

# KỸ THUẬT TRUY NGƯỢC HÀM

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### 📌 Đặc điểm bài toán

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết dữ kiện của hàm số  $y = f[u(x)]$  hoặc  $y = f'[u(x)]$ . Hỏi kết luận về hàm  $y = f[v(x)]$ .

🔒 Thường các bài toán dạng này làm đa số các em học sinh rất bối rối và dễ rơi vào vòng luẩn quẩn khi giải quyết và tìm ra hướng giải, đặc biệt rất dễ nhầm lẫn.

🔒 Các em lưu ý đây không phải là “hàm ngược”. Tên gọi truy ngược hàm cho dễ hình dung, thực chất nó là bài toán hàm hợp khi cho nhiều loại hàm hợp khác nhau

## B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### 📁 Dạng 1: Truy ngược liên quan đơn điệu

#### 📖 Bài toán:

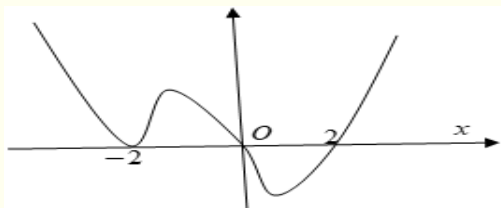
Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết dữ kiện của hàm số  $y = f[u(x)]$  hoặc  $y = f'[u(x)]$ . Khảo sát sự đơn điệu của hàm  $y = f[v(x)]$ .

#### 🔒 Phương pháp:

- ✓ c 1: Đạo hàm xét dấu thông thường.
- ✓ c 2: Đặt ẩn phụ
- ✓ c 3: Song Trục
- ✓ c 4: Sơ đồ V
- ✓ c 5: Truy ngược
- ✓ c 6: Ghép trục
- ✓ c 7: Chọn hàm

#### Ví dụ minh họa

🔗 Ví dụ 1: (Lớp live 9+ Toán Thầy Huy) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x-1)$  như hình vẽ



Hàm số  $y = f(1-x^2)$  đồng biến trên khoảng

- Ⓐ.  $(-\infty; -1)$ .      Ⓑ.  $(0; 1)$ .      Ⓒ.  $(2; +\infty)$ .      Ⓓ.  $(-2; 0)$ .

### Cách 1: Đạo hàm xét dấu cơ bản tay to

Xét  $y = f(1 - x^2)$  ta có

$$y' = -2x \cdot f'(1 - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(1 - x^2) = 0, (1) \end{cases}$$

Từ đồ thị hàm số  $y = f'(x-1) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ , trong đó  $x = -3$  là nghiệm bội chẵn.

Khi đó (1)  $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 = -3 \\ 1 - x^2 = -1 \\ 1 - x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{2} \\ x = 0 \end{cases}$ , trong đó chỉ có  $x = \pm \sqrt{2}$  là nghiệm bội lẻ.

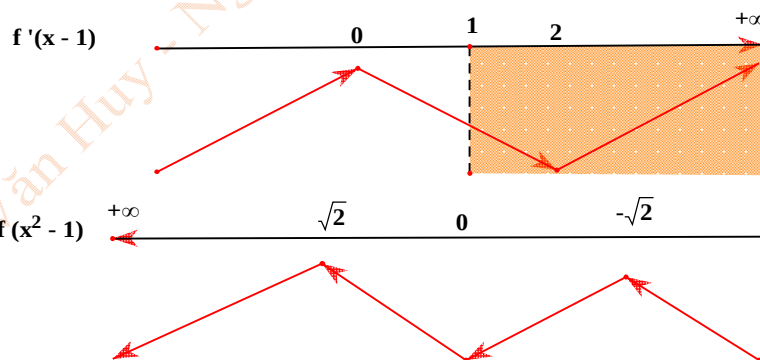
Dấu  $y'$

|      |           |             |     |            |           |
|------|-----------|-------------|-----|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0           | -   | 0          | -         |

Vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -\sqrt{2})$  và  $(0; \sqrt{2})$ .

### Cách 2: Song trục đại pháp

Ta có song trục



Vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -\sqrt{2})$  và  $(0; \sqrt{2})$ .

### Cách 3: Đặt ẩn phụ

Xét  $y = f(1 - x^2)$  ta có

$$y' = -2x \cdot f'(1 - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(1 - x^2) = 0, (1) \end{cases}$$

Đặt  $1 - x^2 = t - 1$  khi đó ta có

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 = -2-1 \\ 1-x^2 = 0-1 \\ 1-x^2 = 2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{2} \\ x = 0 \end{cases} \text{ .trong đó chỉ có } x = \pm \sqrt{2} \text{ là nghiệm bội lẻ.}$$

Dấu  $y'$

|      |           |             |     |            |           |
|------|-----------|-------------|-----|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0           | -   | 0          | +         |

Vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -\sqrt{2})$  và  $(0; \sqrt{2})$ .

#### Cách 4: Chọn hàm cơ bản

Chọn  $f'(x-1) = x(x-2) \Rightarrow f'(x) = (x+1)(x-1)$

Xét  $y = f(1-x^2)$  ta có

$$y' = -2x \cdot f'(1-x^2) = 2x(2-x^2)x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Dấu  $y'$

|      |           |             |     |            |           |
|------|-----------|-------------|-----|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0           | -   | 0          | +         |

Vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -\sqrt{2})$  và  $(0; \sqrt{2})$ .

#### Cách 5: Ghép trực đại pháp

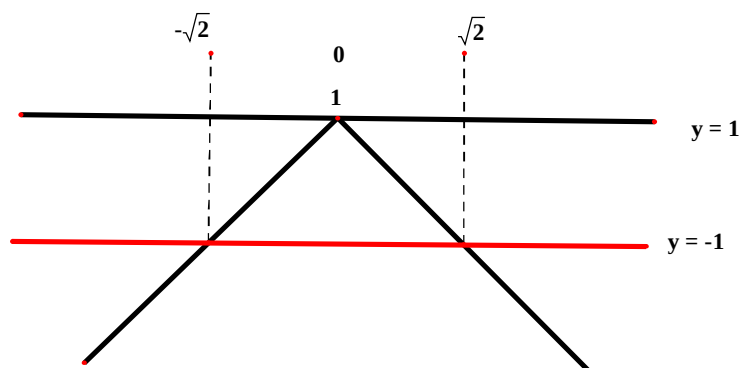
Đặt  $u = 1 - x^2$  ta có bảng ghép trực thu gọn

|        |                                                                                      |             |     |            |           |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-----|------------|-----------|
| $x$    | $-\infty$                                                                            | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
| $u$    | $+\infty$                                                                            |             | 1   |            | $+\infty$ |
| $f(u)$ |  |             |     |            |           |

Vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -\sqrt{2})$  và  $(0; \sqrt{2})$ .

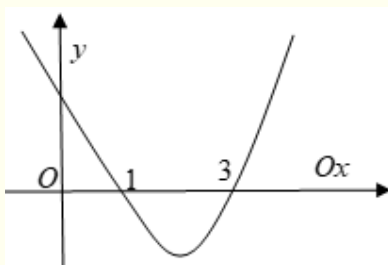
**Cách 6: Sơ đồ V thần thánh**

Đặt  $u = 1 - x^2$  ta có sơ đồ V



Vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -\sqrt{2})$  và  $(0; \sqrt{2})$ .

**Ví dụ 2: (Lớp live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm  $f'(-2x+3)$  như hình vẽ sau. Hàm số  $y = f(x-1)$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

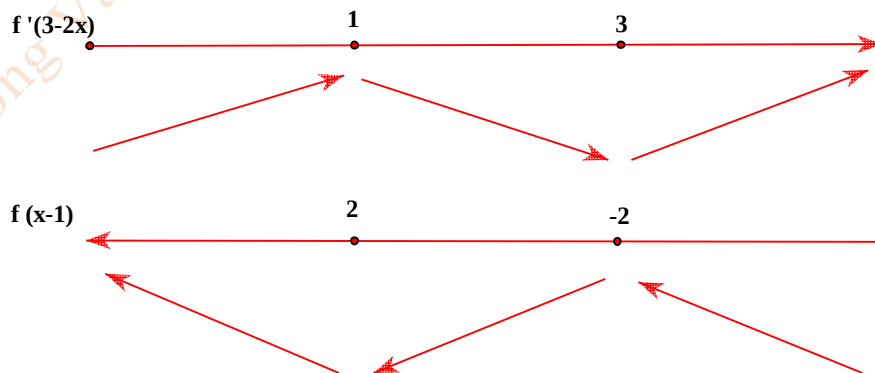


- ☐ A.  $(-3; 1)$ .
 ☐ B.  $(2; +\infty)$ .
 ☐ C.  $(-2; 2)$ .
 ☐ D.  $(-\infty; -2)$

**Lời giải**

**Cách 1: Sử dụng song trục**

Ta có sơ đồ song trục



Vậy  $y = f(x-1)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .

### Cách 2: Đặt ẩn phụ

Ta có  $y = f(x-1) \longrightarrow y' = f'(x-1)$ .

Đặt  $x-1 = 3-2t \longrightarrow t = \frac{4-x}{2}$ . Hàm số nghịch biến khi

$$y' \leq 0 \longleftrightarrow 1 \leq t \leq 3 \longleftrightarrow 1 \leq \frac{4-x}{2} \leq 3$$

$$\longleftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

Vậy  $y = f(x-1)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .

### Cách 3: đạo hàm, lập bảng xét dấu

Ta có  $y = f(x-1) \longrightarrow y' = f'(x-1)$ .

Theo bài  $f'(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x-3} \rightarrow 3-2x=1 \\ \frac{x-1}{x-3} \rightarrow 3-2x=-3 \end{cases}$ . Suy ra

$$f'(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

| $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $2$ | $+\infty$ |   |
|-----------|-----------|------|-----|-----------|---|
| $f'(x-1)$ | +         | 0    | -   | 0         | + |

Vậy  $y = f(x-1)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .

### Cách 4: Chọn hàm cơ bản

Chọn  $f'(-2x+3) = 4(x-1)(x-3) = (2x-3+1)(2x-3-3)$

$$\longrightarrow f'(x) = (x+1)(x-3).$$

$$\longrightarrow f'(x+1) = (x+2)(x-2).$$

Bảng xét dấu

| $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $2$ | $+\infty$ |   |
|-----------|-----------|------|-----|-----------|---|
| $f'(x-1)$ | +         | 0    | -   | 0         | + |

Vậy  $y = f(x-1)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .

**❧ Ví dụ 3: (Lớp live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số

$y = f'(1-2x)$  có bảng xét dấu như hình vẽ dưới

|            |           |   |   |   |           |
|------------|-----------|---|---|---|-----------|
| $x$        | $-\infty$ | 0 | 1 | 3 | $+\infty$ |
| $f'(1-2x)$ | +         | 0 | - | 0 | -         |

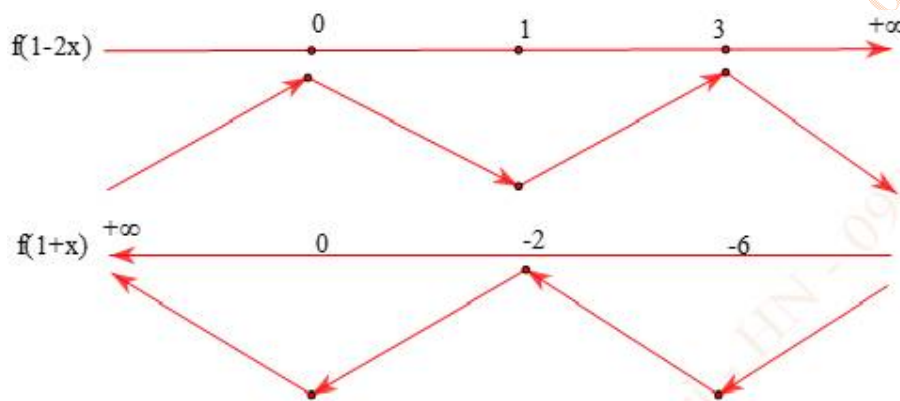
Hàm số  $y = f(1+x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ.  $(-2; 0)$ .      Ⓑ.  $(-\infty; -6)$ .      Ⓒ.  $(-4; -2)$ .      Ⓓ.  $(-\infty; 0)$ .

**Lời giải**

**Cách 1:**

**Song trục ta có**



Vậy hàm số đồng biến trên  $(-6; -2)$  và  $(0; +\infty)$ .

**Cách 2: Đặt ẩn phụ**

Ta có  $y = f(1+x) \longrightarrow y' = f'(1+x)$ .

Đặt  $1+x = 1-2t \longrightarrow t = -\frac{x}{2}$ .

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ 1 \leq t \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{x}{2} \leq 0 \\ 1 \leq -\frac{x}{2} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -6 \leq x \leq -2 \end{cases}$$

Vậy hàm số đồng biến trên  $(-6; -2)$  và  $(0; +\infty)$ .

**Cách 3: Đạo hàm xét dấu**

Ta có  $y = f(1+x) \longrightarrow y' = f'(1+x)$ .

$$f'(1-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=0} 1-2x=1 \\ \xrightarrow{x=1} 1-2x=-1 \\ \xrightarrow{x=3} 1-2x=-5 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } f'(1+x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x=1 \\ 1+x=-1 \\ 1+x=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ x=-6 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

|           |           |      |      |     |           |
|-----------|-----------|------|------|-----|-----------|
| $x$       | $-\infty$ | $-6$ | $-2$ | $0$ | $+\infty$ |
| $f'(x+1)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$ | $+$       |

Vậy hàm số đồng biến trên  $(-6; -2)$  và  $(0; +\infty)$ .

**Ví dụ 4: (Lớp live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho  $y = f(x)$  là hàm số xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

Biết bảng xét dấu của  $y = f'(3-2x)$  như sau

|            |           |                |      |           |     |
|------------|-----------|----------------|------|-----------|-----|
| $x$        | $-\infty$ | $-\frac{9}{2}$ | $-1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(3-2x)$ | $+$       | $0$            | $-$  | $0$       | $+$ |

Hỏi hàm số  $y = f(x^3 + 4)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; 2)$ .      B.  $(2; 3)$ .      C.  $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Lời giải**

**Cách 1:**

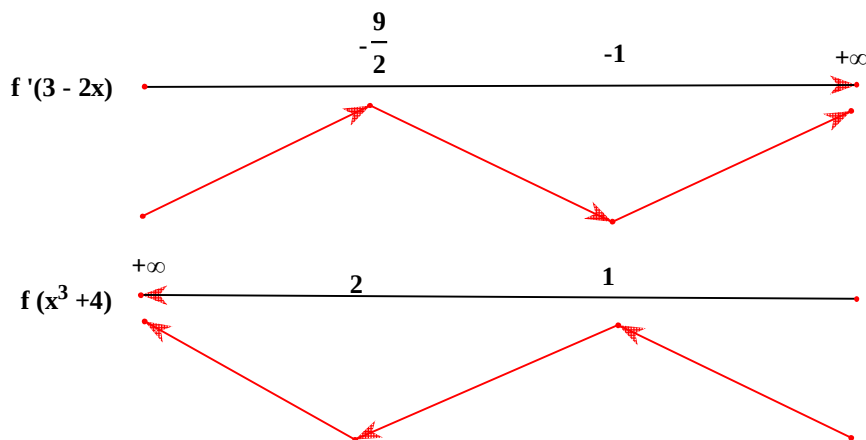
Đặt  $x^3 + 4 = 3 - 2t \longrightarrow t = \frac{-x^3 - 1}{2}$ , ( $t$  nghịch biến  $\longrightarrow$  đảo câu hỏi)

Ta có  $y = f(x^3 + 4) = f(3 - 2t) \longrightarrow y' = -2 \cdot f'(3 - 2t)$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2t) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > -1 \\ t < -\frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-x^3 - 1}{2} > -1 \\ \frac{-x^3 - 1}{2} < -\frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

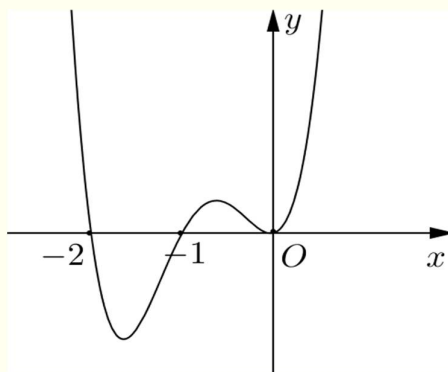
Vậy hàm số  $y = f(x^3 + 4)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(2; +\infty)$ .

Cách 2 : Song trục



Vậy hàm số  $y = f(x^3 + 4)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(2; +\infty)$ .

**Ví dụ 5: (Lớp live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $f'(x^2 - 4x - 12)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x)$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty; 1)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

Lời giải

Cách 1:

Ta có:  $g'(x) = 2(x - 4)f'(x^2 - 8x)$ .

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ f'(x^2 - 8x) = 0 \end{cases}$$

Ta đặt  $x = t + a, (a \in \mathbb{R})$  sao cho  $f'(x^2 - 8x)$  trở thành  $f'(t^2 - 4t - 12)$ , tức là

$$(t + a)^2 - 8(t + a) = t^2 - 4t - 12 \Leftrightarrow t^2 + (2a - 8)t + a^2 - 8a = t^2 - 4t - 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 8 = -4 \\ a^2 - 8a = -12 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2.$$

$$\text{Khi đó với } x = t + 2, f'(x^2 - 8x) = 0 \text{ khi } f'(t^2 - 4t - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -1 \\ t = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } f'(x^2 - 8x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

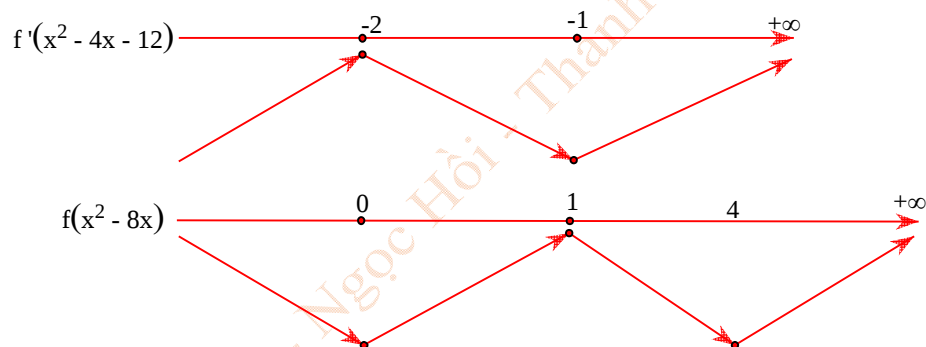
Bảng xét dấu đạo hàm của hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x)$  có  $g'(x) = 2(x - 4) \cdot f'(x^2 - 8x)$  như sau:

| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $1$ | $2$ | $4$ | $+\infty$ |     |     |
|---------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $g'(x)$ |           | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

Từ đó suy ra hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

### Cách 2: Song trục

Ta có sơ đồ song trục



Từ đó suy ra hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

*Note: Ở đây ta so sánh  $f(x^2 - 8x) = f[(x - 4)^2 - 16]$  và  $f(x^2 - 4x - 12) = f[(x - 2)^2 - 16]$*

### Cách 3: Đặt ẩn phụ

Ta có  $f(x^2 - 8x) = f[(x - 4)^2 - 16]$ , đặt  $x - 4 = t - 2 \longrightarrow x = t + 2$

$$y = f(x^2 - 8x) \longrightarrow y' = (2x - 4) f'(x^2 - 8x).$$

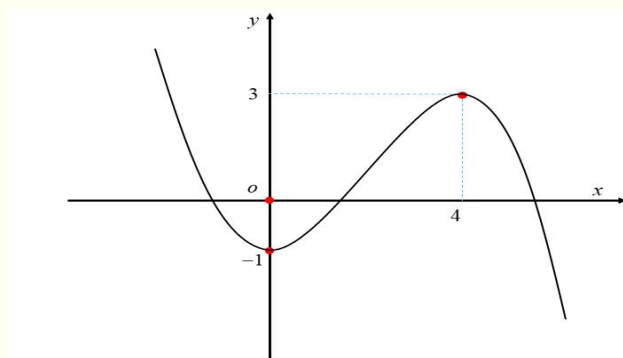
$$y' = 0 \longleftarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \begin{matrix} t = -2 \\ t = -1 \end{matrix}, (\text{chỉ tính nghiệm bội lẻ}). \text{Dấu của } y'$$

|         |           |       |     |     |     |           |
|---------|-----------|-------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 0     | 1   | 2   | 4   | $+\infty$ |
| $g'(x)$ |           | - 0 + | 0 - | 0 - | 0 + |           |

Từ đó suy ra hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

**Ví dụ 6: (Lớp live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm

$g(x) = f\left(1 - \frac{1}{2}x\right)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị nguyên lớn nhất của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(|x| - m)$  đồng biến trên khoảng  $(6; +\infty)$  là

A. 3.

B. 5.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

**Cách 1: Cơ bản đại pháp**

Bảng biến thiên

|                        |           |    |    |           |
|------------------------|-----------|----|----|-----------|
| $t$                    | $-\infty$ | 0  | 4  | $+\infty$ |
| $x = 1 - \frac{1}{2}t$ | $+\infty$ | 1  | -1 | $-\infty$ |
| $f(x)$                 | $+\infty$ | -1 | 3  | $-\infty$ |

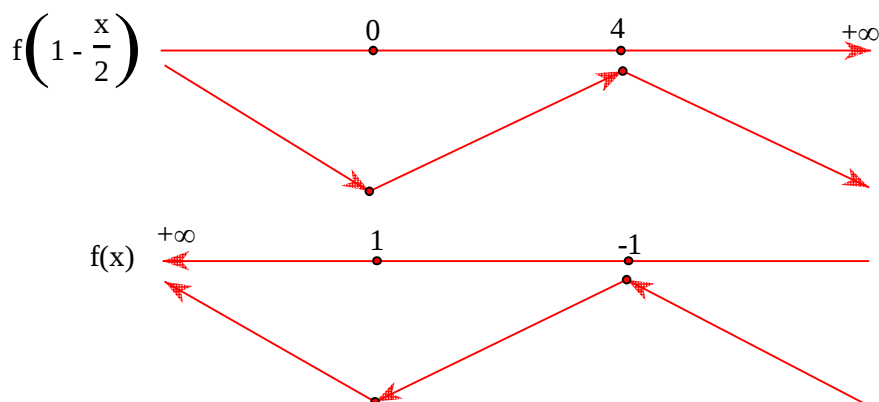
Ta có  $y' = (|x| - m)' \cdot f'(|x| - m) = \frac{x}{|x|} \cdot f'(|x| - m)$

Hàm số  $y = f(|x| - m)$  đồng biến trên  $(6; +\infty)$  khi:  $\frac{x}{|x|} \cdot f'(|x| - m) > 0$  với  $\forall x \in (6; +\infty)$

$$f'(|x| - m) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| - m > 1 \\ |x| - m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > m+1 \\ x < m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \leq 6 \\ x < m-1 \text{ (vonghiem)} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 5$$

Vậy  $m = 5$  thỏa yêu cầu đề bài.

