



ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 06 trang)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, công bội $q = -\frac{1}{2}$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $-\frac{3}{8}$

Câu 2. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $y' = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

B. $y' = 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = (x^2-x)2^{x^2-x-1}$.

D. $y' = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45°

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Câu 4. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a thì bán kính đáy là

A. $r = \frac{2a}{3}$.

B. $r = \frac{a}{4}$.

C. $r = \frac{a}{2}$.

D. $r = a$.

Câu 5. Khối đa diện đều có 8 mặt thì có số đỉnh là

A. 4.

B. 12.

C. 6.

D. 8.

Câu 6. Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

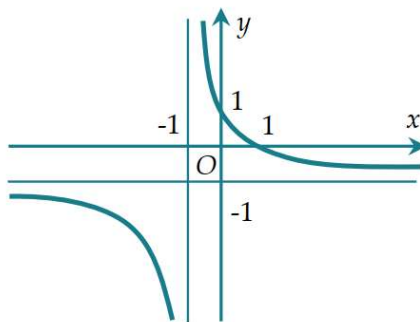
A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

B. $y = |x+2|$.

C. $y = -x^3 + x$.

D. $y = x^4$.

Câu 7. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{-x+3}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{-x}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Câu 8. Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Nhận định nào sau đây **sai**?

A. $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

B. $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$.

C. $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$.

D. $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

Câu 9. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + x^2 - 1$. B. $y = x^3 - x^2 + 3x + 11$. C. $y = \tan x$. D. $y = \frac{x+2}{x+4}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 11. Cho khối nón có bán kính đáy r , đường sinh l , chiều cao h . Gọi S_{xq}, S_{tp}, V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích của khối nón đó. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $r = \sqrt{l^2 - h^2}$. B. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. C. $S_{tp} = \pi r(l + r)$. D. $S_{xq} = \pi rh$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{-1; 0\}$. C. $\{0; 1\}$. D. $\{0\}$.

Câu 13. Khối chóp có diện tích đáy là B , chiều cao là h , có thể tích là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{6} Bh$. D. $V = \frac{1}{2} Bh$.

Câu 14. Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ là

- A. $y = \frac{3}{4}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $y = -\frac{3}{4}$. D. $x = \frac{3}{4}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) là

- A. $I(1; 2)$. B. $I(3; 1)$. C. $I(1; 3)$. D. $I(\frac{2}{3}; 3)$.

Câu 16. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (\frac{2}{5})^{-x}$. B. $y = (\frac{e}{4})^x$. C. $y = \log_3 x^2$. D. $y = \log(x^3)$.

Câu 17. Khối lập phương có tổng diện tích các mặt là 24 thì thể tích bằng

- A. 8 B. 9. C. $6\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 4. B. -2. C. 3. D. -1.

Câu 20. Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

- A. A_{12}^3 . B. 4. C. C_{12}^3 . D. P_3 .

Câu 21. Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng a , đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = 2a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đó.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 22. Mặt cầu đường kính bằng $4a$ thì có diện tích bằng

- A. $S = 16\pi a^2$. B. $S = \frac{64}{3}\pi a^2$. C. $S = \frac{16}{3}\pi a^2$. D. $S = 64\pi a^2$.

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 2x) \leq 1$ là

- A. $S = [-1; 0] \cup [2; 3]$. B. $S = [-1; 3]$. C. $S = (-1; 3)$. D. $S = [-1; 0) \cup (2; 3]$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	1	$+\infty$	$-\infty$	2	1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.
B. Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m \in (1; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
D. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 25. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. 22. B. 4. C. 24. D. 6.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, biết $SA = SB = SO = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp đó.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)^2(x^2-2x-3)$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 28. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$, quay hình chữ nhật quanh đường thẳng AB , ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $V = \pi a^3$. B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. D. $V = 3\pi a^3$.

Câu 29. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2020\pi; 2020\pi]$?

- A. 20200. B. 16161. C. 16160. D. 20201.

Câu 30. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- A. 6. B. -6. C. 5. D. -5.

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x) + \log_3(9x) - 5 = 0$ là

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
		$-\infty$	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $0 < b < \frac{2}{3}$. B. $\begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} b > \frac{1}{6} \\ b < 0 \end{cases}$. D. $0 < b < \frac{1}{6}$.

