

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
b) Tìm m để đường thẳng d đi qua $A(0; -2)$, có hệ số góc m cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

Câu 2. (1,0 điểm)

- a) Giải bất phương trình $4^{\frac{1}{x}} - 4 \leq 3.2^{\frac{1}{x}}$.
b) Tìm phần thực và phần ảo của số phức z biết số phức z thỏa mãn $\bar{z} + \frac{1+3i}{1-i} = 3+4i$.

Câu 3. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x (x + \cos 2x) dx$

Câu 4. (1,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\sin 2x + 2\sin x - \cos x - 1 = 0$.

b) Trong cuộc thi: "Thiết kế và trình diễn các trang phục dân tộc" do Đoàn trường THPT Thanh Hà tổ chức vào tháng 3 - 2016 với thể lệ mỗi lớp tham gia một tiết mục. Kết quả có 12 tiết mục đạt giải trong đó có 4 tiết mục khối 12, có 5 tiết mục khối 11 và 3 tiết mục khối 10. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 5 tiết mục biểu diễn chào mừng 26-3. Tính xác suất sao cho khối nào cũng có tiết mục được biểu diễn và trong đó có ít nhất hai tiết mục của khối 12.

Câu 5. (1,0 điểm)

Trong không gian với hệ trục Oxyz, mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 7 = 0$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $B(2; 1; -3)$, $C(1; 2; 0)$ và song song với OI. Tính khoảng cách từ trung điểm của OI đến mặt phẳng (P). (O, I lần lượt là gốc tọa độ và tâm của (S))

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp tam giác S.ABC, có $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 3a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là điểm H nằm trên đoạn AB sao cho $AH = \frac{2}{3}AB$. Đường thẳng SC tạo

với (ABC) một góc 45° . Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC.

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A có $\cos BCA = \frac{3}{\sqrt{10}}$. Đường thẳng AB đi qua điểm $M(4; -1)$; đường thẳng AC đi qua $N(-2; -1)$. Trọng tâm

của tam giác ABC là $G\left(\frac{11}{3}; \frac{10}{3}\right)$. Viết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác ABC biết điểm A có tọa độ nguyên.

Câu 8. (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + \sqrt{12-x-x^2} = x-1 + \sqrt{2x+5}$ ($x \in \mathbb{R}$)

Câu 9. (1,0 điểm) Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x, y, z \in (1; +\infty)$ và $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = \frac{x-1}{y^2} + \frac{y-1}{z^2} + \frac{z-1}{x^2}$.

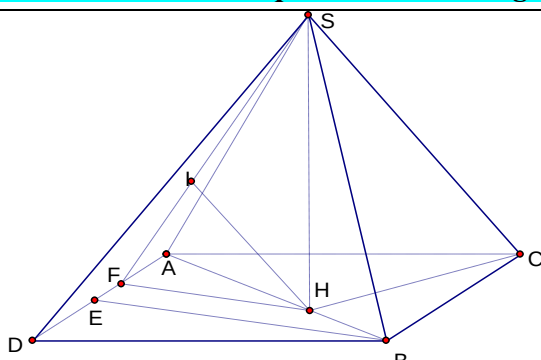
---Hết---

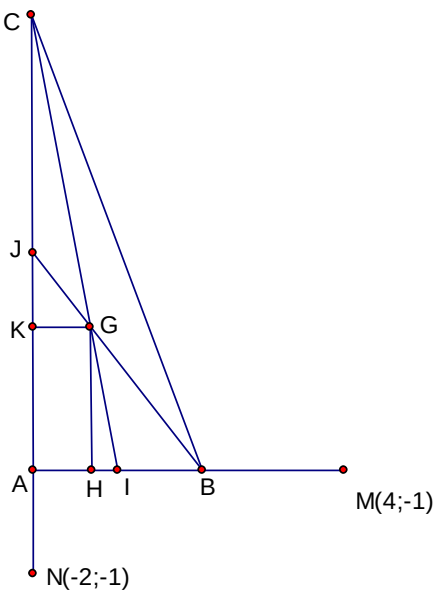
Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:..... Phòng:.....

