



CHUYÊN ĐỀ LUYỆN THI ĐẠI HỌC 2013 - 2014

PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

BIÊN SOẠN: LƯU HUY THƯỜNG



HỌ VÀ TÊN:

LỚP :

TRƯỜNG :

HÀ NỘI, 8/2013

CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT

VẤN ĐỀ I: LŨY THỪA

1. Định nghĩa lũy thừa

Số mũ α	Cơ số a	Lũy thừa a^α
$\alpha = n \in \mathbb{N}^*$	$a \in \mathbb{R}$	$a^\alpha = a^n = a.a.....a$ (n thừa số a)
$\alpha = 0$	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^0 = 1$
$\alpha = -n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\alpha = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*$)	$a > 0$	$a^\alpha = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$)
$\alpha = \lim r_n$ ($r_n \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}^*$)	$a > 0$	$a^\alpha = \lim a^{r_n}$

2. Tính chất của lũy thừa

- Với mọi $a > 0, b > 0$ ta có:

$$a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta} \quad ; \quad \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta} \quad ; \quad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta} \quad ; \quad (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

- $a > 1 : a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$; $0 < a < 1 : a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$

- Với $0 < a < b$ ta có:

$$a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0; \quad a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$$

Chú ý: + Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.

+ Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

3. Định nghĩa và tính chất của căn thức

- Căn bậc n của a là số b sao cho $b^n = a$.

- Với $a, b \geq 0, m, n \in \mathbb{N}^*, p, q \in \mathbb{Z}$ ta có:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} (b > 0); \quad \sqrt[n]{a^p} = (\sqrt[n]{a})^p (a > 0); \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\text{Nếu } \frac{p}{n} = \frac{q}{m} \text{ thì } \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q} (a > 0); \text{ Đặc biệt } \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^m}$$

- Nếu n là số nguyên dương lẻ và $a < b$ thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Nếu n là số nguyên dương chẵn và $0 < a < b$ thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Chú ý:

- + Khi n lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc n . Kí hiệu $\sqrt[n]{a}$.
- + Khi n chẵn, mỗi số thực dương a có đúng hai căn bậc n là hai số đối nhau.

4. Công thức lãi kép

Gọi A là số tiền gửi, r là lãi suất mỗi kì, N là số kì.

Số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) là: $C = A(1 + r)^N$

VẤN ĐỀ II: LOGARIT

1. Định nghĩa

- Với $a > 0, a \neq 1, b > 0$ ta có: $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$

Chú ý: $\log_a b$ có nghĩa khi $\begin{cases} a > 0, a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

- Logarit thập phân: $\lg b = \log b = \log_{10} b$

- Logarit tự nhiên (logarit Nepe): $\ln b = \log_e b$ (với $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2,718281$)

2. Tính chất

- $\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$; $\log_a a^b = b$; $a^{\log_a b} = b$ ($b > 0$)

- Cho $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$. Khi đó:

+ Nếu $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

+ Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

3. Các qui tắc tính logarit

Với $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$, ta có:

- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

4. Đổi cơ số

Với $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, ta có:

- $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$ hay $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_{a^\alpha} c = \frac{1}{\alpha} \log_a c$ ($\alpha \neq 0$)

Bài tập cơ bản

HT 1: Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \log_2 4 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 2$$