Câu 33. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $P = 3\log_2 a + 2\log_2 b$ là

- A. $P = 4$. B. $P = 32$. C. $P = 5$. D. $P = 2$.

Câu 34. Số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $(x^2 + \frac{2}{x})^{12}$ ($x \neq 0$) là

- A. $2^8 \cdot C_{12}^8$. B. $2^4 \cdot C_{12}^4$. C. C_{12}^8 . D. $2^4 \cdot C_{12}^5$.

Câu 35. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3 là

- A. $y = -18x + 49$. B. $y = -18x - 49$. C. $y = 18x - 49$. D. $y = 18x + 49$.

Câu 36. Tìm tất cả giá trị tham số m để phương trình $m \cdot 9^{x^2} - 6^{x^2+1} + 4^{x^2} = 0$ có nghiệm.

- A. $0 \leq m \leq 5$. B. $m \leq 9$. C. $0 < m < 5$. D. $0 < m \leq 5$.

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. -3. B. -5. C. 2. D. -2.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm I , cạnh a , góc BAD bằng 60° , hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là M trung điểm của BI , góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{12}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{24}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{48}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{8}$.

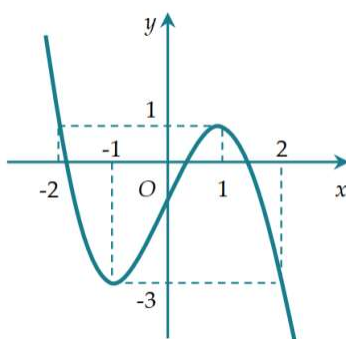
Câu 39. Một hộp chứa 5 viên bi đỏ, 6 viên bi xanh và 7 viên bi trắng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 6 viên bi từ hộp. Xác suất để chọn được 6 viên bi có cả 3 màu đồng thời hiệu của số bi xanh và bi đỏ, hiệu của số bi trắng và số bi xanh, hiệu của số bi đỏ và số bi trắng theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng bằng

A. $\frac{35}{442}$. B. $\frac{40}{221}$. C. $\frac{5}{442}$. D. $\frac{75}{442}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích là lớn nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(2 - f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 42. Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ có thể tích nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp 3 lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Gọi chiều cao của thùng là h , bán kính đáy là r .

Tính tỉ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất.

A. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$. B. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$. C. $\frac{h}{r} = 2$. D. $\frac{h}{r} = 6$.

Câu 43. Thiết diện qua trục của một khối nón là tam giác đều cạnh a , thể tích của khối nón đó là

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{8} \pi a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12} \pi a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{16} \pi a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{24} \pi a^3$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC theo a

A. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{42}}{3}$.

Câu 45. Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 90 triệu đồng lãi suất 0,9% tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng sinh viên đó rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng anh ta rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng sau 4 năm đại học sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi?

A. 2.517.000 (đồng). **B.** 2.217.000 (đồng). **C.** 2.317.000 (đồng). **D.** 2.417.000 (đồng).

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để phương trình

$$2020^x + \frac{2x-1}{x+1} + \frac{mx-2m-1}{x-2} = 0 \text{ có đúng 3 nghiệm phân biệt?}$$

A. 2020. **B.** 4040. **C.** 4039. **D.** 2018.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD, AD . Gọi E là giao điểm của AM và BN , mặt bên SCD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SECM$

A. $R = \frac{a\sqrt{2}}{6}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

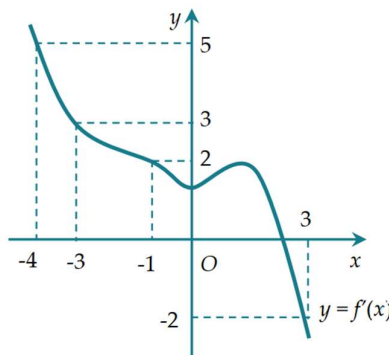
Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có 3 nghiệm thực phân

$$\text{biệt } 3^{\left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right|} \log_{\sqrt[3]{3}}(x^2 - 2x + 5) + 3^{-x^2 + 2x} \log_{\frac{1}{3}}\left(\left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right| + 4\right) = 0. \text{ Tích các phần tử của } S$$

là

A. $-\frac{61}{36}$. **B.** $\frac{25}{108}$. **C.** $\frac{25}{54}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình dưới đây. Trên $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau đây?



