	$-\frac{1}{3}\ln(2)-2-B$ -3.76895094

Quan sát màn hình ta thấy, ứng với đáp án C cho kết quả là $2,058.10^{-11} \approx 0$. Do đó ta chọn đáp án C.

ĐÁP ÁN

1 B	3 C	5 C	7 A	9 D	11 D	13 C
2 C	4 D	6 A	8 C	10 C	12 D	

5 Tích phân dạng đặc biệt- Thầy Huỳnh Văn Quy

Câu 1. Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + \frac{1}{4} \ln b$, ($0 < a < 1$, $1 < b < 3$). Tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

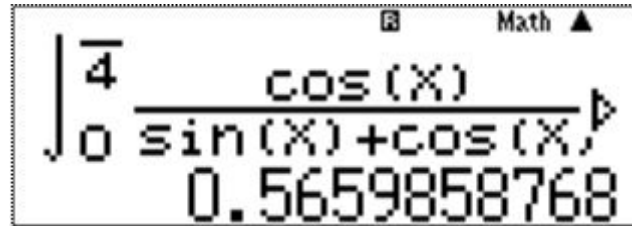
C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{8}$.

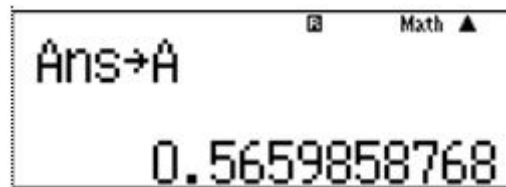
Lời giải. Chọn đáp án (B)

Đầu tiên, ta tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = 0,5659\dots$ bằng cách nhập vô máy tính:

SHIFT MODE 4 $\int$ cos ALPHA)) ∇ sin ALPHA)) + cos ALPHA)) ∇ 0 $\blacktriangle$ SHIFT $\times 10^x$ ∇ 4 =



Lưu giá trị này vào biến A. SHIFT RCL (←)



Vậy ta có: $a\pi + \frac{1}{4} \ln b = 0.5659\dots = A \Rightarrow a = \frac{A - \frac{1}{4} \ln b}{\pi}$.

- Nếu phương án A đúng thì $ab = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{A - \frac{1}{4} \ln b}{\pi} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b \left(A - \frac{1}{4} \ln b \right) - \frac{\pi}{2} = 0$. Sử dụng chức năng dò nghiệm để tìm b :

ALPHA) (ALPHA (←) − $\frac{\pi}{2}$ 1 ∇ 4 $\blacktriangleright$ ALPHA ALPHA ln ALPHA))) − $\frac{\pi}{2}$ SHIFT $\times 10^x$ ∇ 2 $\blacktriangleright$
SHIFT CALC = 0 . 5 =

Can't Solve
[AC] :Cancel
[←][→]:Goto

Không tìm được b nên đáp án A sai.

- Với đáp án B ta có $b \left(A - \frac{1}{4} \ln b \right) - \frac{\pi}{4} = 0$

ALPHA) (ALPHA (←) − $\frac{\pi}{4}$ 1 ∇ 4 $\blacktriangleright$ ln ALPHA))) − $\frac{\pi}{4}$ SHIFT $\times 10^x$ ∇ 4 SHIFT CALC = 0 . 5 =

X(A- $\frac{1}{4}$ ln(X))- $\frac{\pi}{4}$
X=
L-R= 2
0

$$\Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = 8 \text{ thỏa mãn điều kiện } 0 < a < 1, 1 < b < 3.$$

Câu 2. Cho $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx = (a + b) \ln 3 + c \ln 2 \quad (a, b, c \in \mathbb{Q}).$

Tính giá trị của biểu thức $A = a + b + c.$

A. 0.

B. $\frac{1}{3}.$

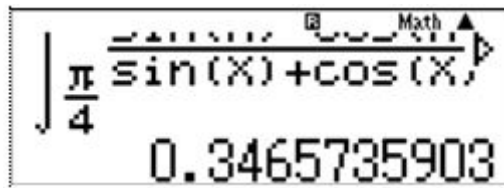
C. $\frac{1}{2}.$

D. 2.

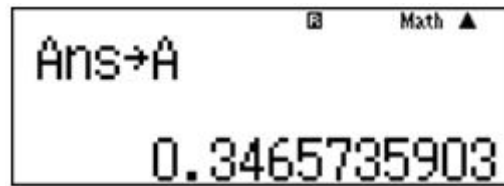
Lời giải. Chọn đáp án (B)

- Đầu tiên, ta tính $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$ bằng casio:

$\int \frac{\sin}{\cos} \sin \text{ ALPHA })) - \cos \text{ ALPHA })) \nabla \sin \text{ ALPHA })) + \cos \text{ ALPHA }))$
 $\nabla \text{ SHIFT } \times 10^x \text{ MODE } 4 \blacktriangle \blacktriangle \text{ SHIFT } \times 10^x \text{ MODE } 2 =$



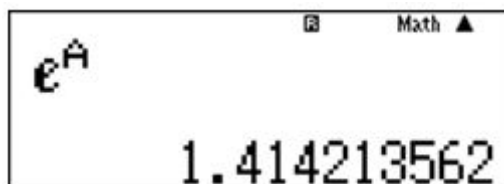
Lưu vào biến A: $\text{SHIFT } \text{RCL } (\rightarrow)$



Khi đó $(a + b) \ln 3 + c \ln 2 = A \Leftrightarrow \ln(3^{a+b} \cdot 2^c) = \ln e^A.$

Mà ta tính được $e^A = \sqrt{2}$

$\text{ALPHA } \times 10^x \text{ ALPHA } (\rightarrow) =$



$$\Rightarrow 3^{a+b} \cdot 2^c = \sqrt{2} = 3^0 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a + b = 0, c = \frac{1}{2}.$$

Tóm lại $a + b + c = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$

Câu 3. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a + b\pi \quad (a, b \in \mathbb{Q}).$ Tính $P = a + b.$

A. $P = \frac{5}{4}.$

B. $P = \frac{3}{4}.$

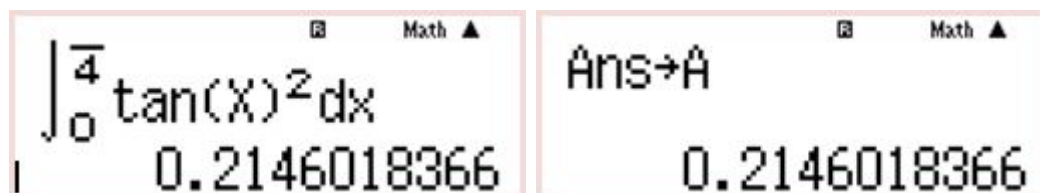
C. $P = \frac{1}{4}.$

D. $P = \frac{11}{4}.$

Lời giải. Chọn đáp án (B)

- Tính giá trị tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ rồi lưu vào biến A.

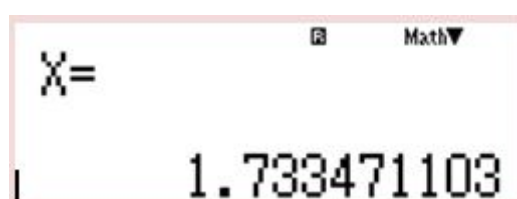
SHIFT **MODE** **4** **∫** **tan** **ALPHA** **)** **)** **x²** **▼** **0** **▲** **≡** **SHIFT** **x10^x** **▼** **4** **≡** **SHIFT** **RCL** **(←)**



- Nếu kết quả ở phương án A đúng thì ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b\pi = a \\ a + b = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.7334 \dots$

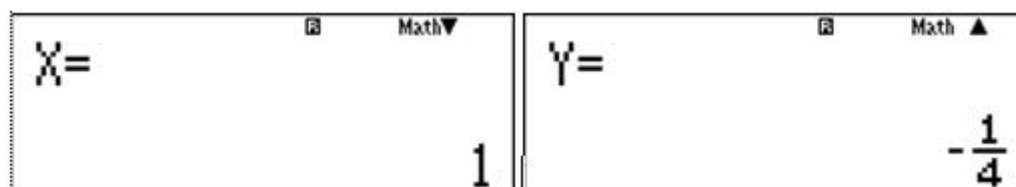
không phải là số hữu tỉ nên phương án A sai.

