



HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC-PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§BÀI 1.

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

A. LÝ THUYẾT

I. Ôn Tập.

1. Công thức lượng giác cơ bản.

• $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.$	• $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ với mọi $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}$
• $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \alpha \neq k\pi.$	• $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ với mọi $\alpha \neq k2\pi$
• $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ với mọi α	• $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ với mọi $\alpha \neq k\pi$

2. Hệ thức các cung đặc biệt

Hai cung đối nhau: α và $-\alpha$	Hai cung bù nhau: α và $\pi - \alpha$	Hai cung phụ nhau α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$	Hai cung hơn kém π : α và $\pi + \alpha$
$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$	$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$	$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot \alpha$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$
$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \tan \alpha$	$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$

3. Các công thức lượng giác

Công Thức cộng	Công thức nhân đôi, ba	Công Thức Hạ Bậc
$\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \sin a \cdot \sin b$	$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$	$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$
$\sin(a \pm b) = \sin a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \sin b$	$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ $= 1 - 2 \sin^2 a$ $= 2 \cos^2 a - 1$	$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$
$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \cdot \tan b}$	$\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$ $\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$	$\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$
Công thức biến đổi tích thành tổng	Công thức biến đổi tổng thành tích	
$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$	$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$	
$\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$	$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$	
$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$	$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$	
	$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$	
$\tan a - \tan b = \frac{\sin(a - b)}{\cos a \cos b}$	$\tan a + \tan b = \frac{\sin(a + b)}{\cos a \cos b}$	

4. Đổi đơn vị.

Ví dụ 1. Đổi $\alpha = 32^\circ$ sang radian.

A. $\frac{8\pi}{45}$.

B. $\frac{7\pi}{45}$.

C. $\frac{10\pi}{45}$.

D. $\frac{11\pi}{45}$.

Lời giải

Ví dụ 2. Đổi $\alpha = \frac{3\pi}{16}$ sang độ, phút, giây.

A. $33^\circ 45'$.

B. $30^\circ 45' 30''$.

C. $30^\circ 44' 30''$.

D. $30^\circ 40'$.

Lời giải

II. Tính tuần hoàn của hàm số

Định nghĩa: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D được gọi là hàm số tuần hoàn nếu có số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in D$ ta có $x \pm T \in D$ và $f(x+T) = f(x)$.

Nếu có số T *duy nhất* thỏa mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là *hàm số tuần hoàn với chu kỳ* T .

Ví dụ 3. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ của các hàm số sau

a). $y = 1 + \sin^2 2x$.

b). $y = \frac{1}{\sin 2x}$.

Lời giải

Nhận xét: Trong quá trình làm trắc nghiệm ta sử dụng các tính chất sau

Tính chất	Ví dụ minh họa
✦ $y = \sin(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{ a }$.	Hàm số $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$ có chu kỳ $T = \frac{2\pi}{5}$.
✦ $y = \cos(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{ a }$.	Hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2016\right)$ có chu kỳ $T = 4\pi$.
✦ $y = \tan(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{ a }$.	Hàm số $y = \tan 3\pi x$ có chu kỳ $T = \frac{1}{3}$.
✦ $y = \cot(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{ a }$.	Hàm số $y = \cot \frac{x}{3}$ có chu kỳ $T = 3\pi$.
✦ $y = f_1(x)$ có chu kỳ T_1 và $y = f_2(x)$ có chu kỳ T_2 thì hàm số $y = f_1(x) \pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .	Hàm số $y = \cos 2x + \sin \frac{x}{2}$ có chu kỳ $T = 4\pi$. Vì Hàm số $y = \cos 2x$ có chu kỳ $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$. Hàm số $y = \sin \frac{x}{2}$ có chu kỳ $T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.

Ví dụ 4. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \sin\left(\frac{x}{2} + 2017\right) - 2 \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = 2\pi$.

Lời giải

Ví dụ 5. Tìm chu kì T của hàm số $y = 2 \sin^2 \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) + \sin 4x \cdot \cos x$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = 3\pi$.

C. $T = \frac{2\pi}{3}$.

D. $T = 2\pi$.

Lời giải

III. Tính chẵn lẻ của hàm số

Định nghĩa:

➤ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số chẵn nếu thỏa mãn hai điều kiện;

☞ Tập xác định của các hàm số có tính đối xứng, nghĩa là $\forall x \in D$ suy ra $-x \in D$.

☞ và $f(-x) = f(x), \forall x \in D$.

➤ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số lẻ nếu

☞ Tập xác định của các hàm số có tính đối xứng, nghĩa là $\forall x \in D$ suy ra $-x \in D$.

☞ và $f(-x) = -f(x), \forall x \in D$.

Chú ý: Nếu hàm số $f(x)$ vi phạm một trong hai điều kiện thì ta kết luận hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.

Để chứng minh hàm số không chẵn không lẻ ta chọn hai giá trị $\forall x_1 \in D$ và $\forall -x_1 \in D$ sao cho

$$\begin{cases} f(-x_1) \neq f(x_1) \\ f(-x_1) \neq -f(x_1) \end{cases}$$

Ví dụ 6. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau

a). $y = 3x^2 - \cos 2x$.

b). $y = x^2 \sin x + \tan x$.

Lời giải

Ví dụ 7. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = -2 \cos x$.

B. $y = -2 \sin x$.

C. $y = 2 \sin(-x)$.

D. $y = \sin x - \cos x$

Lời giải

Ví dụ 8. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{2 \cos x - 3}$ thì $y = f(x)$ là

A. Hàm số chẵn.

B. Hàm số lẻ.

C. Không chẵn không lẻ.

D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Ví dụ 9. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được $y = f(x)$ là:

A. Hàm số chẵn.

B. Hàm số lẻ.

C. Không chẵn không lẻ.

D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Ví dụ 10. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$ và $g(x) = \sin \sqrt{1-x}$. Kết luận nào sau đây đúng về tính chẵn lẻ của hai hàm số này?

- A. Hai hàm số $f(x); g(x)$ là hai hàm số lẻ.
- B. Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn; hàm số $g(x)$ là hàm số lẻ.
- C. Hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ; hàm số $g(x)$ là hàm số không chẵn không lẻ.
- D. Cả hai hàm số $f(x); g(x)$ đều là hàm số không chẵn không lẻ

Lời giải

Ví dụ 11. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $f(x) = \sin^{2007} x + \cos nx$, với $n \in \mathbb{Z}$. Hàm số $y = f(x)$ là:

- A. Hàm số chẵn.
- B. Hàm số lẻ.
- C. Không chẵn không lẻ.
- D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Ví dụ 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin^{2004n} x + 2004}{\cos x}$, với $n \in \mathbb{Z}$. Xét các biểu thức sau:

- 1, Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.
- 2, Đồ thị hàm số đã cho có trục đối xứng.
- 3, Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
- 4, Đồ thị hàm số đã cho có tâm đối xứng.
- 5, Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
- 6, Hàm số đã cho là hàm số không chẵn không lẻ.

Số phát biểu đúng trong sáu phát biểu trên là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4

Lời giải

Ví dụ 13. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = 3m \sin 4x + \cos 2x$ là hàm chẵn.

A. $m > 0$.

B. $m < -1$.

C. $m = 0$.

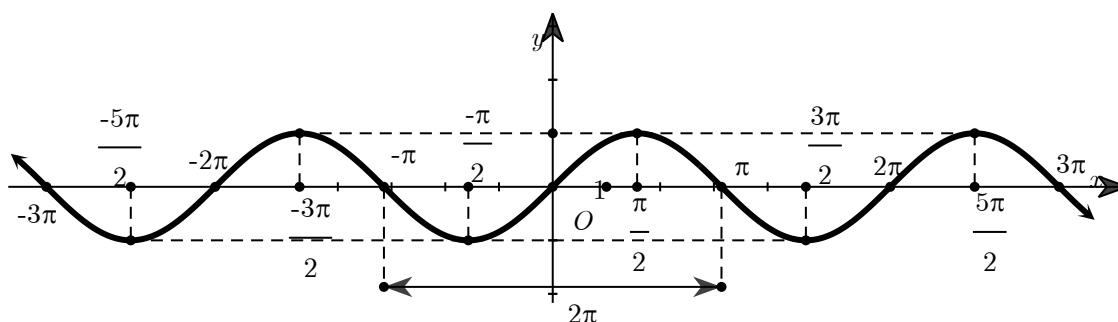
D. $m = 2$.

Lời giải

II. Các hàm số lượng giác

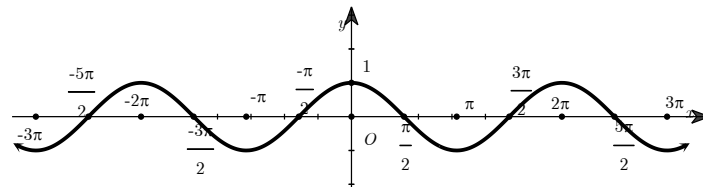
1. Hàm số $y = \sin x$

- ✦ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- ✦ Tập giá trị: $[-1; 1]$, tức là $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- ✦ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi)$, nghịch biến trên mỗi khoảng $(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi)$.
- ✦ Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ nên đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- ✦ Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
- ✦ Đồ thị hàm số $y = \sin x$.



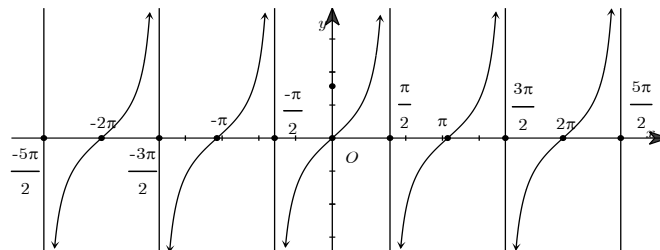
2. Hàm số $y = \cos x$

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị: $[-1; 1]$, tức là $-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
- Đồ thị hàm số $y = \cos x$.
- Đồ thị hàm số $y = \cos x$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ theo véc tơ $\vec{v} = (-\frac{\pi}{2}; 0)$.



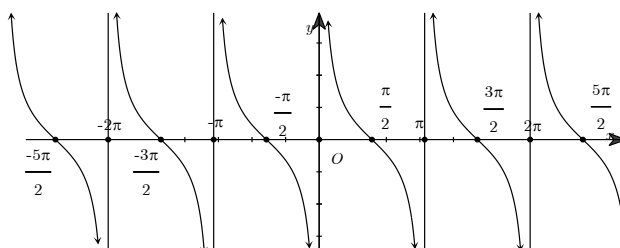
3. Hàm số $y = \tan x$

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$
- Hàm đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$
- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm một đường tiệm cận.
- Đồ thị



4. Hàm số $y = \cot x$

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$
- Hàm nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$
- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm một đường tiệm cận.
- Đồ thị



B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN.

Dạng 1. Tập xác định và tập giá trị của hàm số.

1. Phương pháp .

Để tìm tập xác định của các hàm số ta dựa vào khái niệm sau:

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in \mathbb{R}\}$. Tập xác định của các hàm số cơ bản:

- Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$ và $f(x)$ tồn tại
- Hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \neq 0$ và $f(x)$ tồn tại.
- $\sin u(x) \neq 0 \Leftrightarrow u(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos u(x) \neq 0 \Leftrightarrow u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- $y = \tan[f(x)]$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định và $f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- $y = \cot[f(x)]$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định và $f(x) \neq k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- $-1 \leq \sin x, \cos x \leq 1$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x - 2)(2 \cos x - 1)}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Bài tập 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x + 1}} + \frac{1}{\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 3. Tìm tập xác định của hàm số sau:

1). $y = \tan(x - \frac{\pi}{6})$

2). $y = \cot^2(\frac{2\pi}{3} - 3x)$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 4. Tìm tập xác định của hàm số sau:

1). $y = \frac{\tan 2x}{\sin x + 1} + \cot(3x + \frac{\pi}{6})$

2). $y = \frac{\tan 5x}{\sin 4x - \cos 3x}$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 5. Tìm tập xác định của hàm số sau:

1). $y = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 3x - 1}$

2). $y = \sqrt{\frac{1 - \cos 3x}{1 + \sin 4x}}$

3). $y = \tan(2x - \frac{\pi}{4})$

4). $y = \sqrt{\frac{1 + \cot^2 x}{1 - \sin 3x}}$

Lời giải.

3. Bài tập vận dụng.

Bài 1. Tìm tập xác định của hàm số sau:

1). $y = \frac{1}{\sin 2x - \cos 3x}$

2). $y = \frac{\tan 2x}{\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x}$

3). $y = \frac{\cot x}{2 \sin x - 1}$

4). $y = \tan(x - \frac{\pi}{4}) \cdot \cot(x - \frac{\pi}{3})$

Lời giải.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins or other markings on the page.

Bài 2. Tìm tập xác định của hàm số sau:

1). $y = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$

2). $y = \tan 3x \cdot \cot 5x$

3). $y = \sqrt{\frac{2 + \sin x}{\tan^2 x}}$

4). $y = \tan 3x + \cot(x + \frac{\pi}{3})$

5). $y = \frac{\sin 3x}{\sin 8x - \sin 5x}$

6). $y = \frac{\tan 4x}{\cos 4x + \sin 3x}$

Lời giải.

[illegible]

Mức độ. Nhân biết

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{R} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{R} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{R}\}$

D. $D = R \setminus \left\{ k \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{R} \right\}$

13

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = -\tan x$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Câu 5. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \tan x + \cot x$.

A. $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x \in \mathbb{R}.$

D. $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Câu 7. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là

A. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là?

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathbb{R}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

Câu 11. Xét bốn mệnh đề sau:

(1) Hàm số $\left[0; \frac{5\pi}{2} \right]$ có tập xác định là $\mathbb{R}.$

(2) Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}.$

(3) Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(4) Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Số mệnh đề đúng là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4

Lời giải

Câu 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2017}{\sin x}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (1+2k) \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{(1+2k)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Câu 16. Hàm số $y = \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ không xác định trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left(\pi + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Mức độ. Thông Hiểu

Câu 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

Câu 18. Tập $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?

A. $y = \cot x$.

B. $y = \cot 2x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \tan 2x$

Lời giải

Câu 19. Khi x thay đổi trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ thì $y = \sin x$ lấy mọi giá trị thuộc

A. $\left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

B. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right]$

C. $[-1; 1]$.

D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Xét bốn mệnh đề sau:

(1): Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(2): Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(3): Hàm số $y = \tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

(4): Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Tìm số phát biểu đúng.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R}$

Lời giải

.....