Cách 2:



Đặt  $u = |x| - m \rightarrow \begin{cases} u : \mathbb{R} \\ u \in (6-m; +\infty) \end{cases}$ . Hàm số đồng biến  $\longleftrightarrow 6-m \geq 1 \longleftrightarrow m \leq 5$

Vậy  $m = 5$  thỏa yêu cầu đề bài.

**Ví dụ 7: (Lớp live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(2x+4)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $g(x) = f'(2x+4)$  có  $g(0) > 0$  và có bảng biến thiên như hình vẽ

|       |           |      |     |      |           |           |
|-------|-----------|------|-----|------|-----------|-----------|
| $x$   | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$  | $+\infty$ |           |
| $y''$ |           | $-$  | $0$ | $+$  | $0$       | $+$       |
| $y'$  | $+\infty$ |      |     |      |           | $+\infty$ |
|       |           | $-2$ | $2$ | $-2$ |           |           |

Hàm số  $y = f(2x) - \frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 6x - 2$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A.  $(-1;1)$ .

B.  $(-2;0)$ .

C.  $(2;3)$ .

D.  $(0;1)$ .

**Lời giải**

Cách 1:

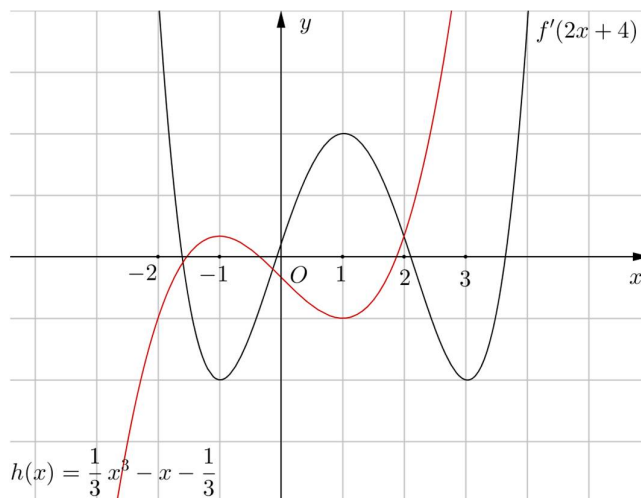
Ta có:  $y = f(2x) - \frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 6x - 2 \Rightarrow y' = 2\left(f'(2x) - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 3\right)$ .

Hàm số  $y = f(2x) - \frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 6x - 2$  đồng biến khi

$f'(2x) - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 3 > 0$  (\*). Đặt  $x = t + 2$ . Khi đó :

$(*) \Leftrightarrow f'(2t+4) - \frac{1}{3}(t+2)^3 + 2(t+2)^2 - 3(t+2) + 3 > 0 \Leftrightarrow f'(2t+4) > \frac{1}{3}t^3 - t - \frac{1}{3}$ .

Đồ thị hàm số  $f'(2x+4)$  và hàm số  $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - \frac{1}{3}$  như sau:



Vậy hàm số  $y = f(2x) - \frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 6x - 2$  đồng biến trên khoảng  $(0;1)$ .

**Cách 2:**

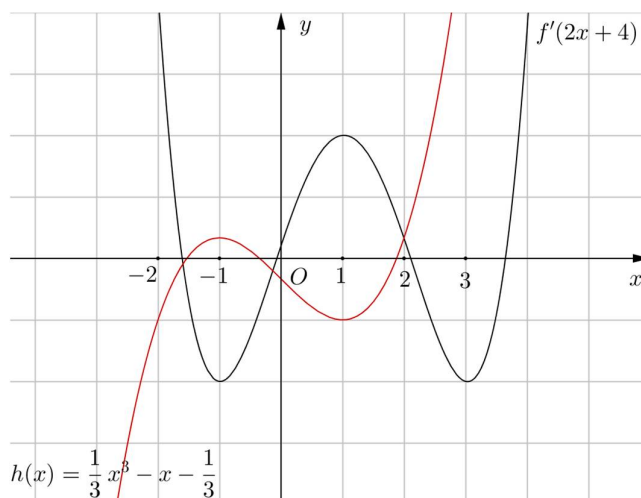
Đặt  $2x = 2t + 4 \longrightarrow x = t + 2$ . Khi đó hàm số trở thành

$y = f(2t+4) - \frac{1}{6}(t+2)^4 + \frac{4}{3}(t+2)^3 - 3(t+2)^2 + 6(t+2) - 2$ . Hàm số đồng biến khi và chỉ khi

$$y' = 2 \left[ f'(2t+4) - \frac{1}{3}(t+2)^3 + 2(t+2)^2 - 3(t+2) + 3 \right] \geq 0$$

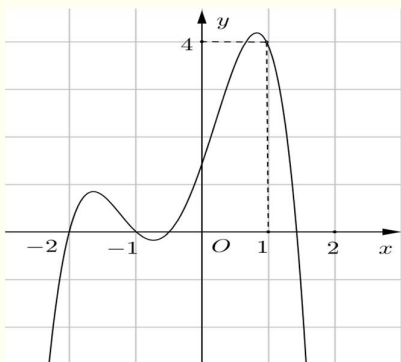
$$\longleftrightarrow f'(2t+4) > \frac{1}{3}t^3 - t - \frac{1}{3}.$$

Đồ thị hàm số  $f'(2x+4)$  và hàm số  $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - \frac{1}{3}$  như sau:



Vậy hàm số  $y = f(2x) - \frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 6x - 2$  đồng biến trên khoảng  $(0;1)$ .

**Ví dụ 8:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x^2 + 2x)$  như hình vẽ



Hỏi hàm số  $g(x) = f(x^2 - 1) - \frac{4}{3}x^3$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1;1)$ .

B.  $(-\infty;0)$ .

C.  $(1;+\infty)$ .

D.  $(1;2)$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$g'(x) = \left[ f(x^2 - 1) - \frac{4}{3}x^3 \right]' = 2x \cdot f'(x^2 - 1) - 4x^2 = 2x \cdot [f'(x^2 - 1) - 2x].$$

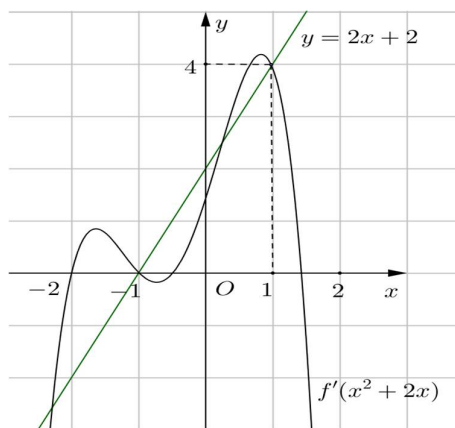
$$\diamond \text{ Giải phương trình } g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x[f'(x^2 - 1) - 2x] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 1) - 2x = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$\diamond$  Ta sẽ đặt  $x = t + m, (m \in \mathbb{R})$  sao cho  $f'(x^2 - 1)$  trở thành  $f'(t^2 + 2t)$ , tức là

$$(t + m)^2 - 1 = t^2 + 2t \Leftrightarrow t^2 + 2mt + m^2 - 1 = t^2 + 2t \quad (*).$$

Đồng nhất hai vế của (\*) ta có  $m = 1$ , vậy chọn đặt  $x = t + 1$  khi đó (1) trở thành  $f'(t^2 + 2t) = 2t + 2$ .

Đồ thị của hàm số  $f'(x^2 + 2x)$  và đường thẳng  $y = 2x + 2$  vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy



$$f'(t^2 + 2t) = 2t + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a, (a < -2) \\ t = -1 \\ t = b, (0 < b < 1) \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } f'(x^2 - 1) - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + 1, a < -2 \\ x = 0 \\ x = b + 1, 0 < b < 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

♦ Bảng xét dấu của  $g'(x) = 2x \cdot [f'(x^2 - 1) - 2x]$  như sau

| $x$     | $-\infty$ | $a+1$ | $0$ | $b+1$ | $2$ | $+\infty$ |
|---------|-----------|-------|-----|-------|-----|-----------|
| $g'(x)$ | +         | 0     | -   | 0     | +   | -         |

♦ Từ đó suy ra hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Ví dụ 9:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng xét dấu như sau

| $x$               | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $2$ | $3$ | $+\infty$ |
|-------------------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|
| $f'(x^2 - x - 2)$ | +         | 0    | -    | 0   | +   | 0         |

Tổng các giá trị nguyên của  $m$  để  $g(x) = f(x^3 - 3x - m)$  đồng biến trên  $(0; 1)$  là

A. -6.

B. -7.

C. 6.

D. -9.

**Lời giải**

**Cách 1: Chọn hàm**

Từ bảng xét dấu của  $f'(x^2 - x - 2)$  ta có:

$$f'(x^2 - x - 2) = (x + 2)(x + 1)(x - 3)(x - 2)k, k > 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow f'(x^2 - x - 2) = (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2)k$$

Đặt  $t = x^2 - x - 2$ . Khi đó  $f'(t) = t(t-4)k, k < 0$  với mọi  $t \geq -\frac{9}{4}$ .

$$\text{Vậy } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$$

Mặt khác ta có:  $g(x) = f(x^3 - 3x - m) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x - m)$

Mà hàm số  $g(x) = f(x^3 - 3x - m)$  đồng biến trên  $(0;1)$  nên  $g'(x) \geq 0$ .

Vì  $x \in (0;1) \Rightarrow 3x^2 - 3 < 0$  nên  $g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x^3 - 3x - m)(x^3 - 3x - m - 4) \leq 0$

$$\Leftrightarrow m \leq x^3 - 3x \leq m + 4$$

Xét hàm số  $y = x^3 - 3x$  với mọi  $x \in (0;1)$  ta có bảng biến thiên sau:

|      |   |    |
|------|---|----|
| $x$  | 0 | 1  |
| $y'$ |   | -  |
| $y$  | 0 | -2 |

$$\text{Vậy } m \leq x^3 - 3x \leq m + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq -2 \Leftrightarrow m \in \{-4; -3; -2\} \text{ vì } m \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó tổng các giá trị của  $m$  thỏa mãn bằng  $-9$ .

**Cách 2: Đặt ẩn phụ + sơ đồ V**

$$\text{Đặt } x = t^2 - t - 2 \geq -\frac{9}{4}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = t^2 - t - 2 \stackrel{t=-2}{=} 4 \\ x = t^2 - t - 2 \stackrel{t=-1}{=} 0 \\ x = t^2 - t - 2 \stackrel{t=2}{=} 0 \\ x = t^2 - t - 2 \stackrel{t=3}{=} 4 \end{cases}$$

Dấu của  $f'(x)$

|         |                |   |   |           |   |
|---------|----------------|---|---|-----------|---|
| $x$     | $-\frac{9}{4}$ | 0 | 4 | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +              | 0 | - | 0         | + |

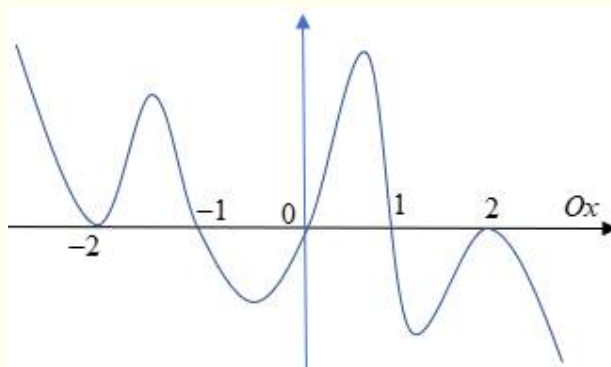
$$\text{Đặt } u = x^3 - 3x - m \rightarrow \begin{cases} u : \mathbb{N} \\ u \in (-m-2; -m) \end{cases}, \forall x \in (0;1). (\text{sơ đồ V})$$

Hàm  $g(x) = f(x^3 - 3x - m)$  đồng biến trên  $(0;1)$

$$\longleftrightarrow 0 \leq -m - 2 < -m \leq 4 \longleftrightarrow -4 \leq m \leq -2$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m \in \{-4; -3; -2\}$$

**Ví dụ 10:** **Lớp Live 9+ Toán Thầy Huy Đen** Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , trong đó  $g(x) = f'(3-2x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Số giá trị nguyên của tham số  $m \in [-10; 10]$  để hàm số  $y = f(|x-2|-m)$  đồng biến trên khoảng  $(-6; 0)$  là

A. 3.

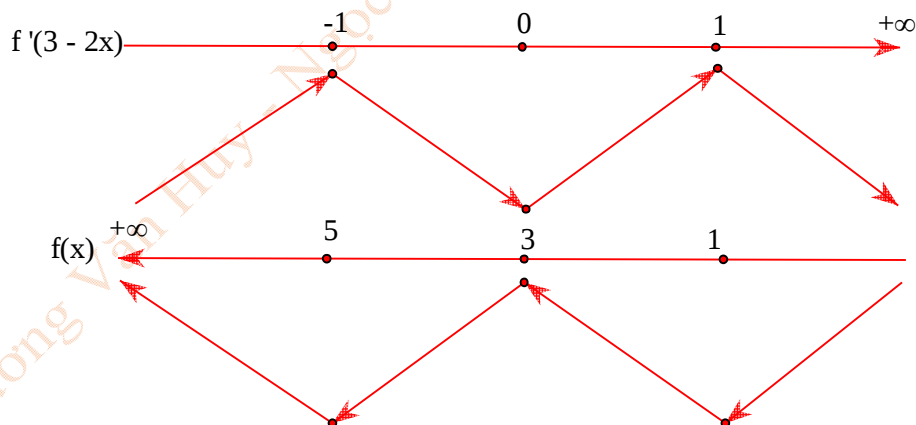
B. 5.

C. 4.

D. 6.

**Lời giải**

**Sử dụng song trục**

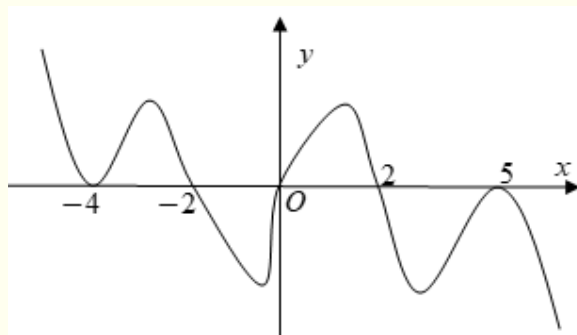


$$\text{Đặt } u = |x-2|-m \Rightarrow \begin{cases} u : \mathbb{N} \\ u \in (-m+2; -m+8) \end{cases}, x \in (-6; 0).$$

Bài toán trở thành  $f(u)$  nghịch biến trên  $(-m+2; -m+8)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m+8 \leq 1 \\ 3 \leq -m+2 < -m+8 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 7. \text{ Vậy } m \in \{7; \dots; 10\}$$

**Ví dụ 11:** (Lớp Live 9+ Toán Thầy Huy Đen) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(1-x)$  được cho như hình vẽ bên.



Số giá trị nguyên của tham số  $m \in (-2021; 2021)$  để hàm số  $y = f(|x^2 - 4x - 2| + m - 2)$  nghịch biến trên khoảng  $(2; 4)$  là

A. 2018.

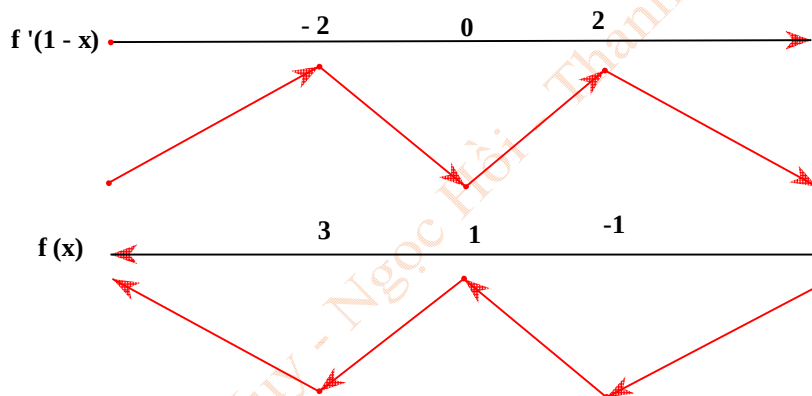
B. 2019.

C. 2020.

D. 2017.

Lời giải

Song trục



Đặt  $u = |x^2 - 4x - 2| + m - 2$  ta có  $\begin{cases} u \in \mathbb{N} \\ u \in (m; m+4) \end{cases}, \forall x \in (2; 4).$

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow f(u)$  đồng biến  $\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ -1 \leq m < m+4 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ -1 \leq m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3$

Vậy  $m \in \{3; \dots; 2020\}$

**Dạng 2: Truy ngược liên quan cực trị hàm số**

**Bài toán:**

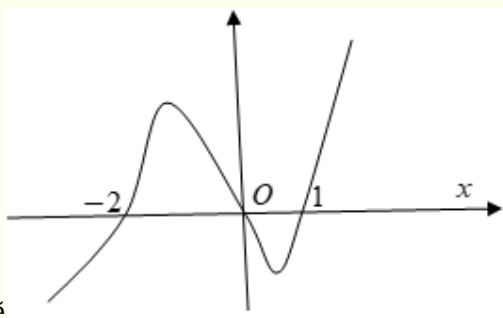
Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết dữ kiện của hàm số  $y = f[u(x)]$  hoặc  $y = f'[u(x)]$ . Tìm số điểm cực trị của hàm  $y = f[v(x)]$ , hoặc tìm  $m$  để hàm số có số điểm cực trị thỏa mãn điều kiện

**Phương pháp:**

- ✓ c 1: Đạo hàm xét dấu thông thường.
- ✓ c 2: Đặt ẩn phụ
- ✓ c 3: Song Trục
- ✓ c 4: Sơ đồ V
- ✓ c 5: Truy ngược
- ✓ c 6: Ghép trục
- ✓ c 7: Chọn hàm

**Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(3-x)$  như



hình vẽ

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x - 2)$  là

- Ⓐ. 3.                      Ⓑ. 5.                      Ⓒ. 7.                      Ⓓ. 9.