MODE **5** **1** **1** **≡** **SHIFT** **x10^x** **≡** **ALPHA** **(→)** **≡** **1** **≡** **1** **≡** **5** **≡** **4** **≡** **≡**



- Tương tự như vậy với đáp án B ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b\pi = A \\ a + b = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$.

▼ **►** **►** **3** **÷** **4** **≡** **≡** **≡**



Do đó B là đáp án chính xác.

Câu 4. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1 + \sin 2x) dx = \frac{\pi^2 + a}{b}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính biểu thức $A = a + b$.

A. 60.

B. 40.

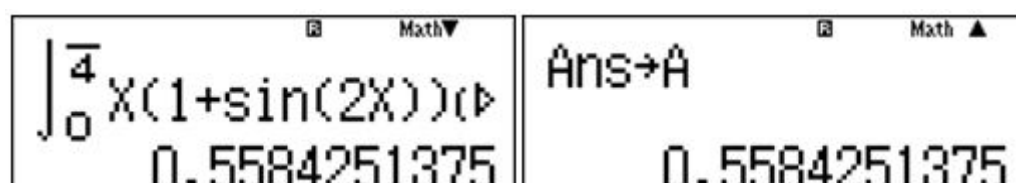
C. 20.

D. 10.

Lời giải. Chọn đáp án **(B)**

- Ta tính giá trị tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1 + \sin 2x) dx$ và lưu vào biến A.

∫ **ALPHA** **)** **(** **1** **+** **sin** **2** **ALPHA** **)** **)** **)** **▼** **0** **▲** **SHIFT** **x10^x** **≡** **4** **≡**
SHIFT **RCL** **(←)**



Khi đó $\frac{\pi^2 + a}{b} = A$. Nếu kết quả ở phương án **A** đúng thì $a + b = 20$

$$\Rightarrow b = 20 - a \Rightarrow A = \frac{\pi^2 + a}{20 - a}$$

Sử dụng chức năng **SHIFT SOLVE** để tìm a (với a là số nguyên).

ALPHA **(←)** **ALPHA** **CALC** **(=)** **SHIFT** **x10^x** **x²** **+** **ALPHA** **)** **▼** **2** **0** **-** **ALPHA** **)** **SHIFT** **CALC** **=** **=**

Kết quả a tìm được không nguyên nên loại phương án **A**.

- Nếu kết quả ở phương án **B** đúng thì $a + b = 40 \Rightarrow b = 40 - a \Rightarrow A = \frac{\pi^2 + a}{40 - a}$

ALPHA **(←)** **ALPHA** **CALC** **(=)** **SHIFT** **x10^x** **x²** **+** **ALPHA** **)** **▼** **4** **0** **-** **ALPHA** **)** **SHIFT** **CALC** **=** **=**

Vậy $a = 8 \Rightarrow b = 32$. Kết quả ở phương án **B** đúng.

- Câu 5.** Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{a} \cdot \ln b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$, $a \neq 0$, $b > 0$). Khi đó tổng $a + b$ bằng
- A.** 8. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải. Chọn đáp án **(B)**

Trước hết ta có nhận xét sau:

Nếu f là một hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(a + b - x) dx = \int_a^b f(x) dx$.

Đặc biệt: $\int_0^b f(b - x) dx = \int_0^b f(x) dx$.

Ta có: $f(x) = \ln(1 + \tan x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$, áp dụng nhận xét trên ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(1 + \tan \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \frac{2}{1 + \tan x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} [\ln 2 - \ln(1 + \tan x)] dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln 2 dx - I \Leftrightarrow 2I = \ln 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \Leftrightarrow I = \frac{\pi}{8} \cdot \ln 2. \end{aligned}$$

Do đó: $a + b = 10$.

Ta tính nhanh tích phân này bằng cách bấm máy tính như sau:

- Đầu tiên ta tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx$ bằng casio và lưu kết quả vào biến A .

(=) **ln** **1** **+** **tan** **ALPHA** **)** **)** **)** **▼** **0** **▲** **SHIFT** **x10⁻⁴** **(=)** **4** **=** **SHIFT** **RCL** **(←)**

$\int_0^4 \ln(1+\tan(X)) dx$ 0.2721982613	Ans→A 0.2721982613
---	-----------------------

- Giả sử kết quả ở phương án **A** đúng. Tức là $a + b = 8 \Rightarrow b = 8 - a$.

Do đó ta có: $\frac{\pi}{a} \ln(8 - a) = A$.

Ta giải tìm a bằng cách SOLVE trên casio, nếu a nguyên thì ta chọn phương án A.

Ta nhập

$$\frac{2}{3} \ln(8-X) = A$$

$$X = 6.277309335$$

$$L-R = 0$$

Kết quả là $a = 6.2777\dots$ không nguyên nên loại phương án **A**.

- Tương tự, giả sử kết quả ở phương án **B** đúng. Tức là ta có $a + b = 10 \Rightarrow b = 10 - a$.

Do đó ta có: $\frac{\pi}{a} \ln(10 - a) = A$. Giải a bằng máy tính casio

SHIFT **x10^x** **[]** **ALPHA** **)** **[]** **In** **1** **0** **-** **ALPHA** **)** **)** **ALPHA** **CALC** **ALPHA** **(-)** **SHIFT** **CALC** **=** **=**

$$\sum_{X=L}^R \ln(10-X) = A$$

Ta có $a = 8$ nguyên nên nhận phương án này.

Câu 6. Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 9$.

B. $S = 11$.

C. $S = -3$.

D. $S = 5$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

- **Cách 1:** *Giải thông thường:*

$$I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx$$

$$= 5 \ln x \Big|_1^2 - 2x \Big|_1^2 - 3 \ln x \Big|_1^2 = 8 \ln 2 + 4 - 3 \ln 5$$

Do đó ta có: $a = 8, b = -3$. Suy ra $S = a + b = 5$.

- Cách hai: Sử dụng máy tính casio:

Bước 1: Tính tích phân bằng máy tính casio và lưu vào biến **A**.

 2 **SHIFT** **hyp** **ALPHA** **)** **-** **2** **+** **1** **ALPHA** **)** **1** **5** **=** **SHIFT** **RCL** **(-)**

$$\int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4.716863707$$

Ta giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} a + b = S \\ \ln 2 + b \ln 5 = A - 4 \end{cases}$$

Ta lần lượt thay S ở 4 phương án lựa chọn vào. Hệ nào giải ra a, b nguyên thì ta nhận.

MODE **5** **1** **1** **=** **1** **=** **9** **=** **ln** **2** **)** **=** **ln** **5** **)** **=** **RCL** **(←)** **-** **4** **=** **=** **=**

$$X = 15.02588319, Y = -6.025883189$$

Ta loại kết quả ở phương án A vì các kết quả không nguyên.

Tương tự, các kết quả ở phương án B và C cũng không thỏa mãn.

Ta nhận kết quả ở phương án D vì kết quả đẹp $a = 8, b = -3$.

$$X = 8, Y = -3$$

Câu 7. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + 2 \cos x}{2 + 3 \sin x - \cos 2x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$).

Tính $P = a + b + c$.