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM

Câu	Nội dung	Điểm															
1a	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$	1,00															
	* Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. * Sự biến thiên: + Các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$	0,25															
	$y' = -3x^2 + 6x$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ + Hàm số đạt CT tại $x = 0, y_{CT} = -2$, hàm số đạt CĐ tại $x = 2, y_{CĐ} = 2$ + Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0), (2; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(0; 2)$	0,25															
	+ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y	$-$	0	$+$	0	y	$+\infty$		2	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$												
y	$-$	0	$+$	0													
y	$+\infty$		2	$-\infty$													
$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$	0,25																
	Đồ thị:																
1b	Đường thẳng Δ đi qua $A(0; -2)$ có hệ số góc m. Tìm m để đường thẳng Δ cắt (C) tại ba điểm phân biệt.	1,00															
	Đường thẳng có hệ số góc m đi qua $A(0; -2)$ có dạng $y = mx - 2$	0,25															
	Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng Δ và (C): $-x^3 + 3x^2 - 2 = mx - 2$ (1) $\Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - mx = 0 \Leftrightarrow -x(x^2 - 3x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3x + m = 0 \end{cases}$ (2)	0,25															
	Để đường thẳng Δ cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì (1) có 3 nghiệm phân biệt hay (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0	0,25															
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$	0,25															
2a	Giải bất PT: $4^{\frac{1}{x}} - 4 \leq 3.2^{\frac{1}{x}}$	0,5															
	ĐK: x khác 0, bpttd: $4^{\frac{1}{x}} - 3.2^{\frac{1}{x}} - 4 \leq 0$. Đặt $t = 2^{\frac{1}{x}}$ ($t > 0$) bất PT trở thành: $t^2 - 3t - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 4$	0,25															

	Kết hợp với ĐK lấy $0 < t \leq 4$. Vậy $0 < 2^{\frac{1}{x}} \leq 2^2 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1-2x}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x < 0 \end{cases}$	0,25
2b	Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z} + \frac{1+3i}{1-i} = 3+4i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z .	0,5
	$\bar{z} + \frac{1+3i}{1-i} = 3+4i \Leftrightarrow \bar{z} + \frac{(1+3i)(1+i)}{2} = 3+4i \Leftrightarrow \bar{z} - 1 + 2i = 3+4i \Leftrightarrow \bar{z} = 4+2i$	0,25
	$\bar{z} = 4+2i$ Vậy $z = 4-2i$ Vậy phần thực của số phức z là 4, phần ảo của số phức z là -2	0,25
3	Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot (x + \cos 2x) dx$	1,0
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot (x + \cos 2x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos 2x dx = I_1 + I_2$	0,25
	$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx = -x \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0 + \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	0,25
	$I_2 = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 3x - \sin x) dx = \frac{1}{6} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cdot d(3x) - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot dx$ $= -\frac{1}{6} \cos 3x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$	0,25
	$I = I_1 + I_2 = \frac{2}{3}$	0,25
4a	Giải phương trình $\sin 2x + 2 \sin x - \cos x - 1 = 0$	1,0
	$2 \sin x \cos x + 2 \sin x - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(\cos x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}$	0,25
	$+) \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$ $+) \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
4b	Trong cuộc thi: "Thiết kế và trình diễn các trang phục dân tộc" do Đoàn trường THPT Thanh Hà tổ chức vào tháng 3-2016 với thể lệ mỗi lớp tham gia một tiết mục. Kết quả có 12 tiết mục đạt giải trong đó có 4 tiết mục khối 12, có 5 tiết mục khối 11 và 3 tiết mục khối 10. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 5 tiết mục biểu diễn chào mừng 26-3. Tính xác suất sao cho khối nào cũng có tiết mục được biểu diễn và trong đó có ít nhất hai tiết mục của khối 12.	0,5
	Gọi không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên là Ω Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^5 = 792$	