.....

Câu 23. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\cot x}{2 \sin x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{6} + k2\pi, -\frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Câu 24. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; x \neq k\pi \right\}$.

Lời giải

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = \tan \left(\frac{\pi}{2} \cos x \right)$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{k \frac{\pi}{2}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$

Lời giải

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$ là tập nào sau đây?

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Câu 29. [1D1-0.0-1] Xét bốn mệnh đề sau:

(1) Hàm số $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(2) Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(3) Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(4) Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Số mệnh đề đúng là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4

Lời giải

Câu 30. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

Lời giải

Câu 31. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{\sin 2x + 2}{1 - \cos x}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi \}$.

C. $D = \{ k2\pi \}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \}$.

Lời giải

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$ là tập nào sau đây?

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Câu 33. Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \emptyset$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 35. Tìm tập xác định D của hàm số $y = 3 \tan^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Câu 36. Hàm số $y = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x}$ không xác định trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{4} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left(\frac{3\pi}{4} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. $\left(\pi + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Câu 37. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

D. $\cos x \neq \pm 1 \Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Câu 38. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sin x + 2}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = [-2; +\infty)$.

C. $D = [0; 2\pi]$.

D. $D = \emptyset$.

Lời giải.

Câu 39. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sin x - 2}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

C. $D = [-1; 1]$.

D. $D = \emptyset$.

Lời giải.

Câu 40. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \emptyset$.

Lời giải.

Câu 41. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{1 - \sin 2x} - \sqrt{1 + \sin 2x}$.

A. $D = \emptyset$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \left[\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi \right], k \in \mathbb{Z}$.

D. $D = \left[\frac{5\pi}{6} + k2\pi; \frac{13\pi}{6} + k2\pi \right], k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Mức độ. Vận dụng

Câu 42. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{5 + 2 \cot^2 x - \sin x} + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 43. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m+1) \cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tính chất của hàm số và đồ thị hàm số

1. Phương pháp.

Trong quá trình làm trắc nghiệm ta sử dụng các tính chất sau

☞ $y = \sin(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$.

☞ $y = \cos(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$.

☞ $y = \tan(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$.

☞ $y = \cot(ax+b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$.

☞ $y = f_1(x)$ có chu kỳ T_1 và $y = f_2(x)$ có chu kỳ T_2 thì hàm số $y = f_1(x) \pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .

Chú ý:

Hàm số $f(x) = a \sin ux + b \cos vx + c$ (với $u, v \in \mathbb{Z}$) là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|(u,v)|}$ ((u,v) là ước chung lớn nhất).

Hàm số $f(x) = a \cdot \tan ux + b \cdot \cot vx + c$ (với $u, v \in \mathbb{Z}$) là hàm tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|(u,v)|}$.

2. Bài tập vận dụng.

Bài tập 6. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ cơ sở của các hàm số : $f(x) = \cos \frac{3x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}$

Lời giải.

Bài tập 7. Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ cơ sở (nếu có) của các hàm số sau.

1). $f(x) = \cos x + \cos(\sqrt{3} \cdot x)$

2). $f(x) = \sin x^2$

Lời giải.

5. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ. Nhận biết

Câu 45. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x + 1.$

B. $y = x^2.$

C. $y = \frac{x-1}{x+2}.$

D. $y = \sin x$

Lời giải

Câu 46. Trong các hàm số sau hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ π ?

A. $y = \sin 2x.$

B. $y = \tan 2x.$

C. $y = \cos x.$

D. $y = \cot \frac{x}{2}.$

Lời giải

Câu 47. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ:

A. $T = k\pi.$

B. $T = 2\pi.$

C. $T = k2\pi.$

D. $T = \pi.$

Lời giải

Câu 48. Trong các hàm số sau, hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ 2π ?

A. $y = \cos 2x.$

B. $y = \sin x.$

C. $y = \tan x.$

D. $y = \cot x.$

Lời giải

Câu 49. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $\pi.$

B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $\pi.$

C. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $\pi.$

D. Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ π

Lời giải

Câu 50. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$ là

A. $\frac{\pi}{2}.$

B. $2\pi.$

C. $\pi.$

D. $k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Câu 51. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

A. π .

B. 2π .

C. $-\pi$.

D. -2π

Lời giải

Câu 52. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

C. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

D. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Lời giải.

Câu 53. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x$

B. $y = x + \sin x$

C. $y = x \cos x$.

D. $y = \frac{\sin x}{x}$.

Lời giải.

Câu 54. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không tuần hoàn?

A. $y = \cos x$.

B. $y = \cos 2x$.

C. $y = x^2 \cos x$.

D. $y = \frac{1}{\sin 2x}$.

Lời giải.

Câu 55. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $T = \frac{2\pi}{5}$.

B. $T = \frac{5\pi}{2}$.

C. $T = \frac{\pi}{2}$.

D. $T = \frac{\pi}{8}$.

Lời giải.

Câu 56. Tìm chu kì T của hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2016\right)$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = 2\pi$.

C. $T = -2\pi$.

D. $T = \pi$.

Lời giải.

Câu 57. Tìm chu kì T của hàm số $y = -\frac{1}{2}\sin(100\pi x + 50\pi)$.

A. $T = \frac{1}{50}$.

B. $T = \frac{1}{100}$.

C. $T = \frac{\pi}{50}$.

D. $T = 200\pi^2$.

Lời giải.

Mức độ. Thông hiểu

Câu 58. Chu kỳ của hàm số $y = 3\sin\frac{x}{2}$ là số nào sau đây?

A. 0.

B. 2π .

C. 4π .

D. π .

Lời giải

Câu 59. Tìm chu kỳ cơ sở (nếu có) của hàm số $f(x) = \tan 2x$.

A. $T_0 = 2\pi$.

B. $T_0 = \frac{\pi}{2}$.

C. $T_0 = \pi$.

D. $T_0 = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Câu 60. Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \sin 2x$ là:

A. 3π .

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 2π .

D. π .

Lời giải

Câu 61. Trong các hàm số $y = \tan x$; $y = \sin 2x$; $y = \sin x$; $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x+k\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4

Lời giải

Câu 62. Hàm số $y = \sin 2x$ có chu kỳ là

- A. $T = 2\pi$. B. $T = \frac{\pi}{2}$. C. $T = \pi$. D. $T = 4\pi$

Lời giải

Câu 63. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
 D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 64. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.
 B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
 C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.
 D. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ có tiệm cận ngang.

Lời giải

Câu 65. Hàm số $y = \sin 2x$ có chu kỳ là

A. $T = 2\pi$.

B. $T = \frac{\pi}{2}$.

C. $T = \pi$.

D. $T = 4\pi$

Lời giải

Mức độ. Vận dụng

Câu 66. Hàm số $y = |\cos x|$ là hoàn tuần hoàn với chu kỳ là

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. 0.

D. π .

Lời giải

Câu 67. Tìm chu kỳ của hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{3x}{2}$.

A. 5π .

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 4π .

D. 2π

Lời giải

Câu 68. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos 2x + \sin \frac{x}{2}$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 2\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Câu 69. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos 3x + \cos 5x$.

A. $T = \pi$.

B. $T = 3\pi$.

C. $T = 2\pi$.

D. $T = 5\pi$.

Lời giải.

Câu 70. Tìm chu kì T của hàm số $y = 3\cos(2x+1) - 2\sin\left(\frac{x}{2}-3\right)$.

A. $T = 2\pi$.

B. $T = 4\pi$

C. $T = 6\pi$

D. $T = \pi$.

Lời giải.

Câu 71. Tìm chu kì T của hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $T = 2\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = 4\pi$.

Lời giải.

Câu 72. Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan 3\pi x$.

A. $T = \frac{\pi}{3}$.

B. $T = \frac{4}{3}$.

C. $T = \frac{2\pi}{3}$.

D. $T = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Câu 73. Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan 3x + \cot x$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Câu 74. Tìm chu kì T của hàm số $y = \cot \frac{x}{3} + \sin 2x$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Câu 75. Tìm chu kì T của hàm số $y = \sin \frac{x}{2} - \tan \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = 2\pi$.

Lời giải.

Câu 76. Tìm chu kì T của hàm số $y = 2 \cos^2 x + 2017$.

A. $T = 3\pi$.

B. $T = 2\pi$.

C. $T = \pi$.

D. $T = 4\pi$.

Lời giải.

Câu 77. Tìm chu kì T của hàm số $y = 2 \sin^2 x + 3 \cos^2 3x$.

A. $T = \pi$.

B. $T = 2\pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Câu 78. Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan 3x - \cos^2 2x$.

A. $T = \pi$.

B. $T = \frac{\pi}{3}$.

C. $T = \frac{\pi}{2}$.

D. $T = 2\pi$.

Lời giải.

Câu 79. Hàm số nào sau đây có chu kì khác π ?

- A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$. B. $y = \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. C. $y = \tan(-2x + 1)$. D. $y = \cos x \sin x$.

Lời giải.

Câu 80. Hàm số nào sau đây có chu kì khác 2π ?

- A. $y = \cos^3 x$. B. $y = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$. C. $y = \sin^2(x + 2)$. D. $y = \cos^2\left(\frac{x}{2} + 1\right)$.

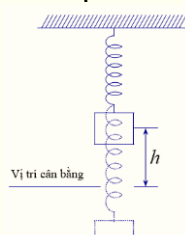
Lời giải.

Câu 81. Hai hàm số nào sau đây có chu kì khác nhau?

- A. $y = \cos x$ và $y = \cot \frac{x}{2}$. B. $y = \sin x$ và $y = \tan 2x$.
C. $y = \sin \frac{x}{2}$ và $y = \cos \frac{x}{2}$. D. $y = \tan 2x$ và $y = \cot 2x$.

Lời giải.

Câu 82. Một vật nặng treo bởi một chiếc lò xo, chuyển động lên xuống qua vị trí cân bằng (hình vẽ). Khoảng cách h từ vật đến vị trí cân bằng ở thời điểm t giây được tính theo công thức $h = |d|$ trong đó $d = 5\sin 6t - 4\cos 6t$ với d được tính bằng centimet.



Ta quy ước rằng $d > 0$ khi vật ở trên vị trí cân bằng, $d < 0$ khi vật ở dưới vị trí cân bằng. Hỏi trong giây đầu tiên, có bao nhiêu thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất?

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 2

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 83. Trong các hàm số $y = \tan x$; $y = \sin 2x$; $y = \sin x$; $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x+k\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 3. Tính chẵn, lẻ của hàm số

1. Định nghĩa:

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số chẵn nếu thỏa mãn hai điều kiện;

☞ Tập xác định của các hàm số có tính đối xứng, nghĩa là $\forall x \in D$ suy ra $-x \in D$.

☞ và $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in D$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số lẻ nếu

☞ Tập xác định của các hàm số có tính đối xứng, nghĩa là $\forall x \in D$ suy ra $-x \in D$.

☞ và $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D$.

Chú ý: Nếu hàm số $f(x)$ vi phạm một trong hai điều kiện thì ta kết luận hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.

Để chứng minh hàm số không chẵn không lẻ ta chọn hai giá trị $\forall x_1 \in D$ và $\forall -x_1 \in D$ sao cho

$$\begin{cases} f(-x_1) \neq f(x_1) \\ f(-x_1) \neq -f(x_1) \end{cases}$$

2. Bài tập vận dụng.

Bài tập 8. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau

a). $y = 5 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

b). $y = \frac{1}{x-1} - \cos^2 x$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 9. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau

a). $y = \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cot x}$.

b). $y = \frac{\cos^3 x + \sin^2 x}{\cos 2x}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

1. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ. Nhận biết

Câu 84. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$.

Lời giải.

Câu 85. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = -\sin x$.

B. $y = \cos x - \sin x$.

C. $y = \cos x + \sin^2 x$.

D. $y = \cos x \sin x$.

Lời giải.

Câu 86. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 2x$.

B. $y = x \cos x$.

C. $y = \cos x \cdot \cot x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Lời giải.

Câu 87. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = |\sin x|$.

B. $y = x^2 \sin x$.

C. $y = \frac{x}{\cos x}$.

D. $y = x + \sin x$.

Lời giải.

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 88. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

A. $y = \sin x \cos 2x$.

B. $y = \sin^3 x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$.

D. $y = \cos x \sin^3 x$.

Lời giải.

Câu 89. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x + \sin^2 x$.

B. $y = \sin x + \cos x$.

C. $y = -\cos x$.

D. $y = \sin x \cdot \cos 3x$.

Lời giải.

Câu 90. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

A. $y = \cot 4x$.

B. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$.

C. $y = \tan^2 x$.

D. $y = |\cot x|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 91. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

B. $y = \sin^2 x$.

C. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 92. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = 1 - \sin^2 x$.

B. $y = |\cot x| \cdot \sin^2 x$.

C. $y = x^2 \tan 2x - \cot x$.

D. $y = 1 + |\cot x + \tan x|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 93. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \tan^2 x$. Chọn mệnh đề đúng

A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số chẵn.

D. $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số lẻ.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 94. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$ và $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$. Mệnh đề nào sau là đúng?

A. $f(x)$ lẻ và $g(x)$ chẵn.

B. $f(x)$ và $g(x)$ chẵn.

C. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ.

D. $f(x)$ và $g(x)$ lẻ

Lời giải.

Câu 95. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

A. $y = \frac{1}{\sin^3 x}$.

B. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $y = \sqrt{\sin 2x}$.

Lời giải.

Câu 96. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Đồ thị hàm số $y = |\sin x|$ đối xứng qua gốc tọa độ O .

B. Đồ thị hàm số $y = \cos x$ đối xứng qua trục Oy .

C. Đồ thị hàm số $y = |\tan x|$ đối xứng qua trục Oy .

D. Đồ thị hàm số $y = \tan x$ đối xứng qua gốc tọa độ O .

Lời giải.

Câu 97. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - 2x)$.

B. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x$.