A. $P = -3$.

B. $P = -2$.

C. $P = 2$.

D. $P = 1$.

Lời giải. Chọn đáp án **(D)**

Đầu tiên, tính giá trị của tích phân và lưu vào biến **A**.

∫ **cos** **3** **ALPHA** **)** **2** **cos** **ALPHA** **)** **2** **+** **3** **sin** **ALPHA** **)** **-** **cos** **2** **ALPHA** **)** **0** **ALPHA** **2** **=** **SHIFT** **RCL** **(←)**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(3x) + 2\cos(x)}{2 + 3\sin(x) - \cos(2x)} dx = 0.8903717579$$

Vậy $a \ln 2 + 3 \ln 3 + c = A \Leftrightarrow \ln(2^a \cdot 3^b \cdot e^c) = \ln(e^A) \Leftrightarrow 2^a \cdot 3^b = \frac{e^A}{e^c}$.

Tìm $2^a \cdot 3^b$ bằng chức năng lập bảng giá trị **MODE7** với biến $X = c$.

MODE **7** **ALPHA** **x10^x** **ALPHA** **(←)** **ALPHA** **x10^x** **ALPHA** **)** **=** **=** **(←)** **9** **=** **1** **0** **=** **=**

X	F(X)
-4	133
-3	48.929
-2	18

Ta được $2^a.3^b = 18$ với $X = c = -2$.

Vậy $18 = 2.3^2 = 2^a.3^b \Rightarrow a = 1; b = 2 \Rightarrow P = a + b + c = 1 + 2 - 2 = 1$.

Đáp số chính xác là D

ĐÁP ÁN

1 B 2 B 3 B 4 B 5 B 6 D 7 D

6 Tích phân hàm hữu tỉ- Thầy Triệu Minh Hà

Câu 1. Giá trị của tích phân $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx$.

A. $3 \ln \frac{4}{3} - \frac{5}{6}$.

B. $3 \ln \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$.

C. $3 \ln \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$.

D. $3 \ln \frac{16}{9} - \frac{5}{6}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta nhập máy tính $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx =$

Khi đó máy tính hiện ra 0,02971288402.

Bấm máy tính từng đáp án và so sánh với giá trị tích phân.

Câu 2. Giá trị của tích phân $\int_3^6 |x^2 - 5x + 4| dx$.

A. $\frac{59}{6}$.

B. 10.

C. $\frac{58}{6}$.

D. $\frac{60}{7}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Bấm máy tính tích phân và so sánh với kết quả.

Chú ý. Vì khi sử dụng máy tính, tính tích phân sẽ rất là lâu và không ra giá trị phân số, nên ta nên phá giá trị tuyệt đối để tích tích phân cho dễ.

$$\int_3^6 |x^2 - 5x + 4| dx$$

$$= \int_3^4 |x^2 - 5x + 4| dx + \int_4^6 |x^2 - 5x + 4| dx$$

$= \int_3^4 -(x^2 - 5x + 4) dx + \int_4^6 (x^2 - 5x + 4) dx$. Lúc này bấm máy tính sẽ ra nhanh kết quả hơn và ra giá trị phân số.

Câu 3. Nếu $\int_1^m \frac{1}{x(x+1)} = \ln 4 - \ln 3$ thì m bằng

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Nhập vào máy tính $\int_1^x \frac{1}{x(x+1)} - \ln \frac{4}{3}$ rồi dùng **CALC** trong máy tính (**CALC**) thử từng đáp án

(Bấm liên tục **CALC**) với các đáp án xem kết quả nào bằng 0.

Câu 4. Nếu $b - a = 3$ thì $\int_a^b x^2 dx$ có giá trị bằng bao nhiêu.

A. $3 - ab$.

B. $9 - 3ab$.

C. $9 + 3ab$.

D. $3 + ab$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Giả định cho 2 giá trị cụ thể của $a = 1$ và $b = 4$ và tính tích phân bằng máy tính, sẽ cho ra tích phân = 21 và so sánh với các đáp án đưa ra chỉ có ý C là 21.

Chú ý. Khi giả định a, b thì chọn lực a, b sao cho 4 đáp án là khác nhau.

Câu 5. Biết $I = \int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$. Hãy tính $a + 2b$.

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 7.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Tính $I = \int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$ và gán nó vào giá trị A. **Cách gán:** **SHIFT** **RCL** **(→)**.

Sau đó vào giải hệ phương trình 2 ẩn.

Ý tưởng như sau: Đặt $S = a + 2b$ và giải hệ phương trình
$$\begin{cases} a \ln 2 + b = A \\ a + 2b = S \end{cases}$$
.

Thay S từng đáp án vào, hệ nào ra giá trị a, b là số hữu tỉ thì lấy.

Vào **MODE** **5** **1** và nhập lần lượt các đáp án thì chỉ có đáp án C là cho ra $a = 7, b = -2 \in \mathbb{Q}$.

Câu 6. Cho a, b là các số nguyên thỏa mãn $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} = a \ln 2 + b \ln 3$. Tính $S = a + 2b$.

A. -3.

B. -2.

C. 2.

D. 0.

Lời giải. Chọn đáp án **(D)**

Tính $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ bằng máy tính và gán giá trị A. **Cách gán:** **SHIFT** **RCL** **(→)**.

Sau đó dùng hệ phương trình bậc hai hai ẩn (vào **MODE** **5** **1**) để giải hệ
$$\begin{cases} a \ln 2 + b \ln 3 = A \\ a + 2b = S \end{cases}$$
.

Thay giá trị S lần lượt bởi các đáp án và sẽ chấp nhận khi cho ra giá trị nghiệm nguyên, chỉ có đáp án D cho ra $a = -2, b = -1$.

Câu 7. Tính $\int_0^b (3x^2 + 2ax + 1) dx$, với a, b là tham số.

A. $I = 3b^2 + 2ab$.

B. $I = b^3 + b^2a + b$.

C. $I = b^3 + b$.

D. $I = a + 2$.

Lời giải. Chọn đáp án **(B)**

Cho $a = 1, b = 2$ rồi dùng máy tính tích phân $\int_0^2 (3x^2 + 2x + 1) dx$ và so sánh với các kết quả

(khi đã thay a và b) thì đáp án B là thỏa mãn.

Chú ý: lựa chọn a, b sao cho các đáp án là khác nhau.

Câu 8. Cho $\int_{-1}^0 \frac{2x+10}{-x^2-x+2} dx = a \ln b (a, b \in \mathbb{Q})$. Giá trị của ab khi đó ab có thể bằng giá trị nào sau đây?

A. 6.

B. 12.

C. 10.

D. 4.

Lời giải. Chọn đáp án **(B)**

Đặt $P = ab \Rightarrow a = \frac{P}{b}$. Tính giá trị $\int_{-1}^0 \frac{2x+10}{-x^2-x+2} dx$ bằng máy tính và gán giá trị A (**cách gán:**

SHIFT **RCL** **(→)**)

sau đó bấm máy tính $\frac{P}{X} \ln X = A$ với P lấy các đáp án và dùng công cụ Solve (**SHIFT** **CALC**) trong máy tính, đáp án nào cho nghiệm nguyên thì lấy.

Ví dụ như thử đáp án A ta bấm **≡** **6** **▼** **ALPHA** **)** **►** **ln** **ALPHA** **)** **)** **ALPHA** **CALC** **ALPHA** **(→)** **SHIFT** **CALC** **≡** **≡**

thì phương trình vô nghiệm.

Chú ý. Chỉ cần dùng nút quay lại **◀** để thử các đáp án còn lại. Chỉ có đáp án B cho kết quả $X \in \mathbb{Q}$.