**Lời giải**

**Cách 1: Đạo hàm xét dấu cơ bắp tay to**

$$\text{Từ đồ thị hàm số } y = f'(3-x) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Xét } y = f(x^2 - 2x - 2) \Rightarrow y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 = 2 \\ x^2 - 2x - 2 = 3 \\ x^2 - 2x - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm 2\sqrt{2} \\ x = 1 \pm \sqrt{6} \\ x = 1 \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

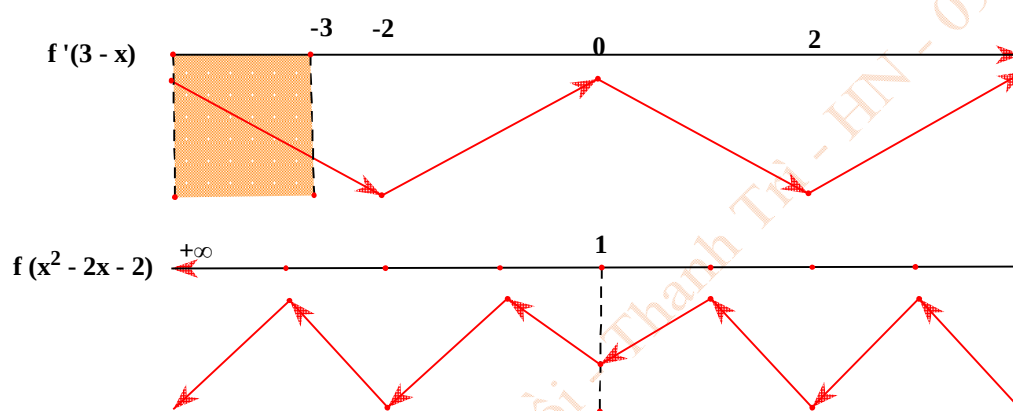
Dấu  $y'$

|      |           |               |              |              |     |              |              |               |           |   |   |   |
|------|-----------|---------------|--------------|--------------|-----|--------------|--------------|---------------|-----------|---|---|---|
| $x$  | $-\infty$ | $1-2\sqrt{2}$ | $1-\sqrt{6}$ | $1-\sqrt{5}$ | $1$ | $1+\sqrt{5}$ | $1+\sqrt{6}$ | $1+2\sqrt{2}$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $y'$ |           | +             | 0            | -            | 0   | +            | 0            | -             | 0         | + | 0 | - |
| $y$  |           |               |              |              |     |              |              |               |           |   |   |   |

Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị

### Cách 2: Song trục đại pháp

Ta có sơ đồ song trục

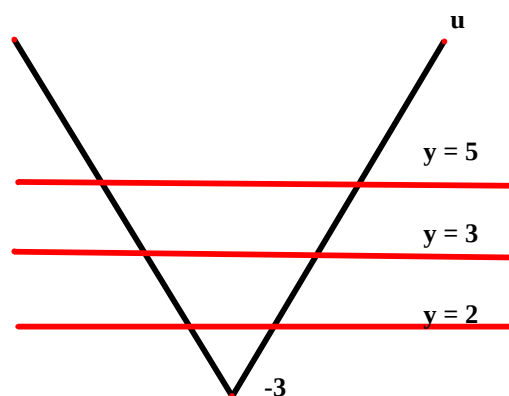


Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị

### Cách 3: Sơ đồ V đại pháp

$$\text{Từ đồ thị hàm số } y = f'(3-x) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \\ x=5 \end{cases}$$

Đặt  $u = x^2 - 2x - 2$ , ta có sơ đồ V



Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị

#### Cách 4: Chọn hàm cơ bản

Chọn  $f'(3-x) = (x+2)x(x-1)$  suy ra  $f'(x) = -(x-5)(x-3)(x-2)$ .

Khi đó  $y = f(x^2 - 2x - 2) \Rightarrow y' = (2x-2) \cdot f'(x^2 - 2x - 2)$

$$\Rightarrow y' = -(2x-2)(x^2 - 2x - 7)(x^2 - 2x - 5)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 = 2 \\ x^2 - 2x - 2 = 3 \\ x^2 - 2x - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm 2\sqrt{2} \\ x = 1 \pm \sqrt{6} \\ x = 1 \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

Dấu  $y'$

|      |           |               |              |              |     |              |              |               |           |   |   |   |
|------|-----------|---------------|--------------|--------------|-----|--------------|--------------|---------------|-----------|---|---|---|
| $x$  | $-\infty$ | $1-2\sqrt{2}$ | $1-\sqrt{6}$ | $1-\sqrt{5}$ | $1$ | $1+\sqrt{5}$ | $1+\sqrt{6}$ | $1+2\sqrt{2}$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $y'$ |           | +             | 0            | -            | 0   | +            | 0            | -             | 0         | + | 0 | - |
| $y$  |           |               |              |              |     |              |              |               |           |   |   |   |

Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị

#### Cách 5: Đặt ẩn phụ đại pháp

Ta có  $y = f(x^2 - 2x - 2) \Rightarrow y' = (2x-2) \cdot f'(x^2 - 2x - 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x - 2) = 0, (1) \end{cases} \text{ Đặt } x^2 - 2x - 2 = 3 - t, \text{ khi đó}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 2 = 3 - (-2) \\ x^2 - 2x - 2 = 3 - (0) \\ x^2 - 2x - 2 = 3 - (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm 2\sqrt{2} \\ x = 1 \pm \sqrt{6} \\ x = 1 \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

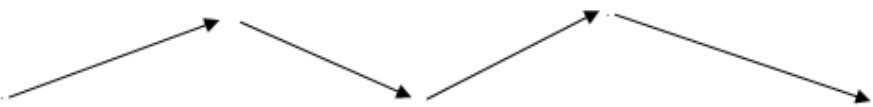
Dấu  $y'$

|      |           |               |              |              |     |              |              |               |           |   |   |   |
|------|-----------|---------------|--------------|--------------|-----|--------------|--------------|---------------|-----------|---|---|---|
| $x$  | $-\infty$ | $1-2\sqrt{2}$ | $1-\sqrt{6}$ | $1-\sqrt{5}$ | $1$ | $1+\sqrt{5}$ | $1+\sqrt{6}$ | $1+2\sqrt{2}$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $y'$ |           | +             | 0            | -            | 0   | +            | 0            | -             | 0         | + | 0 | - |
| $y$  |           |               |              |              |     |              |              |               |           |   |   |   |

Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị

#### Cách 6: Ghép trực đại pháp

Truy ngược

|           |                                                                                    |      |     |     |           |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----|-----------|
| $x$       | $-\infty$                                                                          | $-2$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(3-x)$ | $-$                                                                                | $0$  | $+$ | $0$ | $+$       |
| $x$       | $-\infty$                                                                          | $2$  | $3$ | $5$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$   | $+$                                                                                | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$    |  |      |     |     |           |

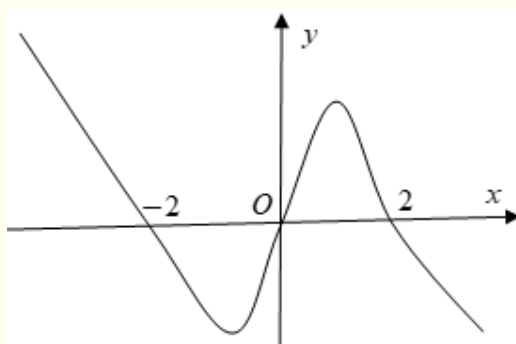
Đặt  $u = x^2 - 2x - 2$

|     |           |      |           |
|-----|-----------|------|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | $1$  | $+\infty$ |
| $u$ | $+\infty$ | $-3$ | $+\infty$ |

Bảng ghép

|        |                                                                                     |      |           |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|
| $u$    | $+\infty$                                                                           | $-3$ | $+\infty$ |
| $f(u)$ |  |      |           |

**Ví dụ 5: (Lớp Live 9+ Thầy Huy Đen)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(1-x)$  có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x - 3)$  là?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

 Lời giải

**Cách 1: Đạo hàm cơ bản thông thường**

Ta có  $y = f(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x - 3)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x - 3) = 0, (1) \end{cases}$$

Đặt  $x^2 - 2x - 3 = t$ , khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 1 - (-2) = 3 \\ x^2 - 2x - 3 = 1 - (0) = 1 \\ x^2 - 2x - 3 = 1 - (1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{7} \\ 1 = \pm \sqrt{5} \\ x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

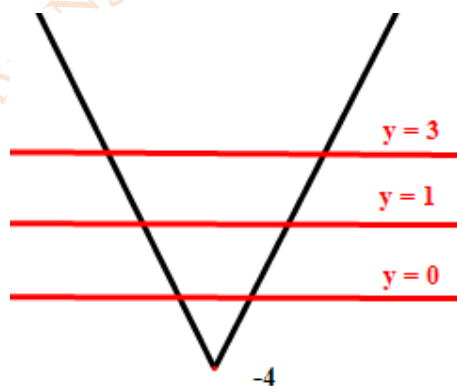
Bảng xét dấu

|      |           |              |              |      |     |              |              |     |           |   |   |   |
|------|-----------|--------------|--------------|------|-----|--------------|--------------|-----|-----------|---|---|---|
| $x$  | $-\infty$ | $1-\sqrt{7}$ | $1-\sqrt{5}$ | $-1$ | $1$ | $1+\sqrt{5}$ | $1+\sqrt{7}$ | $3$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $y'$ |           | -            | 0            | +    | 0   | -            | 0            | +   | 0         | - | 0 | + |
| $y$  |           |              |              |      |     |              |              |     |           |   |   |   |

Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

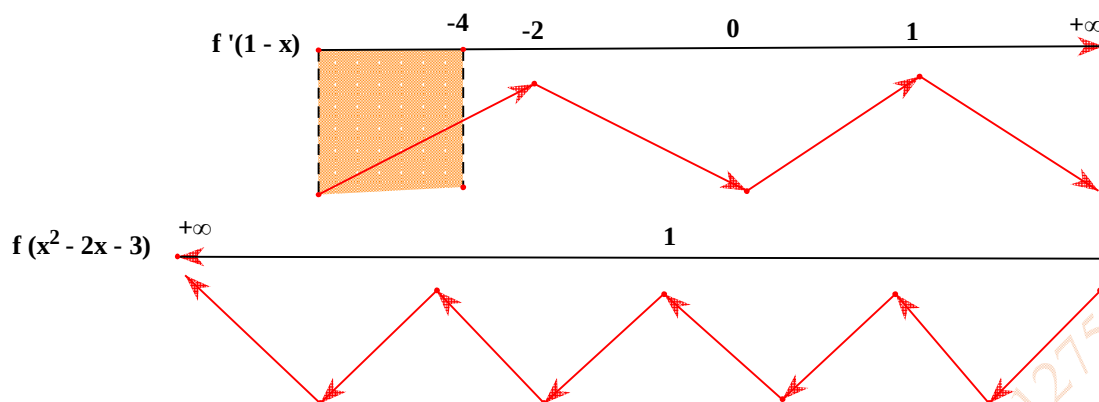
**Cách 2: Sơ đồ V thần thánh**

Đặt  $x^2 - 2x - 3 = t$ , khi đó ta có sơ đồ V



Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

Cách 3: Song trục đại pháp



Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

Cách 4: Chọn hàm cơ bản

Chọn  $f'(1-t) = -(t+2)t(t-1)$

$$f'(x) = -(3-x)(1-x)x.$$

Ta có  $y = f(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x - 3)$

$$= -(2x - 2)(6 - x^2 + 2x)(4 - x^2 + 2x)(x^2 - 2x - 3).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{7} \\ 1 = \pm \sqrt{5} \\ x = 3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

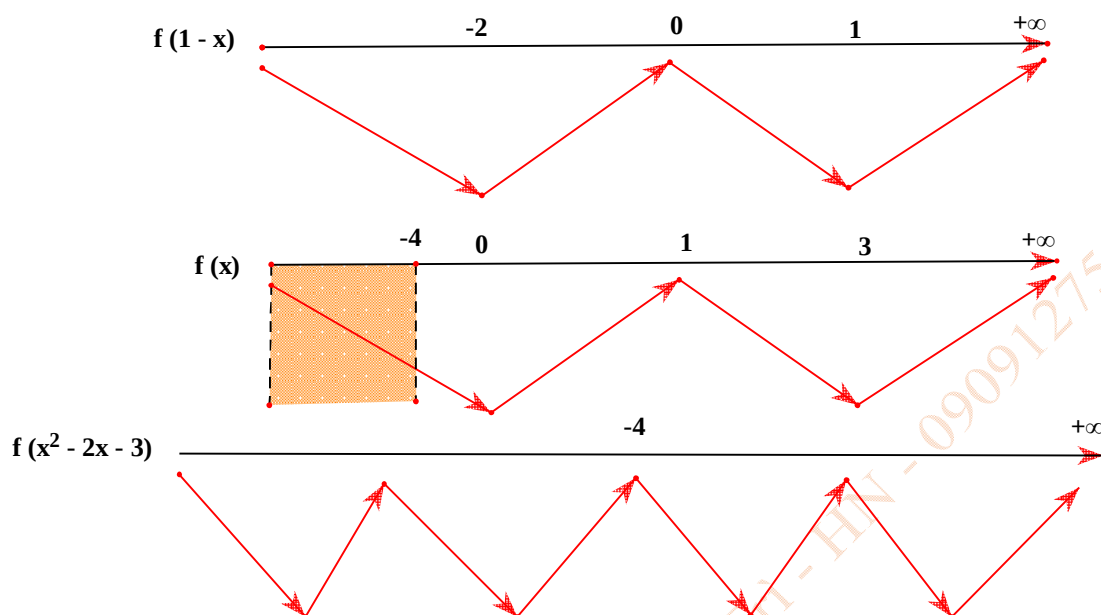
Bảng xét dấu

|      |           |              |              |      |     |              |              |     |           |     |     |     |
|------|-----------|--------------|--------------|------|-----|--------------|--------------|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $1-\sqrt{7}$ | $1-\sqrt{5}$ | $-1$ | $1$ | $1+\sqrt{5}$ | $1+\sqrt{7}$ | $3$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $y'$ |           | $-$          | $0$          | $+$  | $0$ | $-$          | $0$          | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |
| $y$  |           |              |              |      |     |              |              |     |           |     |     |     |

Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

Cách 5: Ghép trực đại pháp

Ta có bảng ghép



Cách 6: Sử dụng ct tính nhanh

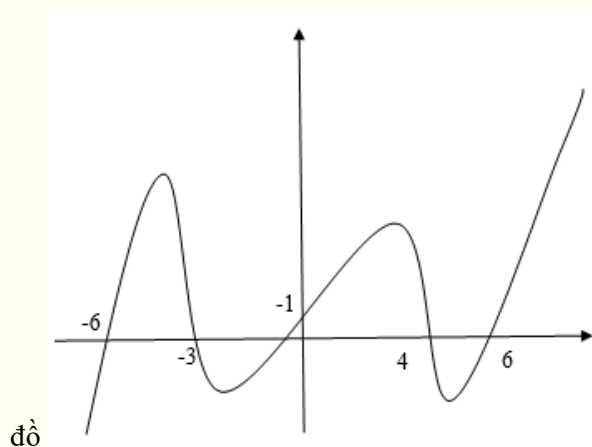
Số điểm cực trị của  $f[u(x)] = a + b$ , trong đó  $a$  là số điểm cực trị của  $u(x)$ ,  $b$  là số nghiệm bội lẻ của phương trình  $u = x_i$ , trong đó  $x_i$  là các điểm cực trị của  $f(x)$ .

Áp dụng: Xét  $y = f(x^2 - 2x - 3)$ ,  $u = x^2 - 2x - 3$  có 1 điểm cực trị.

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 1 - (-2) = 3 \\ x^2 - 2x - 3 = 1 - (0) = 1 \\ x^2 - 2x - 3 = 1 - (1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{7} \\ 1 = \pm \sqrt{5} \\ x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \text{ có 6 nghiệm bội lẻ.}$$

Vậy hàm số đã cho có  $1 + 6 = 7$  điểm cực trị.

**Ví dụ 3: (Lớp Live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có



thì hàm số  $y = f'(3-x)$  như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x + 3)$  là

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

**Lời giải**

**Cách 1:**

Xét hàm số  $y = f(x^2 - 2x + 3)$  ta có

$$y' = (2x - 2) f'(x^2 - 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x + 3) = 0 \end{cases}$$

Giải  $f'(x^2 - 2x + 3) = 0$ , đặt  $x^2 - 2x + 3 = 3 - t$  từ đồ thị hàm số  $y = f'(3 - t)$  ta có

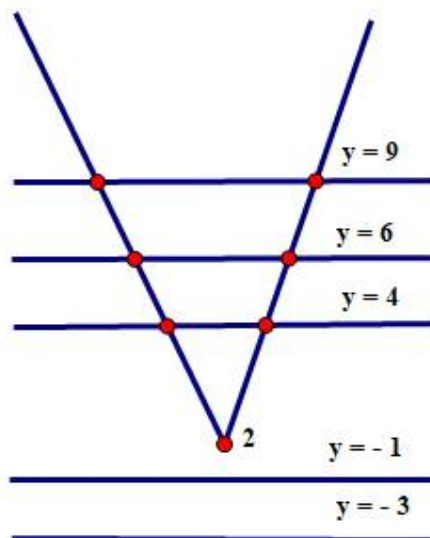
$$f'(x^2 - 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 3 = 9 \\ x^2 - 2x + 3 = 6 \\ x^2 - 2x + 3 = 4 \\ x^2 - 2x + 3 = -1 \\ x^2 - 2x + 3 = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 6 = 0 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 - 2x - 1 = 0 \\ x^2 - 2x + 4 = 0 \\ x^2 - 2x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \\ x = 1 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

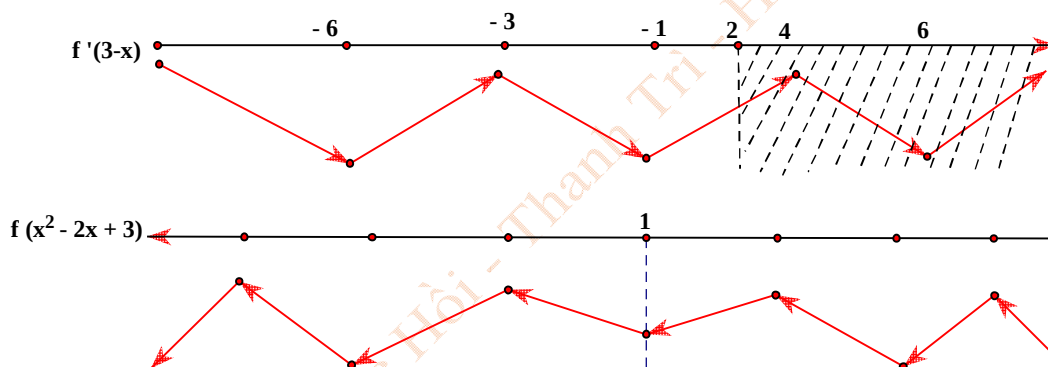
Phương trình  $f'(x^2 - 2x + 3) = 0$  có 7 nghiệm bội đơn phân biệt suy ra hàm số hàm số

$y = f(x^2 - 2x + 3)$  có đúng 7 điểm cực trị.

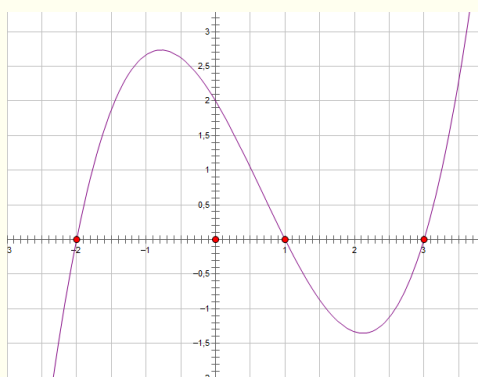
**Cách 2: Sơ đồ V**



Cách 3: Song trục



**Ví dụ 4: (Lớp Live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $R$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(x^2 + 2x)$  như hình vẽ.



Tìm số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(2x - x^2)$ .

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Cách 1:

$$\text{Ta có } f'(x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = 15 \end{cases}$$

$$\text{Xét: } g'(x) = (2 - 2x) \cdot f'(2x - x^2)$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x - x^2 = 0 \\ 2x - x^2 = 3 \\ 2x - x^2 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Thấy rằng  $g'(x) = 0$  có 3 nghiệm bội lẻ nên hàm số  $y = g(x)$  có 3 điểm cực trị.

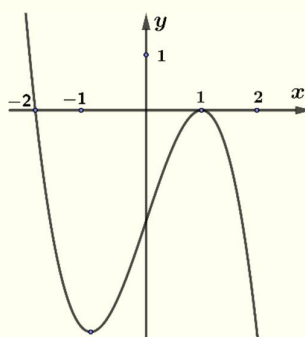
**Cách 2: Đặt ẩn phụ**

$$g'(x) = (2 - 2x) \cdot f'(2x - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(2x - x^2) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } 2x - x^2 = t^2 + 2t \longrightarrow f'(2x - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x^2 \stackrel{t=-2}{=} 0 \\ 2x - x^2 \stackrel{t=1}{=} 3 \\ 2x - x^2 \stackrel{t=3}{=} 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Thấy rằng  $g'(x) = 0$  có 3 nghiệm bội lẻ nên hàm số  $y = g(x)$  có 3 điểm cực trị.