A. $x_0 = -1$. **B.** $x_0 = -4$. **C.** $x_0 = 3$. **D.** $x_0 = -3$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm SA , G là trọng tâm tam giác SCD , thể tích khối tứ diện $DOGM$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

HẾT

ĐÁP ÁN VÀ VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, công bội $q = -\frac{1}{2}$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $-\frac{3}{8}$

Lời giải

Ta có: $u_3 = u_1 q^2 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

Câu 2. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $y' = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

B. $y' = 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = (x^2-x)2^{x^2-x-1}$.

D. $y' = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \left(2^{x^2-x}\right)' = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45°

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\angle SCA$.

Ta có: $AC = SA = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \angle SCA = 45^\circ$.

Câu 4. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a thì bán kính đáy là

A. $r = \frac{2a}{3}$.

B. $r = \frac{a}{4}$.

C. $r = \frac{a}{2}$.

D. $r = a$.

Lời giải

Bán kính đáy $r = a$.

Câu 5. Khối đa diện đều có 8 mặt thì có số đỉnh là

A. 4.

B. 12.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Khối bát diện đều có 8 mặt, 6 đỉnh, 12 cạnh.

Câu 6. Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

B. $y = |x+2|$.

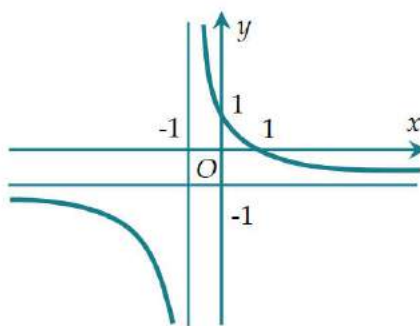
C. $y = -x^3 + x$.

D. $y = x^4$.

Lời giải

Ta có: $y' = \left(\frac{2x-3}{x+2}\right)' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$.

Câu 7. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{-x+3}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{-x}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Lời giải

Hàm số đi qua điểm $A(0;1)$, $B(1;0) \Rightarrow$ chọn D.

Câu 8. Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Nhận định nào sau đây **sai**?

A. $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

B. $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$.

C. $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$.

D. $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

Câu 9. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 + x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - x^2 + 3x + 11$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \frac{x+2}{x+4}$.

Lời giải

Ta có: $y' = (x^3 - x^2 + 3x + 11)' = 3x^2 - 2x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$.

B. $(0;+\infty)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(0;1)$.

Lời giải

Ta có: $y' < 0, \forall x \in (0;1)$.

Câu 11. Cho khối nón có bán kính đáy r , đường sinh l , chiều cao h . Gọi S_{xq}, S_{tp}, V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích của khối nón đó. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $r = \sqrt{l^2 - h^2}$. B. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. C. $S_{tp} = \pi r(l + r)$. D. $S_{xq} = \pi r h$.

Lời giải

Ta có: $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{-1; 0\}$. C. $\{0; 1\}$. D. $\{0\}$.

Lời giải

Ta có: $\log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Câu 13. Khối chóp có diện tích đáy là B , chiều cao là h , có thể tích là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{6} Bh$. D. $V = \frac{1}{2} Bh$.

Lời giải

Ta có: $V = \frac{1}{3} Bh$.

Câu 14. Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ là

- A. $y = \frac{3}{4}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $y = -\frac{3}{4}$. D. $x = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) là

- A. $I(1; 2)$. B. $I(3; 1)$. C. $I(1; 3)$. D. $I(\frac{2}{3}; 3)$.

Lời giải

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} = \frac{3}{1} = 3$.

Tiệm cận đứng: $x = 1$.

Câu 16. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (\frac{2}{5})^{-x}$. B. $y = (\frac{e}{4})^x$. C. $y = \log_3 x^2$. D. $y = \log(x^3)$.