	Gọi A là biến cố “ Chọn 5 tiết mục sao cho khối nào cũng có tiết mục được biểu diễn và trong đó có ít nhất hai tiết mục của khối 12” Chỉ có 3 khả năng xảy ra thuận lợi cho biến cố A là : + 2 tiết mục khối 12, hai tiết mục khối 10, một tiết mục khối 11 + 2 tiết mục khối 12, 1 tiết mục khối 10, 2 tiết mục khối 11 + 3 tiết mục khối 12, 1 tiết mục khối 10, 1 tiết mục khối 11	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = C_4^2.C_3^2.C_5^1 + C_4^2.C_3^1.C_5^2 + C_4^3.C_3^1.C_5^1 = 330$. Xác suất cần tìm là $P = \frac{330}{792} = \frac{5}{12}$.	0,25
5	Trong không gian với hệ trục Oxyz, mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 7 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua B(2;1;-3), C(1;2;0) và song song với OI. Tính khoảng cách từ trung điểm của OI đến mặt phẳng (P). (O, I lần lượt là gốc tọa độ và tâm của (S))	1,0
	Tâm mặt cầu I(3; -2; 1). Trung điểm của OI là $M\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{1}{2}\right)$	0,25
	Gọi $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của (P). Ta có $\vec{n}$ cùng phương với $[\vec{BC}, \vec{OI}]$ $\vec{BC} = (-1; 1; 3)$ $\vec{OI} = (3; -2; 1)$ $[\vec{BC}, \vec{OI}] = (7; 10; -1)$ Chọn $\vec{n} = (7; 10; -1)$	0,25
	Viết được phương trình (P): $7(x-2) + 10(y-1) - 1(z+3) = 0$ $\Leftrightarrow 7x + 10y - z - 27 = 0$	0,25
	$d(M, (P)) = \frac{\left 7 \cdot \frac{3}{2} - 10 - \frac{1}{2} - 27 \right }{\sqrt{7^2 + 10^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{150}} = \frac{9\sqrt{6}}{10}$	0,25
6	Cho hình chóp SABC, đáy ABC là tam giác có $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 3a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là điểm H nằm trên đoạn AB sao cho $AH = \frac{2}{3}AB$. Đường thẳng SC tạo với (ABC) một góc 45°. Tính thể tích khối chóp SABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC.	1,0
		

	$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$ $HC^2 = BH^2 + BC^2 - 2BH \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = 3a^2 \Rightarrow CH = a\sqrt{3}$	0,25
	Đường thẳng SC tạo với (ABC) một góc 45° $\Rightarrow SCH = 45^\circ \Rightarrow SH = CH = a\sqrt{3}$ $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3}{2} \text{ (dvtt)}$	0,25
	Dựng hình bình hành ACBD. Ta có $BC \parallel (SAD)$. Vậy $d(BC, SA) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = \frac{3}{2} d(H, (SAD))$ Gọi F là hình chiếu của H lên AD. Tính được $HF = a\sqrt{3}$ Gọi I là hình chiếu H lên SF chứng minh được HI vuông góc với (SAD) $d(H, (SAD)) = HI$	0,25
	$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HF^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ $d(BC, SA) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = \frac{3}{2} d(H, (SAD)) = \frac{3\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}$ (Lưu ý học sinh làm theo PP tọa độ đúng cho điểm tối đa)	0,25
	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A có $\cos BCA = \frac{3}{\sqrt{10}}$. Đường thẳng AB đi qua điểm $M(4; -1)$; đường thẳng AC đi qua $N(-2; -1)$. Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{11}{3}; \frac{10}{3}\right)$. Viết phương trình chứa các cạnh của tam giác ABC biết tọa độ điểm A là các số nguyên	1,0
7	 $GH \perp AB = H \Rightarrow \frac{GH}{AC} = \frac{1}{3}$ $GK \perp AC = K \Rightarrow \frac{GK}{AB} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow \frac{GH}{AC} = \frac{GK}{AB} \Rightarrow \frac{GH}{GK} = \frac{AC}{AB}$ $\cos BCA = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \tan BCA = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow \frac{GH}{GK} = 3 \Rightarrow GH = 3GK$ $\Rightarrow d(G, AB) = 3d(G, AC)$	0,25
	Gọi vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (a; b)$ ($a^2 + b^2 > 0$)	

