

Lưu ý: Học sinh làm mỗi câu trên một tờ giấy thi riêng.

Câu 1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{(x-y)^2 + 4(2x-y) + 15} - \sqrt{y} = \sqrt{x+3} \\ \sqrt{y^2 - 2(x+y) + 10} + \sqrt[3]{2x-y+3} = y-x+2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 2. Vé xe buýt có dạng \overline{abcdef} với $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Một vé như trên thỏa mãn điều kiện $a+b+c = d+e+f$ được gọi là vé hạnh phúc. Tính số vé hạnh phúc.

Câu 3. Cho n là số nguyên dương lẻ và p là một ước nguyên tố lẻ của $3^n + 1$. Chứng minh $p-1$ chia hết cho 3.

Câu 4. Cho hai đường tròn $(O_1), (O_2)$ cắt nhau tại A và B . Các tiếp tuyến của (O_1) tại A, B cắt nhau tại O . Gọi I là điểm trên đường tròn (O_1) nhưng ngoài đường tròn (O_2) . Các đường thẳng IA, IB cắt đường tròn (O_2) lần lượt tại C, D . Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng CD . Chứng minh rằng:

- Các tam giác IAB và IDC đồng dạng với nhau.
- I, M, O thẳng hàng.

Câu 5. Cho hàm $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện: $f(f(x) + 2f(y)) = f(x) + y + f(y)$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$ (1).

- Chứng minh f là đơn ánh.
- Tìm tất cả các hàm số thỏa mãn (1).

----- HẾT -----