Lời giải

Hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17. Khối lập phương có tổng diện tích các mặt là 24 thì thể tích bằng

A. 8

B. 9.

C. $6\sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Diện tích một mặt là: $\frac{24}{6} = 4$. Suy ra độ dài cạnh là 2.

Vậy $V = 2^3 = 8$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4.

B. -2.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Ta có: $y_{CT} = y(3) = -2$.

Câu 20. Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

A. A_{12}^3 .

B. 4.

C. C_{12}^3 .

D. P_3 .

Lời giải

Số cách chọn 3 người từ 12 người là C_{12}^3 .

Câu 21. Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng a , đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = 2a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải

$\triangle ABC$ vuông cân tại A và $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$.

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2$.

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} h = a^2 \cdot a = a^3$.

Câu 22. Mặt cầu đường kính bằng $4a$ thì có diện tích bằng

- A.** $S = 16\pi a^2$. **B.** $S = \frac{64}{3}\pi a^2$. **C.** $S = \frac{16}{3}\pi a^2$. **D.** $S = 64\pi a^2$.

Lời giải

$$R = 2a \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 4\pi(2a)^2 = 16a^2\pi.$$

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 2x) \leq 1$ là

- A.** $S = [-1; 0] \cup [2; 3]$. **B.** $S = [-1; 3]$. **C.** $S = (-1; 3)$. **D.** $S = [-1; 0) \cup (2; 3]$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_3(x^2 - 2x) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x > 0 \\ x^2 - 2x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x \leq 3 \\ -1 \leq x < 0 \end{cases}.$$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		+	0 -
y	1	$+\infty$	$-\infty$	2 1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.
B. Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m \in (1; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
D. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 25. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A.** 22. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 6.

Lời giải

Sử dụng máy tính Casio ta tìm được: $M = \max_{[-1; 2]} y = y(-1) = 21$.

$$m = \min_{[-1; 2]} y = y(1) = 1.$$

Suy ra: $M + m = 22$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, biết $SA = SB = SO = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a \Rightarrow AO = BO = AB = a$.

Vậy tứ diện $S.ABO$ là tứ diện đều cạnh $a \Rightarrow V_{S.ABO} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Mà $V_{S.ABCD} = 4V_{S.ABO} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)^2(x^2-2x-3)$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x(x-3)^2(x^2-2x-3) = x(x-3)^2(x-1)(x+3)$.

Hàm số không đổi dấu khi đi qua 3 nên có 3 điểm cực trị.

Câu 28. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$, quay hình chữ nhật quanh đường thẳng AB , ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \pi a^3$.

B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

D. $V = 3\pi a^3$.

Lời giải

Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường thẳng AB được khối tròn xoay có đường cao là AB và bán kính đáy AD .

$$V = \pi h R^2 = \pi \cdot a \cdot (a\sqrt{3})^2 = 3a^3\pi.$$

Câu 29. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2020\pi; 2020\pi]$?

A. 20200.

B. 16161.

C. 16160.

D. 20201.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 5x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = x + 2k\pi \\ 5x = \pi - x + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Với $x = \frac{k\pi}{2} \in [-2020\pi; 2020\pi] \Rightarrow k \in [-4040; 4040] \Rightarrow$ có 8081 giá trị.

Với $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \in [-2020\pi; 2020\pi] \Rightarrow -6060,5 \leq k \leq 6059,5 \Rightarrow$ có 12119 giá trị.

Vậy phương trình có 20200 nghiệm.

Câu 30. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. 6.

B. -6.

C. 5.

D. -5.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2^{x^2+2x} = 8^{2-x} \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = 2^{6-3x} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 6 - 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}.$$

Vậy tổng $1 - 6 = -5$.

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x) + \log_3(9x) - 5 = 0$ là

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$. Ta có:

$$\begin{aligned}\log_3(6+x) + \log_3(9x) - 5 &= 0 \Leftrightarrow \log_3((9x)(6+x)) = \log_3 243 \\ \Leftrightarrow 9x(6+x) &= 243 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 27 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -9 \end{cases} &\Leftrightarrow x = 3.\end{aligned}$$

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $0 < b < \frac{2}{3}$.