$$2) \log_5 \frac{1}{25} \cdot \log_{27} 9$$

$$3) \log_a \sqrt[3]{\sqrt{a}}$$

$$4) 4^{\log_2 3} + 9^{\log_3 2}$$

$$5) \log_{2\sqrt{2}} 8$$

$$6) 27^{\log_9 2} + 4^{\log_8 27}$$

$$7) \frac{\log_{a^3} a \cdot \log_{a^4} a^{1/3}}{\log_{\frac{1}{a}} a^7}$$

$$8) \log_3 6 \cdot \log_8 9 \cdot \log_6 2$$

$$9) 9^{2 \log_3 2} + 4^{\log_{81} 5}$$

$$10) 81^{\log_3 5} + 27^{\log_9 36} + 3^{4 \log_9 7}$$

$$11) 25^{\log_5 6} + 49^{\log_7 8}$$

$$12) 5^{3-2 \log_5 4}$$

$$13) 9^{\frac{1}{\log_6 3}} + 4^{\frac{1}{\log_8 2}}$$

$$14) 3^{1+\log_9 4} + 4^{2-\log_2 3} + 5^{\log_{125} 27}$$

$$15) \log_{\sqrt{6}} 3 \cdot \log_3 36$$

HT 2: So sánh các cặp số sau:

$$1) \log_3 4 \text{ và } \log_4 \frac{1}{3}$$

$$2) \log_{0,1} \sqrt[3]{2} \text{ và } \log_{0,2} 0,34$$

$$3) \log_{\frac{3}{4}} \frac{2}{5} \text{ và } \log_{\frac{5}{2}} \frac{3}{4}$$

$$4) \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{80} \text{ và } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{15 + \sqrt{2}}$$

$$5) \log_{13} 150 \text{ và } \log_{17} 290$$

$$6) 2^{\log_6 3} \text{ và } 3^{\log_6 \frac{1}{2}}$$

HT 3: Tính giá trị của biểu thức logarit theo các biểu thức đã cho:

$$1) \text{Cho } \log_2 14 = a. \text{ Tính } \log_{49} 32 \text{ theo } a.$$

$$2) \text{Cho } \log_{15} 3 = a. \text{ Tính } \log_{25} 15 \text{ theo } a.$$

$$3) \text{Cho } \lg 3 = 0,477. \text{ Tính } \lg 9000; \lg 0,000027; \frac{1}{\log_{81} 100}.$$

$$4) \text{Cho } \log_7 2 = a. \text{ Tính } \log_{\frac{1}{2}} 28 \text{ theo } a.$$

HT 4: Tính giá trị của biểu thức logarit theo các biểu thức đã cho:

$$1) \text{Cho } \log_{25} 7 = a; \log_2 5 = b. \text{ Tính } \log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} \text{ theo } a, b.$$

2) Cho $\log_{30} 3 = a$; $\log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b .

3) Cho $\log_{14} 7 = a$; $\log_{14} 5 = b$. Tính $\log_{35} 28$ theo a, b .

4) Cho $\log_2 3 = a$; $\log_3 5 = b$; $\log_7 2 = c$. Tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .

VẤN ĐỀ III: HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

1. Khái niệm

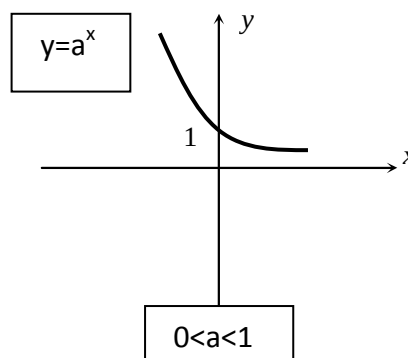
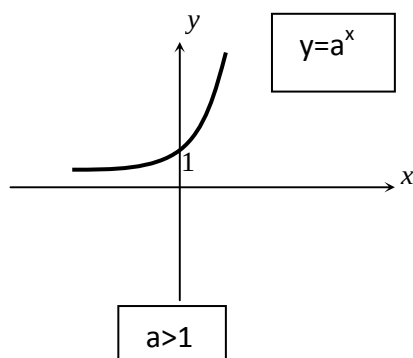
1) Hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ (α là hằng số)

Số mũ α	Hàm số $y = x^\alpha$	Tập xác định D
$\alpha = n$ (n nguyên dương)	$y = x^n$	$D = \mathbb{R}$
$\alpha = n$ (n nguyên âm hoặc $n = 0$)	$y = x^n$	$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
α là số thực không nguyên	$y = x^\alpha$	$D = (0; +\infty)$

