

Họ, tên thí sinh :
Số báo danh :

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

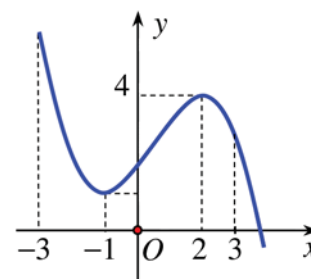
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-1}$ có phương trình lần lượt là:

- A. $x = 1, x = -2$. B. $x = 1; y = -2$. C. $x = 1, y = 2$. D. $y = 1, y = -2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị là đường cong ở hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng trên đoạn $[-3; 3]$.

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2$.
B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 4$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.



Câu 4: Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$:

- A. Đạt cực đại tại điểm $x = -1$. B. Đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.
C. Đạt cực đại tại điểm $x = 1$. D. Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $(-4; 0)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-3; 1)$. D. $[-3; 1]$.

Câu 6: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	-1	$+\infty$	-1

- A. $f(x) = \frac{-x+2}{x+1}$. B. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$. C. $f(x) = \frac{-x+2}{x-1}$. D. $f(x) = \frac{-x-2}{x-1}$.

Câu 7: Với giá trị nào của tham số thực m thì đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 3mx^2 + m^4 - 5m^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2?

- A. $m = \frac{3}{4}$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = \frac{4\sqrt[3]{4}}{3}$. D. $m = \frac{2}{3}$.

Câu 8: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx-3}{2x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

- A. $[-6; 6]$. B. $(-\sqrt{6}; \sqrt{6})$. C. $[-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$. D. $(-\sqrt{6}; 6]$

Câu 9: Biết hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại $x = -1$.

- A. $f(-1) = -3$. B. $f(-1) = 4$. C. $f(-1) = 13$. D. $f(-1) = 2$.

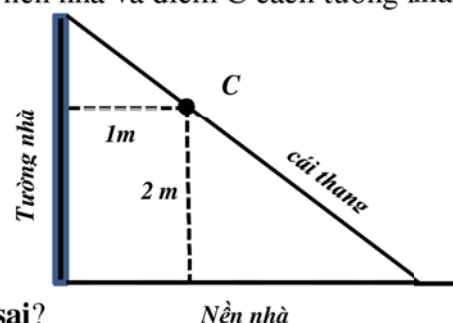
Câu 10: Biết các đường tiệm cận của đường cong $(C): y = \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}$ cắt trục Oy tạo thành một đa giác (H) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 25.
B. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.
C. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 4.
D. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 10.

Câu 11: Ông An cần sản xuất một cái thang để treo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn được đặt qua vị trí C, biết rằng điểm C cao 2m so với nền nhà và điểm C cách tường nhà 1m (như hình vẽ bên).

Giả sử kinh phí để sản xuất thang là 300.000 đồng/1 mét dài. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất thang? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

- A. 2.350.000 đồng. B. 3.125.000 đồng.
C. 1.249.000 đồng. D. 600.000 đồng.



Câu 12: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = 4^x$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Trục Ox là tiệm cận ngang của (C) . B. Đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành.
C. Đồ thị (C) luôn đi qua điểm $(0; 1)$. D. Đồ thị (C) luôn đi qua điểm $(1; 4)$.

Câu 13: Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy = 10^{3a}$, $yz = 10^{2b}$, $zx = 10^c$; $(a, b, c \in \mathbb{R})$. Tính $P = \log x + \log y + \log z$.

- A. $P = \frac{3a+2b+c}{2}$. B. $P = 3a+2b+c$. C. $P = 6abc$. D. $P = 3abc$.

Câu 14: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}(3x-8) > 0$.

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = \left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$. C. $S = [3; +\infty)$. D. $S = (3; +\infty)$.

Câu 15: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 3x)$.

- A. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$.
C. $D = [0; 3]$. D. $D = (0; 3)$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 1$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 17: Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x + 2) + 2 \cdot \log_{(5^x+2)} 2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

- A. $P = 16$. B. $P = 7$. C. $P = 11$. D. $P = 18$.

Câu 18: Cho hàm số $y = -2017e^{-x} - 3 \cdot e^{-2x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y'' + 3y' + 2y = -2017$. B. $y'' + 3y' + 2y = -3$.
C. $y'' + 3y' + 2y = 0$. D. $y'' + 3y' + 2y = 2$.

Câu 19: Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $(9^x - 3)^3 + (3^x - 9)^3 = (9^x + 3^x - 12)^3$ bằng

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{25}{2}$. D. 1.

Câu 20: Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{15}(a + b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{a}{b} \in (3; 9)$. B. $\frac{a}{b} \in (0; 2)$. C. $\frac{a}{b} \in (0; 2)$. D. $\frac{a}{b} \in (9; 16)$.

Câu 21: Anh Hưng đi làm được lĩnh lương khởi điểm 4.000.000 đồng/tháng. Cứ 3 năm, lương của anh Hưng lại được tăng thêm 7%. Hỏi sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được tất cả bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

- A. 1.287.968.000 đồng B. 1.931.953.000 đồng.
C. 2.575.937.000 đồng. D. 3.219.921.000 đồng.

Câu 22: Kết quả nào đúng trong các phép tính sau?

- A. $\int \cos 2x dx = \sin x \cos x + C$. B. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.
C. $\int \cos 2x dx = -2 \cos^2 x + C$. D. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.

Câu 23: Biết $\int_0^1 e^{4x} dx = \frac{e^a - 1}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $a < b$. B. $a = b$. C. $a + b = 10$. D. $a = 2b$.

Câu 24: Biết rằng $\int \frac{x-3}{x^2-2x+1} dx = a \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\frac{a}{2b} = -\frac{1}{2}$. B. $\frac{b}{a} = 2$. C. $\frac{2a}{b} = -1$. D. $a = 2b$.

Câu 25: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x) dx = -5$ và $\int_1^3 f(2x) dx = 10$. Tính giá trị của

$$I = \int_0^2 f(3x) dx.$$

- A. $I = 8$. B. $I = 5$. C. $I = 3$. D. $I = 6$.

Câu 26: Biết $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x^2} dx = -a + b \cdot e^{-1}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $a + b = 3$. B. $a + b = -3$. C. $a + b = 6$. D. $a + b = -6$.