D. $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 98. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ ?

A. $y = x^4 + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$

B. $y = x^{2017} + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$

C. $y = 2015 + \cos x + \sin^{2018} x.$

D. $y = \tan^{2017} x + \sin^{2018} x.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

1. Phương pháp chung.

➤ Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên X nếu

$$\begin{cases} \forall x \in X : f(x) \leq M \\ \exists x_0 \in X : f(x_0) = M \end{cases} \cdot \text{Kí hiệu: } M = \max_x f(x).$$

➤ Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên X nếu

$$\begin{cases} \forall x \in X : f(x) \geq m \\ \exists x_0 \in X : f(x_0) = m \end{cases} \cdot \text{Kí hiệu: } m = \min_x f(x).$$

➤ **Trắc nghiệm:** Tìm GTLN và GTNN của một hàm số $y = f(x)$ trên $[a ; b]$.

Bước 1. Nhấn **MODE** **7** (TABLE)

Bước 2. Nhập biểu thức $f(x)$ vào máy

Bước 3. Nhấn **=** sau đó nhập Start = a , End = b , Step = $\frac{b-a}{20}$. (Có thể lấy từ 29 trở xuống)

(Chia 20 để có được 20 bước nhảy, và bảng TABLE có 21 giá trị, như thế là đủ!)

Bước 4. Sau đó, dựa vào bảng TABLE, ta tìm GTNN và GTLN.

Trường hợp 1. Sử dụng miền giá trị để suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

👉 $0 \leq |\cos f(x)| \leq 1$

D. $-1; 2$.

[illegible]

f). $y = \sin^6 x + \cos^6 x$

[illegible]

Bài tập 12. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

a). $y = \sqrt{2\sin x + 3}$.

b). $y = 1 + 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

c). $y = 3 - 2\cos^2 3x$.

d). $y = 1 + \sqrt{2 + \sin 2x}$.

e). $y = 1 - \sqrt{2\cos^2 x + 1}$

f). $y = \frac{4}{1 + 2\sin^2 x}$

Lời giải

Bài tập 13. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau.

a). $y = 4\sin x \cos x + 1$

b). $y = 4 - 3\sin^2 2x$

c). $y = 2\sin 3x + 1$

d). $y = 3 - 4\cos^2 2x$

e). $y = 1 + 2\sqrt{4 + \cos 3x}$

f). $\forall x \in D$

Lời giải.

Bài tập 14. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

a). $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

b). $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$

Lời giải

2. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ. Nhận biết

Câu 99. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3\sin x - 2$.

A. $M = 1, m = -5$.

B. $M = 3, m = 1$.

C. $M = 2, m = -2$.

D. $M = 0, m = -2$.

Lời giải.

Câu 100. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 3\cos 2x + 5$.

A. $T = [-1; 1]$.

B. $T = [-1; 11]$.

C. $T = [2; 8]$.

D. $T = [5; 8]$.

Lời giải.

Câu 101. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 5 - 3\sin x$.

A. $T = [-1; 1]$.

B. $T = [-3; 3]$.

C. $T = [2; 8]$.

D. $T = [5; 8]$.

Lời giải.

Câu 102. Cho hàm số $y = -2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $y \geq -4, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y \geq 4, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 103. Hàm số $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Câu 104. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = -\sqrt{2}\sin(2016x + 2017)$.

A. $m = -2016\sqrt{2}$.

B. $m = -\sqrt{2}$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2017\sqrt{2}$.

Lời giải.

Câu 105. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{1}{\cos x + 1}$.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $m = 1$.

D. $m = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Câu 106. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$.
Tính $P = M - m$.

A. $P = 4$.

B. $P = 2\sqrt{2}$.

C. $P = \sqrt{2}$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Câu 107. Tập giá trị T của hàm số $y = \sin 2017x - \cos 2017x$.

A. $T = [-2; 2]$.

B. $T = [-4034; 4034]$.

C. $T = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

D. $T = [0; \sqrt{2}]$.

Lời giải.

Câu 108. Hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 109. Hàm số $y = \sin^4 x - \cos^4 x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = x_0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x_0 = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x_0 = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Câu 110. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 1 - 2|\cos 3x|$.

A. $M = 3, m = -1$.

B. $M = 1, m = -1$.

C. $M = 2, m = -2$.

D. $M = 0, m = -2$.

Lời giải.

Câu 111. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{7 - 3\cos^2 x}$

A. $M = \sqrt{10}, m = 2$.

B. $M = \sqrt{7}, m = 2$.

C. $M = \sqrt{10}, m = \sqrt{7}$.

D. $M = 0, m = 1$.

Lời giải.

Câu 112. Hàm số $y = 1 + 2\cos^2 x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = x_0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x_0 = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x_0 = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Câu 113. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 4\sin^2 x + \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $M = \sqrt{2}$.

B. $M = \sqrt{2} - 1$.

C. $M = \sqrt{2} + 1$.

D. $M = \sqrt{2} + 2$.

Lời giải.

Câu 114. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$.

A. $T = [0; 2]$.

B. $T = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

C. $T = \left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

D. $T = \left[0; \frac{1}{4}\right]$.

Lời giải.

Câu 115. Cho hàm số $y = \cos^4 x + \sin^4 x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $y \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y \leq \sqrt{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y \leq \frac{\sqrt{2}}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 116. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của hàm số $y = \sin^2 x + 2 \cos^2 x$.

A. $M = 3, m = 0$.

B. $M = 2, m = 0$.

C. $M = 2, m = 1$.

D. $M = 3, m = 1$.

Lời giải.

Câu 117. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{2}{1 + \tan^2 x}$.

A. $M = \frac{1}{2}$.

B. $M = \frac{2}{3}$.

C. $M = 1$.

D. $M = 2$.

Lời giải.

Câu 118. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x$.
 Tính $P = 2M - m^2$.
 A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = 112$. D. $P = 130$.

Lời giải.

Câu 119. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ của năm được cho bởi một hàm số với và . Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?
 A. 28 tháng 5. B. 29 tháng 5. C. 30 tháng 5. D. 31 tháng 5.

Lời giải.

Câu 120. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm (giờ) trong một ngày bởi công thức Mực nước của kênh cao nhất khi:
 A. (giờ). B. (giờ). C. (giờ). D. $t = 16$ (giờ)

Lời giải.

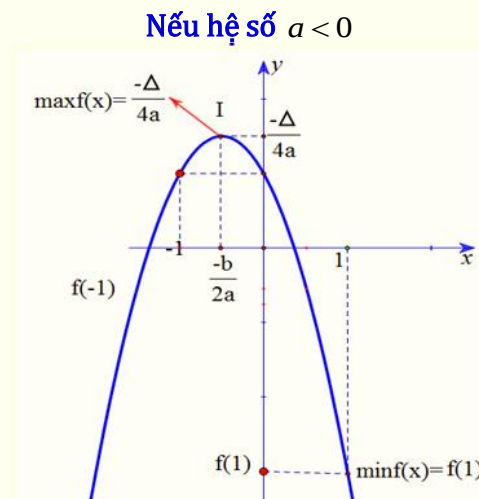
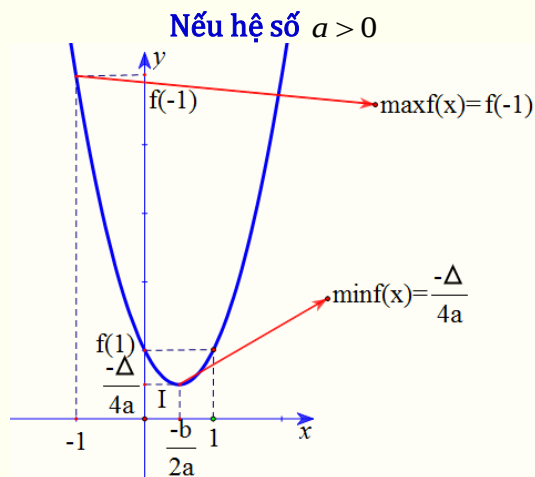
Trường hợp 2. Sử dụng tính chất hình học(đồ thị Parabol của hàm bậc 2).

1. Phương pháp.

Nếu ta biến đổi hàm số $f(x)$ về dạng $m \leq f(x) \leq M$ thì $M = \max_x f(x)$, $m = \min_x f(x)$. Để làm được điều đó ta sử dụng các tính chất sau:

Đặt $t = \sin f(x)$ hoặc $t = \cos f(x)$ thì $-1 \leq t \leq 1$.

Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) xác định trên tập R



2. Bài tập minh họa.

Bài tập 15. Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin^2 x + \sin x + 4$ với $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}\right]$ là

A. $[4; 7]$.

B. $\left[\frac{30}{8}; 7\right]$.

C. $\left[\frac{30}{8}; 4\right]$.

D. $\left[\frac{31}{8}; 7\right]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 16. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

a). $y = \cos^2 x + 2 \sin x + 2$.

b). $y = \sin^4 x - 2 \cos^2 x + 1$.

c). $y = 3 \sin^4 x + \cos 4x$.

d). $y = 2 \sin^4 x + \cos^4 x$.

e). $y = 2 \sin^2 x + \cos^2 2x$

f). $y = \tan^2 x - 4 \tan x + 1$

g). $y = \tan^2 x + \cot^2 x + 3(\tan x + \cot x) - 1$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 17. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau.

1). $y = 6 \cos^2 x + \cos^2 2x$

2). $y = (4 \sin x - 3 \cos x)^2 - 4(4 \sin x - 3 \cos x) + 1$

Lời giải.

Bài tập 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau chỉ nhận giá trị dương :

$$y = (3 \sin x - 4 \cos x)^2 - 6 \sin x + 8 \cos x + 2m - 1$$

Lời giải.

Bài tập 19. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{2\sin^2 x + 4\sin x \cos x - (3+2m)\cos^2 x + 2}$ xác định với mọi x .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 121. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x + 5$. Tính $P = M - 2m^2$.

A. $P = 1$.

B. $P = 7$.

C. $P = 8$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 122. Hàm số $y = \cos^2 x - \cos x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 123. Hàm số $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x_0 = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x_0 = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x_0 = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 124. Tìm giá trị lớn nhất và nhất của hàm số

A. $M = 2, m = -2$.

B. $M = 1, m = 0$.

C. $M = 4, m = -1$.

D. $M = 2, m = -1$.

Lời giải.

Câu 125. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4\sin^4 x - \cos 4x$.

A. $m = -3$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -5$.

Lời giải.

Trường hợp 3. Sử dụng tính chất của hàm số $a \cos f(x) + b \sin f(x) = c$ (1)

1. Phương pháp.

Áp dụng điều kiện có nghĩa của phương trình $a \cos f(x) + b \sin f(x) = c$ là $a^2 + b^2 \geq c^2$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 20. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1 + \sin x}{2 + \cos x}$.

Khi đó $\sqrt{M^2 - m^2}$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải

Bài tập 21. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

a). $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3$

b). $y = 2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x$

c). $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$

d). $y = 3 \sin x + 4 \cos x + 1$

e). $y = 2 \sin^2 x + 3 \sin 2x - 4 \cos^2 x$

f). $y = \sin^2 x + 3 \sin 2x + 3 \cos^2 x$

Lời giải

Bài tập 22. Tìm gtln và gtnn của các hàm sau :

a). $y = 3\sin x + 4\cos x + 5$

b). $y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$

c). $y = \frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1}$

d). $y = 4\sin 3x - 3\cos 3x + 1$

e). $y = \sqrt{3}\cos x + \sin x + 4$

f). $y = \frac{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}{2\sin 2x - \cos 2x + 4}$

g). $y = \frac{2\sin^2 3x + 4\sin 3x \cos 3x + 1}{\sin 6x + 4\cos 6x + 10}$

h). $y = \frac{\sin^2 2x + 3\sin 4x}{2\cos^2 2x - \sin 4x + 2}$

k). $y = 3(3\sin x + 4\cos x)^2 + 4(3\sin x + 4\cos x) + 1$

Lời giải.

Bài tập 23. Tìm m để hàm số xác định với mọi x và bất phương trình sau đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

a). $y = \sqrt{5\sin 4x - 6\cos 4x + 2m - 1}$	b). $(3\sin x - 4\cos x)^2 - 6\sin x + 8\cos x \geq 2m - 1$
c). $\frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1} \leq m + 1$	d). $\frac{4\sin 2x + \cos 2x + 17}{3\cos 2x + \sin 2x + m + 1} \geq 2$

Lời giải.

Bài tập 24. Tìm k để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{k \sin x + 1}{\cos x + 2}$ lớn hơn -1 .

Lời giải.

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ. Nhận biết

Câu 126. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 2\sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x$.

A. $m = 2 - \sqrt{3}$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = -\sqrt{3}$.

Lời giải.

Câu 127. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 12\sin x - 5\cos x$.

A. $T = [-1; 1]$.

B. $T = [-7; 7]$.

C. $T = [-13; 13]$.

D. $T = [-17; 17]$.

Lời giải.

Câu 128. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 4\sin 2x - 3\cos 2x$.

A. $M = 3$.

B. $M = 1$.

C. $M = 5$.

D. $M = 4$.

Lời giải.

Dạng 5. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

1. Bài tập minh họa

Bài tập 25. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số sau $y = 2\sin x$

Lời giải.

Bài tập 25. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số sau $y = \tan 2x$

Lời giải.

Bài tập 26. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số sau $y = 1 + 2 \cos^2 x$

Lời giải.

Bài toán 27. Với $x \in \left(\frac{31\pi}{4}; \frac{33\pi}{4} \right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

C. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.

D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.

Lời giải.

5. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ. Nhận biết

Câu 129. Cho hàm số $y = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Câu 130. Với $x \in \left(\frac{31\pi}{4}; \frac{33\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.
- B. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.
- C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.
- D. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

Lời giải.

Câu 131. Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều nghịch biến.
- B. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều đồng biến.
- C. Hàm số $y = -\sin 2x$ nghịch biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ đồng biến.
- D. Hàm số $y = -\sin 2x$ đồng biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ nghịch biến.

Lời giải.

Câu 132. Hàm số $y = \sin 2x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

C. $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Lời giải.

Câu 133. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$?

A. $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$.

B. $y = \cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$.

C. $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$.

D. $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Lời giải.

Câu 134. Đồ thị hàm số $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ được suy từ đồ thị (C) của hàm số $y = \cos x$ bằng cách:

A. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

B. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

C. Tịnh tiến (C) lên trên một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

D. Tịnh tiến (C) xuống dưới một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Câu 135. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ được suy từ đồ thị (C) của hàm số $y = \cos x$ bằng cách:

- A. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.
- B. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.
- C. Tịnh tiến (C) lên trên một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.
- D. Tịnh tiến (C) xuống dưới một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

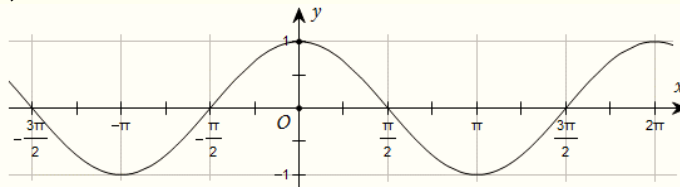
Lời giải.