Câu 9. Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ trong đó a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Hãy tính ab

- A.** $ab = 6$. **B.** $ab = -5$. **C.** $ab = 12$. **D.** $ab = \frac{5}{4}$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Đặt $P = a.b \Rightarrow b = \frac{P}{a}$. Tính giá trị $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx$ bằng máy tính và gán giá trị A (cách gán: **SHIFT** **RCL** **(-)**)

sau đó bấm máy tính $3 \ln \frac{X^2}{P} - \frac{5}{6} = A$ với P lấy các đáp án và dùng công cụ Solve (**SHIFT** **CALC**) trong máy tính, đáp án nào cho nghiệm nguyên thì lấy.

Chú ý. Chỉ cần dùng nút quay lại **◀** để thử các đáp án còn lại. Chỉ có đáp án C cho kết quả $X = -4$.

Câu 10. Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $\int_1^2 \frac{2x}{(x+1)(2x+1)} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. Khi đó tính $S = a + b + c$.

- A.** $S = 1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 2$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Ta dùng máy tính tính $\int_1^2 \frac{2x}{(x+1)(2x+1)} dx$.

Ý tưởng: nếu $I = \int_1^2 \frac{2x}{(x+1)(2x+1)} dx$ thì $e^I = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$

vậy sau khi tính tích phân ta bấm $e^{\text{Ans}} = \frac{27}{20} = 2^{-2} \cdot 3^3 \cdot 5^{-1}$ vậy $a = -2, b = 3, c = -1$ từ đó $S = 0$.

Câu 11. Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $\int_2^3 \frac{x^2-3x+2}{x^2-x+1} dx = a \ln 7 + b \ln 3 + c$. Tính $T = a + 2b^2 + 3c^3$

- A.** $T = 4$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = 5$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta dùng máy tính tính $\int_2^3 \frac{x^2-3x+2}{x^2-x+1} dx$.

Ý tưởng: nếu $I = \int_2^3 \frac{x^2-3x+2}{x^2-x+1} dx$ thì $e^I = 7^a \cdot 3^b \cdot e^c$

vậy sau khi tính tích phân ta phân tích được $e^{\text{Ans}} = \frac{3}{7} \cdot e^1$ vậy $a = -1, b = 1, c = 1$ từ đó $S = 4$.

Tại sao lại có thể tách được e^{Ans} như vậy ta gán nó giá trị A có thể dùng công cụ **Table** trong máy tính (**MODE** **7**) nhập $f(x) = \frac{A}{e^X}$ cho X chạy từ -5 đến 5 với bước nhảy là 1 , khi đó ở cột $f(x)$

ta chọn dòng có giá trị phân số biến đổi được là dòng có $X = 1$ với phân số $\frac{3}{7}$ từ đó $e^{\text{Ans}} = \frac{3}{7} \cdot e^1$ vậy $a = -1, b = 1, c = 1$.

Câu 12. Cho các số $a, b, c \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $I = \int_0^1 \frac{3x+2}{4x^2+12x+9} dx = \frac{a}{4} \ln \frac{5}{b} - \frac{1}{c}$. Giá trị $P = a + b + c$ bằng:

- A.** $P = 9$. **B.** $P = 12$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 4$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Tính $\int_0^1 \frac{3x+2}{4x^2+12x+9} dx$ bằng máy tính và gán giá trị A (cách gán: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$).

Ý tưởng: ta có $e^{4.I+\frac{4}{c}} = \left(\frac{5}{b}\right)^a$ là một phân số

Ta sử dụng công cụ **Table** trong máy tính với việc nhập $f(x) = e^{4.A+\frac{4}{X}}$ với X lấy từ -10 đến 10 với bước nhảy là 1 (có thể xét làm 2 lần với lần 1 từ 1 đến 10 và lần 2 từ -10 đến -1). Quan sát trên bảng có được và tìm giá trị ở cột $f(x)$ sao cho giá trị là một phân số thì ứng với $X = 6$ tức là $c = 6$ và từ đó $a = 3, b = 3$.

ĐÁP ÁN

1 A	3 A	5 C	7 B	9 C	11 A
2 A	4 C	6 D	8 B	10 B	12 B

7 Tích phân của hàm lượng giác- Thầy Nguyễn Hữu Nhanh Tiến

Câu 1. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$. Khi đó n bằng

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Tư duy theo hướng thế các đáp án vào tích phân. Nếu kết quả n nào vào bằng $\frac{1}{64}$ thì ta chọn đáp án đó.

Hướng dẫn nhập

Bước 1: Chọn $n = 3$.

Bước 2: Nhập $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cos x dx = \frac{1}{64}$.

Ta được ở màn hình:

Câu 2. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x dx = a\pi + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$

A. $-\frac{5}{32}$.B. $\frac{11}{32}$.

C. 4.

D. 7.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

- Tư duy theo hướng giải hệ phương trình 2 ẩn.

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A

Bước 2: Tư duy $\begin{cases} a\pi + b = A \\ a + b = B \end{cases}$ với B là một trong các đáp án. Hệ này có nghiệm $a, b \in \mathbb{Q}$ thì ta chọn đáp án đó.

Bước 3: Dùng chức năng giải hệ phương trình nhập hệ vào máy tính.

Quan sát kết quả có cặp số $a, b \in \mathbb{Q}$ thì chọn đó làm đáp án. Hoặc sửa lại hệ với đáp án khác thay cho B. (bằng cách

Câu 3. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [2 \sin 2x + \cos x \ln(1 + \sin x)] dx = a \ln 2 + b (a, b \in \mathbb{Z})$. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn:

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A [SHIFT] [RCL] [→] .

Bước 2: Tư duy $b = A - a \ln 2$ thay $a = X$.

Bước 3: Dùng chức năng Table [MODE] [7] nhập hàm $f(X) = A - X \ln 2$. Start [-] [9] [=] End [9] [=] và Step [1] [=]

Quan sát trong Table có cặp số $a = 2$ và $b = 1$ vì $(a, b \in \mathbb{Z})$.

$\int_0^{\pi/2} 2\sin(2X) + \cos X \ln(1 + \sin X) dx$ 2.386294361	Ans→A 2.386294361	Table X F(X) 1.6931 0.3068 1
---	----------------------	---

Câu 4. Cho $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx = a + b\sqrt{3} (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$

A. -2.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 3.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Có hai hướng tư duy cho dạng toán với $a, b \in \mathbb{Q}$.

• Hướng [MODE] [7] .

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A [SHIFT] [RCL] [→] .

Bước 2: Tư duy $b = \frac{A - a}{\sqrt{3}}$ thay $a = X$

Bước 3: Dùng chức năng Table [MODE] [7] nhập hàm $f(X) = \frac{A - X}{\sqrt{3}}$. Start [-] [9] [=] End [9] [=] và Step [1] [=]

Quan sát trong Table có cặp số $a = 2$ và $b = -1.33333 = -\frac{4}{3}$ vì $(a, b \in \mathbb{Q})$.

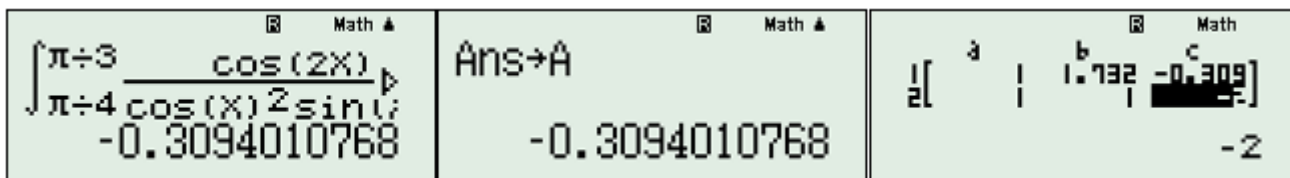
$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos(2X)}{\cos^2(X) \sin^2(X)} dx$ -0.3094010768	Ans→A -0.3094010768	Table X F(X) -0.178 -0.755 -1.333 2
---	------------------------	---

• Hướng giải hệ phương trình 2 ẩn.