B. $\begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} b > \frac{1}{6} \\ b < 0 \end{cases}$.

D. $0 < b < \frac{1}{6}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{ac+b}{(bx+c)^2} < 0$.

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{c}{b} = 3 \Rightarrow c = -3b$. Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = b$.

Suy ra: $y' = \frac{ac+b}{(bx+c)^2} = \frac{\frac{b}{2} \cdot (-3b) + b}{(bx-3b)^2} = -\frac{b(3b-2)}{2(bx-3b)^2} < 0 \Leftrightarrow b(3b-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$.

Câu 33. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $P = 3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ là

A. $P = 4$.

B. $P = 32$.

C. $P = 5$.

D. $P = 2$.

Lời giải

$P = 3 \log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 a^3 + \log_2 b^2 = \log_2 a^3 b^2 = \log_2 32 = 5$.

Câu 34. Số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $(x^2 + \frac{2}{x})^{12}$ ($x \neq 0$) là

A. $2^8 \cdot C_{12}^8$.

B. $2^4 \cdot C_{12}^4$.

C. C_{12}^8 .

D. $2^4 \cdot C_{12}^5$.

Lời giải

Ta có: $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{12} = C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{12}^k \cdot 2^k x^{24-2k} x^{-k} = C_{12}^k \cdot 2^k x^{24-3k}$.

Số hạng không chứa $x \Leftrightarrow 24 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Suy ra: $2^8 \cdot C_{12}^8$.

Câu 35. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3 là

A. $y = -18x + 49$.

B. $y = -18x - 49$.

C. $y = 18x - 49$.

D. $y = 18x + 49$.

Lời giải

Giải nhanh: $f'(x) = -6x^2 + 12x \Rightarrow f'(3) = -18$. Loại C, D.

Nhập phương trình $-2x^3 + 6x^2 - 5 = -18x + 49 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$.

Loại A, chọn B.

Câu 36. Tìm tất cả giá trị tham số m để phương trình $m \cdot 9^{x^2} - 6^{x^2+1} + 4^{x^2} = 0$ có nghiệm.

A. $0 \leq m \leq 5$.

B. $m \leq 9$.

C. $0 < m < 5$.

D. $0 < m \leq 5$.

Lời giải

Đặt $t = \left(\frac{9}{4}\right)^{x^2}$, phương trình trở thành: $mt^2 - 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{6t-1}{t^2}$.

Ta có: $t' = \left[\left(\frac{9}{4}\right)^{x^2}\right]' = x \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{x^2} \cdot 2 \ln \frac{9}{4}$.

Lập bảng biến thiên, suy ra: $t \geq \left(\frac{9}{4}\right)^0 = 1$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{6t-1}{t^2}$ trên $[1; +\infty)$, ta có: $0 < f(t) \leq 5$.

Suy ra: $0 < m \leq 5$.

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -3 .

B. -5 .

C. 2 .

D. -2 .

Lời giải

Điều kiện: $x \neq 2m$.

Ta có: $y' = \frac{-2m^2+18}{(x-2m)^2}$.

Hàm số đồng biến khi và chỉ khi $\begin{cases} -2m^2+18 > 0 \\ x \neq 2m, \forall x \in (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ 2m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq 1$.

Do đó $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Vậy tổng bằng $-2 - 1 + 0 + 1 = -2$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm I , cạnh a , góc BAD bằng 60° , hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là M trung điểm của BI , góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{48}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{8}$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra các tam giác ABD, BCD là các tam giác đều cạnh a , góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\angle SCM = 45^\circ$.

Ta có: $CM = \sqrt{CI^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Tam giác SMC vuông tại $M \Rightarrow SM = CM = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SM \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{39}}{24}$.

Câu 39. Một hộp chứa 5 viên bi đỏ, 6 viên bi xanh và 7 viên bi trắng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 6 viên bi từ hộp. Xác suất để chọn được 6 viên bi có cả 3 màu đồng thời hiệu của số bi xanh và bi đỏ, hiệu của số bi trắng và số bi xanh, hiệu của số bi đỏ và số bi trắng theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng bằng

A. $\frac{35}{442}$.

B. $\frac{40}{221}$.

C. $\frac{5}{442}$.

D. $\frac{75}{442}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $|\omega| = C_{18}^6$.

Gọi a, b, c lần lượt là số bi đỏ, xanh, trắng được chọn.