**Ví dụ 5: (Lớp Live 9+ Toán Thầy Huy)** Cho hàm số  $y = f(x)$  bậc bốn có đồ thị hàm số  $y = f'(x+1)$  như hình vẽ.



Hàm số  $y = f(x^2 - 3)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

**Lời giải**

**Cách 1. Chọn hàm đại diện**

Hàm số  $y = f(x)$  bậc bốn, và quan sát đồ thị ta thấy  $y = f'(x+1)$  là hàm số bậc ba có hai nghiệm  $x = -2, x = 1$ , trong đó  $x = 1$  là nghiệm bội chẵn.

Ta chọn:  $f'(x+1) = -(x+2)(x-1)^2 \Rightarrow f'(x) = -(x+1)(x-2)^2$  [nếu tự luận thêm  $k > 0$ ].

Xét  $y = f(x^2 - 3)$ .

$$\Rightarrow y' = 2xf'(x^2 - 3) = -2x(x^2 - 2)(x^2 - 5)^2 = -2x(x^2 - 2)(x - \sqrt{5})^2(x + \sqrt{5})^2.$$

Ta có bảng xét dấu của hàm số  $y = f(x^2 - 3)$ .

|      |           |             |             |     |            |            |           |
|------|-----------|-------------|-------------|-----|------------|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{5}$ | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{5}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0           | +           | 0   | -          | 0          | -         |

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

### Cách 2. Xét dấu đạo hàm $y'$

Xét hàm số  $y = f(x^2 - 3)$ .

♦ Ta có  $y = f(x^2 - 3) \Rightarrow y' = 2xf'(x^2 - 3)$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 3) = 0 \end{cases}.$$

♦ Từ đồ thị của  $f'(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -1 \\ x+1 = 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}, \text{ trong đó } t = 2 \text{ là nghiệm bội chẵn.}$$

♦ Khi đó  $\begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -1 \\ x^2 - 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}, \text{ trong đó } x = \pm\sqrt{5} \text{ là nghiệm bội chẵn.}$

Ta có bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x^2 - 3)$ .

|      |           |             |             |     |            |            |           |
|------|-----------|-------------|-------------|-----|------------|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{5}$ | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{5}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0           | +           | 0   | -          | 0          | -         |

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

### Cách 3. Xét dấu đạo hàm $y'$ .

$$\text{Đồ thị } y = f(t+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 1(\text{kep}) \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } t+1 = x^2 - 3 \Rightarrow \begin{cases} t'_x = 2x \\ t = x^2 - 4 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } y' = \left[ f(x^2 - 3) \right]' = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = f'(t+1) \cdot t'_x = 2x \cdot f'(t+1).$$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \\ 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = -2 \\ x^2 - 4 = 1 \\ 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm\sqrt{5} \\ x = 0 \end{cases}.$$

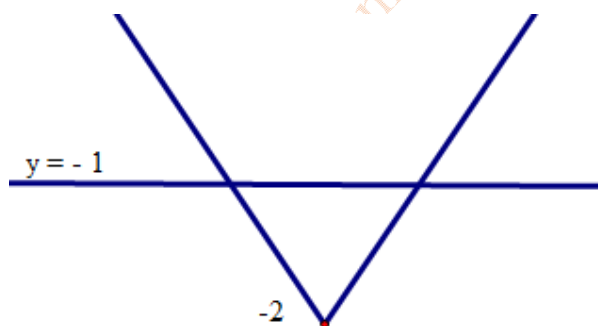
BBT của hàm số  $y = f(x^2 - 3)$ , nhờ  $y' = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = f'(t+1) \cdot t'_x = 2x \cdot f'(t+1)$ .

|      |           |             |             |     |            |            |           |
|------|-----------|-------------|-------------|-----|------------|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{5}$ | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{5}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0           | +           | 0   | -          | 0          | -         |

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

#### Cách 4: Sơ đồ V

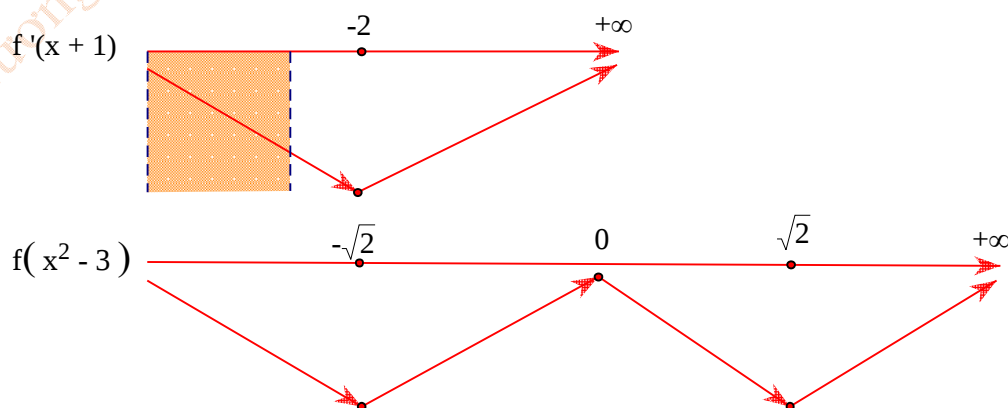
Đặt  $u = x^2 - 3$ , ta có sơ đồ



Từ sơ đồ suy ra hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

#### Cách 5: Song trục

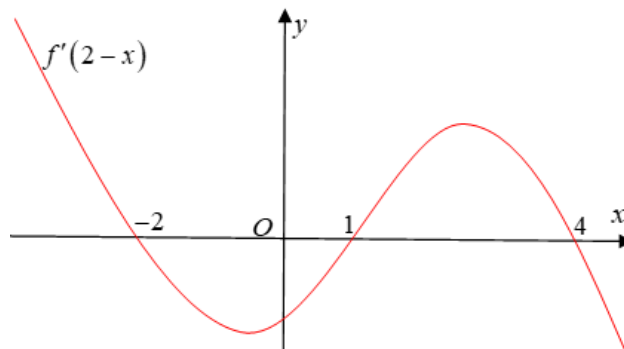
Ta có sơ đồ song trục



Từ sơ đồ suy ra hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN CÓ ĐÁP ÁN

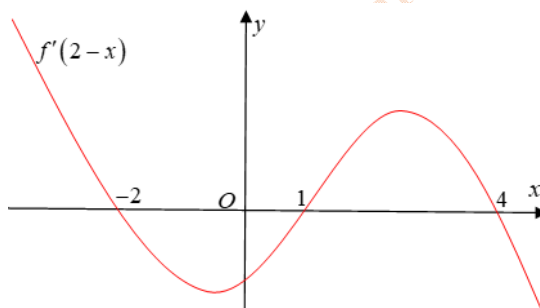
**Câu 1. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(2-x)$  như sau



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(|x-4|) + 2020$  là:

- Ⓐ. 5.                                      Ⓑ. 4.                                      Ⓒ. 0.                                      Ⓓ. 3.

**Câu 2. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(2-x)$  như sau



Số giá trị nguyên  $m \in (-20; 20)$  để hàm số  $y = f(|2022x-4|-m) + 2020$  có 5 điểm cực trị là

- Ⓐ. 2.                                      Ⓑ. 4.                                      Ⓒ. 5.                                      Ⓓ. 3.

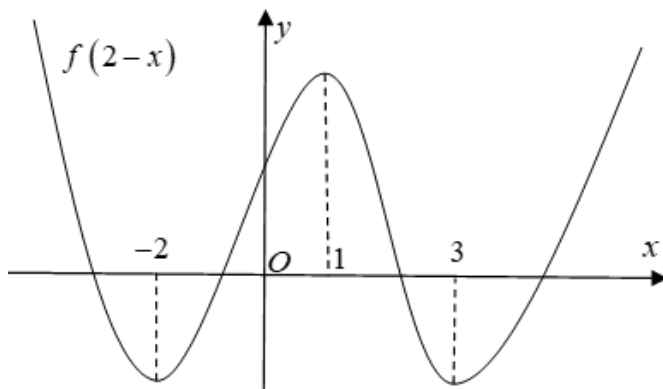
**Câu 3. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(3-2x)$  có bảng xét dấu sau

|            |           |   |                |   |               |   |   |   |   |   |           |
|------------|-----------|---|----------------|---|---------------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$        | $-\infty$ |   | $-\frac{1}{2}$ |   | $\frac{5}{2}$ |   | 3 |   | 4 |   | $+\infty$ |
| $f'(3-2x)$ |           | - | 0              | + | 0             | - | 0 | - | 0 | + |           |

Hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực đại?

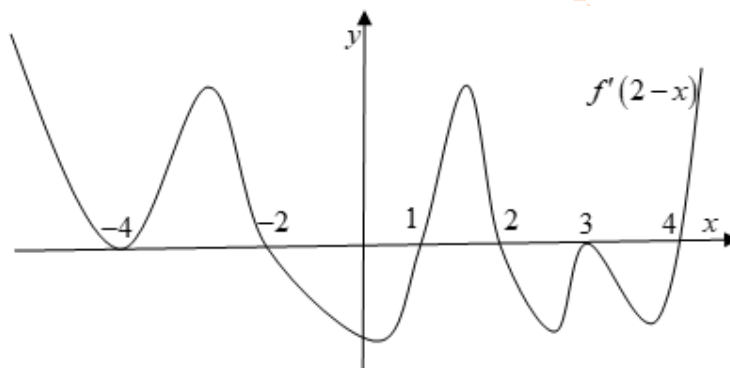
- Ⓐ. 3.                                      Ⓑ. 1.                                      Ⓒ. 0.                                      Ⓓ. 2.

**Câu 4. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(2-x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = f(|2022x-1|+m)$  có đúng 7 điểm cực trị?



- Ⓐ.  $m < -1$ .      Ⓑ.  $m \leq -1$ .      Ⓒ.  $m > 1$ .      Ⓓ.  $m \geq 1$ .

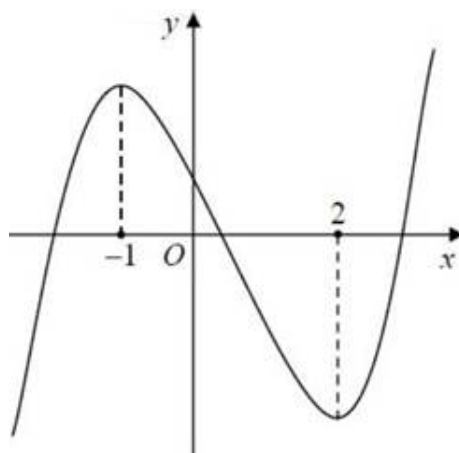
**Câu 5. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  biết  $y = f'(2-x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực tiểu của hàm số  $y = f(2x+3)$  là

- Ⓐ. 2      Ⓑ. 4      Ⓒ. 6      Ⓓ. 7

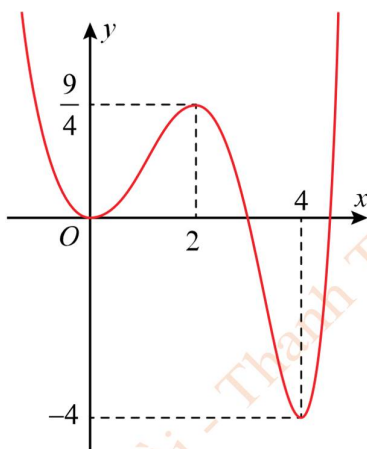
**Câu 6. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(3-2x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ :



Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x + 2)$  nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây ?

- Ⓐ.  $(-\infty; -1)$ .      Ⓑ.  $(1; 2)$ .      Ⓒ.  $(0; \frac{1}{2})$ .      Ⓓ.  $(\frac{1}{2}; +\infty)$ .

**Câu 7. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(5 - 2x)$  như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-9; 9)$  thỏa mãn  $2m \in \mathbb{Z}$  và hàm số  $y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$  có 5 điểm cực trị?



- Ⓐ. 26.      Ⓑ. 25.      Ⓒ. 24.      Ⓓ. 27.

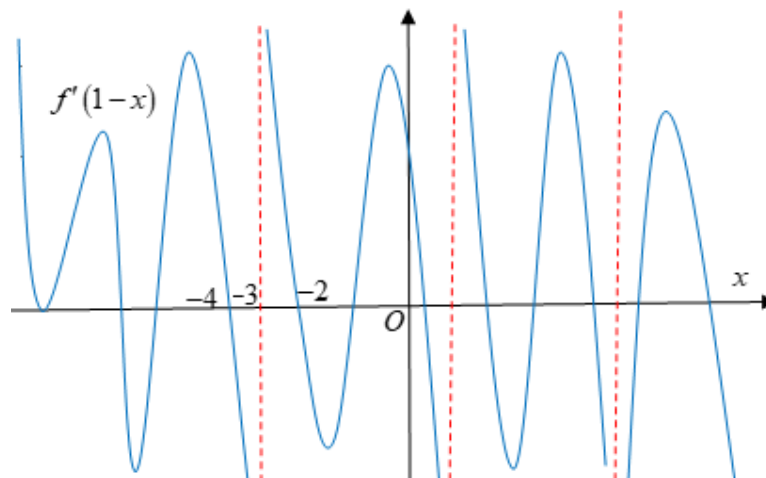
**Câu 8. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(1 - x)$



Số điểm cực đại của hàm số  $g(x) = f(2020x - 1)$  là

- Ⓐ. 3.      Ⓑ. 2.      Ⓒ. 4.      Ⓓ. 5.

**Câu 9. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị của hàm số  $y = f'(1 - x)$  là đường cong trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số  $g(x) = f(2x - 3) + 2021$  là



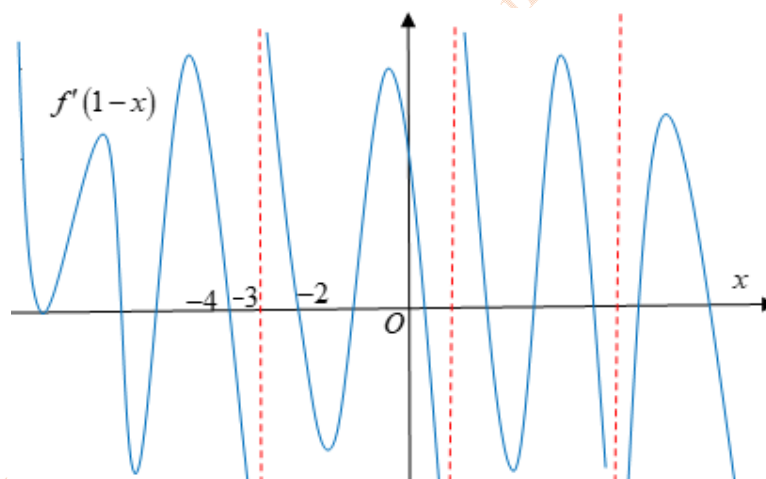
Ⓐ. 6.

Ⓑ. 7.

Ⓒ. 8.

Ⓓ. 9.

**Câu 10. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị của hàm số  $y = f'(1-x)$  là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số  $g(x) = f\left(x^2 + 2x + \frac{9}{2}\right) + 2021$  là



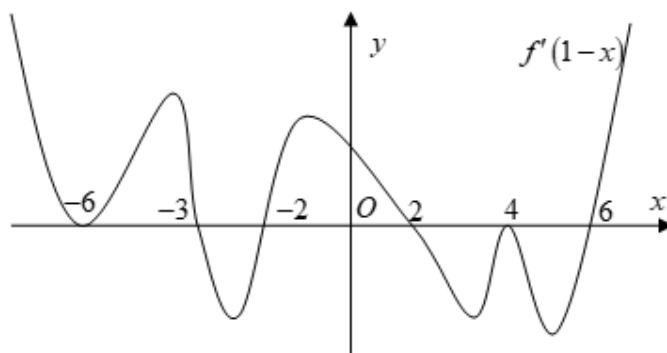
Ⓐ. 5.

Ⓑ. 7.

Ⓒ. 8.

Ⓓ. 6.

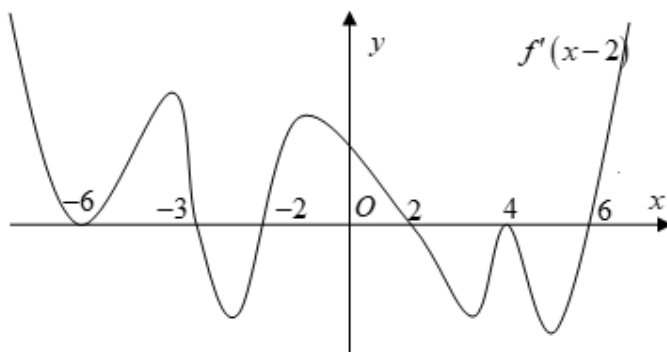
**Câu 11. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(1-x)$  như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(2020x - 2)$  là

- Ⓐ. 4.                                      Ⓑ. 6.                                      Ⓒ. 5.                                      Ⓓ. 3.

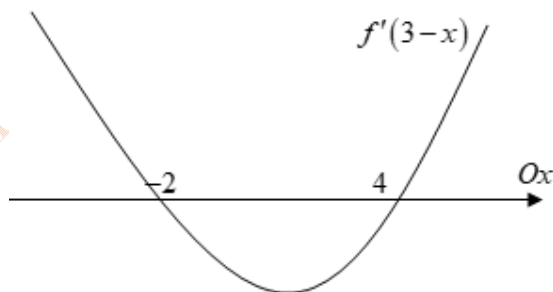
**Câu 12. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x-2)$  như hình vẽ sau:



Hàm số  $y = f(1-x)$  đồng biến trên khoảng

- Ⓐ.  $(0;1)$ .                                      Ⓑ.  $(2;6)$ .                                      Ⓒ.  $(-2;2)$ .                                      Ⓓ.  $(6;+\infty)$ .

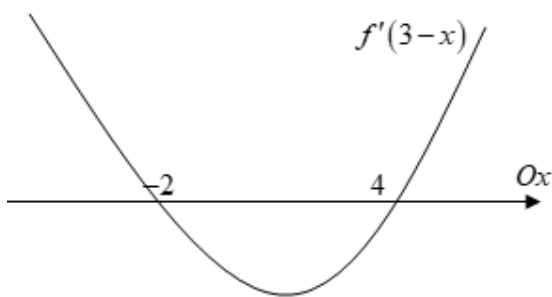
**Câu 13. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(3-x)$  như hình vẽ sau:



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(|2021x - 2| - m + 2) - 2020m^2 - 1$  có 3 điểm cực trị là

- Ⓐ. 4.                                      Ⓑ. 6.                                      Ⓒ. 5.                                      Ⓓ. 3.

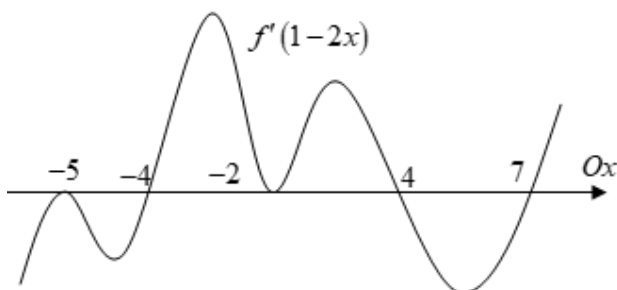
**Câu 14. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(3-x)$  như hình vẽ sau:



Tổng giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(x^2 - 2x + m) - 2020m^2 - 1$  đồng biến trên  $(-2; 0)$  bằng

- Ⓐ. 14.                      Ⓑ. 16.                      Ⓒ. 15.                      Ⓓ. 13.

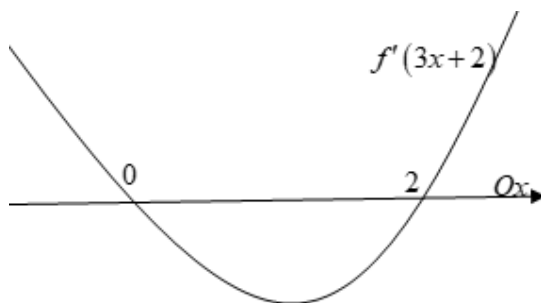
**Câu 15. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(1-2x)$  như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x^2 - 4| - 10) - 2020m^2 - 1$  là

- Ⓐ. 8.                      Ⓑ. 10.                      Ⓒ. 7.                      Ⓓ. 9.