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A [SHIFT] [RCL] [→] .

Bước 2: Tư duy $\begin{cases} a + b\sqrt{3} = A \\ a + b = B \end{cases}$ với B là một trong các đáp án. Hệ này có nghiệm $a, b \in \mathbb{Q}$ thì ta chọn đáp án đó.

Bước 3: Dùng chức năng giải hệ phương trình [MODE] [5] [1] nhập hệ vào máy tính.



Quan sát kết quả có cặp số $a, b \in \mathbb{Q}$ thì chọn đó làm đáp án. Hoặc sửa lại hệ với đáp án khác thay cho B. (bằng cách $\leftarrow$)

Câu 5. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + 2 \cos x}{2 + 3 \sin x - \cos 2x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c (a, b, c \in \mathbb{Z})$. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b + c$.

A. -3.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Lời giải. Chọn đáp án **(D)**

Theo giả thiết ta có hệ
$$\begin{cases} I = a \ln 2 + b \ln 3 + c \\ A = a + b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\ln 2)a + (\ln 3)b = I - c \\ a + b = A - c \end{cases}$$

Dễ thấy đây là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn theo a, b . Sử dụng định thức Crame.

• Hướng tư duy: tư duy giải hệ phương trình hai ẩn có nghiệm nguyên.

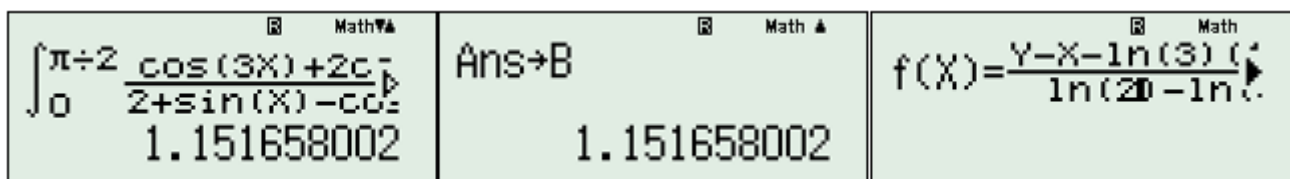
Bước 1: Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + 2 \cos x}{2 + 3 \sin x - \cos 2x} dx$ gán vào Y .

Bước 2: Vào **MODE** **7** nhập

$$f(X) = \frac{Y - X - \ln(3) (\text{Đáp án} - X)}{\ln(2) - \ln(3)}$$

Bước 3: Start **▢** **9** **▢** End **▢** **9** **▢** và Step **▢** **1** **▢**

Bước 4: Với các đáp án **A, B, C** không tìm được $f(X) \in \mathbb{Z}$. Với đáp án **D** có $f(X) = 1$ và $X = -2$.



Câu trên Casio bởi Dương Trác Việt

Câu 6. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 x - 1) \cos^2 x dx = a + b\pi (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

A. $\frac{29}{60}$.

B. $\frac{31}{60}$.

C. $\frac{17}{60}$.

D. $\frac{53}{60}$.

Câu 7. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^3 x} = a \ln 3 + b (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị biểu thức $A = a + b$

A. 7/12.

B. 11/12.

C. 4.

D. 7.

Câu 8. Cho $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin^3 x}{\sin x - \cos x} dx = a\pi + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị biểu thức $A = a + b$

- A.** 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 9. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sqrt{3} \sin 2x + 2\cos^2 x} dx = a\sqrt{3} + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$

- A.** 2. **B.** -5. **C.** 5. **D.** -8.

Câu 10. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{\sin 4x}{\sin^6 x + \cos^6 x} dx = a \ln 13 + b \ln 4$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 11. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x) \cos x dx = a\pi + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$

- A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Câu 12. Cho $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx = (a + b) \ln 3 + c \ln 2$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị của biểu thức $A = a + b + c$

- A.** 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Câu 13. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^4 x}{\cos 2x} dx = \frac{1}{a} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{b\sqrt{3}}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) với $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b + c$

- A.** 26. **B.** 39. **C.** 14. **D.** 17.

Câu 14. Để hàm số $f(x) = a \sin(\pi x) + b$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì a, b bằng

- A.** $a = \pi, b = 0$. **B.** $a = \pi, b = 2$. **C.** $a = 2\pi, b = 2$. **D.** $a = 2\pi, b = 3$.

Câu 15. Cho $I = \int_0^a \sin x \cdot \cos x \cdot dx = \frac{1}{4}$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{12}$. **C.** $\frac{\pi}{24}$. **D.** $\frac{\pi}{36}$.

Câu 16. Có bao nhiêu số $a \in (0; 2\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$

- A.** 20. **B.** 19. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị của a trong đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ thỏa mãn $\int_0^a \frac{\sin x}{\sqrt{1 + 3 \cos x}} dx = \frac{2}{3}$

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 18. Cho $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx = a + b\sqrt{3} (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$

A. -2.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 3.

Câu 19. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx = a + b\sqrt{3} (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 20. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a + b\pi (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{11}{4}$.

ĐÁP ÁN

1 A 2 A 3 C 4 C 5 D

8 Đổi biến chứa e^x - Thầy Nguyễn Văn Trường

Câu 1. Tính $I = \int_0^{\ln 3} \frac{1}{e^x + 1} dx$.

A. $I = \ln \frac{3}{2}$.

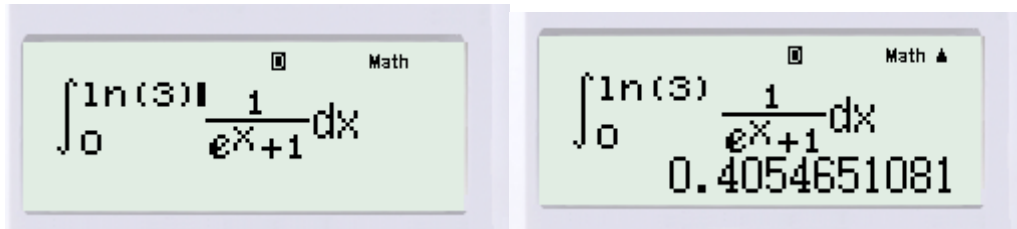
B. $I = \ln \frac{2}{3}$.

C. $I = \ln \frac{1}{2}$.

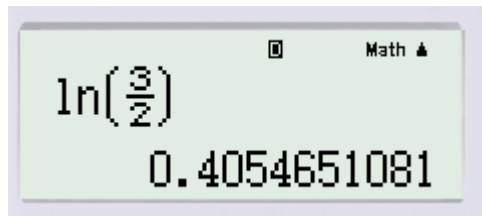
D. $I = \ln \frac{3}{4}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Bước 1: Nhập vào máy và nhấn $\equiv$



Bước 2: Nhập lần lượt kết quả ở các phương án A, B, C, D để tìm kết quả gần đúng đến khi nào trùng kết quả trên thì ta chọn phương án đó:



Vậy $I = \ln \frac{3}{2}$.

Câu 2. Tính $\int_0^{\ln 3} e^x \sqrt[3]{e^x - 1} dx$.

A. $I = -\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$.

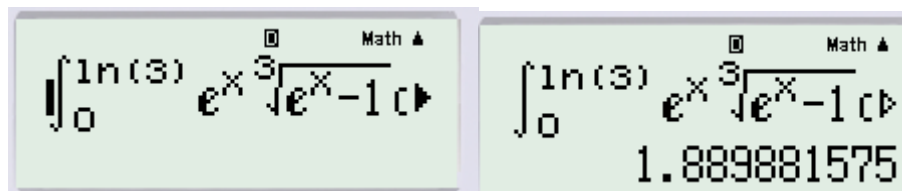
B. $I = \frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$.