Theo đề bài ta có: $b - a, c - b, a - c$ theo thứ tự là cấp số cộng. Khi đó ta có:

$$b - a + a - c = 2(c - b) \Leftrightarrow b = c.$$

Do $a + b + c = 6 \Rightarrow b + c < 6$ mà $b = c \Rightarrow b = c < 3 \Rightarrow b = c \in \{1; 2\}$.

Trường hợp 1: $a = 4, b = c = 1$.

Khi đó số cách chọn 6 viên thỏa mãn đề bài là: $C_5^4 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1$.

Trường hợp 2: $a = 2, b = c = 2$.

Khi đó số cách chọn 6 viên thỏa mãn đề bài là: $C_5^2 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2$.

Vậy xác suất cần tìm là: Trường hợp 1: $a = 4, b = c = 1$.

Khi đó số cách chọn 6 viên thỏa mãn đề bài là: $P = \frac{C_5^4 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 + C_5^2 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2}{C_{18}^6} = \frac{40}{221}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích là lớn nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = 0$.

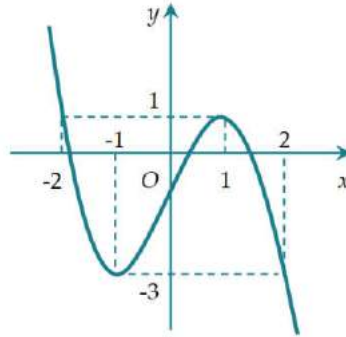
D. $m = 1$.

Lời giải

Diện tích tam giác tạo bởi ba điểm cực trị: $S = \sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}} = \sqrt{-\frac{-32(1-m^2)^5}{32 \cdot 1^3}} = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m = 0$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(2 - f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a, -2 < a < -1 \Rightarrow a = -1,9 \\ x = b, 0 < b < 1 \Rightarrow b = 0,4 \\ x = c, 1 < c < 2 \Rightarrow c = 1,5 \end{cases}$. Hay $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1,9 \\ x = 0,4 \\ x = 1,5 \end{cases}$.

Do đó: $f(2 - f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - f(x) = -1,9 \\ 2 - f(x) = 0,4 \\ 2 - f(x) = 1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 3,9 \Rightarrow 1 \text{ n}_0 \\ f(x) = 1,6 \Rightarrow 1 \text{ n}_0 \\ f(x) = 0,5 \Rightarrow 3 \text{ n}_0 \end{cases}$.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 42. Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ có thể tích nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp 3 lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Gọi chiều cao của thùng là h , bán kính đáy là r .

Tính tỉ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất.

A. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$.

B. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$.

C. $\frac{h}{r} = 2$.

D. $\frac{h}{r} = 6$.

Lời giải

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh$.

Diện tích đáy và nắp là: $S_{2\text{day}} = 2\pi r^2$.

Theo đề bài ta có: $S_{2\text{day}} = 3S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi r^2 = 3 \cdot 2\pi rh \Leftrightarrow$.

Câu 43. Thiết diện qua trục của một khối nón là tam giác đều cạnh a , thể tích của khối nón đó là

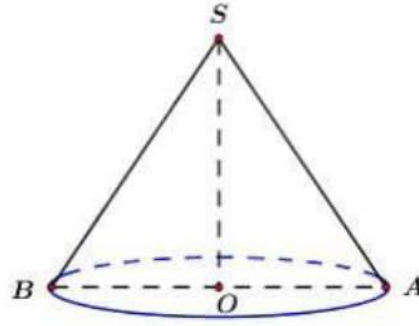
A. $V = \frac{\sqrt{3}}{8} \pi a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12} \pi a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{16} \pi a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{24} \pi a^3$.

Lời giải



Tam giác SAB đều cạnh a nên $\begin{cases} SO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ AO = \frac{a}{2} \end{cases}$.

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC theo a

A. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{42}}{3}$.

Lời giải

Góc giữa SC và (ABC) là $\angle SCH = 60^\circ$.