Chú ý: Hàm số $y = x^{\frac{1}{n}}$ không đồng nhất với hàm số $y = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

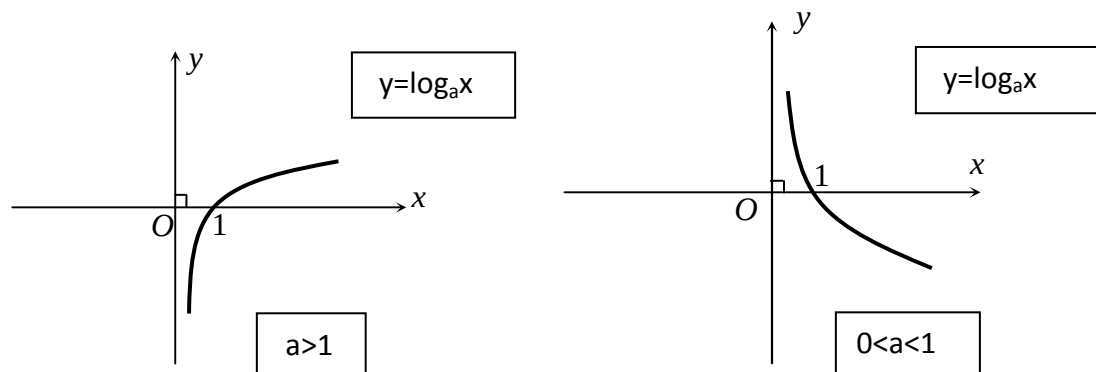
2) Hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$).

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- Tập giá trị: $T = (0; +\infty)$.
- Khi $a > 1$ hàm số đồng biến, khi $0 < a < 1$ hàm số nghịch biến.
- Nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
- Đồ thị:



3) Hàm số logarit $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)

- Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.
- Tập giá trị: $T = \mathbb{R}$.
- Khi $a > 1$ hàm số đồng biến, khi $0 < a < 1$ hàm số nghịch biến.
- Nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
- Đồ thị:



2. Giới hạn đặc biệt

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

3. Đạo hàm

$$\bullet (x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \quad (x > 0); \quad (u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$$

Chú ý: $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}} \begin{cases} \text{với } x > 0 \text{ nếu } n \text{ chẵn} \\ \text{với } x \neq 0 \text{ nếu } n \text{ lẻ} \end{cases} \quad (\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

$$\bullet (a^x)' = a^x \ln a; \quad (a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$$

$$(e^x)' = e^x; \quad (e^u)' = e^u \cdot u'$$

$$\bullet (\log_a |x|)' = \frac{1}{x \ln a}; \quad (\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \ln a}$$

$$(\ln |x|)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0); \quad (\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$$

Bài tập cơ bản**HT 5:** Tính các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{x+1}{x}}$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}}$

5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{2x-1} \right)^x$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{x-1} \right)^x$

7) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$

l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{x}$

m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$

HT 6: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$

2) $y = \sqrt[4]{\frac{x+1}{x-1}}$

3) $y = \sqrt[5]{\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 1}}$

4) $y = \sqrt[3]{\sin(2x+1)}$

5) $y = \cot \sqrt[3]{1+x^2}$

6) $y = \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{1 + \sqrt[3]{2x}}$