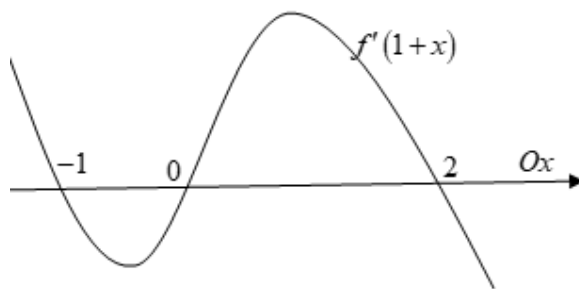
**Câu 16. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(3x+2)$  như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = f(1-x)$  đạt cực đại tại

- Ⓐ.  $x = -7$ .                      Ⓑ.  $x = 0$ .                      Ⓒ.  $x = -1$ .                      Ⓓ.  $x = 2$ .

**Câu 17. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , biết  $y = f'(1+x)$  có đồ thị như hình vẽ



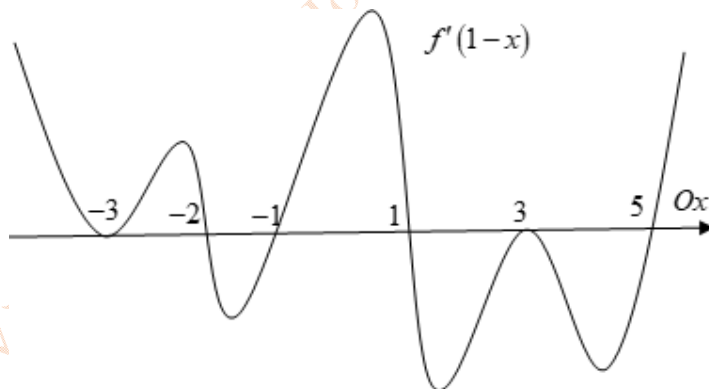
Số điểm cực đại của hàm số  $y = f(x^2 - 2)$

- Ⓐ. 4.                                      Ⓑ. 5.                                      Ⓒ. 3.                                      Ⓓ. 6.

**Câu 18. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(1-2021x) = (x-2)(x-3)^2(x^2-9)^4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó số cực trị của hàm số  $y = f(2x+1)$  là

- Ⓐ. 0.                                      Ⓑ. 2.                                      Ⓒ. 1.                                      Ⓓ. 3.

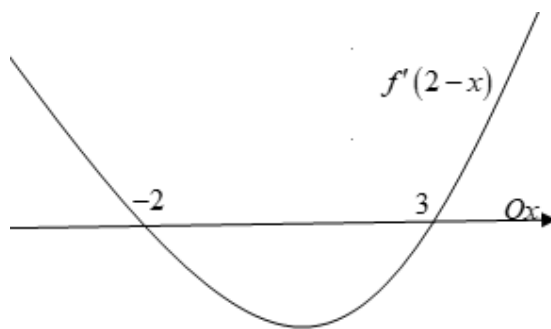
**Câu 19. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(1-x)$  như hình vẽ



Tìm  $m$  sao cho hàm số  $y = f(|2021x-2|-m+2) - m^2 + 10$  có 7 điểm cực trị.

- Ⓐ.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < 6 \end{cases}$                                       Ⓑ.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < 6 \end{cases}$                                       Ⓒ.  $\begin{cases} m > 2 \\ m \leq 6 \end{cases}$                                       Ⓓ.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq 6 \end{cases}$

**Câu 20. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(2-x)$  như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(|x^2 - 2x - 3| + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

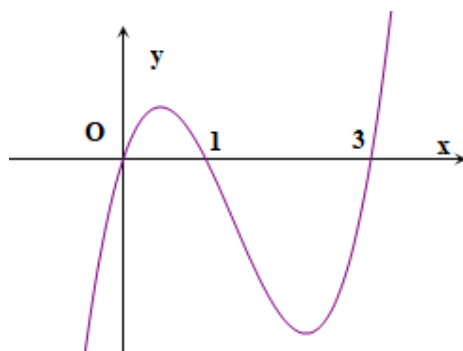
Ⓐ. 1.

Ⓑ. 4.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 3.

**Câu 21. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f'(1-2x)$  như hình vẽ dưới.



Khi đó hàm số  $y = f(x-2) + 2021$  đồng biến trên khoảng

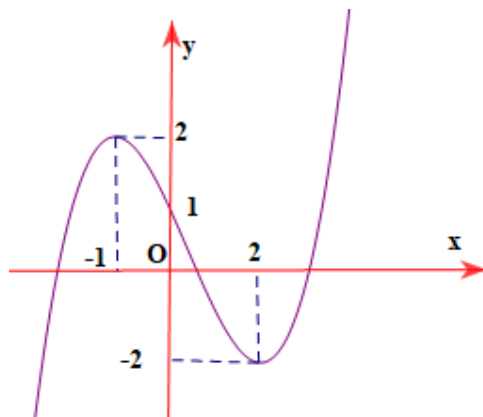
Ⓐ.  $(-1; 0)$ .

Ⓑ.  $(0; 2)$ .

Ⓒ.  $(3; +\infty)$ .

Ⓓ.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 22. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f(1-2x)$  như hình vẽ dưới.



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x^3 - 2) - m + 1|$  có 5 điểm cực trị là

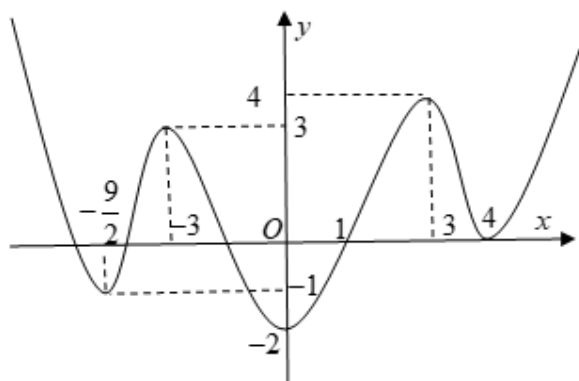
Ⓐ. 1.

Ⓑ. 2.

Ⓒ. 4.

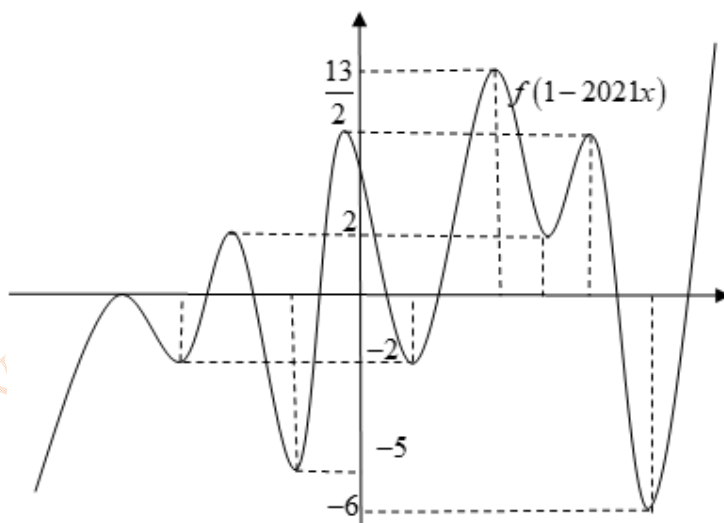
Ⓓ. 3.

- Câu 23. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = f(2021x - 2)$  có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \left| \left( f(1-4x) \right)^3 - 3f(1-4x) - m \right|$  có 17 điểm cực trị



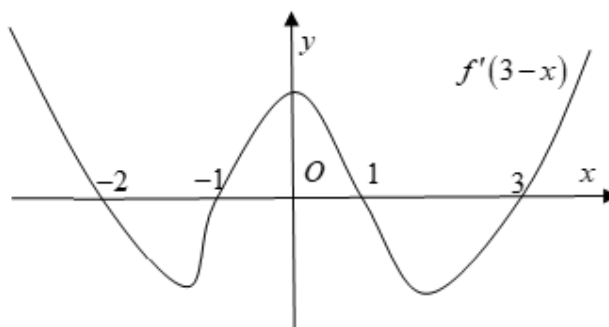
- Ⓐ. 34.                                      Ⓑ. 35.                                      Ⓒ. 36.                                      Ⓓ. 37.

- Câu 24. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(1 - 2021x)$  như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-9; 9)$  thỏa mãn  $2m \in \mathbb{Z}$  và hàm số  $y = \left| 4f(4x^3 + 2x + 2021) + 2m - 8 \right|$  có 15 điểm cực trị?



- Ⓐ. 3.                                              Ⓑ. 13.                                              Ⓒ. 2.                                              Ⓓ. 15.

**Câu 25.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(3-x)$  như hình vẽ sau.



Hàm số  $y = f(x-1)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

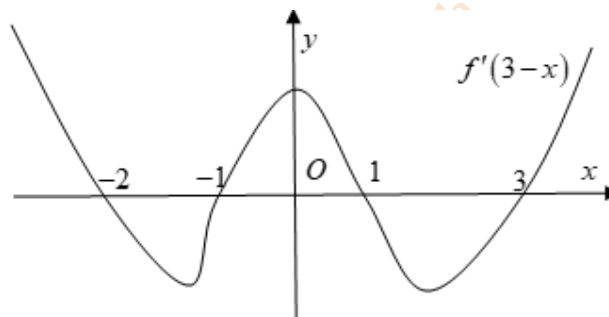
Ⓐ.  $(5;6)$ .

Ⓑ.  $(1;9)$ .

Ⓒ.  $(7;9)$ .

Ⓓ.  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 26.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f'(3-x)$  như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x^2 + 2x - 3| - 2) + 2021$  là

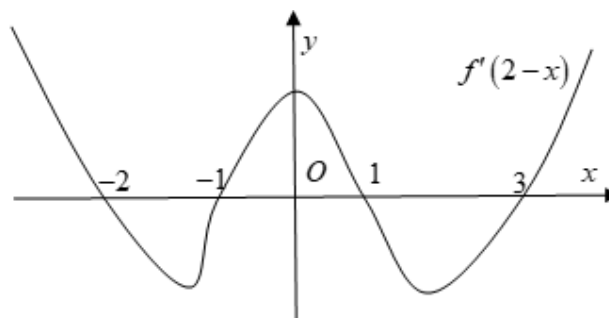
Ⓐ. 11.

Ⓑ. 14.

Ⓒ. 13.

Ⓓ. 12.

**Câu 27.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(2-x)$  như hình vẽ sau.



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(-x^2 + 4x - 2 + m)$  đồng biến trên khoảng  $(3;4)$  là

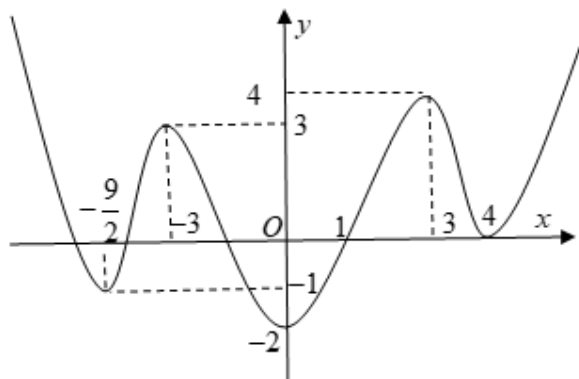
Ⓐ. 4.

Ⓑ. 0.

Ⓒ. 3.

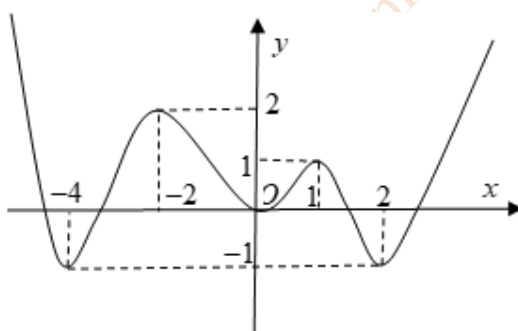
Ⓓ. 5.

- Câu 28. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = f(2021x - 2)$  có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $\left| (f(1-4x))^3 - 3f(1-4x) - 2 \right| = \frac{m}{2}$  có 20 nghiệm là



- Ⓐ. 3.                                      Ⓑ. 4.                                      Ⓒ. 5.                                      Ⓓ. 6.

- Câu 29. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , biết hàm số  $y = f(2x-1)$  có đồ thị như hình vẽ.

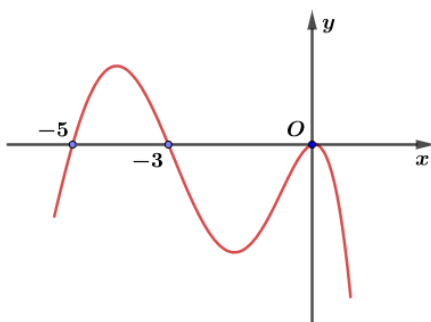


Gọi  $S$  là tập các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $f\left(\left|f(1-3x)\right| - \frac{|m|}{3}\right)$  có 13 điểm cực trị.

Số phần tử của  $S$  là

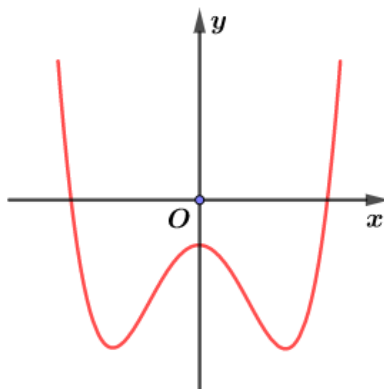
- Ⓐ. 3.                                      Ⓑ. 4.                                      Ⓒ. 5.                                      Ⓓ. 2.

- Câu 30. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x)$ . Biết rằng  $f'(1-x)$  có đồ thị như hình vẽ sau. Khẳng định nào sau đây đúng?



- Ⓐ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-5; -3)$ .
- Ⓑ. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -3)$ .
- Ⓒ. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-3; +\infty)$ .
- Ⓓ. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 6)$ .

🔗 Câu 31. (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f'(2021x - 2)$  như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(3x - 1)$  đã cho là



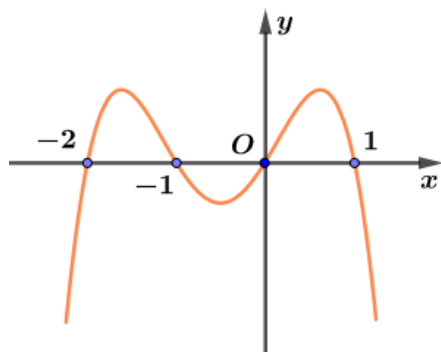
- Ⓐ. 2.
- Ⓑ. 3.
- Ⓒ. 4.
- Ⓓ. 1.

🔗 Câu 32. (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $f'(1-x) = (3-x)(x-5)(x-7)^3, \forall x \in \mathbb{R}$

Kết luận nào sau đây đúng về hàm số  $y = f(x+2)$

- Ⓐ. Hàm số  $y = f(x+2)$  có hai điểm cực đại
- Ⓑ. Hàm số  $y = f(x+2)$  nghịch biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ .
- Ⓒ. Hàm số  $y = f(x+2)$  đồng biến trên khoảng  $(-8; -7)$ .
- Ⓓ. Hàm số  $y = f(x+2)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

🔗 Câu 33. (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số bậc năm  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f'(2-x)$  như hình vẽ. Số giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $g(x) = f\left(\left|x^2 - 2\right| + \frac{|m|}{4}\right) + 2021$  có 7 điểm cực trị



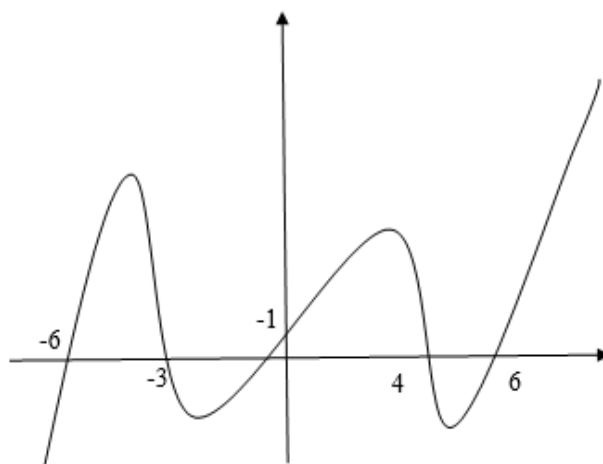
Ⓐ. 9

Ⓑ. 6

Ⓒ. 8

Ⓓ. 7

**Câu 34. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(3-x)$  như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x + 3)$  là

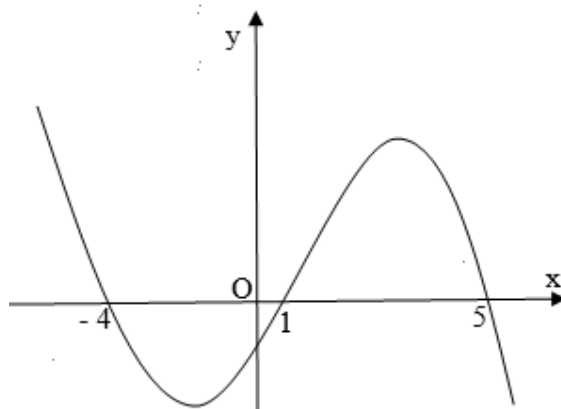
Ⓐ. 3.

Ⓑ. 7.

Ⓒ. 6.

Ⓓ. 5.

**Câu 35. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(1+2x)$  như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in [-2021; 2021]$  để hàm số

$$y = f(-|x|^2 + 2|x| - 2020 + m) \text{ có 7 điểm cực trị}$$

- Ⓐ. Không có giá trị nào. Ⓑ. 5 giá trị.  
Ⓒ. 6 giá trị. Ⓓ. 7 giá trị.

**Câu 36. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $g(x) = f(3-x)$

có bảng biến thiên như bên dưới

|         |           |   |   |   |   |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 1 |   | 3 |   | $+\infty$ |
| $g'(x)$ |           | - | 0 | + | 0 | - |           |
| $g(x)$  | $+\infty$ |   |   |   | 0 |   | $-\infty$ |
|         |           |   |   |   |   |   |           |

Hàm số  $h(x) = f(x^2 + 1)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

**Câu 37. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $g(x) = f(-x^3 - x)$

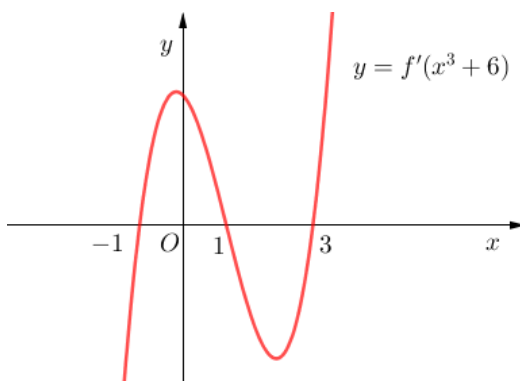
có bảng biến thiên như bên dưới

|         |           |   |   |   |        |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|--------|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 0 |   | 1      |   | $+\infty$ |
| $g'(x)$ |           | - | 0 | + | 0      | - |           |
| $g(x)$  | $+\infty$ |   |   |   | $g(1)$ |   | $-\infty$ |
|         |           |   |   |   |        |   |           |

Hàm số  $h(x) = f(2x^2 - x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

**Câu 38. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm đa thức bậc ba  $y = f'(x^3 + 6)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hỏi hàm số  $g(x) = f(x^2 + 4x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ. 1.                      Ⓑ. 2.                      Ⓒ. 3.                      Ⓓ. 7.

**Câu 39. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(2x^2 - 4x + 3)$  có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$

|      |           |      |     |     |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-5$ |     | $1$ |     | $6$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ |      |     | $3$ |     |     | $+\infty$ |

Hỏi hàm số  $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$  có ít nhất bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ. 4.                      Ⓑ. 5.                      Ⓒ. 6.                      Ⓓ. 8.

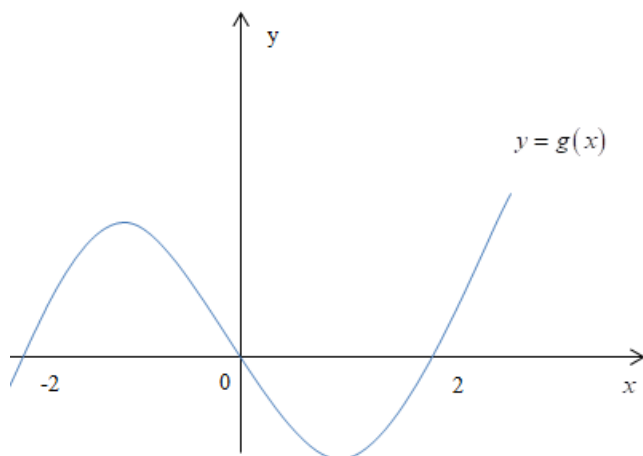
**Câu 40. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm đa thức  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có bảng xét dấu của như sau:

|           |           |      |     |     |     |     |           |
|-----------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$       | $-\infty$ | $-1$ |     | $0$ |     | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x+1)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |

Số điểm cực đại của hàm số  $y = f(x^2 + |x| + 1)$  là

- Ⓐ. 3.                      Ⓑ. 2.                      Ⓒ. 4.                      Ⓓ. 1.