Câu 136. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ được suy từ đồ thị (C) của hàm số $y = \cos x + 1$ bằng cách:

- A. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và lên trên 1 đơn vị.
- B. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và lên trên 1 đơn vị.
- C. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và xuống dưới 1 đơn vị.
- D. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và xuống dưới 1 đơn vị.

Lời giải.

Câu 137. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.

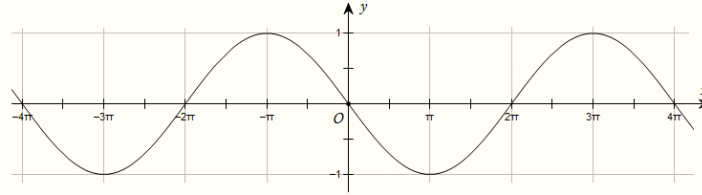


Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = 1 + \sin 2x$.
- B. $y = \cos x$.
- C. $y = -\sin x$.
- D. $y = -\cos x$.

Lời giải.

Câu 138. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin \frac{x}{2}$.

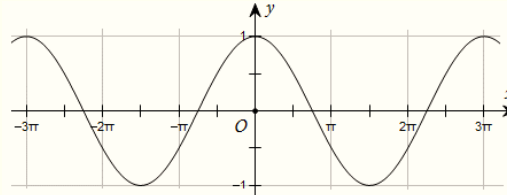
B. $y = \cos \frac{x}{2}$.

C. $y = -\cos \frac{x}{4}$.

D. $y = \sin \left(-\frac{x}{2} \right)$.

Lời giải.

Câu 139. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \cos \frac{2x}{3}$.

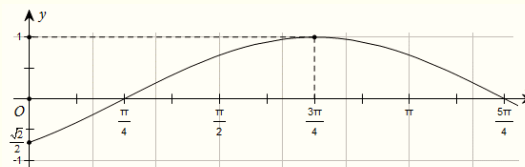
B. $y = \sin \frac{2x}{3}$.

C. $y = \cos \frac{3x}{2}$.

D. $y = \sin \frac{3x}{2}$.

Lời giải.

Câu 140. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$.

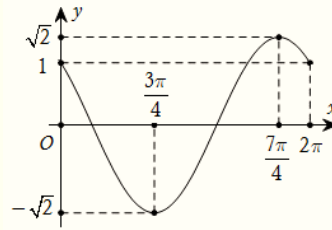
B. $y = \cos \left(x + \frac{3\pi}{4} \right)$.

C. $y = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$.

D. $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$.

Lời giải.

Câu 141. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

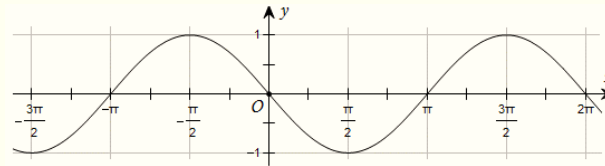
B. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải.

Câu 142. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin x$.

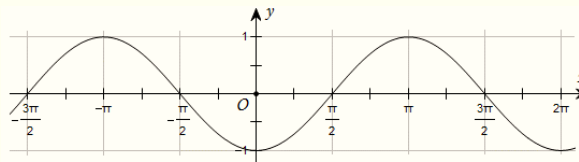
B. $y = |\sin x|$.

C. $y = \sin|x|$.

D. $y = -\sin x$.

Lời giải.

Câu 143. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \cos x$.

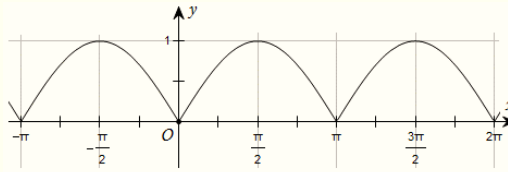
B. $y = -\cos x$.

C. $y = \cos|x|$.

D. $y = |\cos x|$.

Lời giải.

Câu 144. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = |\sin x|$.

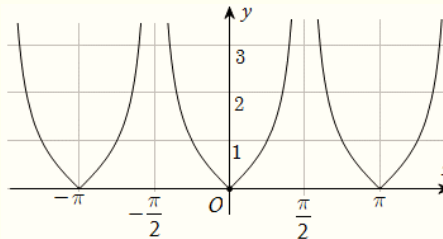
B. $y = \sin |x|$.

C. $y = \cos |x|$.

D. $y = |\cos x|$.

Lời giải.

Câu 145. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \tan x$.

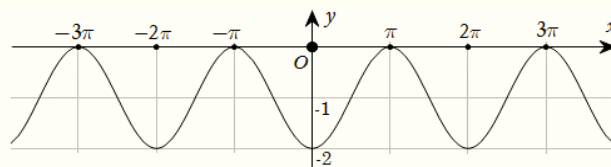
B. $y = \cot x$.

C. $y = |\tan x|$.

D. $y = |\cot x|$.

Lời giải.

Câu 146. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$.

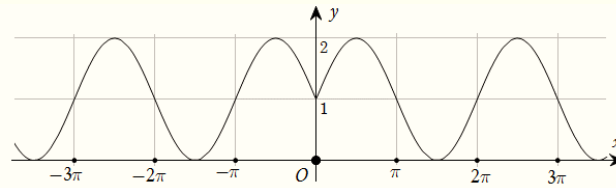
B. $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $y = -\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$.

D. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$.

Lời giải.

Câu 147. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 1 + \sin|x|$.

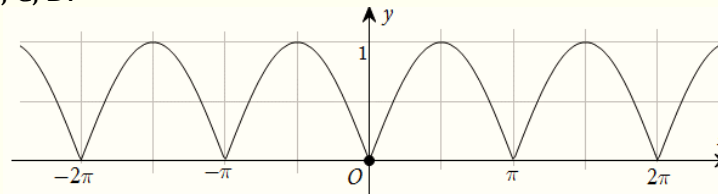
B. $y = |\sin x|$.

C. $y = 1 + |\cos x|$.

D. $y = 1 + |\sin x|$.

Lời giải.

Câu 148. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 1 + \sin|x|$.

B. $y = |\sin x|$.

C. $y = 1 + |\cos x|$.

D. $y = 1 + |\sin x|$.

Lời giải.

§BÀI 2.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

A. LÝ THUYẾT

I. Phương trình: $\sin x = m$ (1)

1. Phương pháp.

👉 Nếu: $|m| > 1 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm, vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ với mọi x .

👉 Nếu: $|m| \leq 1 \Rightarrow \exists \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ và $m \in \left\{0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right\}$.

Đặt $\sin \alpha = m$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

2. Chú ý :

Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \sin \alpha = m \end{cases}$ và $m \notin \left\{0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right\}$ thì

$$\sin x = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin m + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin m + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

|| Các trường hợp đặc biệt:

✦ $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

✦ $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

✦ $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau .

a). $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$.

b). $\sin(4x + \frac{1}{2}) = \frac{1}{3}$.

c). $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} = 0$.

d). $3\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - 4 = 0.$

e). $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

f). $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Lời giải

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 1. Giải phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

A. $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Câu 2. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Câu 3. Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \sin 3x$ và $y = \sin x$ bằng nhau?

A.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C. $x = k \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 4. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\frac{2\cos 2x}{1-\sin 2x} = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]$.

C. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

D. $x_0 \in \left[\frac{3\pi}{4}; \pi \right]$.

Lời giải.

Câu 5. Hỏi trên đoạn $[-2017; 2017]$, phương trình $(\sin x + 1)(\sin x - \sqrt{2}) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 4034.

B. 4035.

C. 641.

D. 642.

Lời giải.

Câu 6. Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng:

A. $\frac{\pi}{9}$.

B. $-\frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $-\frac{\pi}{9}$.

Lời giải.

Câu 7. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{4}$.

B. $x = \frac{7\pi}{24}$.

C. $x = \frac{\pi}{8}$.

D. $x = \frac{\pi}{12}$.

Lời giải.

II. Phương trình: $\cos x = m$ (2)

1. Phương pháp.

✦ Nếu: $|m| > 1 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ với mọi x .

✦ Nếu: $|m| \leq 1 \Rightarrow \exists \alpha \in [0; \pi]$ và $m \in \left\{0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right\}$ ta đặt: $\cos \alpha = m$

$$(2) \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

2. Chú ý.

Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} 0 \leq -\alpha \leq \pi \\ \cos \alpha = m \end{cases}$ và $m \notin \left\{0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right\}$ thì

$$\cos x = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos m + k2\pi \\ x = -\arccos m + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

|| Các trường hợp đặc biệt:

✦ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$

✦ $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$

✦ $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau.

a). $\cos\left(3x + 15^\circ\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b). $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$

c). $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

d). $\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

e). $2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$

f). $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0$

Lời giải.

Mức độ 2. Thông Hiểu

A. $x_0 \in (-30^0; 0^0)$. **B.** $x_0 \in (-45^0; -30^0)$. **C.** $x_0 \in (-60^0; -45^0)$. **D.** $x_0 \in (-90^0; -60^0)$

[illegible]

D. $-\frac{13\pi}{6} \notin S$.

D. $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$.

[illegible]

D. 5.

[illegible]

$$\tan x = m \quad (3)$$

1. Phương pháp.

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Với $\forall m \Rightarrow \exists \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $m \in \left\{0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right\}$. Ta đặt $\tan \alpha = m$

(3) $\Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

2. Chú ý :

Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \tan \alpha = m \end{cases}$ và $m \notin \left\{0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right\}$ thì

$$\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau .

a). $\tan(3x - \frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3}$.

b). $3 \tan \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}.$

c). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0.$

d). $\tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 0$. e). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan 2x = 0$.

f). $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 12. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = 0$ trên đường tròn lượng giác là?
 A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Câu 13. (THPT Việt Trì-Phú Thọ 2018) Phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là
 A. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $-\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Câu 14. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là
 A. $\left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\emptyset$. C. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Câu 15. (THPT Kiến An-Hải Phòng 2018) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, ($m \in \mathbb{R}$).

- A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = \pm \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = \arctan m + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Câu 16. (THPT Trần Hưng Đạo TP HCM 2018) Giải phương trình $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Câu 17. (THPT Kinh Môn 2 2018) Phương trình $(\sqrt{3} \tan x + 1)(\sin^2 x + 1) = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.
 B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.
 C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.
 D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

IV. Phương trình: $\cot x = m$ (4)

1. Phương pháp.

Điều kiện: $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Với $\forall m \Rightarrow \exists \alpha \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ và $m \in \left\{0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right\}$.

Ta đặt $\cot x = m$ (4) $\Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

2. Chú ý:

Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \cot \alpha = m \end{cases}$ và $m \notin \left\{0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right\}$ thì

$$\cot x = m \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} m + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau .

a). $\sqrt{2} \cot \frac{2x}{3} = \sqrt{3}$

b). $-3\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$

c). $\cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$

Lời giải.

[illegible]

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 18. Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$.

A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

.....

Câu 19. Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ và $y = \tan 2x$ bằng nhau?

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \left(k \neq \frac{3m+1}{2}; k, m \in \mathbb{Z}\right).$

Lời giải.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 20. Giải phương trình $\tan 3x \cdot \cot 2x = 1$.

A. $x = k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

D. Vô nghiệm

Lời giải.

Câu 21. Cho $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1 = 0$. Tính $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}.$

B. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

C. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

D. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$

Lời giải.

Câu 22. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$?

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cot x = 1$.

D. $\cot^2 x = 1$

Lời giải.

Câu 23. Giải phương trình $\cos 2x \tan x = 0$.

A. $x = k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Câu 24. Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6339.

B. 6340.

C. 2017.

D. 2018.

Lời giải.

IV. Mối quan hệ giữa $\sin x$ và $\cos x$; $\tan x$ và $\cot x$

1. Phương pháp.

- Sử dụng công thức phụ chéo để chuyển đổi từ $\sin x$ sang $\cos x$ và ngược lại.
- Sử dụng công thức phụ chéo để chuyển đổi từ $\tan x$ sang $\cot x$ và ngược lại
- Sử dụng cung đối để đưa dấu trừ vào trong đối với $\sin x$
- Sử dụng cung bù để đưa dấu trừ vào trong đối với $\cos x$
- Sử dụng cung hơn kém để đưa dấu trừ vào trong đối với $\tan x, \cot x$

Hai cung phụ nhau α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

Hai cung đối nhau: α và $-\alpha$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

Hai cung bù nhau: α và $\pi - \alpha$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

Hai cung hơn kém nhau π là α và $\pi + \alpha$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau .

a). $\sin(2x+1) = \cos(2-x)$

b). $\cos(3x-1) = \sin(-2x-1)$

c). $\cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) - \sin 2x = 0$

d). $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{9\pi}{4}\right)$

e). $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0$

f). $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{7\pi}{5}\right) = 0$

g). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan 2x = 0$

h). $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot x$

k). $\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos x = 0$

Lời giải.

[illegible]

Ví dụ 6. Giải các phương trình sau .

a). $\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \sqrt{3}$

b). $\sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \sqrt{3}$

c). $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) = 2$

d). $\tan x \tan 2x = -1$

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 25. Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- Lời giải.**

83 *Lớp Toán Thầy-Diệp Tuân*

Câu 26. (THPT Chuyên ĐH Vinh-2018) Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

VI. Phương trình bậc chẵn.

1. Phương pháp.

➤ Sử dụng công thức hạ bậc để đưa về dạng cơ bản.

★ $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$

★ $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$

★ $\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau .

a). $\sin^2 \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2}$

b). $\sin^2 \left(3x + \frac{2\pi}{3} \right) = \sin^2 \left(\frac{7\pi}{5} - x \right)$

c). $\cos^2 \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{3}{4}$

d). $\sin^2 \left(5x + \frac{\pi}{3} \right) - \cos^2 \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$

e). $\cos^2 \left(3x + \frac{\pi}{3} \right) = \cos^2 x$

f). $\cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$

Lời giải.