7) $y = \sqrt[3]{\sin \frac{x+3}{4}}$

8) $y = \sqrt[11]{9 + 6\sqrt[5]{x^9}}$

9) $y = \sqrt[4]{\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}}$

HT 7: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$

2) $y = (x^2 + 2x)e^{-x}$

3) $y = e^{-2x} \cdot \sin x$

4) $y = e^{2x+x^2}$

5) $y = x \cdot e^{\sqrt{x} - \frac{1}{3}x}$

6) $y = \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} - e^x}$

7) $y = 2^x \cdot e^{\cos x}$

8) $y = \frac{3^x}{x^2 - x + 1}$

i) $y = \cos x \cdot e^{\cot x}$

HT 8: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y = \ln(2x^2 + x + 3)$

2) $y = \log_2(\cos x)$

3) $y = e^x \cdot \ln(\cos x)$

4) $y = (2x-1)\ln(3x^2+x)$

5) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^3 - \cos x)$

6) $y = \log_3(\cos x)$

7) $y = \frac{\ln(2x+1)}{\sqrt{2x+1}}$

8) $y = \frac{\ln(2x+1)}{x+1}$

9) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

HT 9: Chứng minh hàm số đã cho thỏa mãn hệ thức được chỉ ra:

1) $y = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}; \quad xy' = (1-x^2)y$

2) $y = (x+1)e^x; \quad y' - y = e^x$

$$3) y = e^{4x} + 2e^{-x}; \quad y''' - 13y' - 12y = 0 \quad 4) y = a.e^{-x} + b.e^{-2x}; \quad y'' + 3y' + 2y = 0$$

$$5) y = e^{-x} \cdot \sin x; \quad y'' + 2y' + 2y = 0 \quad 6) y = e^{-x} \cdot \cos x; \quad y^{(4)} + 4y = 0$$

HT 10: Chứng minh hàm số đã cho thoả mãn hệ thức được chỉ ra:

$$1) y = \ln \left(\frac{1}{1+x} \right); \quad xy' + 1 = e^y \quad 2) y = \frac{1}{1+x+\ln x}; \quad xy' = y[y \ln x - 1]$$

$$3) y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x); \quad y + xy' + x^2 y'' = 0 \quad 4) y = \frac{1 + \ln x}{x(1 - \ln x)}; \quad 2x^2 y' = (x^2 y^2 + 1)$$

HT 11: Giải phương trình, bất phương trình sau với hàm số được chỉ ra:

$$1) f'(x) = 2f(x); \quad f(x) = e^x(x^2 + 3x + 1)$$

$$2) f'(x) + \frac{1}{x}f(x) = 0; \quad f(x) = x^3 \ln x$$

$$3) f'(x) = 0; \quad f(x) = e^{2x-1} + 2e^{1-2x} + 7x - 5$$

VẤN ĐỀ IV: PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1. Phương trình mũ cơ bản: Với $a > 0, a \neq 1$: $a^x = b \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ x = \log_a b \end{cases}$

2. Một số phương pháp giải phương trình mũ

1) Đưa về cùng cơ số: Với $a > 0, a \neq 1$: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

Chú ý: Trong trường hợp cơ số có chứa ẩn số thì: $a^M = a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) = 0$

2) Logarit hoá: $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = (\log_a b) \cdot g(x)$

3) Đặt ẩn phụ:

• **Dạng 1:** $P(a^{f(x)}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{f(x)}, t > 0 \\ P(t) = 0 \end{cases}$, trong đó $P(t)$ là đa thức theo t .

• **Dạng 2:** $\alpha a^{2f(x)} + \beta(ab)^{f(x)} + \gamma b^{2f(x)} = 0$

Chia 2 vế cho $b^{2f(x)}$, rồi đặt ẩn phụ $t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}$

• **Dạng 3:** $a^{f(x)} + b^{f(x)} = m$, với $ab = 1$. Đặt $t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \frac{1}{t}$

4) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

Xét phương trình: $f(x) = g(x) \quad (1)$

- Đoán nhận x_0 là một nghiệm của (1).
- Dựa vào tính đồng biến, nghịch biến của $f(x)$ và $g(x)$ để kết luận x_0 là nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} f(x) \text{ đồng biến và } g(x) \text{ nghịch biến (hoặc đồng biến nhưng nghiêm ngặt).} \\ f(x) \text{ đơn điệu và } g(x) = c \text{ hằng số} \end{cases}$$