	suy ra vecto pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (b; -a)$ Do $d(G, AB) = 3d(G, AC) \Rightarrow \frac{\left \frac{11a}{3} + \frac{10b}{3} - 4a + b \right }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \frac{\left \frac{11b}{3} - \frac{10a}{3} + 2b - a \right }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $\Leftrightarrow 13b - a = 3 17b - 13a \Leftrightarrow \begin{cases} a = b & (b \neq 0) \\ 5a = 8b & (b \neq 0) \end{cases}$	0,25
	Với $a=b$ PT đường thẳng AB : $x+y-3=0$ PT đường thẳng AC : $x-y+1=0$ A(1;2) thỏa mãn B thuộc đường thẳng AB nên B(b; 3-b) C thuộc đường thẳng AC nên C(c; c+1) Áp dụng tính chất tọa độ trọng tâm tìm được $b=3, c=7$ Vậy B(3; 0); C(7; 8).	0,25
	$5a=8b$ chọn $a=8; b=5$ PT đường thẳng AB : $8x+5y-27=0$ PT đường thẳng AC : $5x-8y+2=0$ Suy ra A$\left(\frac{206}{89}; \frac{151}{89}\right)$ (loại) Vậy phương trình chứa các cạnh của tam giác ABC: Đường AB: $x+y-3=0$; Đường AC: $x-y+1=0$; Đường BC: $2x-y-6=0$	0,25
8	Giải phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + \sqrt{12-x-x^2} = x-1 + \sqrt{2x+5}$ (*) ($x \in \mathbb{R}$)	1,0
	Đặt $y = \sqrt{4+x} + \sqrt{3-x}$ ($y > 0$) $\Rightarrow \sqrt{12-x-x^2} = \frac{y^2-7}{2}$ Biến đổi (*) về: $y + \frac{y^2}{2} - \frac{7}{2} = \sqrt{2x+5} + \frac{(\sqrt{2x+5})^2}{2} - \frac{7}{2}$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{2}t^2 - \frac{7}{2}$ trên $[0; +\infty)$ có $f'(t) > 0$. Vậy hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$. Mà $f(y) = f(\sqrt{2x+5}) \Leftrightarrow y = \sqrt{2x+5}$	0,25
	Ta có: $\sqrt{4+x} + \sqrt{3-x} = \sqrt{2x+5}$ ĐK: $-\frac{5}{2} \leq x \leq 3$ (1) Bình phương hai vế rút gọn về PT: $\sqrt{12-x-x^2} = x-1$	0,25
	$\begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 - x - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{89}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{89}}{4}$ Thỏa mãn ĐK (1). Kết luận phương	0,25

	trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{1+\sqrt{89}}{4}$	
	Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x, y, z \in (1; +\infty)$ và $x + y + z = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x-1}{y^2} + \frac{y-1}{z^2} + \frac{z-1}{x^2}$	1,0
9	$P = \frac{x-1+y-1}{y^2} + \frac{y-1+z-1}{z^2} + \frac{z-1+x-1}{x^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \quad (1).$	0,25
	$\begin{aligned} \frac{x-1+y-1}{y^2} + \frac{y-1+z-1}{z^2} + \frac{z-1+x-1}{x^2} &= (x-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) + (y-1)\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) + (z-1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{z^2}\right) \\ &\geq (x-1)\frac{2}{xy} + (y-1)\frac{2}{yz} + (z-1)\frac{2}{zx} \quad (2) \end{aligned}$	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $P \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} - 2\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) \quad (3).$	0,25
	Từ giả thiết ta có $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1 \quad (4)$. Mà $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1 \quad (5)$. $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 \geq 3\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \sqrt{3} \quad (6).$ Từ (3), (4), (5) và (6) suy ra $P \geq \sqrt{3} - 1$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \sqrt{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\sqrt{3} - 1$.	0,25