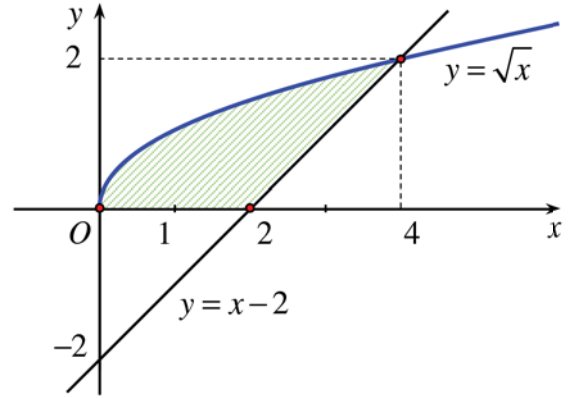
Câu 27: Cho hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Tìm công thức tính thể tích của vật thể sinh ra khi cho hình H quay quanh trục hoành.

A. $V = \pi \left[\int_0^4 x dx + \int_2^4 (x-2)^2 dx \right]$.

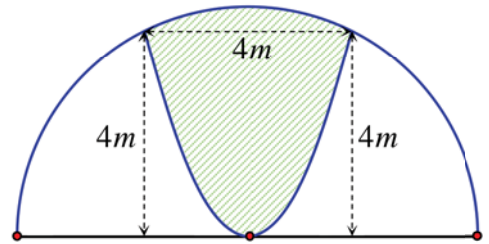
B. $V = \pi \left[\int_0^4 x dx - \int_2^4 (x-2)^2 dx \right]$.

C. $V = \pi \left[\int_0^2 x dx + \int_2^4 (x-2)^2 dx \right]$.

D. $V = \pi \left[\int_0^2 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x-2) dx \right]$.



Câu 28: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}$ (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng 4 (m), phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản.



Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)

A. 3.895.000 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 2.388.000 (đồng). D. 1.194.000 (đồng).

Câu 29: Tìm phần thực, phần ảo của số phức z biết $\bar{z} = (\sqrt{3} + i)^2 (1 + i\sqrt{3})$.

- A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}i$.
 B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}i$.
 C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}$.
 D. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = x - 4 + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm cặp $(x; y)$ để $z_2 = 2\bar{z}_1$.

A. $(x; y) = (4; 6)$. B. $(x; y) = (5; -4)$. C. $(x; y) = (6; -4)$. D. $(x; y) = (6; 4)$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $M = z_1^{100} + z_2^{100}$.

A. $M = -2^{51}$. B. $M = 2^{51}$. C. $M = 2^{51}i$. D. $M = 2^{50}$.

Câu 32: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn hệ thức $z^2 = (\bar{z})^2$?

A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Câu 33: Biết số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ có mô đun nhỏ nhất. Tính $M = a^2 + b^2$

A. $M = 8$. B. $M = 10$. C. $M = 16$. D. $M = 26$.

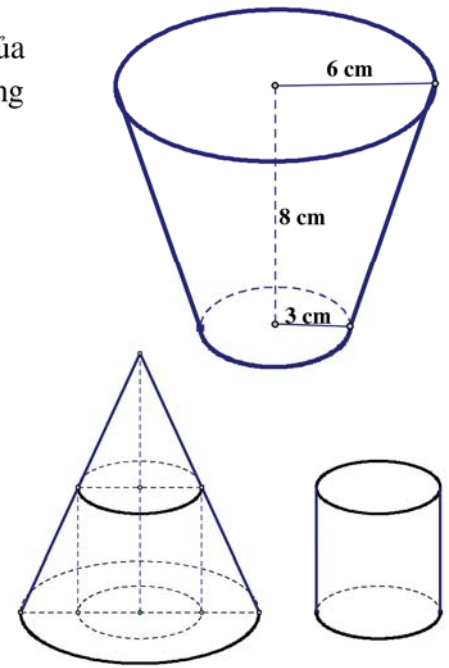
Câu 34: Gọi H là hình biểu diễn tập hợp các số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho $|2z - \bar{z}| \leq 3$, và số phức z có phần ảo không âm. Tính diện tích hình H .

A. 3π . B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. 6π .

Câu 35: Kí hiệu M là số mặt, D là số đỉnh và C là số cạnh của một hình bát diện đều. Khi đó bộ (M, D, C) tương ứng với bộ số nào?

A. $(M, D, C) = (6, 12, 8)$. B. $(M, D, C) = (8, 12, 6)$.
 C. $(M, D, C) = (8, 6, 12)$. D. $(M, D, C) = (12, 8, 6)$.

- Câu 36:** Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a và có thể tích $V = \frac{9}{4} (dm^3)$. Tính giá trị của a .
- A. $a = \sqrt{3} (dm)$. B. $a = 3\sqrt{3} (dm)$. C. $a = 3 (dm)$. D. $a = 9 (dm)$.
- Câu 37:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $AB = 4a$ và góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2} a^3$. B. $V = \frac{1}{6} a^3$. C. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3} a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3$.
- Câu 38:** Kí hiệu V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$; V_1 là thể tích khối tứ diện $BDA'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.
- A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_1}{V} = 3$. C. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$.
- Câu 39:** Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l , độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy. Công thức diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là
- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{xq} = \pi r^2 h$. C. $S_{xq} = \pi r h$. D. $S_{xq} = 2\pi r h$.
- Câu 40:** Cho (S) là mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $R = \frac{a}{2}$.
- Câu 41:** Có một chiếc cốc có dạng như hình vẽ, biết chiều cao của chiếc cốc là 8cm, bán kính đáy cốc là 3cm, bán kính miệng cốc là 6cm. Tính thể tích V của chiếc cốc.
- A. $72\pi (cm^3)$. B. $48\pi (cm^3)$.
C. $48 (cm^3)$. D. $36\pi (cm^3)$.
- Câu 42:** Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r = 2m$, chiều cao $h = 6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V .
- A. $V = \frac{32\pi}{9} (m^3)$. B. $V = \frac{32\pi}{3} (m^3)$.
C. $V = \frac{32}{3} (m^3)$. D. $V = \frac{32\pi}{9} (m^2)$.
- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1; 5; 2)$, $\overrightarrow{ON} = (3; 7; -4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ điểm P .
- A. $P(5; 9; -10)$. B. $P(7; 9; -10)$. C. $P(5; 9; -3)$. D. $P(2; 6; -1)$.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I , bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 9 \end{cases}$. D. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$.



Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(1;2;2)$, $M(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 20 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng AB sao cho MN song song với mặt phẳng (P) .

- A. $N(2;1;1)$. B. $N\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$. C. $N\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$. D. $N\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;-1)$, $B(3;-1;-2)$, $C(6;-2;3)$, $D(0;1;6)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm C, D và cách đều hai điểm A, B ?