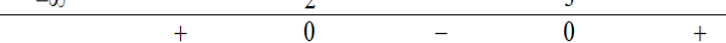
**Câu 41. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , trong đó  $g(x) = f'(1-x)$  là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số  $y = \left| f\left(\frac{x-1}{x-2}\right) \right|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ. 7.                      Ⓑ. 5.                      Ⓒ. 3.                      Ⓓ. 6.

**Câu 42. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f(3-4x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

|      |           |                                                                                      |     |           |     |     |  |
|------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----------|-----|-----|--|
| $x$  | $-\infty$ | $2$                                                                                  | $3$ | $+\infty$ |     |     |  |
| $y'$ |           | $+$                                                                                  | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |  |
| $y$  |           |  |     |           |     |     |  |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x - 10)$  là

- Ⓐ. 6.                      Ⓑ. 5.                      Ⓒ. 4.                      Ⓓ. 3.

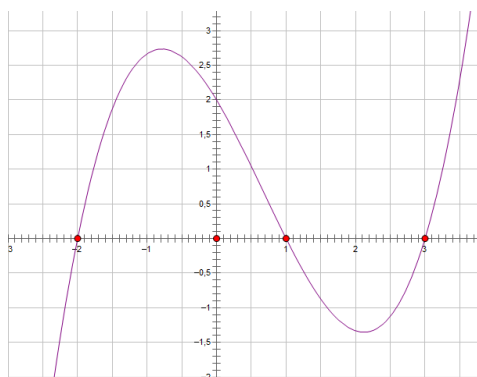
**Câu 43. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x^3 - 12x)$

|                    |           |      |     |     |     |           |
|--------------------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$                | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y = f(x^3 - 12x)$ | $+\infty$ | $-5$ | $7$ | $0$ | $7$ | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình  $f(x^2 - 4x + 2) = f(-2)$

- Ⓐ. 6.                      Ⓑ. 5.                      Ⓒ. 4.                      Ⓓ. 3.

**Câu 44. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $R$ , có đồ thị hàm số  $y = f'(x^2 + 2x)$  như hình vẽ.



Tìm số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(2x - x^2)$ .

- Ⓐ. 2.                      Ⓑ. 4.                      Ⓒ. 3.                      Ⓓ. 5.

**Câu 45. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $g(x) = f(x^2 - 4x)$  có bảng xét dấu như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $5$ | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $+$       |

Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ. 0.                      Ⓑ. 1                      Ⓒ. 2                      Ⓓ. 3

**Câu 46. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x^3 + 1)$  như sau

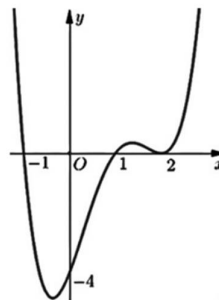
| $x$         | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |     |
|-------------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $f'(x^3+1)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- Ⓐ.  $(-2; 2)$                       Ⓑ.  $(2; 5)$                       Ⓒ.  $(5; 10)$                       Ⓓ.  $(10; +\infty)$

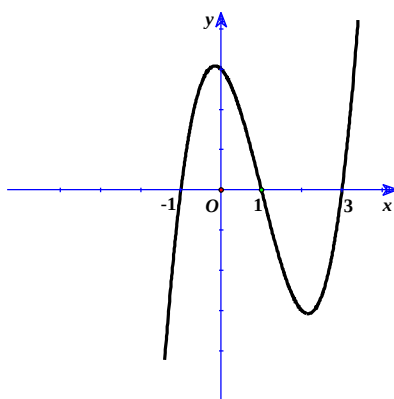
**Câu 47. (Truy ngược hàm - LVH)** Đồ thị của hàm  $y = f'(x^2 + 4x - 1)$  như hình vẽ dưới đây.

Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(3x^2 - 1)$  là



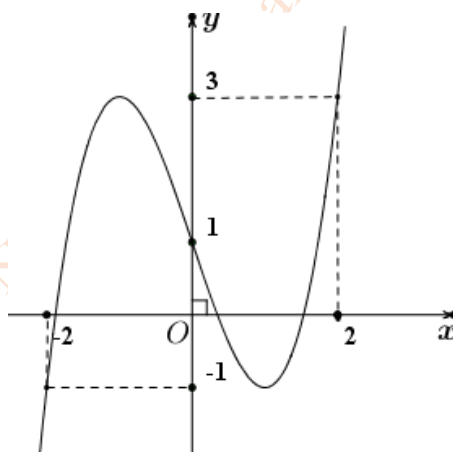
- Ⓐ. 2.                      Ⓑ. 4.                      Ⓒ. 1.                      Ⓓ. 3.

- Câu 48. (Truy ngược hàm - LVH)** Đồ thị của hàm  $y = f'(1-4x)$  như hình vẽ dưới đây. Số các giá trị nguyên của  $m \in [-2021; 2021]$  để số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(x^2 + 4x - 3m - 2)$  nhiều nhất là



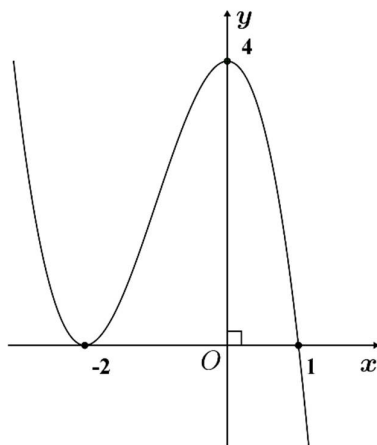
- Ⓐ. 4040.      Ⓑ. 2024.      Ⓒ. 4002.      Ⓓ. 2020.

- Câu 49. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(2x+1)$  như hình vẽ. Hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ . Đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- Ⓐ.  $(-\infty; -3)$ .      Ⓑ.  $(-3; 0)$ .      Ⓒ.  $(1; 4)$ .      Ⓓ.  $(4; +\infty)$ .

- Câu 50. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(3-2x)$  như hình vẽ. Hàm số  $g(x) = f(|x^2 - 3|)$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?



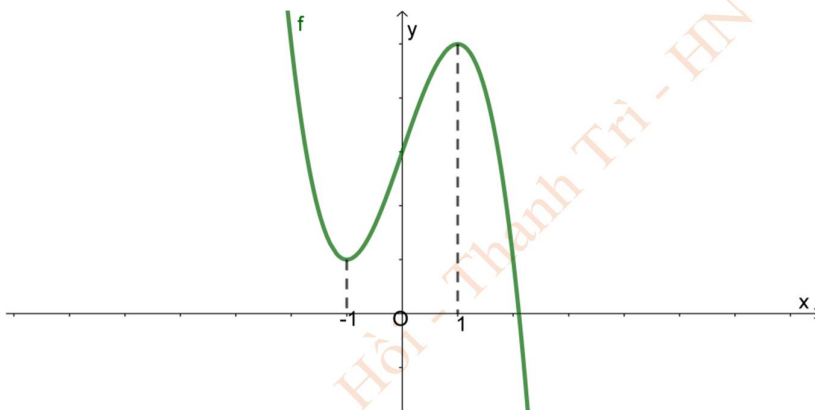
Ⓐ. 4.

Ⓑ. 1.

Ⓒ. 3.

Ⓓ. 5.

**Câu 51. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(1-x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số  $y = f(x^2 + x + 2)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

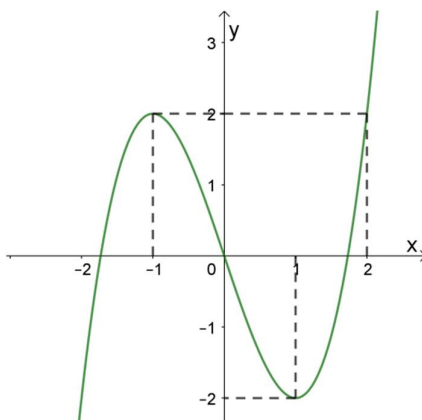
Ⓐ.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}\right)$ .

Ⓑ.  $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ .

Ⓒ.  $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ .

Ⓓ.  $(0; 1)$ .

**Câu 52. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(3-2x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số  $m$  nguyên để phương trình  $f(x^3 - 3x + 1) = m + 1$  có 7 nghiệm phân biệt

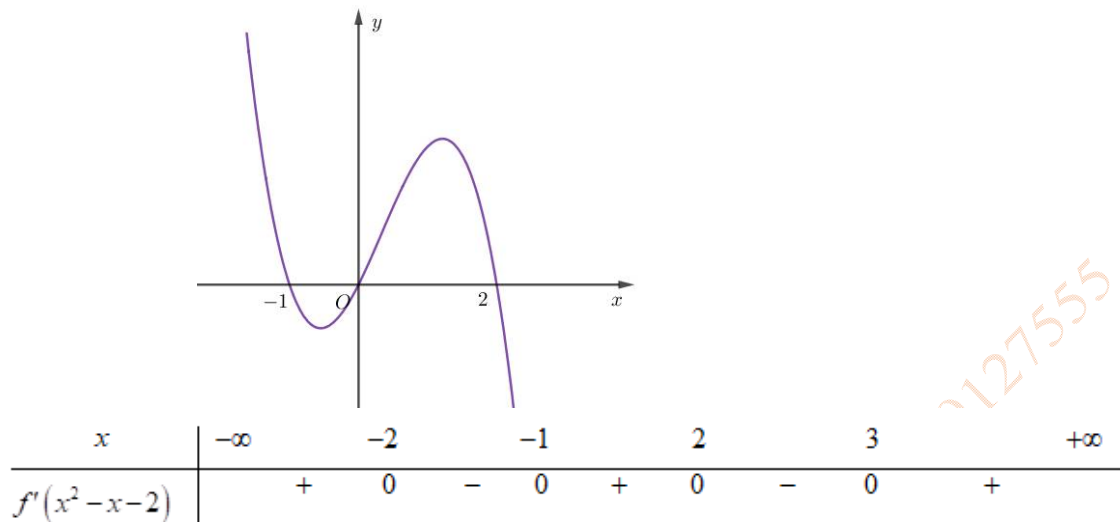
Ⓐ. 1.

Ⓑ. 3.

Ⓒ. 4.

Ⓓ. 5.

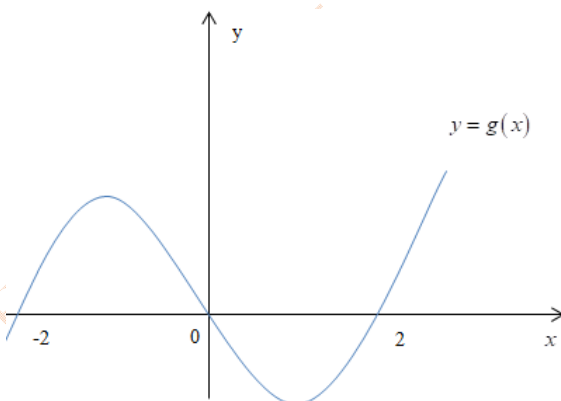
**Câu 53.** (Truy ngược hàm - LVH) cho hàm bậc ba  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của như sau:



Tổng các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^3 - 3x - m)$  đồng biến trên  $(0; 1)$ .

- Ⓐ. -5.      Ⓑ. -7.      Ⓒ. 9.      Ⓓ. -9.

**Câu 54.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , trong đó  $g(x) = [f(x^2 - 1)]'$  là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ:



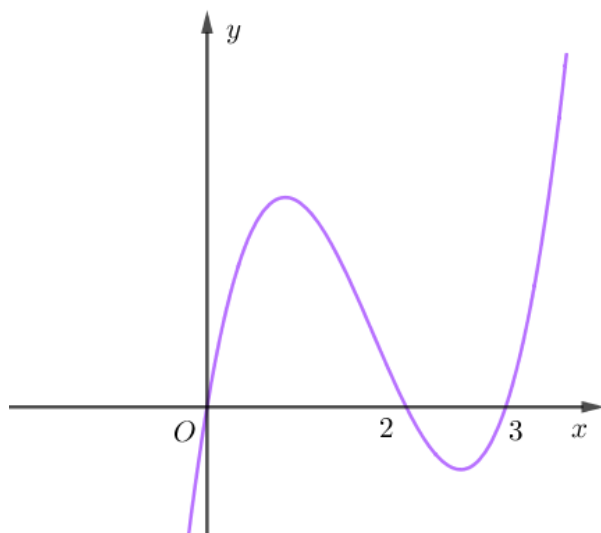
Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của  $m$  để hàm số  $h(x) = f\left(x + \frac{1}{x} + m\right)$  nghịch biến trên  $(1; 2)$ ?

- Ⓐ. 4.      Ⓑ. 2.      Ⓒ. 3.      Ⓓ. 1.

**Câu 55.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(3 - 2x)$  được cho như hình bên. Hàm số  $y = f(x^2 + 1)$  nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ.  $(-\infty; 0)$ .      Ⓑ.  $(0; 1)$ .      Ⓒ.  $(2; +\infty)$ .      Ⓓ.  $(-1; 0)$ .

**Câu 56. (Truy ngược hàm - LVH)** Giả sử  $f(x)$  là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số  $y = f'(1-x)$  được như hình bên. Hỏi hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?



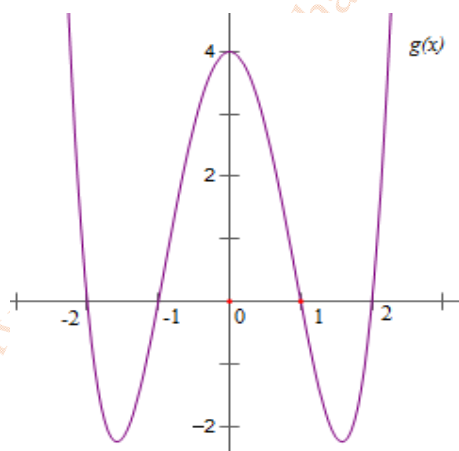
A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

**Câu 57. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $R$ . Hàm số  $g(x) = f'(1-x^2)$  là hàm số bậc bốn có đồ thị như hình vẽ như dưới



Hàm số  $y = f(x^2 - 2|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

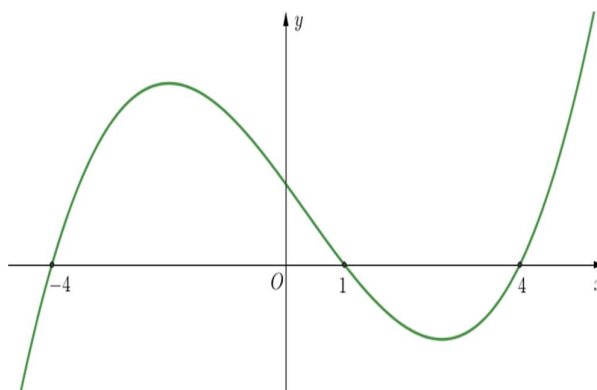
A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

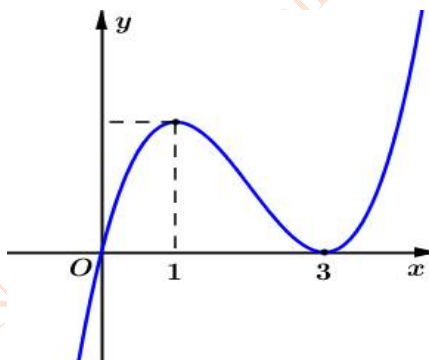
**Câu 58.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , trong đó hàm số  $g(x) = (f(2-x))'$  là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ như dưới



Hàm số  $y = f(x^2 + 2) - x^3 + 2x^2 - x + 2021$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ.  $(-\infty; -1)$ .      Ⓑ.  $(0; 1)$ .      Ⓒ.  $(1; 2)$ .      Ⓓ.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 59.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hai hàm số  $f(x); g(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị  $y = f'(2x-1)$  như hình vẽ.

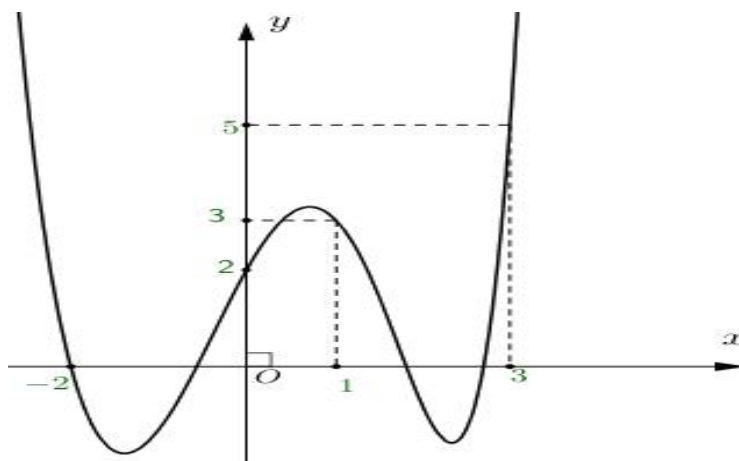


Có bao nhiêu số nguyên  $m \in [-10; 10]$  để  $g(x) = f(x^2 + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

- Ⓐ. 9.      Ⓑ. 13.      Ⓒ. 14.      Ⓓ. 8

**Câu 60.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hai hàm số  $f(x); g(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Đồ thị  $y = f'(x^2 + 4x)$  như hình vẽ.



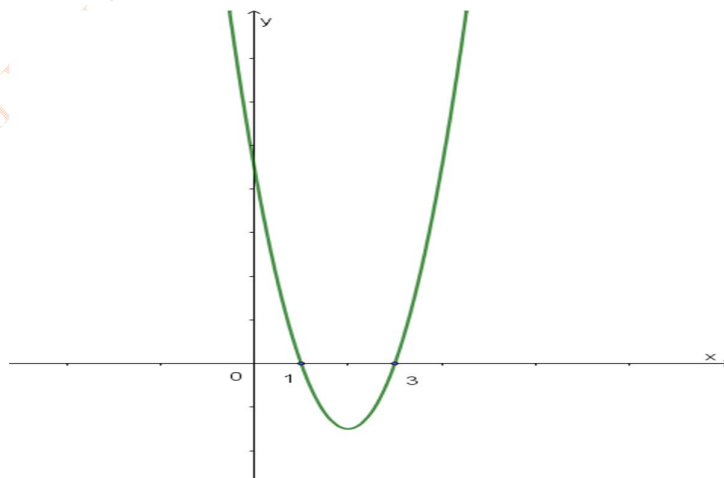
Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 4) - \frac{2}{3}x^3 + 2021$  nghịch biến trong khoảng nào?

- Ⓐ.  $(0; 3)$ . Ⓑ.  $(3; 5)$ . Ⓒ.  $(2; 3)$ . Ⓓ.  $(4; 6)$

**Câu 61.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = g(x) = f'(2x + 3) + 2$  có đồ thị là một parabol với tọa độ đỉnh  $I(2; -1)$  và đi qua điểm  $A(1; 2)$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ.  $(5; 9)$ . Ⓑ.  $(1; 2)$ . Ⓒ.  $(-\infty; 9)$ . Ⓓ.  $(1; 3)$ .

**Câu 62.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm  $f'(-2x + \frac{7}{2})$  như hình vẽ sau. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- Ⓐ.  $(\frac{1}{4}; \frac{9}{4})$ . Ⓑ.  $(\frac{9}{4}; +\infty)$ . Ⓒ.  $(-\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$ . Ⓓ.  $(-\infty; -\frac{5}{2})$ .

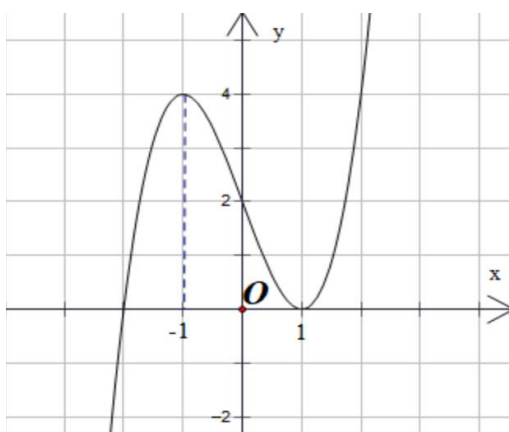
**Câu 63. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $f'(3-5x)$  như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ.  $(-\infty; -13)$ . Ⓑ.  $(-12; -7)$ . Ⓒ.  $(3; +\infty)$  Ⓓ.  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 64. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $f(3-x)$  như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  có mấy cực trị?