- Nếu $f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$

5) Đưa về phương trình các phương trình đặc biệt

$$\bullet \text{ Phương trình tích } A.B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad \bullet \text{ Phương trình } A^2 + B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

6) Phương pháp đối lập

Xét phương trình: $f(x) = g(x) \quad (1)$

$$\text{Nếu ta chứng minh được: } \begin{cases} f(x) \geq M \\ g(x) \leq M \end{cases} \quad \text{thì} \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = M \\ g(x) = M \end{cases}$$

Bài tập cơ bản

HT 12: Giải các phương trình sau (đưa về cùng cơ số hoặc logarit hoá):

1) $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$

2) $(3 - 2\sqrt{2})^{2x} = 3 + 2\sqrt{2}$

3) $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$

4) $5^{2x} - 7^x - 5^{2x} \cdot 35 + 7^x \cdot 35 = 0$

5) $2^{x^2-1} + 2^{x^2+2} = 3^{x^2} + 3^{x^2-1}$

6) $5^{x-\sqrt{x^2+4}} = 25$

7) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} = 2^{4-3x}$

8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+7} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} = 2$

9) $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$

10) $5^{x+1} + 6 \cdot 5^x - 3 \cdot 5^{x-1} = 52$

11) $16^{\frac{x+10}{x-10}} = 0,125 \cdot 8^{\frac{x+5}{x-15}}$

12) $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$

HT 13: Giải các phương trình sau (đưa về cùng cơ số hoặc logarit hoá):

1) $\left(\frac{2}{5}\right)^{4x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+2}$

2) $5^x \cdot 2^{\frac{2x-1}{x+1}} = 50$

3) $3^x \cdot 2^{\frac{3x}{x+2}} = 6$

4) $3^x \cdot 8^{\frac{x}{x+2}} = 6$

5) $4 \cdot 9^{x-1} = 3\sqrt{2^{2x+1}}$

6) $2^{x^2-2x} \cdot 3^x = 1,5$

7) $5^x \cdot 3^{x^2} = 1$

8) $2^{3^x} = 3^{2^x}$

9) $3^x \cdot 2^{x^2} = 1$

HT 14: Giải các phương trình sau (đặt ẩn phụ dạng 1):

1) $4^x + 2^{x+1} - 8 = 0$

2) $4^{x+1} - 6 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

3) $3^{4x+8} - 4 \cdot 3^{2x+5} + 27 = 0$

4) $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0$

5) $49^x + 7^{x+1} - 8 = 0$

6) $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$

7) $(7 + 4\sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 6$

8) $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$

9) $3^{2x+5} - 36 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$

10) $3^{2x^2+2x+1} - 28 \cdot 3^{x^2+x} + 9 = 0$

11) $4^{x^2+2} - 9 \cdot 2^{x^2+2} + 8 = 0$

12) $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} = 0,2$

HT 15: Giải các phương trình sau (đặt ẩn phụ dạng 1):

1) $25^x - 2(3-x) \cdot 5^x + 2x - 7 = 0$

2) $3 \cdot 25^{x-2} + (3x-10) \cdot 5^{x-2} + 3 - x = 0$

3) $3 \cdot 4^x + (3x-10) \cdot 2^x + 3 - x = 0$

4) $9^x + 2(x-2) \cdot 3^x + 2x - 5 = 0$

5) $4x^2 + x \cdot 3^{\sqrt{x}} + 3^{1+\sqrt{x}} = 2 \cdot 3^{\sqrt{x}} \cdot x^2 + 2x + 6$

6) $3 \cdot 25^{x-2} + (3x-10) \cdot 5^{x-2} + 3 - x = 0$

7) $4^x + (x-8)2^x + 12 - 2x = 0$

8) $(x+4) \cdot 9^x - (x+5) \cdot 3^x + 1 = 0$

9) $4^{x^2} + (x^2-7) \cdot 2^{x^2} + 12 - 4x^2 = 0$

10) $9^{-x} - (x+2) \cdot 3^{-x} - 2(x+4) = 0$

HT 16: Giải các phương trình sau (đặt ẩn phụ dạng 2):