- A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 4 mặt phẳng. D. có vô số mặt phẳng.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z + 11 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song (P) và cách A một khoảng bằng 2. Tìm phương trình mặt phẳng (Q) .

- A. $(Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$.
 B. $(Q): x - 2y + 2z - 11 = 0$.
 C. $(Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): -x + 2y - 2z - 11 = 0$.
 D. $(Q): -x + 2y - 2z + 11 = 0$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P), (Q)$ và (R) lần lượt có phương trình $(P): x + my - z + 2 = 0$; $(Q): mx - y + z + 1 = 0$ và $(R): 3x + y + 2z + 5 = 0$. Gọi (d_m) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tìm m để đường thẳng (d_m) vuông góc với mặt phẳng (R) .

- A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}$. B. $m = 1$. C. $m = -\frac{1}{3}$. D. Không có giá trị m .

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(3;2;-1)$

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c dương thỏa mãn $a + b + c = 4$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách d từ $M(1;1;-1)$ tới mặt phẳng (P) .

- A. $d = \sqrt{3}$. B. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $d = 0$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	A	C	D	B	B	C	D	C	B	A	D	A	B	A	C	D	C	C	A	B	B	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	B	D	D	A	D	A	C	C	A	C	A	D	C	C	D	A	A	B	B	A	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -4 \\ x = 2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				0		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$
 -4 -4 -4

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; +\infty)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-1}$ có phương trình lần lượt là:

- A. $x = 1, x = -2$. B. $x = 1; y = -2$. C. $x = 1, y = 2$. D. $y = 1, y = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = -2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = -2$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = -2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x-1}{x-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2x-1}{x-1} = +\infty$.

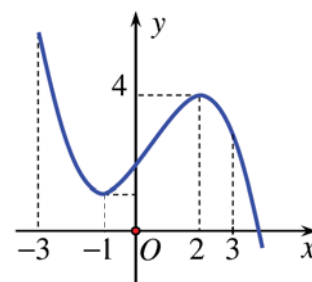
Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị là đường cong ở hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng trên đoạn $[-3; 3]$.

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 4$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Đáp án A sai, vì: Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = -3$.

Đáp án B sai, vì: Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$.

Đáp án C sai, vì: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Đáp án D đúng, vì: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 4: Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$

A. Đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

B. Đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

C. Đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

D. Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

Suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			0		-4		$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(-4; 0)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-3; 1)$.

D. $[-3; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = m - 1$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = m - 1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào bảng trên suy ra phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-4 < m - 1 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Câu 6: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1

A. $f(x) = \frac{-x+2}{x+1}$. B. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$. C. $f(x) = \frac{-x+2}{x-1}$. D. $f(x) = \frac{-x-2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$f(x) = \frac{-x+2}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-3}{(x+1)^2} \text{ nên loại A.}$$

$$f(x) = \frac{-x+2}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} \text{ nên loại C.}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \text{ nhưng } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \text{ nên loại B.}$$

Cách khác: Ta chỉ cần nhìn mẫu số thì loại cả A và B tính đạo hàm chọn D

Câu 7: Với giá trị nào của tham số thực m thì đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 3mx^2 + m^4 - 5m^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2?

A. $m = \frac{3}{4}$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = \frac{4\sqrt[3]{4}}{3}$. D. $m = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y = -2x^4 + 3mx^2 + m^4 - 5m^2 + 1 \Rightarrow y' = -8x^3 + 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -4x^2 + 3m = 0 \end{cases} (*)$$

Theo yêu cầu bài toán : (*) phải có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\begin{cases} \Delta = 4.4.3m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

$$\text{Gọi } A(0; m^4 - 5m^2 + 1), B\left(\frac{\sqrt{3m}}{2}; m^4 - \frac{31}{8}m^2 + 1\right), C\left(-\frac{\sqrt{3m}}{2}; m^4 - \frac{31}{8}m^2 + 1\right)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}d(A, BC).BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{9m^2}{8} \cdot \sqrt{3m} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$$

Câu 8: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx-3}{2x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $[-6; 6]$. B. $(-\sqrt{6}; \sqrt{6})$. C. $[-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$. D. $(-\sqrt{6}; 6]$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y = \frac{mx-3}{2x-m} \Rightarrow y' = \frac{-m^2+6}{(2x-m)^2}$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán : } y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{6} < m < \sqrt{6}$$

Câu 9: Biết hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại $x = -1$.

A. $f(-1) = -3$. B. $f(-1) = 4$. C. $f(-1) = 13$. D. $f(-1) = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ nên : $f'(1) = 3 + 2a + b = 0 \Leftrightarrow 2a + b = -3$

$$f(1) = -3 \Leftrightarrow 1 + a + b + c = -3 \Leftrightarrow a + b + c = -4$$

Mặt khác đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $2 = c$

$$\begin{cases} 2a + b = -3 \\ c = 2 \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a = 3 \\ b = -9 \end{cases}$$

Nên $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$; $f(-1) = 13$.

Câu 10: Biết các đường thẳng chứa các đường tiệm cận của đường cong $(C): y = \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}$ và trục tung cắt nhau tạo thành một đa giác (H) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 25.
- B. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.
- C. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 4.
- D. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{35x^2+12x+3}{(x-5)(6x+1+\sqrt{x^2-2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(35 + \frac{12}{x} + \frac{3}{x} \right)}{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} \right) \left(6 + \frac{1}{x} + \sqrt{1 - \frac{2}{x^2}} \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{35 + \frac{12}{x} + \frac{3}{x}}{\left(1 - \frac{5}{x} \right) \left(6 + \frac{1}{x} + \sqrt{1 - \frac{2}{x^2}} \right)} = \frac{35}{7} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{35x^2+12x+3}{(x-5)(6x+1+\sqrt{x^2-2})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(35 + \frac{12}{x} + \frac{3}{x} \right)}{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} \right) \left(6 + \frac{1}{x} - \sqrt{1 - \frac{2}{x^2}} \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{35 + \frac{12}{x} + \frac{3}{x}}{\left(1 - \frac{5}{x} \right) \left(6 + \frac{1}{x} - \sqrt{1 - \frac{2}{x^2}} \right)} = 7 \end{aligned}$$

Đường cong có hai tiệm cận ngang là : $y = 5$; $y = 7$

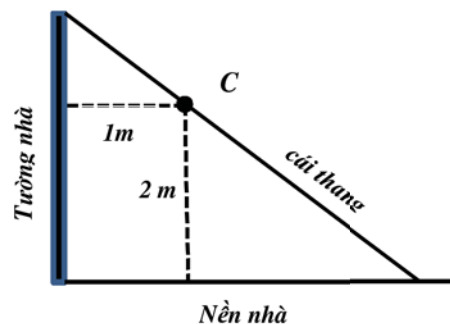
$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5} = -\infty$ nên đường cong có tiệm cận đứng là

$x = 5$. (H) là một hình chữ nhật có chiều dài là 5 và chiều rộng là 2 nên diện tích bằng 10.