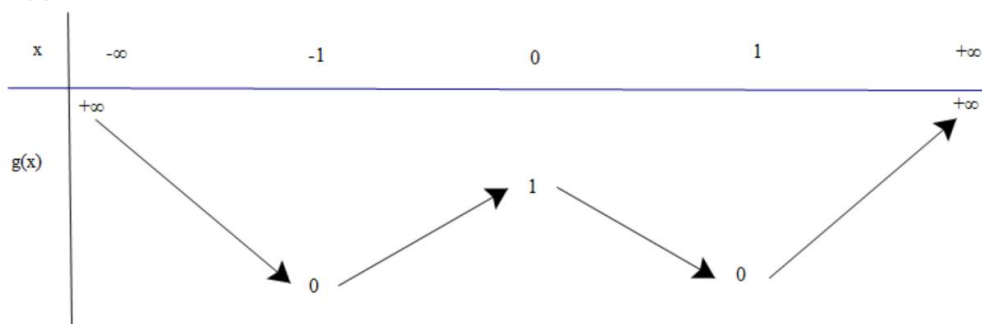
- Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3 Ⓓ. 4.

**Câu 65. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $g(x) = f(e^x + x^3)$  có đồ thị như hình dưới đây. Hỏi hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- Ⓐ.  $(\frac{1}{e} - 2; \frac{1}{e})$ . Ⓑ.  $(\frac{1}{e}; e)$ . Ⓒ.  $(e; e+2)$ . Ⓓ.  $(e+2; +\infty)$ .

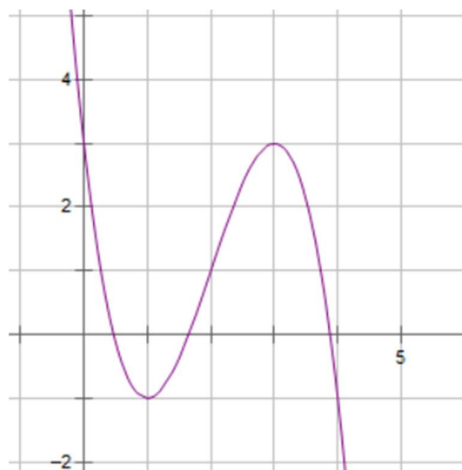
**Câu 66. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $g(x) = f\left[\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\right]$  có bảng biến thiên như sau:



Hỏi hàm số  $h(x) = f(2x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ.  $\left(-\infty; \frac{\ln(\sqrt{2}-1)}{2}\right)$ . Ⓑ.  $(-1; 0)$ . Ⓒ.  $\left(0; \frac{\ln(\sqrt{2}+1)}{2}\right)$ . Ⓓ.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 67. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f(1-x)$  có dạng như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực tiểu của hàm số  $v = f(x^2 + 2x)$  là.



- Ⓐ. 0. Ⓑ. 1. Ⓒ. 3. Ⓓ. 2.

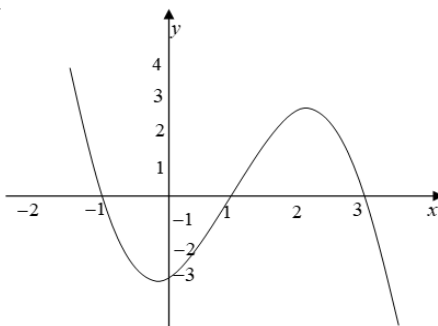
**Câu 68. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , trong đó  $g(x) = [f(x^2 - 4)]'$  là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $h(x) = f(x^2 + x + m)$  đồng biến trên  $(0; 1)$ .

- Ⓐ. 0. Ⓑ. 1. Ⓒ. 2. Ⓓ. 3.

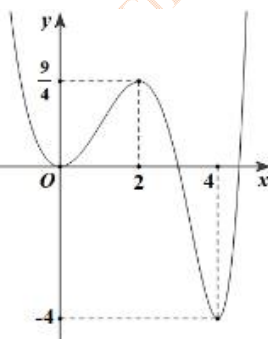
**Câu 69.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$  được cho như hình dưới.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

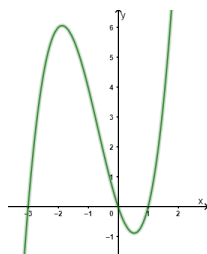
- Ⓐ.  $(-\infty; 3)$ . Ⓑ.  $(13; +\infty)$ . Ⓒ.  $(-7; 3)$ . Ⓓ.  $(-\infty; -7)$ .

**Câu 70.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(5 - 2x)$  như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-9; 9)$  thoả mãn  $2m \in \mathbb{Z}$  và hàm số  $y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$  có 5 điểm cực trị?



- Ⓐ. 26. Ⓑ. 25. Ⓒ. 24. Ⓓ. 27.

**Câu 71.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thoả mãn  $f'(x+1)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $y = f(\sqrt{x^2 + 1})$  có bao nhiêu điểm cực trị

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 3. Ⓒ. 1. Ⓓ. 2.

**Câu 72. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$$f'(x-1) = x^3 + 2x^2 - 3x. \text{ Hàm số } y = f(x^2 + x) \text{ đồng biến trên khoảng nào}$$

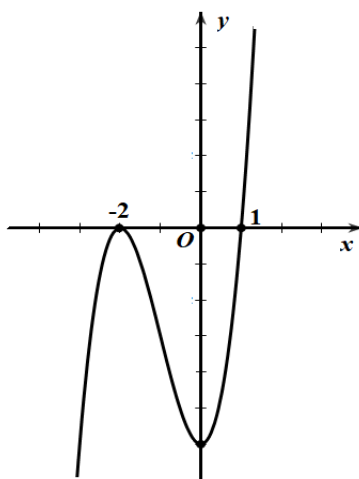
- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(-1; 0)$ .      D.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 73. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'\left(-2x + \frac{7}{2}\right) = 3x^2 - 12x + 9$ .

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{4}\right)$ .      B.  $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$ .      C.  $\left(-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .      D.  $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right)$ .

**Câu 74. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị  $y = f'(3x+5)$  như hình vẽ.

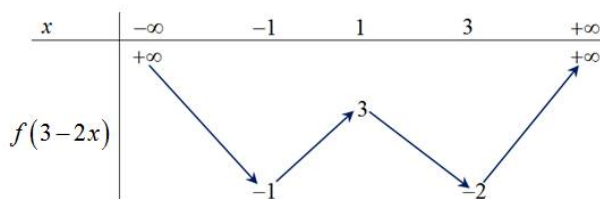


Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 8)$ .      B.  $\left(-\frac{7}{3}; +\infty\right)$ .      C.  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ .      D.  $(-\infty; 10)$ .

**Câu 75. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho bảng biến thiên của hàm số  $f(3-2x)$  như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số

$f(x-1)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-3; 0)$ .      B.  $(1; 2)$ .      C.  $(-2; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 76. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho bảng biến thiên của hàm số  $f(x^2 - x)$  như hình vẽ.

Hỏi hàm số  $f(x^2 - 3x + 2)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

| $x$          | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$  | $+\infty$ |
|--------------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $f(x^2 - x)$ | $+\infty$ | $-1$ | $4$ | $-1$ | $+\infty$ |

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Câu 77. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu của  $f'(x+1)$  như sau

| $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
|-----------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $f'(x+1)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $+$       |

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?

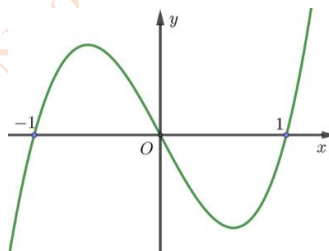
A.  $(3; 4)$ .

B.  $(-2; 1)$ .

C.  $(-3; -2)$ .

D.  $(1; 3)$ .

**Câu 78. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(1-2x)$  có đồ thị như hình vẽ sau đây



Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $g(x) = f(x^2 - x - m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$

A.  $m > 2$ .

B.  $m = -1 \vee m > 2$ .

C.  $m = -1 \vee m \geq 3$ .

D.  $m \geq 3$ .

**Câu 79. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho  $y = f(x)$  là hàm số xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

Biết bảng xét dấu của hàm

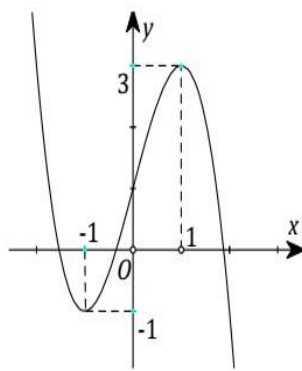
$y = f'(3-2x)$  như sau:

|            |           |                |               |     |     |           |     |     |
|------------|-----------|----------------|---------------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x$        | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{2}$ | $3$ | $4$ | $+\infty$ |     |     |
| $f'(3-2x)$ |           | $-$            | $0$           | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

Hỏi hàm số  $g(x) = 2020f(x) + 2021$  đồng biến trên khoảng nào?

- ☐ A.  $(-\infty; -5)$ .
 ☐ B.  $(-3; -2)$ .
 ☐ C.  $(4; +\infty)$ .
 ☐ D.  $(-2; 5)$ .

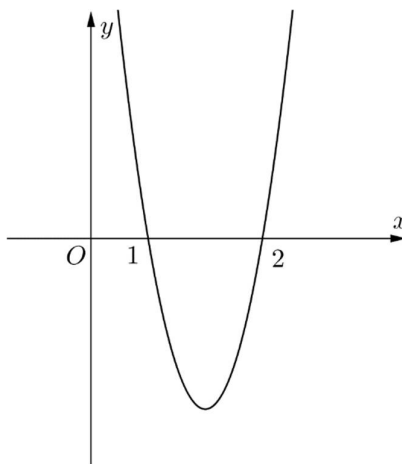
**Câu 80. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x-1)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số  $g(x) = f(1-e^x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☐ A.  $(0; 1)$ .
 ☐ B.  $(0; 2)$ .
 ☐ C.  $(1; +\infty)$ .
 ☐ D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 81. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức và  $y = f'(x-1)$  có đồ thị như hình bên dưới.



Tìm số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(x^2-1)$  trên  $\mathbb{R}$ .

- ☐ A. 5.
 ☐ B. 6.
 ☐ C. 2.
 ☐ D. 3.

**Câu 82. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức và hàm số

$y = f(x^2 - 1)$  có bảng biến thiên

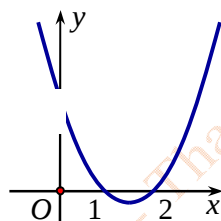
|      |           |             |     |     |     |            |           |
|------|-----------|-------------|-----|-----|-----|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ |     | $0$ |     | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$         | $0$ | $+$ | $0$ | $-$        | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ |             |     | $3$ |     |            | $+\infty$ |

$\swarrow$   $\searrow$   $\swarrow$   $\searrow$   
 $-1$   $-1$

Hàm số  $g(x) = f(2x^3 - x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ .      B.  $\left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}; 1\right)$ .      D.  $\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}; +\infty\right)$ .

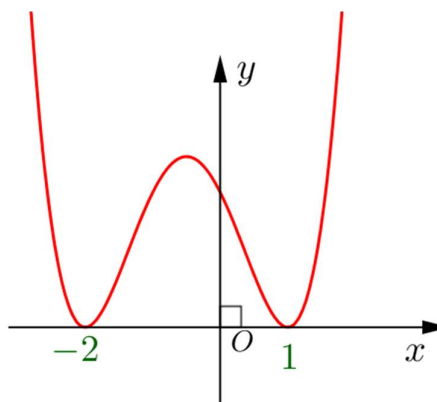
**Câu 83. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và xác định trên  $\mathbb{R}$ , biết rằng  $f'(x+2)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $y = f(x^2 + 4x + 7)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; -1)$ .      B.  $(-3; -1)$ .      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(-2; 0)$ .

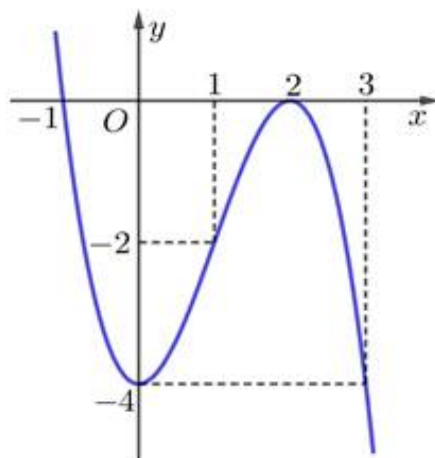
**Câu 84. (Truy ngược hàm - LVH)** Giả sử  $f(x)$  là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số  $y = f(1-x)$  được cho như hình bên.



Hỏi hàm số  $g(x) = f(x^2 + 2)$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3.      B. 0.      C. 1.      D. 2.

**Câu 85. (Truy ngược hàm - LVH)** Biết hàm số  $y = f'(x+1)$  là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x)$  đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ.  $(2; +\infty)$ . Ⓑ.  $(-1; 2)$ . Ⓒ.  $(-1; 1)$ . Ⓓ.  $(1; 2)$ .

**Câu 86. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(5 - 3x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

| $x$             | $-\infty$ | $-3$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
|-----------------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $y = f(5 - 3x)$ | $+\infty$ |      | $5$ |     | $+\infty$ |
|                 |           | $2$  |     | $0$ |           |

Biết rằng  $f(-2) = 2$ . Số nghiệm của phương trình  $f(x^3 - 3x) = 2$  là

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 7. Ⓒ. 6. Ⓓ. 8.

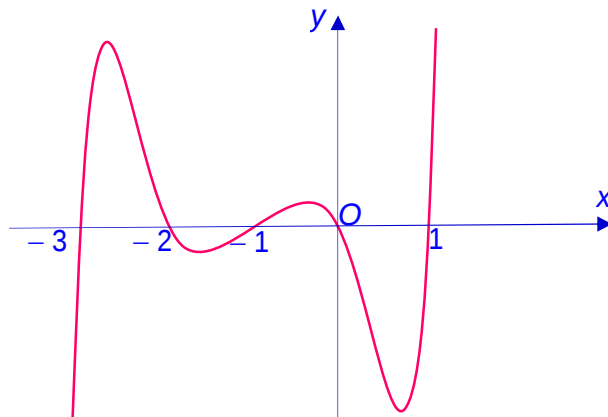
**Câu 87. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

| $x$           | $-\infty$ | $-3$ | $1$ | $5$  | $+\infty$ |
|---------------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $f(x^2 - 2x)$ | $+\infty$ |      | $4$ |      | $+\infty$ |
|               |           | $-1$ |     | $-1$ |           |

Biết hàm số  $f(x)$  có đúng hai điểm cực trị là  $x = -2$  và  $x = a$ . Hàm số  $f(x^2 - 4x + 4)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ. 5. Ⓑ. 3. Ⓒ. 1. Ⓓ. 4.

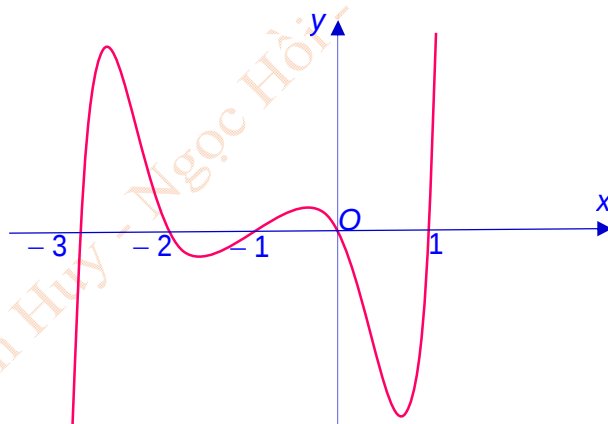
**Câu 88.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm đa thức  $y = \left[ f(x^2 + 2x) \right]'$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $g(x) = f(3-x)$  đồng biến trên khoảng

- Ⓐ.  $(-1; 3)$ .      Ⓑ.  $(3; +\infty)$ .      Ⓒ.  $(0; 3)$ .      Ⓓ.  $(3; 8)$ .

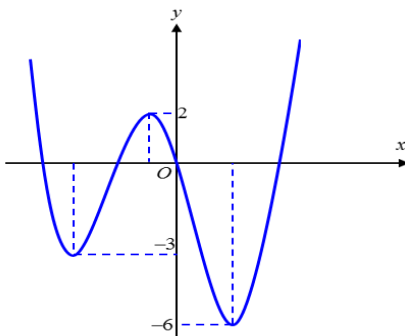
**Câu 89.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm đa thức  $y = \left[ f(x^2 + 2x) \right]'$  có đồ thị như hình vẽ



Tổng giá trị nguyên của  $m \in [-10; 10]$  để hàm số  $g(x) = f(|x-2| + m)$  có 5 cực trị

- Ⓐ. -52.      Ⓑ. 55.      Ⓒ. -55.      Ⓓ. 56.

**Câu 90.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.đây



Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để đồ thị hàm số

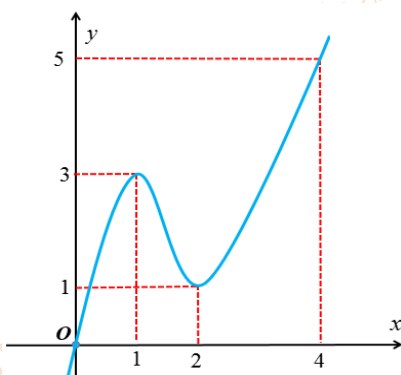
$$y = |f(x - 2019) + m| \text{ có 5 điểm cực trị. Tích giá trị các phần tử của } S \text{ bằng}$$

- Ⓐ. 62.                      Ⓑ. 56.                      Ⓒ. 60.                      Ⓓ. 160.

**Câu 91.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và

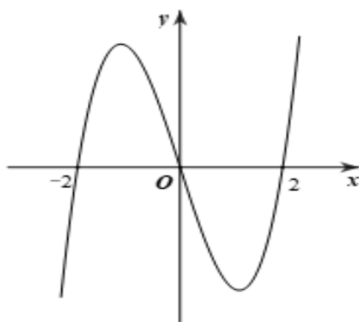
$$f(0) = 0; f(4) > 4. \text{ Biết hàm } y = f'(x)$$

có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = |f(x^2) - 2x|$  là



- Ⓐ. 2.                      Ⓑ. 1.                      Ⓒ. 4.                      Ⓓ. 3.

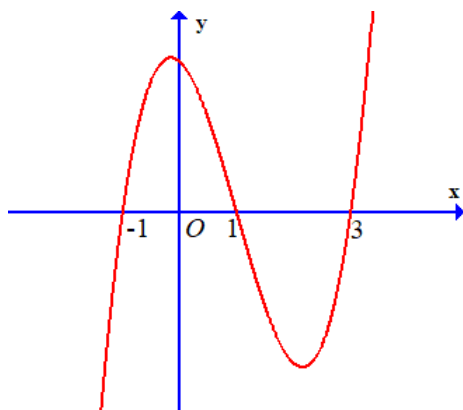
**Câu 92.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f'(2x + 1)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số  $g(x) = f(1 - x^2)$  nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

- Ⓐ.  $(-\infty; -1)$ .                      Ⓑ.  $(-2; 0)$ .                      Ⓒ.  $(1; 5)$ .                      Ⓓ.  $(0; 2)$ .

**Câu 93.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số  $y = f'(x^3 + 3x - 1)$ .



Hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  có bao nhiêu điểm cực đại?

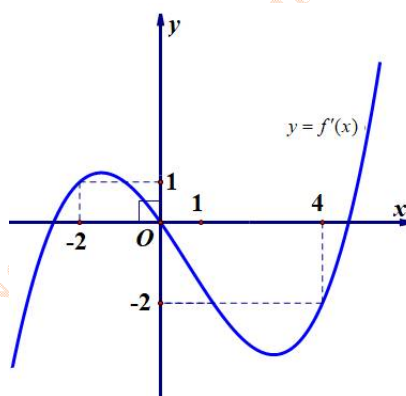
(A). 4.

(B). 3.

(C). 2.

(D). 5.

**Câu 94.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , ( $a \neq 0$ ). Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng  $(-12; 28)$  của tham số  $m$  hàm số  $g(x) = f(3 - 2x + m) + x^2 - (m + 3)x + 2m^2$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

Số phần tử của  $S$  là

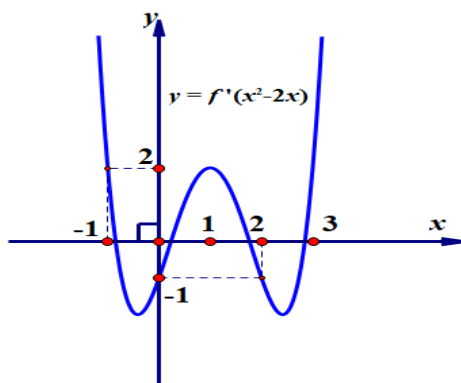
(A). 25.

(B). 28.

(C). 26.

(D). 27.

**Câu 95. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x^2 - 2x)$  như hình vẽ sau



Hỏi hàm số  $y = f(x^2 - 1) + \frac{2}{3}x^3 + 2021$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ.  $(-3; -2)$ .      Ⓑ.  $(1; 2)$ .      Ⓒ.  $(-2; -1)$ .      Ⓓ.  $(-1; 0)$ .