[illegible]

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ. Nhận biết

Câu 27. Trong các phương trình, phương trình nào tương đương với phương trình $2\cos^2 x = 1$

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sin x + \sqrt{2} = 0$.

C. $\tan x = 1$.

D. $\tan^2 x = 1$.

Lời giải.

Câu 28. Phương trình nào, có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan^2 x = 3$?

A. $\cos x = -\frac{1}{2}$.

B. $4\cos^2 x = 1$.

C. $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Câu 29. Giải phương trình $4\sin^2 x = 3$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3} \\ k \neq 3\ell \end{cases} (k, \ell \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ k \neq 3\ell \end{cases} (k, \ell \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Câu 30. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với $3\sin^2 x = \cos^2 x$?

A. $\sin x = \frac{1}{2}$.

B. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin^2 x = \frac{3}{4}$.

D. $\cot^2 x = 3$.

Lời giải.

Câu 31. Với x thuộc $(0;1)$, hỏi phương trình $\cos^2(6\pi x) = \frac{3}{4}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 8.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Lời giải.

VII. Tìm tham số m để phương trình có nghiệm.

1. Phương pháp.

- Phương trình $\sin x = m$, $\cos x = m$ có nghiệm khi $-1 \leq m \leq 1$.
- Phương trình $\sin x = m$, $\cos x = m$ vô nghiệm khi $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.
- Nếu phương trình bậc hai thì tính Δ tìm nghiệm đưa về bậc nhất.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 8. Giải và biện luận phương trình: $2\sin(x + \frac{\pi}{10}) = 2m + 1$

Lời giải.

Ví dụ 9. Giải và biện luận phương trình: $m\cos 2x = m - 1$

Lời giải.

Ví dụ 10. Giải và biện luận các phương trình sau:

a). $4\sin 2x = 2m + 1$

b). $(m - 1)\cos^2(4x + \frac{\pi}{3}) = 2m$

c). $\tan(2x - \frac{\pi}{6}) = m + 1$

d). $m \cot^2(2x - \frac{\pi}{8}) = 2m + 1$

Lời giải.

Ví dụ 11. Giải và biện luận các phương trình sau:

a). $m \sin^2 2x + m - 1 = 0$

b). $(2m - 1) \tan^2 3x = m + 2$

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm.

A. $m \leq 1$.

B. $m \geq -1$.

C. $-1 \leq m \leq 1$.

D. $m \leq -1$.

Lời giải.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (1; +\infty)$.

C. $m \in [-1; 1]$.

D. $m \in (-\infty; -1)$.

Lời giải.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số

Lời giải.

Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2 \text{ có nghiệm. Tính tổng } T \text{ của các phần tử trong } S.$$

A. $T = 6$.

B. $T = 3$.

C. $T = -2$.

D. $T = -6$.

Lời giải.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số

Lời giải.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2108; 2018]$ để phương trình $m \cos x + 1 = 0$ có nghiệm?

A. 2018.

B. 2019.

C. 4036.

D. 4038.

Lời giải.

Câu 38. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nhận $x = \frac{\pi}{12}$ làm nghiệm.

A. $m \neq 2$.

B. $m = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-2}$.

C. $m = -4$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)\sin x + 2 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m \leq -1$.

B. $m \geq \frac{1}{2}$.

C. $-1 < m \leq \frac{1}{2}$.

D. $m > -1$.

Lời giải.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ vô nghiệm.

A. $m \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \cup (2; +\infty)$.

D. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Dạng VIII. Tìm nghiệm của phương trình nằm trong đoạn $[a; b]$, khoảng $(a; b)$.

1. Phương pháp.

➤ **Bước 1:** giải phương trình lượng giác cơ bản để tìm họ nghiệm $x = \alpha + k.2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

➤ **Bước 2:** do $x \in [a; b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b \Leftrightarrow a \leq \alpha + k.2\pi \leq b$ nên giải bất pt $\frac{a-\alpha}{2\pi} \leq k \leq \frac{b-\alpha}{2\pi}$

➤ **Bước 3:** do $k \in \mathbb{Z}$ nên chọn k thỏa mãn rồi thay vào họ nghiệm ban đầu.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 12. Giải các phương trình sau với điều kiện đã chỉ ra

a). $2\sin 2x = 1$ với $0 < x < 2\pi$

b). $\tan 3x = -\sqrt{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

Lời giải.

a). $\sin(3x + \frac{\pi}{3}) = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$

b). $\sin^2 2x = \cos^2(3x - \frac{\pi}{8})$

Lời giải.

Ví dụ 14. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của các phương trình sau:

a). $\sin^2 2x + \cos^2 5x = 1$

b). $(\sin x + \cos x)^2 = 2 \cos^2 3x$

Lời giải.

Ví dụ 15. Tìm tổng các nghiệm của phương trình:

a). $2 \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$ trên $(-\pi; \pi)$

b). $\sin(5x + \frac{\pi}{3}) = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ trên $[0; \pi]$

Lời giải.

Ví dụ 16. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $\sin \left[\frac{\pi}{4} (3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80}) \right] = 0$.

Lời giải.

Ví dụ 17. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $\cos \pi(3 - \sqrt{3 + 2x - x^2}) = -1$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ. Nhận biết

Câu 41. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 7

Lời giải.

Câu 42. Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$ là?

A. 1

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 43. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; \pi)$ bằng:

A. π .

B. $\frac{3\pi}{2}$.

C. 2π .

D. $\frac{5\pi}{2}$.

Lời giải.

Câu 44. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. $T = 3\pi$.

B. $T = \frac{5\pi}{2}$.

C. $T = 2\pi$.

D. $T = \pi$.

Lời giải.

Câu 45. Trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$, phương trình $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin x$ có bao nhiêu nghiệm?
 A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Lời giải.

Câu 46. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng:
 A. 0° . B. -30° . C. 30° . D. -60° .

Lời giải.

Câu 47. (THPT Xuân Hòa 2018) Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Câu 48. (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc 2018) Phương trình $2\cos^2 x = 1$ có số nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ là

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Câu 49. (THPT Việt Trì-Phú Thọ 2018) Trên đoạn $\left[-2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$, đồ thị hai hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Câu 50.(THPT Ninh Giang-Hải Dương 2018) Phương trình $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$.

A. 6.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Dạng IX. Phương pháp loại nghiệm khi giải phương trình lượng giác có điều kiện

1. Phương pháp:

Phương pháp 1:

- Biểu diễn các nghiệm và điều kiện lên đường tròn lượng giác. Ta loại đi những điểm biểu diễn của nghiệm mà trùng với điểm biểu diễn của điều kiện.
- Với cách này chúng ta cần ghi nhớ
 - ☞ Điểm biểu diễn cung α và $\alpha + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ trùng nhau
 - ☞ Để biểu diễn cung $\alpha + \frac{2k\pi}{n}$ lên đường tròn lượng giác ta cho k nhận n giá trị (thường chọn $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$) nên ta có được n điểm phân biệt cách đều nhau trên đường tròn tạo thành một đa giác đều n cạnh nội tiếp đường tròn.

Phương pháp 2: Sử dụng phương trình nghiệm nguyên

- Giả sử ta cần đối chiếu hai họ nghiệm $\alpha + \frac{k\pi}{n}$ và $\beta + \frac{l\pi}{m}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}$ đã biết, còn $k, l \in \mathbb{Z}$ là các chỉ số chạy.
- Ta xét phương trình: $\alpha + \frac{k\pi}{n} = \beta + \frac{l\pi}{m} \Leftrightarrow ak + bl = c$ (*)
 - ☞ Với a, b, c là các số nguyên.
 - ☞ Trong trường hợp này ta quy về giải phương trình nghiệm nguyên $ax + by = c$ (1).
- Để giải phương trình (1) ta cần chú ý kết quả sau:
 - ☞ Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow d = (a, b)$ là ước của c

☞ Nếu phương trình (1) có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì (1) có vô số nghiệm
$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}t \\ y = y_0 - \frac{a}{d}t \end{cases}, t \in \mathbb{Z}.$$

➤ Phương pháp 3: Thử trực tiếp

- ☞ Phương pháp này là ta đi giải phương trình tìm nghiệm rồi thay nghiệm vào điều kiện để kiểm tra.

➤ Phương pháp 4: Biểu diễn điều kiện và nghiệm thông qua một hàm số lượng giác:

- ☞ Giả sử ta có điều kiện là $u(x) \neq 0$ ($u(x) \geq 0, u(x) \leq 0$), ta biến đổi phương trình đã cho về phương trình chứa $u(x)$ và giải phương trình để tìm $u(x)$.

2. Ví dụ minh họa

a). $\cot 3x = \cot x$

b). $\cot 4x \cdot \cot 7x = 1$

[illegible][illegible]

a). $\tan(x - 30^\circ) \cos(2x - 150^\circ) = 0$ b). $(3 \tan x + \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0$ c). $\cos 2x \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$
d). $\tan(2x + 60^\circ) \cos(x + 75^\circ) = 0$ e). $(\cot x + 1) \sin 3x = 0$ f). $\tan x \tan 2x = -1$

[illegible]

a). $\sin(\pi \cos x) = 1$

C. THỦ THUẬT CASIO

Bài tập 1. Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$, phương trình $\cos x = \frac{13}{14}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Cơ sở lý thuyết: Giá trị hàm số $f(x)$ đổi dấu khi đi qua $x = x_1$ và $x = x_2$ thì phương trình $f(x) = 0$ có một nghiệm trong khoảng $(x_1; x_2)$.

Dựa vào bảng TABLE, ta nhận thấy

✦ Ở hàng thứ 4 và hàng thứ 5, $f(x)$ đổi dấu.

Suy ra $f(x) = 0$ có một nghiệm thuộc $(-0,392; 0)$.

✦ Ở hàng thứ 5 và hàng thứ 6, $f(x)$ đổi dấu.

Suy ra $f(x) = 0$ có một nghiệm thuộc $(0; 0,3926)$.

✦ Ở hàng thứ 20 và hàng thứ 21, $f(x)$ đổi dấu.

Suy ra $f(x) = 0$ có một nghiệm thuộc $(5,8904; 6,2831)$.

X	F(X)
4	-0.392
5	0
6	0.0714

X	F(X)
20	5.8904
21	6.2831
22	6.283185307

Vậy phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

D.2.

[illegible]

D. $T = \frac{23\pi}{9}$.

[illegible]

MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP

A. LÝ THUYẾT

I. Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$.

1. Định nghĩa

Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$ là phương trình có cùng một hàm lượng giác (cùng $\sin x$ hoặc cùng $\cos x$ hoặc cùng $\tan x$ hoặc cùng $\cot x$) với **cung góc giống nhau**.

2. Phương pháp.

Dạng	Đặt ẩn phụ	Điều kiện
$a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$	$t = \sin x$	$-1 \leq t \leq 1$
$a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$	$t = \cos x$	$-1 \leq t \leq 1$
$a \tan^2 x + b \tan x + c = 0$	$t = \tan x$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
$a \cot^2 x + b \cot x + c = 0$	$t = \cot x$	$x \neq k\pi$

Chú ý. Nếu đặt $t = \sin^2 x (\cos^2 x)$ hoặc $t = |\sin x|, |\cos x|$ thì điều kiện là $0 \leq t \leq 1$.

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau:

a). $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

b). $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0.$

c). $\tan^2 x + 2\sqrt{3} \tan x + 3 = 0$.

d). $\sqrt{3} \cot^2 x + (1 - \sqrt{3}) \cot x - 1 = 0.$

Lời giải.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

a). $4\cos^2 x - 4\sin x - 1 = 0.$

b). $-\sin^2 x - 3\cos x + 3 = 0.$

c). $2\cos^2 2x + 5\sin 2x + 1 = 0.$

d). $3 - 4\cos^2 x = \sin x(2\sin x + 1).$

e). $3\sin^2 x + 2\cos^4 x - 2 = 0.$

f). $4\sin^4 x + 5\cos^2 x - 4 = 0.$

Nhận xét: Ta áp dụng công thức $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
 $\Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Lời giải.

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau:

a). $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0.$

b). $3\cos 2x + 7\sin x + 2 = 0.$

c). $5\cos x - 2\sin \frac{x}{2} + 7 = 0.$

d). $\sin^2 x + \cos 2x + \cos x = 2.$

e). $\cos 2x + \cos^2 x - \sin x + 2 = 0.$

f). $3\cos^2 x - 2\cos 2x = 3\sin x - 1.$

Nhận xét: áp dụng công thức $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ (theo $\cos$)
 $= 1 - 2\sin^2 x$ (theo $\sin$)

Lời giải.

Ví dụ 4. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $\cos 4x + 12 \sin^2 x - 1 = 0.$

b). $\cos 4x - 2 \cos^2 x + 1 = 0.$

c). $16 \sin^2 \frac{x}{2} - \cos 2x = 15.$

d). $\cos 2x + 2 \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}.$

e). $\cos 2x - 3 \cos x = 4 \cos^2 \frac{x}{2}.$

f). $1 + \cos 4x - 2 \sin^2 x = 0.$

g). $8 \cos^2 x - \cos 4x = 1.$

h). $6 \sin^2 3x - \cos 12x = 4.$

Nhận xét: Sử dụng kỹ thuật nâng cung, hạ bậc để đưa về cùng góc.

(áp dụng công thức $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ (theo $\cos$))

$= 1 - 2 \sin^2 x$ (theo $\sin$)

Hạ bậc $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

Lời giải

[illegible]

Ví dụ 5. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $5(1 + \cos x) = 2 + \sin^4 x - \cos^4 x$.

b). $\cos^4 x - \sin^4 x + \cos 4x = 0$.

c). $4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \cos 4x + \sin 2x = 0$.

d). $4(\sin^6 x + \cos^6 x) = 4\sin 2x$.

Nhận xét: *áp dụng công thức* $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$, $\cos^6 x + \sin^6 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x$

$$\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$$

Lời giải

Ví dụ 6. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $\frac{3}{\cos^2 x} = 3 + 2 \tan^2 x.$

b). $\frac{1}{\cos^2 x} + 3 \cot^2 x = 5.$

c). $\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3 \cot x + \sqrt{3}.$

d). $9 - 13 \cos x + \frac{4}{1 + \tan^2 x} = 0.$

e). $2 \tan^2 x + 3 = \frac{3}{\cos x}.$

f). $-\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{2}{\cos x} - \frac{5}{2} = 0.$

g). $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}.$

g). $2 \sin^2 x + \tan^2 x = 2.$

Nhận xét: áp dụng công thức $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$, $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$.