Câu 11: Ông An cần sản xuất một cái thang để treo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn được đặt qua vị trí C, biết rằng điểm C cao $2m$ so với nền nhà và điểm C cách tường nhà $1m$ (như hình vẽ bên).

Giả sử kinh phí để sản xuất thang là 300.000 đồng/1 mét dài. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất thang? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

- A. $2.350.000$ đồng.
B. $3.125.000$ đồng.
C. $1.249.000$ đồng.
D. 600.000 đồng.



Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $BC = x$.

Ta có: $\triangle BCE \sim \triangle CDF$.

$$\Leftrightarrow \frac{BC}{CD} = \frac{CE}{DF} \Leftrightarrow \frac{x}{CD} = \frac{1}{\sqrt{CD^2 - 4}}.$$

$$\Leftrightarrow x^2(CD^2 - 4) = CD^2.$$

$$\Leftrightarrow CD^2 = \frac{4x^2}{x^2 - 1} \Leftrightarrow CD = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

Vậy chi phí sản xuất thang là:

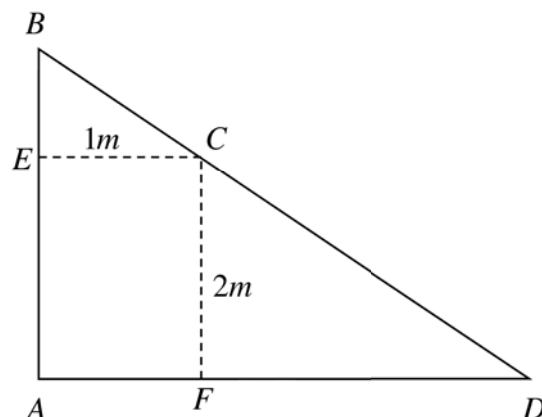
$$f(x) = \left(x + \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} \right) \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ với } x > 1.$$

$$f'(x) = 3 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{2\sqrt{x^2 - 1} - \frac{2x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}}{x^2 - 1} \right) = 3 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{-2}{(\sqrt{x^2 - 1})^3} \right).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{(x^2 - 1)^3} = 2 \Leftrightarrow (x^2 - 1)^3 = 4 \Leftrightarrow x^2 = \sqrt[3]{4} + 1.$$

$$\text{Hay } x = \sqrt{\sqrt[3]{4} + 1}.$$

Khi đó chi phí sản xuất thang là $1.249.000$ đồng.



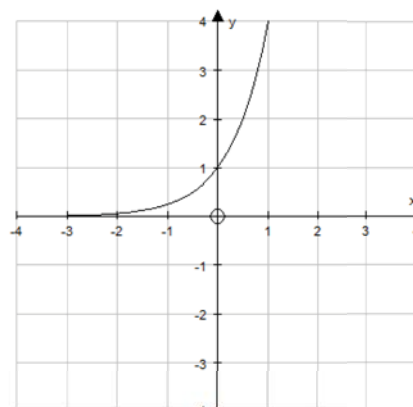
Câu 12: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = 4^x$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Trục Ox là tiệm cận ngang của (C) .
B. Đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành.
C. Đồ thị (C) luôn đi qua điểm $(0;1)$.
D. Đồ thị (C) luôn đi qua điểm $(1;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì $y = 4^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.



- Câu 13:** Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy = 10^{3a}, yz = 10^{2b}, zx = 10^c; (a, b, c \in \mathbb{R})$. Tính $P = \log x + \log y + \log z$.
- A. $P = \frac{3a+2b+c}{2}$. B. $P = 3a+2b+c$. C. $P = 6abc$. D. $P = 3abc$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} P &= \log x + \log y + \log z = \log(xyz) = \frac{1}{2} \log(xyz)^2 \\ &= \frac{1}{2} \log(10^{3a} \cdot 10^{2b} \cdot 10^c) = \frac{1}{2} \log(10^{3a+2b+c}) = \frac{3a+2b+c}{2}. \end{aligned}$$

- Câu 14:** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}(3x-8) > 0$.

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = \left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$. C. $S = [3; +\infty)$. D. $S = (3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\log_{\sqrt{2}}(3x-8) > 0 \Leftrightarrow 3x-8 > 1 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy $S = (3; +\infty)$.

- Câu 15:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 3x)$.

- A. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$.
C. $D = [0; 3]$. D. $D = (0; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ hoặc $x > 3$.

Vậy $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

- Câu 16:** Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } 2^{x^2-2x+1} = 1 = 2^0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

- Câu 17:** Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x + 2) + 2 \cdot \log_{(5^x+2)} 2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$,

với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

- A. $P = 16$. B. $P = 7$. C. $P = 11$. D. $P = 18$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_2(5^x + 2) + 2 \cdot \log_{(5^x+2)} 2 > 3 \Leftrightarrow \log_2(5^x + 2) + 2 \cdot \frac{1}{\log_2(5^x + 2)} > 3 \quad (*).$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(5^x + 2) > 1. \text{ Khi đó } (*) \text{ thành } t + \frac{2}{t} > 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 > 0 \Leftrightarrow t > 2 \text{ (do } t > 1).$$

$$\text{Với } t > 2 \text{ thì } \log_2(5^x + 2) > 2 = \log_2 2^2 \Leftrightarrow 5^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_5 2.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow P = 2a + 3b = 16.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = -2017e^{-x} - 3e^{-2x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'' + 3y' + 2y = -2017$.

B. $y'' + 3y' + 2y = -3$.

C. $y'' + 3y' + 2y = 0$.

D. $y'' + 3y' + 2y = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đạo hàm cấp một: $y' = 2017e^{-x} + 6e^{-2x}$.

Đạo hàm cấp hai: $y'' = -2017e^{-x} - 12e^{-2x}$.

Khi đó $y'' + 3y' + 2y = -2017e^{-x} - 12e^{-2x} + 3(2017e^{-x} + 6e^{-2x}) + 2(-2017e^{-x} - 3e^{-2x}) = 0$.