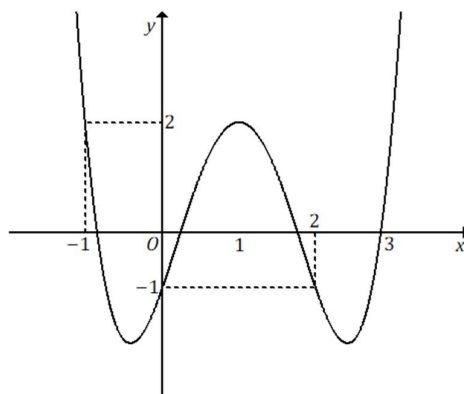
**Câu 96. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  là một hàm bậc bốn có bảng biến thiên như hình vẽ.

|     |           |      |     |      |           |
|-----|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$  | $+\infty$ |
| $y$ | $+\infty$ | $-1$ | $4$ | $-1$ | $+\infty$ |

Hỏi hàm số  $f(x)$  có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

- Ⓐ. 0      Ⓑ. 1      Ⓒ. 2      Ⓓ. 3

**Câu 97. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $y = f'(x^2 - 2x)$  như hình vẽ bên dưới.



Hỏi hàm số  $g(x) = f(x^2 - 1) + \frac{2}{3}x^3 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ.  $(-3; -2)$ .      Ⓑ.  $(1; 2)$ .      Ⓒ.  $(-2; -1)$ .      Ⓓ.  $(-1; 0)$ .

🔗 **Câu 98.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho bảng biến thiên hàm số  $f(5-2x)$  như hình vẽ dưới.

|     |           |   |   |   |           |
|-----|-----------|---|---|---|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | 1 | 2 | 3 | $+\infty$ |
| $y$ |           | 3 | 2 | 4 |           |

Hỏi phương trình  $|2f(x^2 - 4x + 3) - 1| = 3$  có bao nhiêu nghiệm thực  $x$  tương ứng?

- Ⓐ. 6.      Ⓑ. 5.      Ⓒ. 7.      Ⓓ. 4

🔗 **Câu 99.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho bảng biến thiên của hàm số  $f(3-2x)$  như hình vẽ.

Biết  $f(4) = 3$ ;  $f(0) = 0$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $|f(x^3 - 3x + 2) - m| = 2$  có nhiều nghiệm nhất?

|     |           |    |   |   |           |
|-----|-----------|----|---|---|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $y$ |           | 12 | 0 | 8 |           |

- Ⓐ. 7.      Ⓑ. 6.      Ⓒ. 5.      Ⓓ. 2

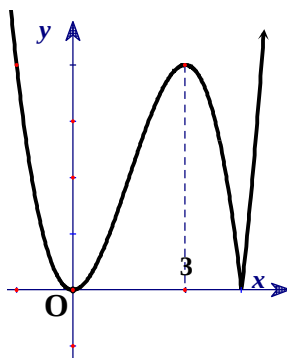
🔗 **Câu 100.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho  $y = f(x)$  là hàm số đa thức. Biết hàm số

$g(x) = f(x^3 - 3x + 1)$  có đúng ba điểm cực trị là  $-2; -1; 1$ . Tìm tất cả các giá trị thực của

tham số  $m$  để hàm số  $h(x) = f\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - m\right)$  có 7 điểm cực trị?

- Ⓐ.  $-2 < m < 1$ .      Ⓑ.  $\frac{3}{4} < m < 1$ .      Ⓒ.  $0 < m < \frac{3}{2}$ .      Ⓓ.  $-\frac{3}{4} < m < 0$ .

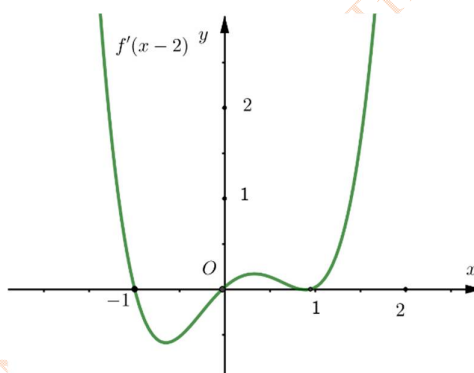
**Câu 101. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị của hàm số  $y = |f(x+1)|$  như hình vẽ bên cạnh.



Số giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn hàm số  $h(x) = f(|x+m| - m - 1)$  có ba điểm cực trị là

- Ⓐ. 2.                      Ⓑ. 4.                      Ⓒ. 3.                      Ⓓ. Vô số.

**Câu 102. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x-2)$  có đồ thị như hình dưới.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $\left(4; \frac{9}{2}\right)$ ?

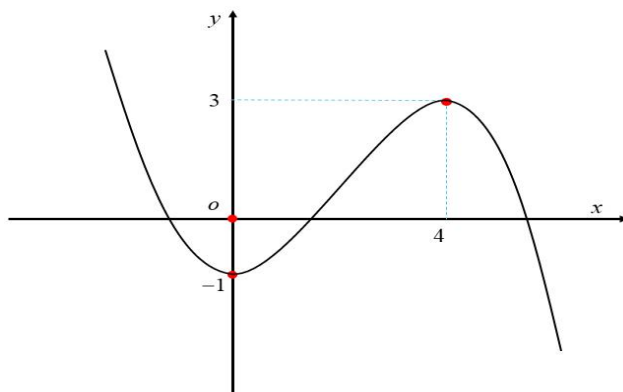
- Ⓐ. 1.                      Ⓑ. 2.                      Ⓒ. 3.                      Ⓓ. 4.

**Câu 103. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = g(x) = f'(2x+3) + 2$  có đồ thị là một parabol với tọa độ đỉnh  $I(2; -1)$  và đi qua điểm  $A(1; 2)$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ.  $(5; 9)$ .                      Ⓑ.  $(1; 2)$ .                      Ⓒ.  $(-\infty; 9)$ .                      Ⓓ.  $(1; 3)$ .

**Câu 104. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm

$$g(x) = f\left(1 - \frac{1}{2}x\right) \text{ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.}$$



Giá trị nguyên lớn nhất của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(|x| - m)$  đồng biến trên khoảng  $(6; +\infty)$  là

Ⓐ. 3.

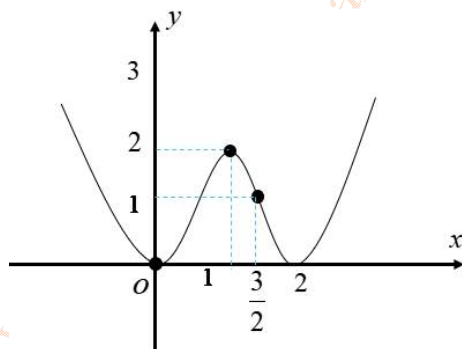
Ⓑ. 5.

Ⓒ. 9.

Ⓓ. 10.

**Câu 105. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm

$$g(x) = f(2x - 2) \text{ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.}$$



Có bao nhiêu số nguyên dương  $m$  để hàm số  $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - m|$  nghịch biến trên khoảng

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)?$$

Ⓐ. 0.

Ⓑ. 1.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 3.

**Câu 106. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng xét dấu như sau:

|               |           |      |      |     |     |           |     |     |     |
|---------------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$           | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $2$ | $3$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x^2-x-2)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Tổng các giá trị nguyên của  $m$  để  $g(x) = f(x^3 - 3x - m)$  đồng biến trên  $(0; 1)$  là

Ⓐ. -6.

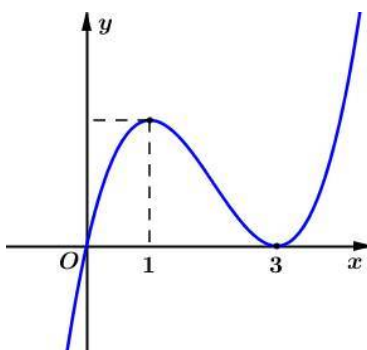
Ⓑ. -7.

Ⓒ. 6.

Ⓓ. -9.

**Câu 107. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  xác định và liên tục trên

$\mathbb{R}$ . Đồ thị  $y = f'(2x-1)$  như hình vẽ



Có bao nhiêu số nguyên  $m \in [-10;10]$  để  $g(x) = f(x^2 + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

(A). 12.

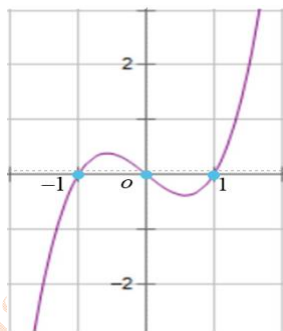
(B). 13.

(C). 14.

(D). 11.

**Câu 108. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  xác định và liên tục trên

$\mathbb{R}$ . Trong đó  $g(x) = [f(x^2 - 4)]'$  là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của  $m$  để hàm số  $h(x) = f(x^2 + x + m)$  đồng biến trên  $(0;1)$ ?

(A). 1.

(B). 3.

(C). 4.

(D). 7.

**Câu 109. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |     |     |           |           |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$ | $-$ | $0$       | $+$       |
| $f(x)$  |           | $4$ |     | $0$       | $+\infty$ |

Có bao nhiêu số nguyên  $m < 2021$  để hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

(A). 2018.

(B). 2019.

(C). 2020.

(D). 2021.

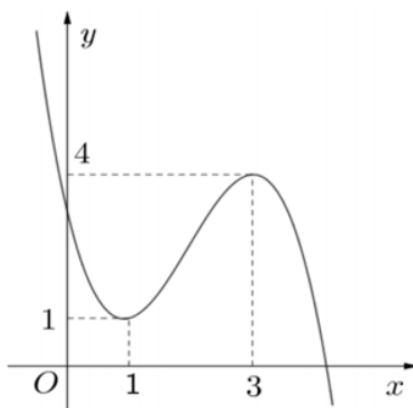
**Câu 110. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $2$ | $4$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $+$       |

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in (0; 2020)$  để hàm số  $g(x) = f(x^2 - x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ ?

- Ⓐ. 2018.      Ⓑ. 2017.      Ⓒ. 2016.      Ⓓ. 2015.

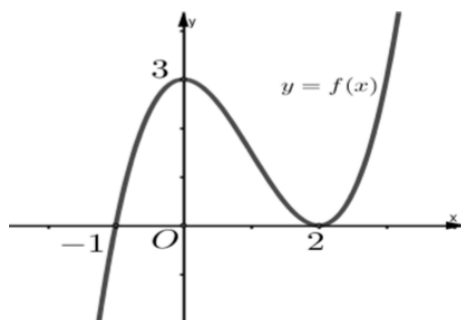
**Câu 111. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  có đồ thị như sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in (-2021; 2022)$  để hàm số  $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ ?

- Ⓐ. 2021.      Ⓑ. 2015.      Ⓒ. 2014.      Ⓓ. 2016.

**Câu 112. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau



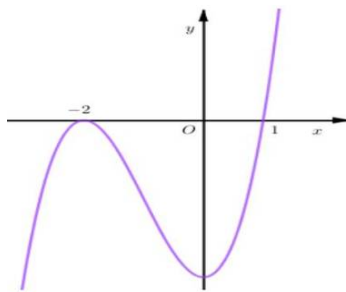
Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in (-2019; 2019)$  để hàm số  $y = f(\cos x + 2x + m)$  đồng biến trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$ ?

- Ⓐ. 2021.      Ⓑ. 2020.      Ⓒ. 2019.      Ⓓ. 2018.

**Câu 113. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x^2 - 4x + m), \forall x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in (-2021; 2021)$  để hàm số  $g(x) = f(x-1)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ ?

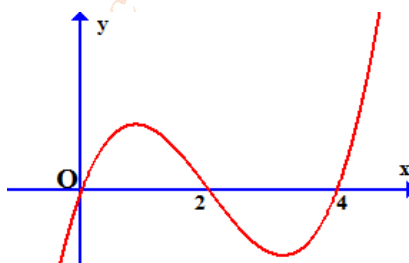
- Ⓐ. 2026.                      Ⓑ. 2025.                      Ⓒ. 2024.                      Ⓓ. 2027

**Câu 114. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(3x+5)$  như hình vẽ dưới. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào?



- Ⓐ.  $(-\infty; 10)$ .                      Ⓑ.  $\left(-\frac{7}{3}; +\infty\right)$ .                      Ⓒ.  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ .                      Ⓓ.  $(-\infty; 8)$ .

**Câu 115. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(2-x)$  như hình vẽ dưới. Hỏi hàm số  $y = f(x+3)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- Ⓐ.  $(-3; 0)$ .                      Ⓑ.  $(-4; -3)$ .                      Ⓒ.  $(-6; -5)$ .                      Ⓓ.  $(-1; +\infty)$

**Câu 116. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho  $y = f(x)$  là hàm số xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết bảng xét dấu của  $y = f'(3-2x)$  như sau

|            |           |                |     |      |           |
|------------|-----------|----------------|-----|------|-----------|
| $x$        | $-\infty$ | $-\frac{9}{2}$ |     | $-1$ | $+\infty$ |
| $f'(3-2x)$ | $+$       | $0$            | $-$ | $0$  | $+$       |

Hỏi hàm số  $y = f(x^3 + 4)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ.  $(1; 2)$ .      Ⓑ.  $(2; 3)$ .      Ⓒ.  $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ .      Ⓓ.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Câu 117. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho  $y = f(x)$  là hàm số xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

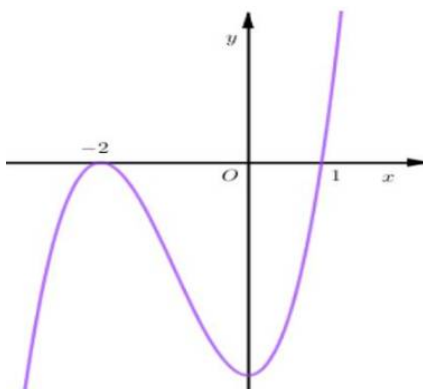
Biết bảng xét dấu của  $y = f'(\sqrt[3]{x})$  như sau

|                   |           |      |     |      |           |     |     |     |
|-------------------|-----------|------|-----|------|-----------|-----|-----|-----|
| $x$               | $-\infty$ | $-1$ | $8$ | $27$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(\sqrt[3]{x})$ |           | $-$  | $0$ | $+$  | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ.  $(-2; 0)$ .      Ⓑ.  $(2; 3)$ .      Ⓒ.  $(-1; 2)$ .      Ⓓ.  $(3; 4)$ .

**Câu 118. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f(2x+5)$  như hình vẽ dưới. Hàm số  $y = f(x-2)$  nghịch biến trên khoảng nào?



- Ⓐ.  $(3; 7)$ .      Ⓑ.  $(2; 5)$ .      Ⓒ.  $(5; 8)$ .      Ⓓ.  $(0; 2)$ .

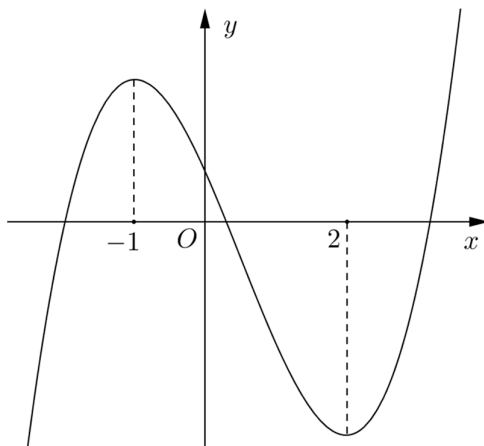
**Câu 119. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số đa thức  $g(x) = f(x^2 - 4x)$  có bảng xét dấu của  $g(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $5$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $g'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Hỏi hàm số  $y = f(|x|)$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ.  $(-1; 2)$ .      Ⓑ.  $(0; +\infty)$ .      Ⓒ.  $(-\infty; 0)$ .      Ⓓ.  $(1; 2)$ .

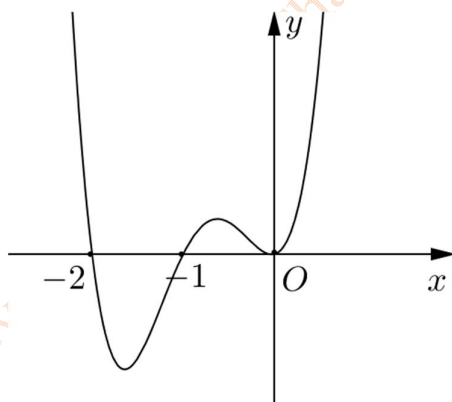
**Câu 120.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(3 - 2x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x + 2)$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ.  $(-\infty; -1)$ .      Ⓑ.  $(1; 2)$ .      Ⓒ.  $(0; \frac{1}{2})$ .      Ⓓ.  $(\frac{1}{2}; +\infty)$ .

**Câu 121.** (Truy ngược hàm - LVH) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $f'(x^2 - 4x - 12)$  có đồ thị như hình vẽ

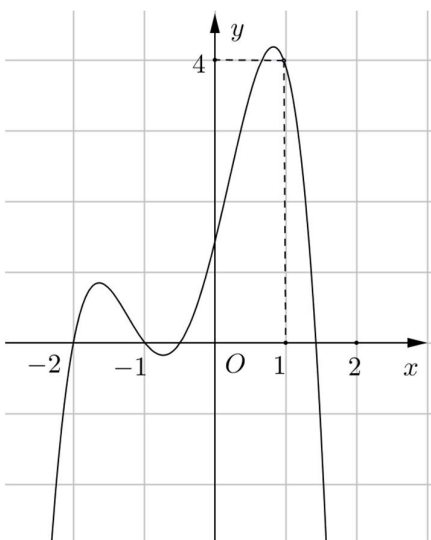


Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 8x)$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ.  $(-\infty; 1)$ .      Ⓑ.  $(-1; 0)$ .      Ⓒ.  $(0; 2)$ .      Ⓓ.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 122. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số

$$y = f'(x^2 + 2x) \text{ như hình vẽ}$$



Hỏi hàm số  $g(x) = f(x^2 - 1) - \frac{4}{3}x^3$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ.  $(-1; 1)$ .      Ⓑ.  $(-\infty; 0)$ .      Ⓒ.  $(1; +\infty)$ .      Ⓓ.  $(1; 2)$ .

**Câu 123. (Truy ngược hàm - LVH)** Cho hàm số  $y = f(2x + 4)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Biết hàm số  $g(x) = f'(2x + 4)$  có  $g(0) > 0$  và có bảng biến thiên như hình vẽ

|       |           |      |     |      |           |
|-------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$   | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$  | $+\infty$ |
| $y''$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $+$       |
| $y'$  | $+\infty$ | $-2$ | $2$ | $-2$ | $+\infty$ |

Hàm số  $y = f(2x) - \frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 6x - 2$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ.  $(-1; 1)$ .      Ⓑ.  $(-2; 0)$ .      Ⓒ.  $(2; 3)$ .      Ⓓ.

$(0; 1)$ .

BẢNG ĐÁP ÁN

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1.A   | 2.D   | 3.D   | 4.A   | 5.A   | 6.C   | 7.A   | 8.B   | 9.D   | 10.A  |
| 11.A  | 12.A  | 13.B  | 14.D  | 15    | 16.C  | 17.A  | 18.C  | 19.C  | 20.C  |
| 21.A  | 22.D  | 23.A  | 24.A  | 25.C  | 26.C  | 27.B  | 28.A  | 29.D  | 30.B  |
| 31.A  | 32.C  | 33.C  | 34.B  | 35.A  | 36.C  | 37.C  | 38.D  | 39.A  | 40.D  |
| 41.D  | 42.B  | 43.D  | 44.C  | 45.B  | 46.B  | 47.D  | 48.D  | 49.B  | 50.A  |
| 51.C  | 52.B  | 53.D  | 54.D  | 55.D  | 56.A  | 57.B  | 58.C  | 59.B  | 60.B  |
| 61.A  | 62.C  | 63.A  | 64.A  | 65.B  | 66.D  | 67.D  | 68.D  | 69.D  | 70.A  |
| 71.B  | 72.B  | 73.C  | 74.A  | 75.B  | 76.D  | 77.A  | 78.C  | 79.A  | 80.A  |
| 81.A  | 82.A  | 83.C  | 84.D  | 85.D  | 86.D  | 87.D  | 88.C  | 89.C  | 90.C  |
| 91.D  | 92.D  | 93.C  | 94.C  | 95.C  | 96.B  | 97.C  | 98.D  | 99.D  | 100.B |
| 101   | 102.A | 103.A | 104.B | 105.D | 106.D | 107.B | 108.B | 109.A | 110.C |
| 111.B | 112.C | 113.A | 114.D | 115.C | 116.B | 117.B | 118.A | 119.D | 120.C |
| 121.B | 122.A | 123.D |       |       |       |       |       |       |       |



Gv: Lương Văn Huy - Ngọc Hồi - Thanh Trì - HN - 0909127555