Lời giải

Ví dụ 7. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $8\sin x \cos x - \cos 4x + 3 = 0.$

b). $2\sin^2 8x + 6\sin 4x \cos 4x = 5.$

c). $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 1 - \sin x.$

d). $8\sin x \cos x - \cos 4x + 3 = 0.$

Nhận xét: áp dụng công thức $\sin 2x = 2\sin x \cos x.$

Lời giải

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau .

a). $\cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) + 3\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

b). $\cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 4$

c). $4\cos^2(6x - 2) + 16\cos^2(1 - 3x) = 13$

d). $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x \cdot \cos 2x + 3\cos^2 x + 1$

e). $2\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 6\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$

f). $\cos^2 3x \cos 2x - \cos^2 x = 0$

Lời giải.

[illegible]

4. Bài tập vận dụng

Bài tập 1. Giải các phương trình sau .

a). $4\cos^2 x - 4\sin x - 1 = 0$.

b). $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$.

c). $3\cos 2x + 7\sin x + 2 = 0$.

d). $4\sin^4 x + 5\cos^2 x - 4 = 0$.

e). $\cos 4x + 12\sin^2 x - 1 = 0$.

$$\text{f). } -\frac{1}{2}\tan^2 x + \frac{2}{\cos x} - \frac{5}{2} = 0.$$

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 2. Giải các phương trình sau .

a). $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1)\tan x - \sqrt{3} = 0$ **b).** $\cot^2 x + 4\cot x + 3 = 0$

c). $\tan x - \cot x = \frac{3}{2}$

d). $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3$

e). $5\cos x - 2\sin \frac{x}{2} + 7 = 0$

f). $23\sin x - \sin 3x = 24$

Lời giải.

Bài tập 3. Giải các phương trình sau .

a). $\sin^3 x + 3\sin^2 x + 2\sin x = 0$

b). $\cos 4x + 12 \sin x \cos x - 5 = 0$

c). $\cos 2x - 3\cos x = 4\cos^2 \frac{x}{2}$

d). $\frac{3}{\sin^2 x} - 2\sqrt{3} \cot x - 6 = 0$

e). $\sin^4 x + \frac{5}{3} \cos^4 x = 1$

Lời giải.

[illegible]

5. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 1. Hỏi trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

[illegible]

Câu 2. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 3. Cho phương trình $\cot^2 3x - 3\cot 3x + 2 = 0$. Đặt $t = \cot x$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $t^2 - 3t + 2 = 0$.

B. $3t^2 - 9t + 2 = 0$.

C. $t^2 - 9t + 2 = 0$.

D. $t^2 - 6t + 2 = 0$.

Lời giải.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $4\sin^2 2x - 2(1 + \sqrt{2})\sin 2x + \sqrt{2} = 0$ trên $(0; \pi)$ là?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1

Lời giải.

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $\sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$ trên đoạn $[-\pi; 4\pi]$ là?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Câu 6. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2\sin^2 \frac{x}{4} - 3\cos \frac{x}{4} = 0$ trên đoạn $[0; 8\pi]$.

A. $T = 0$.

B. $T = 8\pi$.

C. $T = 16\pi$.

D. $T = 4\pi$.

Lời giải.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{\sin^2 x} - (\sqrt{3} - 1)\cot x - (\sqrt{3} + 1) = 0$ trên $(0; \pi)$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 8. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$.

A. $T = \frac{17\pi}{4}$.

B. $T = 2\pi$.

C. $T = 4\pi$.

D. $T = 6\pi$.

Lời giải.

Câu 9. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos 2x + 3\sin x + 4 = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 10. Cho phương trình $\cos x + \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$. Nếu đặt $t = \cos \frac{x}{2}$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $2t^2 + t = 0$.

B. $-2t^2 + t + 1 = 0$.

C. $2t^2 + t - 1 = 0$.

D. $-2t^2 + t = 0$.

Lời giải.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$ thuộc $[0; 2\pi]$ là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Câu 12. (Chuyên Biên Hòa Hà Nam 2018) Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

- A. 1008. B. 2018. C. 2017. D. 1009.

Lời giải

Câu 13. (THPT Can Lộc 2018)

Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{15\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$ với $x \in [0; 2\pi]$ là:

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 4

Lời giải

[illegible]

Câu 14. (Sở GD&ĐT Hà Tĩnh 2018) Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$ trên $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là:

A. $\frac{7\pi}{6}$. B. $\frac{7\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{2}$. D. 2π

Lời giải

[illegible]

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\tan x + m \cot x = 8$ có nghiệm.
A. $m > 16$. **B.** $m < 16$. **C.** $m \geq 16$. **D.** $m \leq 16$.

Lời giải.

Câu 16. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos 2x - (2m+1)\cos x + m+1 = 0$ có nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

A. $-1 \leq m \leq 0$.

B. $-1 \leq m < 0$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $-1 \leq m < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 17. Biết rằng khi $m = m_0$ thì phương trình $2\sin^2 x - (5m+1)\sin x + 2m^2 + 2m = 0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m = -3$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m_0 \in \left(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}\right]$.

D. $m_0 \in \left(-\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Lời giải.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$2 \cos^2 3x + (3 - 2m) \cos 3x + m - 2 = 0 \text{ có đúng 3 nghiệm thuộc khoảng } \left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right).$$

A. $-1 \leq m \leq 1.$

B. $1 < m \leq 2.$

C. $1 \leq m \leq 2.$

D. $1 \leq m < 2.$

Lời giải.

II. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x, \cos x$.

1. Định nghĩa.

Phương trình bậc nhất đối với $\sin x, \cos x$ là phương trình có dạng: $a \sin x + b \cos x = c$ (1) ; với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 \neq 0$.

2. Phương pháp.

Chia hai vế (1) cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ ta được $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (*)

và đặt $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos \alpha + \cos x \cdot \sin \alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (2).$$

3. Chú ý:

✦ có nghiệm $\Leftrightarrow (2)$ có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2$.

$$\text{✶ } \sin x \pm \sqrt{3} \cos x = 2 \left[\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right] = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$$

$$\text{✶ } \sqrt{3} \sin x \pm \cos x = 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \pm \frac{1}{2} \cos x \right] = 2 \sin(x \pm \frac{\pi}{6})$$

👉 $\sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right] = \sqrt{2} \sin(x \pm \frac{\pi}{4}).$

4. Công thức bổ trợ.

Công thức cộng

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \cdot \tan b}$$

Công thức nhân đôi

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\begin{aligned}\cos 2a &= 2\cos^2 a - 1 && (\text{theo cos}) \\ &= 1 - 2\sin^2 a && (\text{theo sin}) \\ &= \cos^2 a - \sin^2 a && (\text{theo tong})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos 3a &= 4\cos^3 a - 3\cos a \\ \sin 3a &= 3\sin a - 4\sin^3 a\end{aligned}$$

5. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 9. Giải các phương trình sau .

a). $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$

b). $3\sin x - 4\cos x = 5$

c). $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2}$

d). $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 1$ (1)

e). $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$

f). $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$

Lời giải.

[illegible]

Ví dụ 10. Giải các phương trình sau .

a). $\sin x + \cos x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x$

b). $\sqrt{3} \sin 7x - \cos 7x = 2 \sin \left(5x - \frac{\pi}{6} \right)$

c). $\sin \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right) + \sqrt{3} \sin (\pi - 2x) = 2$

d). $\cos x + \sqrt{3} \sin x + 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = 0$

e). $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} \cos 2x}{2 \sin x} = \cos x$

f). $3 \sin 3x - \sqrt{3} \cos 9x = 1 + 4 \sin^3 3x$

Lời giải.

[illegible]

Ví dụ 11. Giải các phương trình sau .

a). $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x)$

b). $\sin x + \sin 2x = \sqrt{3}(\cos x + \cos 2x)$

c). $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$

d). $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$

e). $2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4 \sin x + 1 = 0$

f). $\frac{(1 - 2 \sin x) \cos x}{(1 + 2 \sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3} \quad (1)$

Lời giải.

Ví dụ 12. Giải các phương trình sau .

a). $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$

b). $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$

c). $2 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3} \cos x)$

d). $8 \sin x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$

e). $\sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cos x$

f). $2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) + 4 \sin x \cos x - 1 = 0$

Lời giải.

[illegible]

6. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 19.

Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\cos 2x - \sin 2x = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{\pi}{4} \in S$. B. $\frac{\pi}{2} \in S$. C. $\frac{3\pi}{4} \in S$. D. $\frac{5\pi}{4} \in S$.

Lời giải.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = \sqrt{3}$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Câu 21. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x$ trên $(0; 2\pi)$.

A. $T = \frac{7\pi}{8}$.

B. $T = \frac{21\pi}{8}$.

C. $T = \frac{11\pi}{4}$.

D. $T = \frac{3\pi}{4}$.

Lời giải.

Câu 22. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất x_0 của $3\sin 3x - \sqrt{3}\cos 9x = 1 + 4\sin^3 3x$.

A. $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

B. $x_0 = \frac{\pi}{18}$.

C. $x_0 = \frac{\pi}{24}$.

D. $x_0 = \frac{\pi}{54}$.

Lời giải.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 24. Giải phương trình $\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin 2x$.

A.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải.

Câu 25. Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $x_0 \in \left(-\frac{\pi}{12}; 0\right)$. B. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{12}\right]$. C. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}\right]$. D. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right]$.

Lời giải.

Câu 26. Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax + b) = \sin(cx + d)$ với b, d thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $b + d$.

- A. $b + d = \frac{\pi}{12}$. B. $b + d = \frac{\pi}{4}$. C. $b + d = -\frac{\pi}{3}$. D. $b + d = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Câu 27. Giải phương trình $\frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{\sin x - \frac{1}{2}} = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Câu 28. Hàm số $y = \frac{2\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x + 3}$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 29. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{12}\right)$.

B. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}\right]$.

C. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

D. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Lời giải.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m \text{ vô nghiệm.}$$

A. 21.

B. 20.

C. 18.

D. 9.

Lời giải.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x + \sin x = \sqrt{2}(m^2 + 1)$ vô nghiệm.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in [-1; 1]$.

C. $m \in (-\infty; +\infty)$

D. $m \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình $(m+1)\sin x - m\cos x = 1-m$ có nghiệm.
A. 21. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 11.

Lời giải.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm.
A. 4037. **B.** 4036. **C.** 2019. **D.** 2020.

Lời giải.

Câu 34. (THPT Chuyên Phan Bội Châu 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\cos 2x + m|\sin x| - m = 0$ có nghiệm?
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số

Lời giải

Câu 35. (THPT Can Lộc Hà Tĩnh 2018) Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4\sin x + (m-4)\cos x - 2m + 5 = 0$ có nghiệm là:

- A. 5. B. 6. C. 10. D. 3.

Lời giải

Câu 36. (Toán Học Tuổi trẻ 2018) Với giá trị lớn nhất của a bằng bao nhiêu để phương trình $a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2$ có nghiệm?

- A. 2. B. $\frac{11}{3}$. C. 4. D. $\frac{8}{3}$

Lời giải

Câu 37.(THPT Đặng Thúc Hứa Nghệ An 2018) Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0;100\pi)$ của phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3$. Tổng các phần tử của S là

A. $\frac{7400\pi}{3}$.

B. $\frac{7525\pi}{3}$.

C. $\frac{7375\pi}{3}$.

D. $\frac{7550\pi}{3}$.

Lời giải

III. Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với $\sin x, \cos x$.

1. Định nghĩa :

Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với $\sin x, \cos x$ là phương trình có dạng

$$\boxed{a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d \quad (1)}, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

2. Phương pháp:

Xét 2 trường hợp :

- **Trường hợp 1:** Xét $\cos x = 0 \Rightarrow \sin x = \pm 1$.
 ➤ Thay vào (1) xem thoả hay không thoả rồi kết luận.
- **Trường hợp 2:** Xét $\cos x \neq 0$.
 ➤ Chia hai vế của (1) cho $\cos^2 x$, rồi đưa về phương trình bậc hai theo $\tan x$ có dạng
 $(1) \Leftrightarrow (a-d)\tan^2 x + b\tan x + c-d = 0$ rồi giải bình thường.

3. Nhân xét:

- Ta có thể mở rộng ra bậc k .
- Là phương trình có dạng $f(\sin x, \cos x) = 0$ trong đó lũy thừa của $\sin x$ và $\cos x$ cùng chẵn hoặc cùng lẻ.
- **Cách giải:** Chia hai vế phương trình cho $\cos^k x \neq 0$ (k là số mũ cao nhất) ta được phương trình ẩn là $\tan x$.

4. Công thức bổ trợ.

✦ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

✦ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

✦ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

✦ $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

✦ $\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$

✦ $\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$

5. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 13. Giải các phương trình sau .

a). $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x \cos x - \cos^2 x = 4$

b). $3\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x - 4\cos^2 2x = 2$

c). $2 \sin^2 x + (3 + \sqrt{3}) \sin x \cos x + (\sqrt{3} - 1) \cos^2 x = -1$ d). $3 \sin^2 \frac{x}{2} + 4 \sin x + (8\sqrt{3} - 9) \cos^2 \frac{x}{2} = 0$

e). $\sqrt{3}\sin^2 x + (1-\sqrt{3})\sin x \cos x - \cos^2 x + 1 - \sqrt{3} = 0$ f). $9\sin^2 x - 30\sin x \cos x + 25\cos^2 x = 25$

Lời giải.

Ví dụ 14. Giải các phương trình sau .

a). $\sin^2 x + \sin 2x - 2 \cos^2 x = \frac{1}{2}$

b). $\sin 2x - 2 \sin^2 x = 2 \cos 2x$

c). $2 \sin^3 x = \cos x$

d). $3 \sin^3 x + 2 \sin^2 x \cos x = \sin x \cos^2 x$

e). $6 \sin x + 2 \cos^3 x = 5 \sin 2x \cos x$

f). $\sin x - 4 \sin^3 x + \cos x = 0$

Lời giải.