Câu 19: Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $(9^x - 3)^3 + (3^x - 9)^3 = (9^x + 3^x - 12)^3$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{25}{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = 3^x > 0$. Phương trình thành $(t^2 - 3)^3 + (t - 9)^3 = (t^2 + t - 12)^3$ (*).

$$\text{Ta có } (*) \Leftrightarrow (t^2 + t - 12)(3t^3 + 27t^2 + 9t - 81) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \\ t = 9 \\ t = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

$$\text{Do } t > 0 \text{ nên nhận } \begin{cases} t = 3 \\ t = 9 \\ t = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = 9 \\ 3^x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 1.2.\frac{1}{2} = 1.$$

Câu 20: Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{15}(a+b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{a}{b} \in (2; 3)$.

B. $\frac{a}{b} \in (3; 9)$.

C. $\frac{a}{b} \in (0; 2)$.

D. $\frac{a}{b} \in (9; 16)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \log_9 a = \log_{12} b = \log_{15}(a+b) = t \Rightarrow \begin{cases} \log_9 a = t \\ \log_{12} b = t \\ \log_{15}(a+b) = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 9^t \quad (1) \\ b = 12^t \quad (2) \\ a+b = 15^t \quad (3) \end{cases}.$$

$$\text{Thế (1) và (2) vào (3) ta được } 9^t + 12^t = 15^t \Leftrightarrow \left(\frac{9}{15}\right)^t + \left(\frac{12}{15}\right)^t = 1 \quad (*).$$

Dễ thấy (*) có nghiệm $t = 2$.

Xét hàm số $f(t) = \left(\frac{9}{15}\right)^t + \left(\frac{12}{15}\right)^t \Rightarrow f'(t) = \left(\frac{9}{15}\right)^t \ln \frac{9}{15} + \left(\frac{12}{15}\right)^t \ln \frac{12}{15} < 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $t = 2$ là nghiệm duy nhất của phương trình (*).

$$\text{Do } t = 2 \text{ nên } \begin{cases} a = 91 \\ b = 144 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} \in (0; 2).$$

Câu 21: Anh Hưng đi làm được lĩnh lương khởi điểm 4.000.000 đồng/tháng. Cứ 3 năm, lương của anh Hưng lại được tăng thêm 7% /1 năm. Hỏi sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được tất cả bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

A. 1.287.968.000 đồng

B. 1.931.953.000 đồng.

C. 2.575.937.000 đồng.

D. 3.219.921.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi a là số tiền lương khởi điểm, r là lương được tăng thêm.

+ Số tiền lương trong ba năm đầu tiên: $36a$

+ Số tiền lương trong ba năm kế tiếp: $36[a + a.r] = 36a(1+r)^1$

+ Số tiền lương trong ba năm kế tiếp: $36a(1+r)^2$

...

+ Số tiền lương trong ba năm cuối: $36a(1+r)^{11}$.

Vậy sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được:

$$\left[1 + (1+r)^1 + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^{11}\right].a.36 = 2.575.936983 \approx 2.575.937.000 \text{ đồng.}$$

Câu 22: Kết quả nào **đúng** trong các phép tính sau?

A. $\int \cos 2x dx = \sin x \cos x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = -2 \cos^2 x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C = \sin x \cos x + C$.

Câu 23: Biết $\int_0^1 e^{4x} dx = \frac{e^a - 1}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $a < b$.

B. $a = b$.

C. $a + b = 10$.

D. $a = 2b$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\int_0^1 e^{4x} dx = \frac{1}{4} e^{4x} \Big|_0^1 = \frac{e^4 - 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = b$.

Câu 24: Biết rằng $\int \frac{x-3}{x^2-2x+1} dx = a \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\frac{a}{2b} = -\frac{1}{2}$.

B. $\frac{b}{a} = 2$.

C. $\frac{2a}{b} = -1$.

D. $a = 2b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\int \frac{x-3}{x^2-2x+1} dx = \int \frac{x-3}{(x-1)^2} dx = \int \frac{1}{x-1} dx + \int \frac{-2}{(x-1)^2} dx = \ln|x-1| + \frac{2}{x-1} + C$.

Suy ra $\int \frac{x-3}{x^2-2x+1} dx = a \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C \Leftrightarrow a \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C = \ln|x-1| + \frac{2}{x-1} + C$.

Suy ra $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = 2$.

Câu 25: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x)dx = -5$ và $\int_1^3 f(2x)dx = 10$. Tính giá trị của

$$I = \int_0^2 f(3x)dx.$$

A. $I = 8$.

B. $I = 5$.

C. $I = 3$.

D. $I = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int_1^3 f(2x)dx = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_2^6 f(t)dt = 10 \Leftrightarrow \int_2^6 f(t)dt = 20 \Leftrightarrow \int_2^6 f(x)dx = 20.$$

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 3 \Rightarrow t = 6$.

$$\text{Khi đó } I = \int_0^2 f(3x)dx = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t)dt = \frac{1}{3} \left(\int_0^2 f(t)dt + \int_2^6 f(t)dt \right) = \frac{1}{3}(-5 + 20) = 5.$$

Câu 26: Biết $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x^2} dx = -a + b.e^{-1}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $a + b = 3$.

B. $a + b = -3$.

C. $a + b = 6$.

D. $a + b = -6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow \int_1^e \frac{2 \ln x}{x^2} dx = 2 \left(-\frac{1}{x} \ln x \right) \Big|_1^e + 2 \int_1^e \frac{1}{x^2} dx = 2 \left(-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = 2 \left(1 - \frac{2}{e} \right)$$

Sau khi nhân thêm 2 ta được $a = -2, b = -4 \Rightarrow a + b = -6$

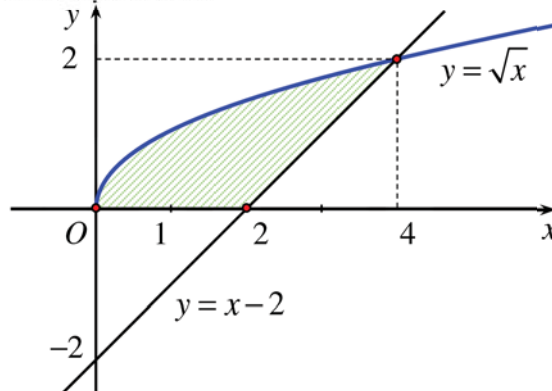
Câu 27: Cho hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Tìm công thức tính thể tích của vật thể sinh ra khi cho hình H quay quanh trục hoành.