Gọi D là trung điểm của $AB \Rightarrow HC = \sqrt{HD^2 + CD^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Kẻ $Ax \parallel BC$. Gọi N, K lần lượt là hình chiếu của H trên Ax và SN .

Ta có: $BC \parallel (SAN), BA = \frac{3}{2}HA$.

$d(SA, BC) = d(B, (SAN)) = \frac{3}{2}d(H, (SAN)) = \frac{3}{2}HK$.

Ta có: $AH = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}a$ và $HN = AH \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SHN vuông tại N có HK là đường cao $\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{42}}{12}$.

Do đó: $d(SA, BC) = \frac{3}{2}HK = \frac{a\sqrt{42}}{8}$.

Câu 45. Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 90 triệu đồng lãi suất 0,9% tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng sinh viên đó rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng anh ta rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng sau 4 năm đại học sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi?

A. 2.517.000 (đồng).

B. 2.217.000 (đồng).

C. 2.317.000 (đồng).

D. 2.417.000 (đồng).

Lời giải

Gọi x là số tiền hàng tháng sinh viên rút lãi.

A là số tiền gửi ban đầu và r là lãi suất.

S_n là số tiền còn lại sau thành thứ n .

Ta có: $S_n = A(1+r)^n - x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Cho $S_n = 0$, $A = 90 \cdot 10^5$, $r = 0,9\%$, $n = 48 \Rightarrow x = 2\,317\,365,567$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để phương trình

$$2020^x + \frac{2x-1}{x+1} + \frac{mx-2m-1}{x-2} = 0 \text{ có đúng 3 nghiệm phân biệt?}$$

A. 2020.

B. 4040.

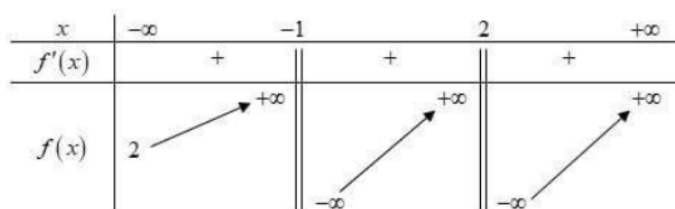
C. 4039.

D. 2018.

Lời giải

Ta có: $2020^x + \frac{2x-1}{x+1} + \frac{mx-2m-1}{x-2} = 0 \Leftrightarrow 2020^x + \frac{2x-1}{x+1} - \frac{1}{x-2} = -m$.

Xét hàm số $f(x) = 2020^x + \frac{2x-1}{x+1} - \frac{1}{x-2}$ với $x \neq -1$, $x \neq 2$. Ta có:



Dựa vào biến thiên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi $-m \geq 2 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Mà $m \in [-2020; 2020] \Rightarrow -2020 \leq m \leq -2 \Rightarrow 2018$ giá trị.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD, AD . Gọi E là giao điểm của AM và BN , mặt bên SCD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SECM$

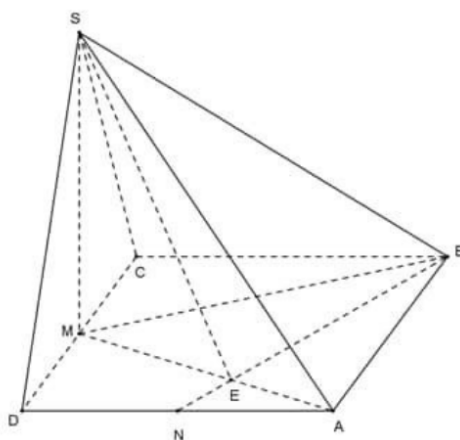
A. $R = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Ta có: $SM \perp (ABCD)$.

Mặt khác:

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BN} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM})(\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB}) = \left(\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2 - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

Suy ra: $AM \perp BN$.

Mà $SM \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp BM, SM \perp BC, SM \perp BN$.

Ta có: $\begin{cases} SM \perp BN \\ AM \perp BN \end{cases} \Rightarrow BN \perp (SAM) \Rightarrow BN \perp SE \text{ hay } BE \perp SE$.

Lại có: $\begin{cases} SM \perp BC \\ CD \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp SC$.