C. $I = \frac{3\sqrt[3]{3}}{2}$.

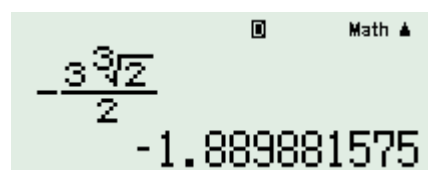
D. $I = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Bước 1: Nhập vào máy và nhấn $\equiv$



Bước 2: Nhập lần lượt kết quả ở các phương án A, B, C, D để tìm kết quả gần đúng đến khi nào trùng kết quả trên thì ta chọn phương án đó:



Vậy $I = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$.

Câu 3. Tính $\int_0^{(\ln 2)^2} e^{\sqrt{x}} dx$.

A. $I = 4 \ln 2 + 2$.

B. $I = 4 \ln 2 - 2$.

C. $I = \ln 2 - 4$.

D. $I = 4 \ln 4 - 2$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Bước 1: Nhập vào máy và nhấn $\equiv$

Bước 2: Nhập lần lượt kết quả ở các phương án A, B, C, D để tìm kết quả gần đúng đến khi nào trùng kết quả trên thì ta chọn phương án đó:

Vậy $I = 4 \ln 2 - 2$.

Câu 4. Biết $\int_0^{\ln 3} e^x \sqrt[4]{e^x - 1} dx = \frac{8\sqrt[4]{2}}{a}$, trong đó a là một số nguyên. Tìm a .

A. $a = 1$.

B. $a = 2$.

C. $a = 5$.

D. $a = 7$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Bước 1: Nhập vào máy và nhấn $\equiv$

Bước 2: Ta có $a = \frac{8\sqrt[4]{2}}{I}$. Nhập tiếp ta được

Vậy $a = 5$.

Câu 5. Cho a là số nguyên dương sao cho $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 2} dx = \frac{1}{a} \ln \frac{3}{a}$. Tìm a .

A. $a = 1$.

B. $a = 2$.

C. $a = 3$.

D. $a = 4$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Bước 1: Nhập vào máy và nhấn $\equiv$

$$\int_0^{\ln(2)} \frac{1}{e^x + 2} dx = 0.2027325541$$

Bước 2: Ta có a là nghiệm của phương trình $I = \frac{1}{a} \ln \frac{3}{a}$. Nhập phương trình và bấm phím Shift và CALC ta được kết quả

$$\frac{1}{X} \times \ln\left(\frac{3}{X}\right) - \text{Ans} = 0 \quad \text{Solve for X} \quad X = 2$$

Vậy $a = 2$.

Câu 6. Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{5 - e^x} dx = \frac{\ln b}{a}$. Tính $T = a + b$.

A. $T = 10$. **B.** $T = 11$. **C.** $a = 13$. **D.** $a = 14$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Bước 1: Nhập vào máy và nhấn $\equiv$

$$\int_0^{\ln(3)} \frac{1}{5 - e^x} dx = 0.3583518938$$

Bước 2: Lưu kết quả tích phân vào A bằng cách liên tiếp các phím AC-Ans-SHIFT-RCL(-)

Bước 3: Tư duy $a = \frac{\ln b}{A}$ thay $b = X$

Bước 3: Dùng chức năng Table: Mod 7 nhập hàm $f(X) = \frac{\ln X}{A}$. Start 1 End 15 và Step 1

$$f(X) = \frac{\ln(X)}{A}$$

X	f(X)
1	
2	
3	
4	
5	4.4912
6	5.4301
7	

Quan sát trong Table có cặp số $a = 5, b = 6$. Vậy $T = 11$.

Câu 7. Cho a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^{2x} + e^x} dx = \frac{1}{a} + \ln \frac{3}{b}$. Tính $T = ab$.

A. $T = 6$. **B.** $T = 10$. **C.** $T = 12$. **D.** $T = 8$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

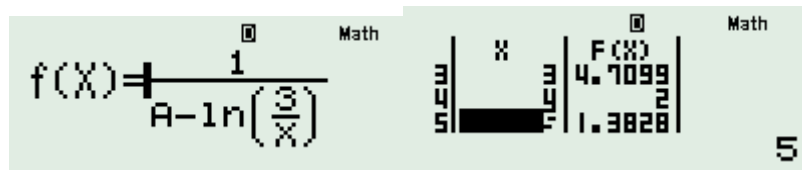
Bước 1: Nhập vào máy và nhấn $\equiv$

$$\int_0^{\ln(2)} \frac{1}{e^{2x} + e^x} dx = 0.2123179275$$

Bước 2: Lưu kết quả tích phân vào A bằng cách liên tiếp các phím AC-Ans-SHIFT-RCL-(-)

Bước 3: Tư duy $a = \frac{1}{A - \ln \frac{3}{b}}$ thay $b = X$

Bước 3: Dùng chức năng Table: Mod 7 nhập hàm $f(X) = \frac{1}{A - \ln \frac{3}{X}}$. Start 1 End 15 và Step 1



Quan sát trong Table có cặp số $a = 2, b = 4$. Vậy $T = 8$.

Câu 8. Cho $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx = a - \frac{\pi}{b}$. Khi đó

A. $a > b$.

B. $a < b$.

C. $a = b$.

D. $a.b = 1$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Hướng dẫn:

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A **SHIFT** **RCL** **(-)**.

Bước 2: Tư duy $a = A + \frac{\pi}{b}$ thay $b = X$

Bước 3: Chọn cặp số nào có tổng ra như đáp án $a = 0.5, b = -2$. Dùng chức năng Table **MODE** **7** nhập hàm $f(X) = A + \frac{\pi}{X}$. Start **(-)** **9** **=** End **9** **=** và Step **1** **=**

Quan sát trong Table có cặp số $a = b = 2$. Chọn phương án C.

ĐÁP ÁN

1 A 2 D 3 B 4 C 5 B 6 B 7 D 8 C

9 Tích Phân Casio liên quan đến $\ln x$ - Thầy Nguyễn Tài Tuệ

Câu 1. Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{x^2 + 2 \ln x}{x} dx$.

- A. $I = e^2 - \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{e^2 + 1}{2}$. C. $I = e^2 + 1$. D. $I = \frac{e^2}{2}$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{x^2 + 2 \ln x}{x} dx = 4.1945... = \frac{e^2 + 1}{2} \Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

Câu 2. Cho $\int_1^m \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx = 3 \ln \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Tính m .

- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{3}$. D. 8.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta nhập $3 \ln \frac{2\sqrt{3}}{3} - \int_1^M \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$

sau đó ta ấn thử các đáp án x tùy ý, và thử lần lượt m ở các đáp án, kết quả đúng của bài toán nếu đáp án 0.

Đáp án $m = 2$.

Câu 3 (Câu 26 đề minh họa thi THPT Quốc Gia lần 2). . Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = 0$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Tính tích phân $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x}$ và lưu vào A

Thao tác lệnh

Khi đó $A = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5 \Leftrightarrow A = \ln(2^a \cdot 3^b \cdot 5^c) \Leftrightarrow 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c = e^A = \frac{16}{15}$



Dễ thấy $\frac{16}{15} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 5} = 2^4 \cdot 3^{-1} \cdot 5^{-1} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \Rightarrow a = 4; b = -1; c = -1 \Rightarrow S = 2$

Câu 4 (THPT Hai Bà Trưng - Lần 2-17). Đặt $I_k = \int_1^e \ln \frac{k}{x} dx$, với k nguyên dương. Ta có $I_k < e - 2$ khi

- A.** $k \in \{1; 2\}$. **B.** $k \in \{2; 3\}$. **C.** $k \in \{1; 4\}$. **D.** $k \in \{3; 4\}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Phương pháp ta nhập $I_k - e + 2$ và thực hiện chức năng $\boxed{\text{CALC}}$ từ đáp án ta được đáp án đúng là $k \in \{1; 2\}$

Câu 5 (THPT Ngô Quyền - Lần 2 (Hải Phòng), 2017). Biết $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$ (với $a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó $a + 2b$ bằng bao nhiêu?