A. $V = \pi \left[\int_0^4 x dx + \int_2^4 (x-2)^2 dx \right].$

B. $V = \pi \left[\int_0^4 x dx - \int_2^4 (x-2)^2 dx \right].$

C. $V = \pi \left[\int_0^2 x dx - \int_2^4 (x-2)^2 dx \right].$

D. $V = \pi \left[\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (x-2) dx \right].$



Hướng dẫn giải

Chọn B

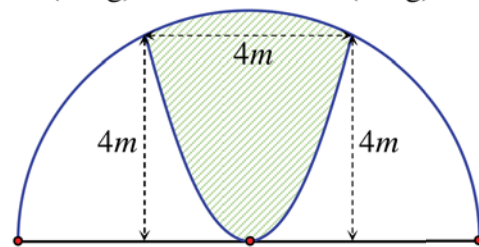
$$\text{Gọi } V_1 \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \text{ và } V_2 \begin{cases} y = x - 2 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow V = V_1 - V_2 = \pi \left[\int_0^4 x dx - \int_2^4 (x-2)^2 dx \right]$$

Câu 28: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}$ (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn

và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng 4 (m), phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 3.895.000 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 2.388.000 (đồng). D. 1.194.000 (đồng).

Hướng dẫn giải



Chọn B

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình nửa đường tròn là

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - x^2} = \sqrt{20 - x^2}.$$

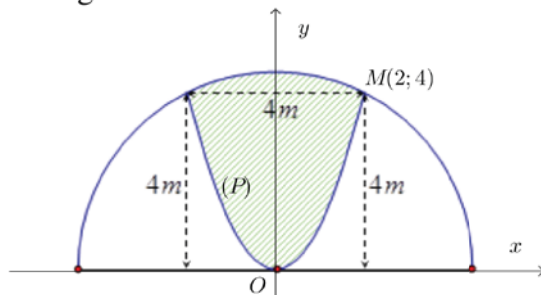
Phương trình parabol (P) có đỉnh là gốc O sẽ có dạng $y = ax^2$. Mặt khác (P) qua điểm M(2;4) do đó: $4 = a(-2)^2 \Rightarrow a = 1$.

Phần diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P) và nửa đường tròn. (phần tô màu)

$$\text{Ta có công thức } S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \approx 11,94 m^2.$$

Vậy phần diện tích trồng cỏ là $S_{\text{trong cỏ}} = \frac{1}{2} S_{\text{hình tròn}} - S_1 \approx 19,47592654$

Vậy số tiền cần có là $S_{\text{trong cỏ}} \times 100000 \approx 1.948.000$ (đồng).đồng.



Câu 29: Tìm phần thực, phần ảo của số phức z biết $\bar{z} = (\sqrt{3} + i)^2 (1 + i\sqrt{3})$.

- A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}i$.
B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}i$.
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}$.
D. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \bar{z} = (\sqrt{3} + i)^2 (1 + i\sqrt{3}) = -4 + 4\sqrt{3}i \Rightarrow z = -4 - 4\sqrt{3}i$$

Vậy phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = x - 4 + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm cặp $(x; y)$ để $z_2 = 2\bar{z}_1$.

- A. $(x; y) = (4; 6)$. B. $(x; y) = (5; -4)$. C. $(x; y) = (6; -4)$. D. $(x; y) = (6; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$z_2 = 2\bar{z}_1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2 \\ y = 2 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$$

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $M = z_1^{100} + z_2^{100}$.

- A. $M = -2^{51}$. B. $M = 2^{51}$. C. $M = 2^{51}i$. D. $M = 2^{50}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } M &= z_1^{100} + z_2^{100} = (1+i)^{100} + (1-i)^{100} = \left((1+i)^2\right)^{50} + \left((1-i)^2\right)^{50} \\ &= (2i)^{50} + (-2i)^{50} = 2 \cdot 2^{50} \cdot (i^2)^{25} = -2^{51}. \end{aligned}$$

Câu 32: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn hệ thức $z^2 = \left(\bar{z}\right)^2$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } z^2 = \left(\bar{z}\right)^2 \Leftrightarrow (a+bi)^2 = (a-bi)^2 \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = a^2 - b^2 - 2abi$$

$$\Leftrightarrow 4abi = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ hoặc } b = 0.$$

Vậy có hai số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 33: Biết số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ có mô đun nhỏ nhất.

Tính $M = a^2 + b^2$

A. $M = 8$.

B. $M = 10$.

C. $M = 16$.

D. $M = 26$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow |a + bi - 2 - 4i| = |a + bi - 2i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (b-4)^2} = \sqrt{a^2 + (b-2)^2} \Leftrightarrow a + b - 4 = 0.$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (4-a)^2} = \sqrt{2(a-2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$$

Vậy $|z|$ nhỏ nhất khi $a = 2$, $b = 2$. Khi đó $M = a^2 + b^2 = 8$.

Câu 34: Gọi H là hình biểu diễn tập hợp các số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho $|2z - \bar{z}| \leq 3$, và số phức z có phần ảo không âm. Tính diện tích hình H .

A. 3π .

B. $\frac{3\pi}{4}$.

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. 6π .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |2(x + yi) - (x - yi)| \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 9y^2} \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + 9y^2 \leq 9 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} \leq 1.$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là miền trong của Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} \leq 1$.

Ta có $a = 3$, $b = 1$, nên diện tích hình H cần tìm bằng $\frac{1}{2}$ diện tích Elip.

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a \cdot b = \frac{3\pi}{2}.$$

Câu 35: Kí hiệu M là số mặt, D là số đỉnh và C là số cạnh của một hình bát diện đều. Khi đó bộ (M, D, C) tương ứng với bộ số nào?

A. $(M, D, C) = (6, 12, 8)$.

B. $(M, D, C) = (8, 12, 6)$.

C. $(M, D, C) = (8, 6, 12)$.

D. $(M, D, C) = (12, 8, 6)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hình bát diện đều có 8 mặt, mỗi mặt là tam giác đều, có 6 đỉnh và 12 cạnh.

Câu 36: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a và có thể tích $V = \frac{9}{4} (dm^3)$ Tính giá trị của a .