[illegible]

Ví dụ 15. Giải các phương trình sau .

a). $4(\sin^3 x + \cos^3 x) = \cos x + 3\sin x$

b). $3\cos^4 x - 4\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x = 0$

c). $\tan x \cdot \sin^2 x - 2\sin^2 x = 3(\cos 2x + \sin x \cdot \cos x)$

d). $2\sqrt{2} \cos^3 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - 3\cos x - \sin x = 0$

e). $\sin^3 x - 4\sin^2 x \cos x + 5\sin x \cos^2 x - 2\cos^3 x = 0$

f). $8\cos^3 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \cos 3x$

Lời giải.

6. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 38. Giải phương trình $\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1)\sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Câu 39. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x \cos x - \cos^2 x = 2$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left\{ \frac{\pi}{3}; \pi \right\} \subset S$.

B. $\left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right\} \subset S$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{12} \right\} \subset S$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6} \right\} \subset S$.

Lời giải.

Câu 40. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình

$$\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1)\sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = \sqrt{3}.$$

A. $\sin x = 0$.

B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$.

C. $(\cos x - 1)\left(\tan x - \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}}\right) = 0$.

D. $(\tan x + 2 + \sqrt{3})(\cos^2 x - 1) = 0$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 41. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình

$$\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1?$$

A. $\cos x (\cot^2 x - 3) = 0.$

B. $\sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \left[\tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 2 - \sqrt{3} \right] = 0.$

C. $\left[\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) - 1 \right] \cdot (\tan x - \sqrt{3}) = 0.$

D. $(\sin x - 1)(\cot x - \sqrt{3}) = 0.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 42. Cho phương trình $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $x = k\pi$ không là nghiệm của phương trình.

B. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ thì ta được phương trình $\tan^2 x - 3 \tan x + 2 = 0$.

C. Nếu chia 2 vế của phương trình cho $\sin^2 x$ thì ta được phương trình $2 \cot^2 x + 3 \cot x + 1 = 0$.

D. Phương trình đã cho tương đương với $\cos 2x - 3 \sin 2x + 3 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 43. Số vị trí biểu diễn các nghiệm phương trình $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 5$ trên đường tròn lượng giác là?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Câu 44. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - 3\sin x \cos x + 2\sin^2 x = 0$ trên $(-2\pi; 2\pi)$?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Câu 45. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 4$ là:

A. $\frac{\pi}{12}$.

B. $\frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Câu 46. Cho phương trình $(\sqrt{2}-1)\sin^2 x + \sin 2x + (\sqrt{2}+1)\cos^2 x - \sqrt{2} = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $x = \frac{7\pi}{8}$ là một nghiệm của phương trình.
 B. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ thì ta được phương trình $\tan^2 x - 2\tan x - 1 = 0$.
 C. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\sin^2 x$ thì ta được phương trình $\cot^2 x + 2\cot x - 1 = 0$.
 D. Phương trình đã cho tương đương với $\cos 2x - \sin 2x = 1$

Lời giải.

Câu 47. Giải phương trình $2\sin^2 x + (1-\sqrt{3})\sin x \cos x + (1-\sqrt{3})\cos^2 x = 1$.

- A. $-\frac{\pi}{6}$. B. $-\frac{\pi}{4}$. C. $-\frac{2\pi}{3}$. D. $-\frac{\pi}{12}$.

Lời giải.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình

$$11\sin^2 x + (m-2)\sin 2x + 3\cos^2 x = 2 \text{ có nghiệm?}$$

- A. 16. B. 21. C. 15. D. 6.

Lời giải.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc để phương trình $\sin^2 x - 2(m-1)\sin x \cos x - (m-1)\cos^2 x = m$ có nghiệm?
 A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số

Lời giải.

Câu 50. Tìm điều kiện để phương trình $a\sin^2 x + a\sin x \cos x + b\cos^2 x = 0$ với $a \neq 0$ có nghiệm.
 A. $a \geq 4b$. B. $a \leq -4b$. C. $\frac{4b}{a} \leq 1$. D. $\left| \frac{4b}{a} \right| \leq 1$

Lời giải.

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m$ vô nghiệm.
 A. $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$. B. $m < 0, m > \frac{4}{3}$. C. $0 < m < \frac{4}{3}$. D. $m < -\frac{4}{3}, m > 0$

Lời giải.

Câu 52. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để phương trình $(m^2 + 2)\cos^2 x - 2m\sin 2x + 1 = 0$ có nghiệm.

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 4

Lời giải.

IV. Phương trình đối xứng (phản đối xứng) đối với $\sin x, \cos x$.

1. Định nghĩa

Phương trình đối xứng đối với $\sin x, \cos x$ là phương trình có dạng

$$a(\sin x + \cos x) + b\sin x \cos x + c = 0 \quad (4), \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

2. Phương pháp:

Để giải phương trình trên ta sử dụng phép đặt ẩn phụ:

$$\text{Đặt } t = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{t^2 - 1}{2} = \sin x \cos x \\ t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \end{cases}$$

Thay vào (4) ta được phương trình bậc hai theo t .

Ngoài ra chúng ta còn gặp phương trình phản đối xứng có dạng

$$a(\sin x - \cos x) + b \sin x \cos x + c = 0 \quad (4')$$

Để giải phương trình này ta cũng đặt $t = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \\ \sin x \cos x = \frac{1-t^2}{2} \end{cases}$

Thay vào (4') ta có được phương trình bậc hai theo t.

Ví dụ 16. Giải các phương trình sau .

a). $2\sin 2x - 3\sqrt{3}(\sin x + \cos x) + 5 = 0$

b). $2(\sin x + \cos x) + 6\sin x \cos x - 2 = 0.$

c). $2\sqrt{2}(\sin x - \cos x) - 2\sin 2x = 1$

d). $\sin x + \cos x - 4\sin x \cos x - 1 = 0.$

e). $\sin x \cos x - \sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 1 = 0.$

f). $2\sin 2x + 3\sqrt{3}(\sin x + \cos x) + 5 = 0$.

Lời giải.

This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

[illegible]

Ví dụ 17. Giải các phương trình sau .

a). $\sin x - \cos x = 2\sqrt{6} \sin x \cos x.$

b). $2\sqrt{2}(\sin x - \cos x) = 3 - \sin 2x.$

c). $(1 - \sqrt{2})(1 + \sin x - \cos x) = \sin 2x$

d). $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2}.$

e). $(1 + \sqrt{2})(\sin x + \cos x) - 2 \sin x \cos x - 1 - \sqrt{2} = 0.$

f). $\sin x - 2 \sin 2x = \frac{1}{2} - \cos x.$

Lời giải.

Ví dụ 18. Giải các phương trình sau .

a). $\sin 2x + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1.$

b). $2 \sin 2x - 3\sqrt{6} |\sin x + \cos x| + 8 = 0.$

c). $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$

d). $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \quad (1)$

Lời giải.

Mức độ 3. Vận dụng

Cho x_0 là nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$ thì giá trị của $P = 3 + \sin 2x_0$ là

- ### Lời giải

Câu 54.(THPT Chuyên Bắc Ninh 2018) Giải phương trình $\sin 3x - 4\sin x \cos 2x = 0$.

A.
$$\begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

Lời giải

Câu 55.(SGD Bà Rịa Vũng Tàu 2018)

Cho x_0 là nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$ thì giá trị của $P = \sin\left(x_0 + \frac{\pi}{4}\right)$

A. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $P = 1$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 56.(THPT Phan Châu Trinh-2018)

Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + |\sin x + \cos x| = 1$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là

A. 2π .

B. 4π .

C. 3π .

D. π .

Lời giải

Câu 57.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018)

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $\sqrt{1+2\cos x} + \sqrt{1+2\sin x} = \frac{m}{2}$ có nghiệm thực.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2

Lời giải

Câu 58.(THPT Phan Chu Trinh 2018)

Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + |\sin x + \cos x| = 1$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là:

A. 2π .

B. 4π .

C. 3π .

D. π

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

V. Phương trình biến đổi tổng thành tích, tích thành tổng, hạ bậc (bậc chẵn)

1. Phương pháp .

Khi gặp phương trình có chứa tổng (*hiệu*) của hai hay nhiều hàm lượng giác ta sử dụng công thức *biến đổi tổng thành tích* để xuất hiện *thừa số chung* đưa về phương trình tích:

$$f(x).g(x)....h(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=0 \\ \\ h(x)=0 \end{cases}$$

2. Công thức bổ trợ.

$$\star \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} . \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\star \cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} . \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\star \sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} . \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\star \sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} . \sin \frac{a-b}{2}$$

Khi gặp phương trình có chứa tích của hai hàm lượng giác ta sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng để xuất hiện dạng phương trình lượng giác cơ bản.

$$\star \cos a . \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\star \sin a . \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\star \sin a . \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$$

$$\star \cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

Khi gặp phương trình có chứa hàm lượng giác bậc chẵn ta sử dụng công thức hạ bậc để đưa về tổng của hai hay nhiều hàm lượng giác rồi tiếp tục biến đổi tổng tích thành để xuất hiện thừa số chung.

$$\star \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2} \Rightarrow 1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a$$

$$\star \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2} \Rightarrow 1 - \cos 2a = 2 \sin^2 a$$

$$\star \tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$$

$$\star 1 + \sin 2a = (\sin a + \cos a)^2$$

3.Ví dụ minh họa :

Ví dụ 19. Giải các phương trình sau .

a). $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0$

b). $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

c). $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$

d). $2 \sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$

e). $\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos 2x$

f). $\cos 3x - 2 \sin 2x - \cos x - \sin x - 1 = 0 \quad (*)$

Lời giải.

d). $\sin 2x \cdot \cos 3x = \sin 5x \cdot \cos 6x$

[illegible]

d). $\cos^2 3x \cos 2x - \cos^2 x = 0$

.....

Mức độ 3. Vận dụng

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ x = k2\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ x = k2\pi \end{cases}$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ x = k\pi \end{cases}$$

161

Câu 60. Cho phương trình $3\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 2\sin 2x + 4 = 0$. Đặt $t = \sin x + \cos x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 + 3\sqrt{2}t + 2 = 0$.

B. $4t^2 + 3\sqrt{2}t + 4 = 0$.

C. $2t^2 + 3\sqrt{2}t - 2 = 0$.

D. $4t^2 + 3\sqrt{2}t - 4 = 0$.

Lời giải.

Câu 61. Cho phương trình $5\sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0$. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình đã cho?

A. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\tan x = 1$.

D. $1 + \tan^2 x = 0$.

Lời giải.

Câu 62. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x + \cos x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ là:

A. $-\frac{\pi}{2}$.

B. $-\pi$.

C. $-\frac{3\pi}{2}$.

D. -2π .

Lời giải.

Câu 63. Cho x thỏa mãn phương trình $\sin 2x + \sin x - \cos x = 1$. Tính $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

B. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

[illegible]

A. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1.$

B. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1.$

C. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

D. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$

[illegible]

Câu 66. Từ phương trình $(1 + \sqrt{3})(\cos x + \sin x) - 2\sin x \cos x - \sqrt{3} - 1 = 0$, nếu ta đặt $t = \cos x + \sin x$ thì giá trị của t nhận được là:

- A. $t = 1$ hoặc $t = \sqrt{2}$. B. $t = 1$ hoặc $t = \sqrt{3}$. C. $t = 1$. D. $t = \sqrt{3}$

Lời giải.

Câu 67. Nếu $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ thì $\sin x$ bằng bao nhiêu?

- A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\sin x = -1$ hoặc $\sin x = 0$. D. $\sin x = 0$ hoặc $\sin x = 1$.

Lời giải.

Câu 68. Nếu $(1 + \sin x)(1 + \cos x) = 2$ thì $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ bằng bao nhiêu?

- A. -1 . B. 1 . C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Câu 69. Cho x thỏa mãn $2\sin 2x - 3\sqrt{6}|\sin x + \cos x| + 8 = 0$. Tính $\sin 2x$.

A. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$.

B. $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$.

D. $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Câu 70. Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4037.

B. 4036.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Câu 71. Từ phương trình $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \tan x + \cot x$, ta tìm được $\cos x$ có giá trị bằng:

- A. 1. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. -1.

Lời giải.

Câu 72. Từ phương trình $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$, ta tìm được $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng:

- A. 1. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

D. 4.

1. Phương pháp:

Để đưa phương trình về dạng phương trình tích.

✦ $1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$

h). $(1+2\sin x)^2 \cos x = 1 + \sin x + \cos x$

[illegible]

[illegible]

h). $\sin 2x = 2 \cos x + \sqrt{3} \sin x - \sqrt{3}$ (1)

[illegible]

Ví dụ 24. Giải các phương trình sau .

a). $\cos 2x - \cos x = 2 \sin^2 \frac{3x}{2}$

b). $\sin x + \cos x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$

c). $\frac{1 + \cos 2x}{\cos x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$

d). $\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

e). $\cos^3 x + \sin^3 x + 2\sin^2 x = 1$ (1)

f). $4\sin^3 x + 4\sin^2 x + 3\sin 2x + 6\cos x = 0$ (1)

Lời giải.

[illegible]

Ví dụ 25. Giải các phương trình sau .

a). $(1 + \sin^2 x) \cdot \cos x + (1 + \cos^2 x) \cdot \sin x = 1 + \sin 2x$ b). $(\sin 2x + \cos 2x) \cdot \cos x + 2 \cos 2x - \sin x = 0$

c). $\sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cdot \cos x$ d). $\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$ (1)

Lời giải.

[illegible]

h). $4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \cos 4x + \sin 2x = 0$

Tel: 0935.660.880

[illegible]

Ví dụ 27. Giải các phương trình sau .

a). $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \cos x - 1$

b). $\sqrt{3} \cos 2x + 2 \cos x (\sin x - 1) = 0$

c). $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1$

d). $\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos 2x$

e). $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x + 1 = \sqrt{3} \sin x + 3 \cos x$

f). $\sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$

g). $2\sin^2 x - \sin 2x + \sin x + \cos x - 1 = 0$

h). $\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin x - 1$

[illegible]

Ví dụ 28. Giải các phương trình sau .

a). $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$

b). $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \quad (*)$

c). $(\sin 2x + \cos 2x)\cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0$

d). $\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 1 = 0$

e). $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$

f). $\sqrt{3}\sin 2x + \sqrt{3}\sin x + \cos 2x - \cos x = 2 \quad (*)$

g). $\sin 2x - \cos x \cdot 2x + 4\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 4\cos x + 1 = 0 \quad (*)$

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 74.(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa 2018) Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình
$$\frac{(2 \cos x - 1)(\sin 2x - \cos x)}{\sin x - 1} = 0$$
 trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ta được kết quả là:

A. $T = \frac{2\pi}{3}$.

B. $T = \frac{\pi}{2}$.

C. $T = \pi$.

D. $T = \frac{\pi}{3}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 75.(Chuyên Hùng Vương Phú Thọ)

Phương trình $\sin 2x + 3 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 76.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018)

Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 4 \sin x - 2 \cos x - 4 = 0$ trong đoạn $[0; 100\pi]$ của phương trình.