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

+ Trước hết tính tích phân $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx$ là lưu vào A theo thao tác $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$

+ Theo bài ra ta có phương trình $a \ln 2 + b = A$ và kết hợp với phương trình $a + 2b = m$ trong đó m là các kết quả ở đáp án.

+ Sử dụng chức năng giải hệ tìm ra kết quả $a, b \in \mathbb{Q}$

Câu 6 (Đề thi HKII, Sở GD&ĐT Lâm Đồng). Cho $I = \int_1^e x \ln x dx = a e^2 + b$. Tính giá trị biểu thức $A = a - b$.

- A.** $A = 0$. **B.** $A = \frac{1}{2}$. **C.** $A = -e$. **D.** $A = -e - \frac{1}{2}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Bài toán tương tự bài toán trên

+ Trước hết tính tích phân $\int_1^e x \ln x dx$ là lưu vào A theo thao tác $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$

+ Theo bài ra ta có phương trình $a e^2 + b = A$ và kết hợp với phương trình $a - b = m$ trong đó m là các kết quả ở đáp án.

+ Sử dụng chức năng giải hệ tìm ra kết quả $a, b \in \mathbb{Q}$

Câu 7. Biết $\int_0^{\ln 2} (2x + 1)e^x dx = a \ln 2 + b$, với a, b là các số nguyên. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = -2$. **B.** $S = 3$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 0$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

+ Trước hết tính tích phân $\int_0^{\ln 2} (2x + 1)e^x dx$ là lưu vào A theo thao tác **SHIFT** **RCL** **(←)**

+ Theo bài ra ta có phương trình $a \ln 2 + b = A$ và kết hợp với phương trình $a + 2b = m$ trong đó m là các kết quả ở đáp án.

+ Sử dụng chức năng giải hệ tìm ra kết quả $a, b \in \mathbb{Q}$

Câu 8. Biết rằng $\int_0^2 \frac{5x + 7}{x^2 + 3x + 2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - b$.

A. $S = -1$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = 6$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

+ Trước hết tính tích phân $\int_0^2 \frac{5x + 7}{x^2 + 3x + 2} dx$ là lưu vào A theo thao tác **SHIFT** **RCL** **(←)**

+ Theo bài ra ta có phương trình $a \ln 2 + b \ln 3 = A$ và kết hợp với phương trình $S = a - b$ trong đó S là các kết quả ở đáp án.

+ Sử dụng chức năng giải hệ tìm ra kết quả $a, b \in \mathbb{Z}$

Câu 9 (Chuyên KHTN Hà Nội, lần 4, 2017). Với các số nguyên a, b thỏa mãn $\int_1^2 (2x + 1) \ln x dx = a + \frac{3}{2} + \ln b$, tính tổng $P = a + b$.

A. $P = 27$. **B.** $P = 60$. **C.** $P = 28$. **D.** $P = 61$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

+ Trước hết tính tích phân $\int_1^2 (2x + 1) \ln x dx$ là lưu vào A theo thao tác **SHIFT** **RCL** **(←)**

+ Theo bài ra ta có phương trình $a + \frac{3}{2} + \ln b = A \Leftrightarrow a + \ln b = A - \frac{3}{2}$ và kết hợp với phương trình

$$P = a + b$$

trong đó P là các kết quả ở đáp án.

+ Sử dụng chức năng giải hệ tìm ra kết quả $a \in \mathbb{Z}$

Câu 10 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Đà Nẵng, lần 2). Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x - 2| + 1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a - b$.

A. $S = 9$. **B.** $S = 11$. **C.** $S = -3$. **D.** $S = 5$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

+ Trước hết tính tích phân $\int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx$ là lưu vào A theo thao tác **SHIFT** **RCL** **(→)** và lưu ý trị tuyệt đối trong tích phân của $f(x)$ ta ấn **SHIFT** **hyp**.

+ Theo bài ta có $4 + a \ln 2 + b \ln 5 = A \Leftrightarrow 2^a 5^b = e^{A-4} = \frac{256}{125} = 2^8 5^{-3}$. Do đó $a = 8, b = -3$

Câu 11 (Sở GD và ĐT Cần Thơ (HK2)). Tính tích phân $I = \int_1^e \ln x dx$.

- A.** $I = e - 1$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 2e - 1$. **D.** $I = 2e + 1$.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

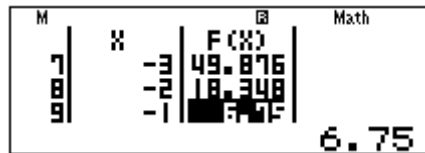
Nhập tích phân $\int_1^e \ln x dx$ vào máy tính và trừ đi các đáp án, kết quả bằng 0 thì đó là đáp án đúng.

Câu 12 (Sở GDDT Nam Định). Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ (với a, b, c là các số nguyên). Tính $S = a + b + c$.

- A.** $S = 0$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = -2$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

- Trước hết tính tích phân $\int_1^2 \ln(x+1) dx$ và lưu vào A
- Khi đó theo bài ra có $A = a \ln 3 + b \ln 2 + c \Leftrightarrow 3^a 2^b = e^{A-C}$
- Vì a, b nguyên nên $3^a 2^b$ nguyên. Ta coi C là biến, dùng chức năng **MODE** **7** với giá trị bắt đầu -9 đến 9 và Step bằng 1



Suy ra $3^a 2^b = \frac{27}{4} \Rightarrow a = 3, b = -2$ Vậy $S = 0$

Câu 13. Biết $\int_1^2 \frac{x^2}{x+1} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ (a, b, c là số hữu tỉ). Tính $S = 2a - b + c$.

- A.** $S = 2$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 4$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Tương tự bài toán trên

Câu 14. Tích phân $I = \int_1^e (x-1) \ln x dx$.

- A.** $I = \frac{e^2 + 3}{4}$. **B.** $I = \frac{e^2 - 1}{4}$. **C.** $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. **D.** $I = \frac{e^2 - 3}{4}$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Nhập và trừ đi các đáp án, tìm được kết quả của bài toán

Câu 15. Tích phân $\int_3^4 \frac{\ln^2 x - \ln x}{x} dx$ sau khi đổi biến $t = \ln x$ thì trở thành tích phân nào trong các tích phân cho dưới đây?

- A. $\int_3^4 (t^2 - t) dt.$ B. $\int_{\ln 3}^{\ln 4} (t^2 - t) dt.$ C. $\int_3^4 \frac{t^2 - t}{t} dt.$ D. $\int_{\ln 3}^{\ln 4} \frac{t^2 - t}{t} dt.$

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Ta nhập tích phân $\int_3^4 \frac{\ln^2 x - \ln x}{x} dx$ trừ đi các tích phân ở đáp án, phép tính nào cho kết quả bằng 0 thì đó là đáp án đúng (Lưu ý giá trị tích phân không phụ thuộc vào kí hiệu biến).

Câu 16 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Giá trị của tích phân $I = \int_1^e \frac{x^2 + 2 \ln x}{x} dx$ là

- A. $e^2 + 1.$ B. $e^2.$ C. $\frac{e^2 - 1}{2}.$ D. $\frac{e^2 + 1}{2}.$

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Nhập $\int_1^e \frac{x^2 + 2 \ln x}{x} dx$ và trừ đi các kết quả của đáp án.