A. $a = \sqrt{3} (dm)$.

B. $a = 3\sqrt{3} (dm)$.

C. $a = 3 (dm)$.

D. $a = 9 (dm)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng

$$V = B.h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} . a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4} .$$

$$\text{Mà } V = \frac{9}{4} (dm^3) \Rightarrow \frac{a^3 \sqrt{3}}{4} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow a^3 = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow a = \sqrt{3} (dm)$$

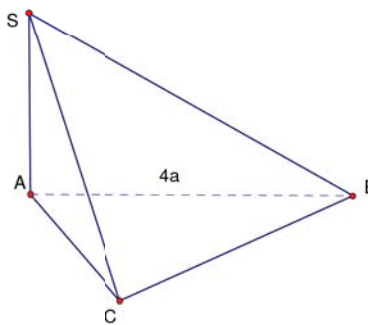
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $AB = 4a$ và góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2} a^3$.

B. $V = \frac{1}{6} a^3$.

C. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3} a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3$.



Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AC \perp BC \\ SC \perp BC \end{cases} \quad \text{suy ra góc giữa } (SBC) \text{ và } (ABC) \text{ là góc } \angle SCA = 45^\circ.$$

$$\Rightarrow SA = AC = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} . SA . S_{ABC} = \frac{1}{3} . 2a\sqrt{2} . \frac{1}{2} . (2a\sqrt{2})^2 = \frac{8a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 38: Kí hiệu V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$; V_1 là thể tích khối tứ diện $BDA'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$.

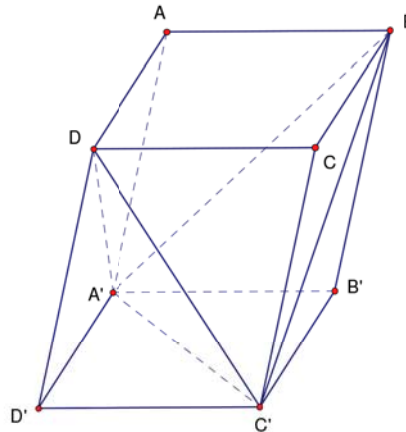
B. $\frac{V_1}{V} = 3$.

C. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$V = 6V_2, \text{ với } V_2 = V_{BA'C'B'} = V_{BADA'} = V_{A'DC'D'} = V_{DBCC'}.$$

$$V_1 + V_{BA'C'B'} + V_{BADA'} + V_{A'DC'D'} + V_{DBCC'} = V.$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{2}{6}V \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}.$$

Câu 39: Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l , độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy. Công thức diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là

A. $S_{xq} = \pi rl$.

B. $S_{xq} = \pi r^2 h$.

C. $S_{xq} = \pi rh$.

D. $S_{xq} = 2\pi rh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D (Câu hỏi lý thuyết)

Câu 40: Cho (S) là mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $R = \frac{a}{2}$.

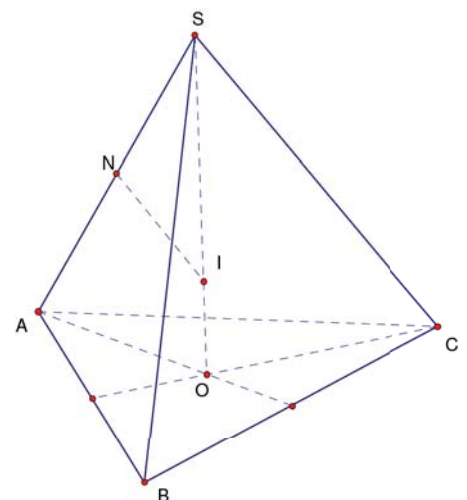
Hướng dẫn giải

Chọn C

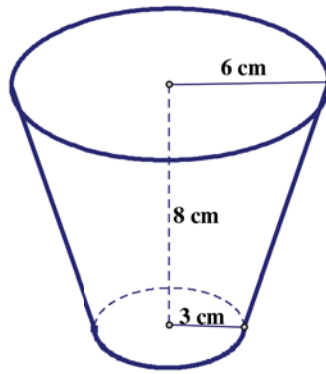
$S.ABC$ là tứ diện đều nên SO là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC . Trong mặt phẳng (SAO) , kẻ đường trung trực d của cạnh SA , d cắt SO tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

$$\Delta SAO \sim \Delta SIN \Rightarrow SI = \frac{SN \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2\sqrt{SA^2 - AO^2}}$$

$$\text{Vậy } R = SI = \frac{4a^2}{2\sqrt{4a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Câu 41: Có một chiếc cốc có dạng như hình vẽ, biết chiều cao của chiếc cốc là 8cm , bán kính đáy cốc là 3cm , bán kính miệng cốc là 6cm . Tính thể tích V của chiếc cốc.



- A. $72\pi (cm^3)$. B. $48\pi (cm^3)$. C. $48 (cm^3)$. D. $36\pi (cm^3)$.

Hướng dẫn giải

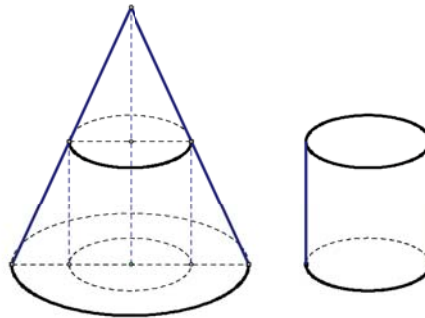
Chọn C.

Áp dụng công thức tính thể tích hình nón cụt

$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + R.r) = \frac{8\pi}{3} (6^2 + 3^2 + 18) = 168\pi (cm^3)$$

Cách 2: Dùng hình nón lớn trừ hình nón nhỏ

Câu 42: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r = 2m$, chiều cao $h = 6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V .



- A. $V = \frac{32\pi}{9} (m^3)$. B. $V = \frac{32\pi}{3} (m^3)$. C. $V = \frac{32}{3} (m^3)$. D. $V = \frac{32\pi}{9} (m^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử khối trụ có bán kính đáy và đường cao lần lượt là r , h' ($0 < x < 2; 0 < h' < 6$)

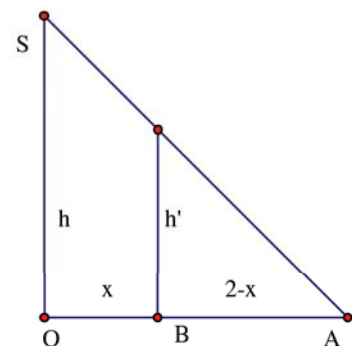
Ta có: $\frac{h'}{6} = \frac{2-x}{2} \Leftrightarrow h' = 6-3x$

Thể tích khối trụ: $V = \pi x^2 h' = \pi x^2 (6-3x) = 6\pi x^2 - 3\pi x^3$

$V'(x) = 12\pi x - 9\pi x^2$, $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{4}{3}$

Khi đó ta có thể suy ra được với $x = \frac{4}{3}$ thì V đạt giá trị lớn

nhất bằng $V = \frac{32\pi}{9} (m^2)$



Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1; 5; 2)$, $\overrightarrow{ON} = (3; 7; -4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ điểm P .