A. 100π .

B. 2476π .

C. 25π .

D. 2475π

[illegible]

A. $x = \frac{k\pi}{5} \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{k\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{k\pi}{7} \ (k \in \mathbb{Z})$

[illegible]

A. $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

[illegible]

Câu 79.(THPT Chuyên Thái Bình 2018)

Cho phương trình $\frac{\cos x + \sin 2x}{\cos 3x} + 1 = 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng:

- A. Phương trình đã cho vô nghiệm.
- B. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{\pi}{2}$.
- C. Phương trình tương đương với phương trình $(\sin x - 1)(2 \sin x - 1) = 0$.
- D. Điều kiện xác định của phương trình là $\cos x(3 + 4 \cos^2 x) \neq 0$.

Lời giải

Câu 80.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \tan 2x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 1.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 2.

Lời giải

Câu 81.(SGD Vĩnh Phúc-KSCL 2018) Phương trình $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$ tương đương với phương trình

A. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 5x = 0$.

B. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 4x = 0$.

C. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0$.

D. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = 0$

Lời giải

Câu 82.(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh 2018) Phương trình $\sin 5x + \sin 9x + 2\sin^2 x - 1 = 0$ có một họ nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{42} + \frac{k2\pi}{7}$.

B. $x = \frac{\pi}{42} + \frac{k2\pi}{3}$.

C. $x = \frac{\pi}{5} + k2\pi$.

D. $x = \frac{3\pi}{7} + k\pi$

Lời giải

Câu 83.(THPT Kim Liên-Hà Nội 2018)

Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Câu 84.(THTT Số 4-487 tháng 1 2018) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ bằng

- A. 0. B. π . C. 2π . D. 3π .

Lời giải

Câu 85.(THTT Số 4-487 2018) Xét phương trình $\sin 3x - 3\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x = 2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

- A. $(2\sin x - 1)(2\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$. B. $(2\sin x - \cos x + 1)(2\cos x - 1) = 0$.
C. $(2\sin x - 1)(2\cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$. D. $(2\sin x - 1)(\cos x - 1)(2\cos x + 1) = 0$.

Lời giải

Câu 86.(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa 2018) Số vị trí điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$ trên đường tròn lượng giác là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 87.(THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-2018)

Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{15\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$ với $x \in [0; 2\pi]$ là

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4

Lời giải

Câu 88.(THPT Lê Quý Đôn-Quảng Trị 2018) Giải phương trình: $\cos 3x \cdot \tan 4x = \sin 5x$.

A. $x = k\frac{2}{3}\pi, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}$.

B. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{3\pi}{8}$.

C. $x = k\pi, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}$.

D. $x = k\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{3\pi}{8}$.

Lời giải

Câu 89.(THPT Trần Kỳ Phong 2018) Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $[\pi; 2018\pi]$ ta được số nghiệm là:

A. 2016 nghiệm.

B. 2017 nghiệm.

C. 2018 nghiệm.

D. 2019 nghiệm.

Lời giải

Câu 90.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018)

Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x) = 0$ trên đoạn $x \in [0; 2\pi]$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Câu 91.(THPT Yên Định 2018) Nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 3x$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Câu 92.(THPT Lê Quý Đôn-2018) Giải phương trình: $\cos 3x \cdot \tan 4x = \sin 5x$.

A. $x = k\frac{2}{3}\pi, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}$.

B. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{3\pi}{8}$.

C. $x = k\pi, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}$.

D. $x = k\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{16} + k\frac{3\pi}{8}$.

Lời giải

[illegible]

Câu 93.(Toán Học Tuổi Trẻ 484-10/2017)

Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x+5)(\sin^4 x-\cos^4 x)+3=0$ trong khoảng $(0;2\pi)$.

A. $S = \frac{11\pi}{6}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = 5\pi$.

D. $S = \frac{7\pi}{6}$

Lời giải

[illegible]

Câu 94. (THIT Số 2-485 tháng 11 2018) Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x + 2 \cos 3x \cdot \sin x - 2 = 0$ trong khoảng $(0; \pi)$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 95.(THPT Bình Xuyên 2018) Phương trình $(\sin x - \sin 2x)(\sin x + \sin 2x) = \sin^2 3x$ tương đương với phương trình nào sau đây:

- A. $(\sin x - \sin 2x - \sin 3x)(\cos x + \cos 2x) = 0$. B. $(\sin x - \sin 3x)\sin x = 0$.
C. $(\sin x - \sin 2x - \sin 3x)(\sin x + \sin 2x) = 0$. D. $(\sin x + \sin 3x)\sin 3x = 0$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 96.(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2018) Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ của phương trình

$$\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right).$$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 97.(THPT Triệu Sơn 1-lần 1 2018) Số nghiệm nằm trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\sin 5x + \sin 3x = \sin 4x$ là

- A. 5. B. 7. C. 9. D. 3

Lời giải

.....

.....

Câu 98.(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội 2018) Số nghiệm thuộc khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos(\pi + x) + \sqrt{3} \sin x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.

Lời giải

Câu 99.(THPT Kinh Môn 2 Hải Dương 2018) Phương trình lượng giác: $\cos 3x - \cos 2x + 9 \sin x - 4 = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$. Tổng số nghiệm của phương trình trên là:

A. $\frac{25\pi}{6}$. B. 6π . C. Kết quả khác. D. $\frac{11\pi}{3}$

Lời giải

Câu 100.(THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng 2018)

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Câu 101.(THPT Yên Lạc Vĩnh Phúc 2018)

Tập tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 2\sin^2 x - 6\sin x - 2\cos x + 4 = 0$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

[illegible]

D. $\frac{11\pi}{3}$

[illegible]

D. 1

191

[illegible]

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 104.(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 4x = \cos^2 3x + m \sin^2 x$ có nghiệm $x \in \left(0; \frac{\pi}{12}\right)$.

- A.** $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $m \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $m \in (0; 1)$. **D.** $m \in \left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

[illegible]

Câu 105. (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc 2018)

Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos 3x(2\cos 2x+1)=1$ trên đoạn $[-4\pi; 6\pi]$ là:

- A. 61π . B. 72π . C. 50π . D. 56π

Lời giải

.....

Câu 106.(THPT Kinh Môn-Hải Dương 2018)

Cho phương trình $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$

A. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$.

B. $(643)^2 \pi$.

C. $(642)^2 \pi$.

D. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$

Lời giải

Câu 107.(THPT Chuyên Hạ Long 2018)

Cho phương trình $\sin^2 x \cdot \tan x + \cos^2 x \cdot \cot x + 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. Tính hiệu nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình.

- A. $-\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{5\pi}{6}$. C. $-\frac{5\pi}{6}$. D. π

Lời giải

Câu 108. (Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $\sin 2x + 2 \sin x - \cos x - \cos^2 x = m \sin^2 x$ có nhiều hơn một nghiệm trong khoảng $[0; 2\pi]$?

- A. 3.** **B. 2.** **C. 4.** **D. 5.**

Lời giải

Câu 109.(THPT Chuyên Tiền Giang 2018)

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

- A.** $m \leq \frac{47}{64}$ hoặc $m \geq \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{47}{64} < m < \frac{3}{2}$. **C.** $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$. **D.** $\frac{47}{64} \leq m \leq \frac{3}{2}$

[illegible]

D. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$.

[illegible]

Câu 111.(THPT Trần Nhân Tông 2018)

Số nghiệm của phương trình: $\sin^{2015} x - \cos^{2016} x = 2(\sin^{2017} x - \cos^{2018} x) + \cos 2x$ trên $[-10; 30]$ là:

A. 46.

B. 51.

C. 50.

D. 44

Lời giải

Bài tập 2. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x.$

(ĐH khối A năm 2003)

b). $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}.$

(ĐH khối B năm 2003)

c). $\sin^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0.$

(ĐH khối D năm 2003)

Lời giải

Bài tập 3. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $5 \sin x - 2 = 3(1 - \sin x) \tan^2 x.$

(ĐH khối B năm 2004)

b). $(2 \cos x - 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x.$

(ĐH khối D năm 2004)

Lời giải

Bài tập 4. Giải phương trình lượng giác sau: $\cos^2 3x \cos 2x - \cos^2 x = 0.$

(ĐH khối A năm 2005)

Lời giải

Bài tập 5. Giải phương trình lượng giác sau: $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$.

(ĐH khối B năm 2005)

Lời giải

Bài tập 6. Giải phương trình lượng giác $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$.

(ĐH khối D năm 2005)

Lời giải

Bài tập 7. Giải các phương trình lượng giác sau: $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$.

(ĐH khối A năm 2006)

Lời giải

Bài tập 8. Giải các phương trình lượng giác sau: $\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2} \right) = 4.$

(ĐH khối B năm 2006)

Lời giải

Bài tập 9. Giải các phương trình lượng giác sau: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0.$

(ĐH khối D năm 2006)

Lời giải

Bài tập 10. Giải các phương trình lượng giác sau: $(1 + \sin^2 x) \cos x + (1 + \cos^2 x) \sin x = 1 + \sin 2x.$

(ĐH khối A năm 2007)

Lời giải

Bài tập 11. Giải các phương trình lượng giác sau: $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$.

(ĐH khối B năm 2007)

Lời giải

Bài tập 12. Giải các phương trình lượng giác sau: $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$.

(ĐH khối D năm 2007)

Lời giải

Bài tập 13. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} = 4\sin\left(\frac{7\pi}{4} - x\right)$.

(ĐH khối A năm 2008)

b). $\sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cos x$.

(ĐH khối B năm 2008)

c). $2\sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$.

(ĐH khối D năm 2008)

Lời giải

Bài tập 14. Giải các phương trình lượng giác sau

a). $\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)} = \sqrt{3}.$

(ĐH khối A năm 2009)

b). $\sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x).$

(ĐH khối B năm 2009)

c). $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cos 2x - \sin x = 0.$

(ĐH khối D năm 2009)

Lời giải

Bài tập 15. Giải các phương trình lượng giác sau :

a). $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x.$ (ĐH khối A năm 2010)

b). $(\sin 2x + \cos 2x) \cos x + 2 \cos 2x - \sin x = 0$. (ĐH khối B năm 2010)

c). $\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 1 = 0$. (ĐH khối D năm 2010)

Lời giải

[illegible]

Bài tập 16. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x.$

(ĐH khối A năm 2011)

b). $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x.$

(ĐH khối B năm 2011)

c). $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0.$

(ĐH khối D năm 2011)

Lời giải

Bài tập 17. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \cos x - 1.$

(ĐH khối A năm 2012)

b). $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1.$

(ĐH khối B năm 2012)

c). $\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos 2x.$

(ĐH khối D năm 2012)

Lời giải

Bài tập 18. Giải các phương trình lượng giác sau:

a). $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right).$

(ĐH khối A năm 2013)

b). $\sin 5x + 2 \cos^2 x = 1.$

(ĐH khối B năm 2013)

c). $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0.$

(ĐH khối D năm 2013)

Lời giải

Bài tập 19. Giải các phương trình lượng giác sau $\sin x + 4 \cos x = 2 + \sin 2x$.

(ĐH khối A năm 2014)

Lời giải

Bài tập 20. Giải các phương trình lượng giác sau $\sqrt{2}(\sin x - 2 \cos x) = 2 - \sin 2x$.

(ĐH khối B năm 2014)

Lời giải

Bài tập 21. Giải phương trình: $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0$. (TN THPT QG năm 2016)

Lời giải

Bài tập 22. Giải các phương trình lượng giác sau: $\cos x \cos 3x - \sin 2x \sin 6x - \sin 4x \sin 6x = 0$.

Lời giải

Bài tập 23. Giải các phương trình lượng giác sau: $\cos x \cos 2x \cos 3x - \sin x \sin 2x \sin 3x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins or other markings on the page.

Bài tập 24. Giải các phương trình lượng giác sau: $\cot x + \cos 2x + \sin x = \sin 2x \cot x + \cos x \cot x$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 25. Giải các phương trình lượng giác sau $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$.

Lời giải

.....

.....

Bài tập 26. Giải các phương trình lượng giác sau $4 + 3\sin x + \sin^3 x = 3\cos^2 x + \cos^6 x$.

Lời giải

Bài tập 27. Giải các phương trình lượng giác sau $2\sin^3 x + \cos 2x + \cos x = 0$.

Lời giải

Bài tập 28. Giải các phương trình lượng giác sau $2 \cos x \cos 2x \cos 3x + 5 = 7 \cos 2x$.

Lời giải

Bài tập 29. Giải các phương trình lượng giác sau $\sin^2 x(4 \cos^2 x - 1) = \cos x(\sin x + \cos x - \sin 3x)$.

Lời giải

Bài tập 30. Giải các phương trình lượng giác sau

$$\cos x + \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x) - 4 \cos 2x \cos x - 2 \cos^2 x + 2 = 0.$$

Lời giải

Bài tập 31. Giải các phương trình lượng giác sau

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 2 \sin^2 x}{1 + \cot^2 x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[\sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) - \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) \right].$$

Lời giải

Bài tập 32. Giải các phương trình lượng giác sau $\frac{1}{2\cot^2 x + 1} + \frac{1}{2\tan^2 x + 1} = \frac{15\cos 4x}{8 + \sin^2 2x}$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 33. Giải các phương trình lượng giác sau $\frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\tan x - 1} + \cos 3x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$.

Lời giải

Bài tập 34. Giải các phương trình lượng giác sau

$$3\sin^2 x \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos x = \sin x \cos^2 x - 3\sin^2 x \cos x.$$

Lời giải

Bài tập 35. Giải các phương trình lượng giác sau

$$\frac{(2\sin x + 1)(\cos 2x + \sin x) - 2\sin 3x + 6\sin x + 1}{2\cos x - \sqrt{3}} + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

Lời giải

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 18 lines, and the right column also contains 18 lines. There are no margins, text, or other markings on the page.