Do $SM \perp BM, BE \perp SE, BC \perp SC \Rightarrow M, E, C$ cùng nhìn SB dưới một góc vuông.

Suy ra tứ diện $SECM$ nội tiếp mặt cầu đường kính SB .

$$\text{Do đó } R = \frac{SB}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{SC^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có 3 nghiệm thực phân biệt

$$3^{\left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right|} \log_{\sqrt[3]{3}}(x^2 - 2x + 5) + 3^{-x^2 + 2x} \log_{\frac{1}{3}}\left(\left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right| + 4\right) = 0. \text{ Tích các phần tử của } S \text{ là}$$

A. $-\frac{61}{36}$.

B. $\frac{25}{108}$.

C. $\frac{25}{54}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Nhận xét đây dạng toán quen thuộc đưa về hàm đặc trưng với hai đại lượng là

$$x^2 - 2x + 5 \text{ và } \left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right| + 4.$$

Giải nhanh: đặt $x^2 - 2x + 5 = a, \left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right| + 4 = b$. Khi đó ta có:

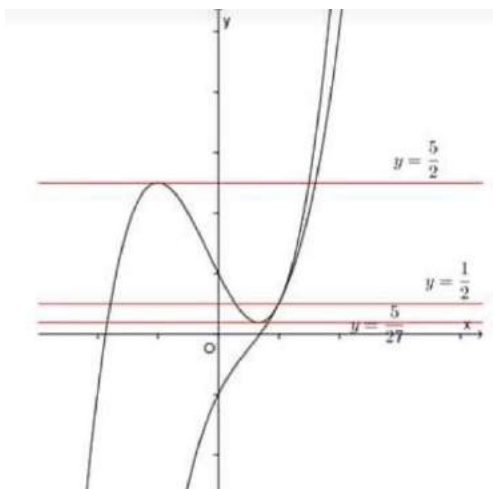
$$3^{4-b} \log_{\sqrt[3]{3}} a + 3^{5-a} \log_{\frac{1}{3}} b = 0$$

Casio: cho $b = 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a = b = 2$.

Hoặc biến đổi được: $3^a \log_3 a = 3^b \log_3 b \Leftrightarrow a = b$.

$$\text{Khi đó ta có: } x^2 - 2x + 5 = \left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right| + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1 \\ m = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \end{cases}.$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1$ và $y = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ cùng tiếp xúc với nhau tại $M\left(1; \frac{1}{2}\right)$.



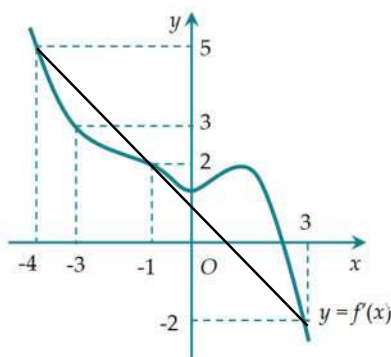
Hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1$ có hai điểm cực trị $A\left(-1; \frac{5}{2}\right), B\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{27}\right)$.

Hàm số $y = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ có hai điểm cực trị $A\left(-1; \frac{5}{2}\right), B\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{27}\right)$.

Do đó dựa vào đồ thị phương trình có ba nghiệm khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = \frac{5}{2} \\ m = \frac{5}{27} \end{cases}.$$

Suy ra tích bằng: $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{27} = \frac{25}{108}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình dưới đây. Trên $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau đây ?



A. $x_0 = -1$.

B. $x_0 = -4$.

C. $x_0 = 3$.

D. $x_0 = -3$.

Lời giải

Ta có: $g'(x) = 2f'(x) + 2x - 2 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy nếu $-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow g'(x) \geq 0$ và $-4 \leq x \leq -1 \Rightarrow g'(x) \leq 0$.

Lập bảng biến thiên ta có:

x	-4	-1	3		
$g'(x)$		-	0	+	0
$g(x)$					

Vậy $\min_{[-4; 3]} g(x) = g(-1)$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm SA , G là trọng tâm tam giác SCD , thể tích khối tứ diện $DOGM$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

_____ **HẾT** _____