- A. $P(5; 9; -10)$. B. $P(7; 9; -10)$. C. $P(5; 9; -3)$. D. $P(2; 6; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{OM} = (1; 5; 2) \Rightarrow M(1; 5; 2)$, $\overrightarrow{ON} = (3; 7; -4) \Rightarrow N(3; 7; -4)$.

Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP nên ta suy ra được

$$\begin{cases} x_P = 2x_N - x_M = 5 \\ y_P = 2y_N - y_M = 9 \\ z_P = 2z_N - z_M = -10 \end{cases} \Rightarrow P(5; 9; -10)$$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I , bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 9 \end{cases}$. D. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra tâm $I(-1; 3; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 3$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 1; 0)$, $B(1; 2; 2)$, $M(1; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 20 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng AB sao cho MN song song với mặt phẳng (P) .

- A. $N(2; 1; 1)$. B. $N\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$. C. $N\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$. D. $N\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng AB đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 2)$ làm vector chỉ phương có phương

trình tham số là:
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}$$

Do $N \in AB$ nên $N(2 - t; 1 + t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1 - t; t; 2t)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là: $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

$$MN // (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1 - t + t + 2t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow N\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -1\right).$$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; -1)$, $B(3; -1; -2)$, $C(6; -2; 3)$, $D(0; 1; 6)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm C, D và cách đều hai điểm A, B ?

- A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng.
C. 4 mặt phẳng. D. có vô số mặt phẳng.

Hướng dẫn giải

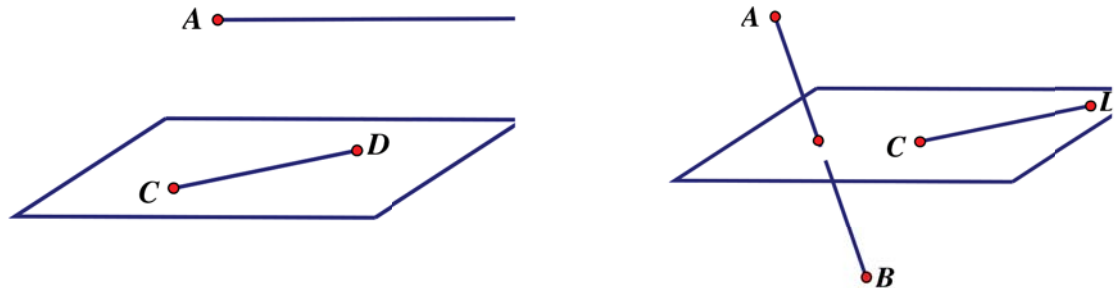
Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm C, D và cách đều hai điểm A, B .

Có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH1: Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm C, D và song song với đường thẳng chứa hai điểm A, B .

TH2: Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm C, D và đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB



Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z + 11 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song (P) và cách A một khoảng bằng 2. Tìm phương trình mặt phẳng (Q) .

A. $(Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

B. $(Q): x - 2y + 2z - 11 = 0$.

C. $(Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): -x + 2y - 2z - 11 = 0$.

D. $(Q): -x + 2y - 2z + 11 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Do (Q) là mặt phẳng song song (P) nên ptmp $(Q): -x + 2y - 2z + D = 0, (D \neq 11)$

$$\text{Ta có } d(A, (Q)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-1 - 2 - 2 + D|}{3} = 2 \Leftrightarrow |D - 5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 11 \\ D = -1 \end{cases}$$

Vậy có 1 mặt phẳng (Q) thỏa mãn yêu cầu đề bài do có 1 mặt bị trùng.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P), (Q)$ và (R) lần lượt có phương trình $(P): x + my - z + 2 = 0$; $(Q): mx - y + z + 1 = 0$ và $(R): 3x + y + 2z + 5 = 0$. Gọi (d_m) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tìm m để đường thẳng (d_m) vuông góc với mặt phẳng (R) .

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}$

B. $m = 1$.

C. $m = -\frac{1}{3}$.

D. Không có giá trị m .

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_p = (1; m; -1)$

Mặt phẳng (Q) có VTPT là $\vec{n}_q = (m; -1; 1)$

Đường thẳng (d_m) là giao tuyến của (P) và (Q) nên có VTCP là

$$\vec{a} = [\vec{n}_p, \vec{n}_q] = (m-1; -m-1; -1-m^2)$$

$$\text{Ta có } d_m \perp (R) \Leftrightarrow \vec{u}_d = k \cdot \vec{n}_{(R)} \Leftrightarrow \frac{m-1}{3} = \frac{-m-1}{1} = \frac{-1-m^2}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-1}{3} = \frac{-m-1}{1} \\ \frac{m-1}{3} = \frac{-1-m^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{không tồn}$$

tại giá trị m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(3;2;-1)$

$$\text{A. } \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2-t \\ z = -1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2+t \\ y = 2+t \\ z = -2-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1-t \\ y = -t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\vec{AB} = (2; 2; -2) \Rightarrow \vec{u} = (-1; -1; 1)$ là một VTCP của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(3;2;-1)$

$$\text{Vậy đường thẳng } AB: \begin{cases} \text{đi qua } A(1;0;1) \\ \text{VTCP } \vec{u} = (-1; -1; 1) \end{cases} \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = 1-t \\ y = -t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c dương thỏa mãn $a+b+c=4$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách d từ $M(1;1;-1)$ tới mặt phẳng (P) .

$$\text{A. } d = \sqrt{3}. \quad \text{B. } d = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } d = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } d = 0.$$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c dương $\Rightarrow OABC$ là tam diện vuông.

$$\text{Gọi } I \text{ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện } OABC \Rightarrow I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; \frac{c}{2}\right)$$

$$\text{Theo giả thiết } a+b+c=4 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{a}{2} + 2 \cdot \frac{b}{2} + 2 \cdot \frac{c}{2} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2x_I + 2y_I + 2z_I = 4 \Leftrightarrow x_I + y_I + z_I = 2$$

$\Rightarrow$ Tâm I nằm trên mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$

$$\text{Vậy } d = d(M, (P)) = \frac{|1+1-1-2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$