Câu 17 (THPT Tân Yên 1 (Bắc Giang), lần 1, 2017). Biết $\int_0^1 \frac{5x + 18}{x^2 + 7x + 12} dx = \ln a$. Tính a .

- A. $\frac{27}{100}.$ B. $\frac{100}{3}.$ C. $a = \frac{100}{27}.$ D. $\frac{100}{7}.$

Lời giải. Chọn đáp án (C)

+ Trước hết ta tính tích phân $\int_0^1 \frac{5x + 18}{x^2 + 7x + 12} dx$ và lưu vào A. khi đó $a = e^A$. Suy ra đáp án đúng.

Câu 18. Biết rằng $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $ab = 48.$ B. $ab = 64.$ C. $a - b = 20.$ D. $a - b = 12.$

Lời giải. Chọn đáp án (B)

+ Trước hết ta tính $\int_1^e x^3 \ln x dx$ và lưu vào A.

+ Theo giả thiết ta có $b = \frac{3e^a + 1}{A}$ dùng chức bảng giá trị để tìm b nguyên **MODE** **7** ta tìm được đáp án đúng

ĐÁP ÁN

1 B	3 B	5 C	7 B	9 B	11 B	13 C	15 B	17 C
2 A	4 A	6 A	8 B	10 B	12 A	14 D	16 D	18 B

10 Tích phân từng phần - Thầy Trần Hiếu

Câu 1. Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x \, dx$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$.

C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$.

D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Lời giải. Chọn đáp án (C)

Bước 1: Tính kết quả bằng máy tính. được $I \simeq 2.097264$.

Bước 2: Nhập các phương án trắc nghiệm xem phương án nào giống với kết quả trên.

Câu 2. Cho $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} \, dx = a - \frac{\pi}{b}$. Khi đó

A. $a > b$.

B. $a < b$.

C. $a = b$.

D. $a.b = 1$.

Hướng dẫn:

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A **[SHIFT] [RCL] [(-)]**.

Bước 2: Tư duy $a = A + \frac{\pi}{b}$ thay $b = X$

Bước 3: Chọn cặp số nào có tổng ra như đáp án $a = 0.5, b = -2$. Dùng chức năng Table **[MODE] [7]** nhập hàm $f(X) = A + \frac{\pi}{X}$. Start **[=] [1] [4] [=]** End **[1] [5] [=]** và Step **[1] [=]**

Quan sát trong Table có cặp số $a = 2, b = 4$. Chọn phương án C.

Câu 3. Cho tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^2 x} \, dx = \frac{\pi\sqrt{2}}{a} - \frac{1}{b} \ln \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} (a, b \in \mathbb{Z})$.

Tính giá trị của biểu thức $A = a + b$.

A. -3.

B. 6.

C. 7.

D. 0.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A **[SHIFT] [RCL] [(-)]**.

Bước 2: Tư duy: $a = \frac{\pi\sqrt{2}}{A + \frac{1}{b} \ln \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$. Thay $a = f(X), b = X$.

Bước 3: Dùng chức năng Table **[MODE] [7]** nhập hàm $f(X) = \frac{\pi\sqrt{2}}{A + \frac{1}{X} \ln \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$.

Start **[=] [1] [4] [=]** End **[1] [5] [=]** và Step **[1] [=]**

Quan sát trong Table có cặp số $a = 4, b = 2$.

$\Rightarrow P = a + b = 2 + 4 = 6$.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây đúng về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x \, dx = \frac{3e^a + 1}{b} (a, b \in \mathbb{Z})$.

A. $a.b = 64$.

B. $a - b = 12$.

C. $a + b = 25$.

D. $a + 2b = -10$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A **[SHIFT] [RCL] [(-)]**.

Bước 2: Tư duy: $b = \frac{3e^a + 1}{A}$. Thay $b = f(X), a = X$.

Bước 3: Dùng chức năng Table **[MODE] [7]** nhập hàm $f(X) = \frac{3e^X + 1}{A}$.

Start **[=] [1] [4] [=]** End **[1] [5] [=]** và Step **[1] [=]**

Quan sát trong Table có cặp số $a = X = 4, b = f(X) = 16$.

$\Rightarrow a.b = 64$.

Câu 5. Giả sử $I = \int_1^2 \frac{4 \ln x + 1}{x} dx = a \ln^2 2 + b \ln 2$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính tổng $4a + b$.

A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A **[SHIFT] [RCL] [↵]**.

Bước 2: Tư duy: Ta xem a, b là hai ẩn của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a \ln^2 2 + b \ln 2 = A \\ 4a + b = X \end{cases} \quad \text{với } X \text{ được thay lần lượt bằng các phương án của đề bài.}$$

Bước 3: Dùng chức năng Giải hệ phương trình **[MODE] [5] [1]** nhập hệ phương trình trên.

Ta được với hệ $\begin{cases} a \ln^2 2 + b \ln 2 = A \\ 4a + b = 9 \end{cases}$ thì có nghiệm $a = 2, b = 1$.

Câu 6. Giả sử tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{1 + 1968^x} dx = a \frac{\pi}{4} + b$, trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $8a + 3b$.

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{5}{32}$.

D. 5.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Bước 1: Lưu kết quả tích phân vào A **[SHIFT] [RCL] [↵]**.

Bước 2: Tư duy: Ta xem a, b là hai ẩn của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a \frac{\pi}{4} + b = A \\ 8a + 3b = X \end{cases} \quad \text{với } X \text{ được thay lần lượt bằng các phương án của đề bài.}$$

Bước 3: Dùng chức năng Giải hệ phương trình **[MODE] [5] [1]** nhập hệ phương trình trên (chọn nghiệm hữu tỷ).

Ta được với hệ $\begin{cases} a \frac{\pi}{4} + b = A \\ 8a + 3b = 5 \end{cases}$ thì có nghiệm $a = \frac{5}{8}, b = 0$.

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho $n \ln n - \int_1^n \ln x dx$ có giá trị không vượt quá 2016.

A. 2018.

B. 2017.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải. Chọn đáp án (B)

Bước 1: Tư duy: Nếu n thỏa yêu cầu bài toán thì ta có n số nguyên dương. Thay $n = Y$ với Y là các phương án của đề cho.

Bước 3: Nhập vào máy tính $Y \ln Y - \int_1^Y \ln Y dX$.

Bấm **[=] [2] [0] [1] [8] [=] [0]** được đáp án 2017 không thỏa.

Bấm **[CALC] [2] [0] [1] [7] [=] [0]** được đáp án 2016 thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 8. Biết rằng $\int_0^1 x \cos 2x \, dx = \frac{1}{4}(a \sin 2 + b \cos 2 + c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $2a + b + c = -1$. **B.** $a + b + c = 1$. **C.** $a + 2b + c = 0$. **D.** $a - b + c = 0$.

Lời giải. Chọn đáp án (D)

Bước 1: Lưu kết quả tích phân nhân với 4 vào A $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$.

Bước 2: Tư duy: $b = \frac{A - a \sin 2 - c}{\cos 2}$.

Thay $b = f(X)$, $a = X$ và thử c các giá trị nguyên. Ví dụ cho $c = -1$.

Bước 3: Dùng chức năng Table $\boxed{\text{MODE}} \boxed{7}$ nhập hàm $f(X) = \frac{A - a \sin 2 - c}{\cos 2}$.

Start $\boxed{=}$ $\boxed{1}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$ End $\boxed{1}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$ và Step $\boxed{1}$ $\boxed{=}$

Quan sát trong Table có cặp số $a = X = 2, b = f(X) = 1$.

$\Rightarrow a - b + c = 0$.

ĐÁP ÁN

1 C 2 C 3 B 4 A 5 D 6 D 7 B 8 D