1) $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$

2) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

3) $6 \cdot 3^{2x} - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 2^{2x} = 0$

4) $25^x + 10^x = 2^{2x+1}$

5) $27^x + 12^x = 2 \cdot 8^x$

6) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

7) $6 \cdot 9^{\frac{1}{x}} - 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}} + 6 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0$

8) $4 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{-1}{x} = 9 \cdot \frac{-1}{x}$

9) $2 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 6^{\frac{1}{x}} = 9^{\frac{1}{x}}$

10) $(7 + 5\sqrt{2})^x + (\sqrt{2} - 5)(3 + 2\sqrt{2})^x + 3(1 + \sqrt{2})^x + 1 - \sqrt{2} = 0$

HT 17: Giải các phương trình sau (đặt ẩn phụ dạng 3):

1) $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 14$

2) $(\sqrt{2 + \sqrt{3}})^x + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^x = 4$

3) $(2 + \sqrt{3})^x + (7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^x = 4(2 + \sqrt{3})$

4) $(5 - \sqrt{21})^x + 7(5 + \sqrt{21})^x = 2^{x+3}$

5) $(5 + \sqrt{24})^x + (5 - \sqrt{24})^x = 10$

6) $\left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x + 7\left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^x = 8$

7) $(\sqrt{6 - \sqrt{35}})^x + (\sqrt{6 + \sqrt{35}})^x = 12$

8) $(2 + \sqrt{3})^{(x-1)^2} + (2 - \sqrt{3})^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2 - \sqrt{3}}$

9) $(3 + \sqrt{5})^x + 16(3 - \sqrt{5})^x = 2^{x+3}$

10) $(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x - 7.2^x = 0$

11) $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3(2 - \sqrt{3})^x + 2 = 0$

12) $(\sqrt[3]{3 + \sqrt{8}})^x + (\sqrt[3]{3 - \sqrt{8}})^x = 6.$

HT 18: Giải các phương trình sau (sử dụng tính đơn điệu):

1) $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4^x$

2) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x = (\sqrt{10})^x$

3) $(3 + 2\sqrt{2})^x + (3 - 2\sqrt{2})^x = 6^x$

4) $(3 + \sqrt{5})^x + 16.(3 - \sqrt{5})^x = 2^{x+3}$

5) $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \frac{7}{5} = 2^x$

6) $(\sqrt{2 + \sqrt{3}})^x + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^x = 2^x$

7) $2^x + 3^x + 5^x = 10^x$

8) $2^x + 3^x = 5^x$

9) $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$

10) $3^x = 5 - 2x$

11) $2^x = 3 - x$

12) $2^{x+1} - 4^x = x - 1$

HT 19: Giải các phương trình sau (đưa về phương trình tích):

1) $8.3^x + 3.2^x = 24 + 6^x$

2) $12.3^x + 3.15^x - 5^{x+1} = 20$

3) $8 - x.2^x + 2^{3-x} - x = 0$

4) $2^x + 3^x = 1 + 6^x$

5) $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$

6) $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} = 2^{(x+1)^2} + 1$

7) $x^2.3^x + 3^x(12 - 7x) = -x^3 + 8x^2 - 19x + 12$

8) $x^2.3^{x-1} + x(3^x - 2^x) = 2(2^x - 3^{x-1})$

9) $4^{\sin x} - 2^{1+\sin x} \cos(xy) + 2^{|y|} = 0$

10) $2^{2(x^2+x)} + 2^{1-x^2} - 2^{2(x^2+x)}.2^{1-x^2} - 1 = 0$

HT 20: Giải các phương trình sau (phương pháp đối lập):

1) $2^x = \cos x^4$, với $x \geq 0$

2) $3^{x^2-6x+10} = -x^2 + 6x - 6$

3) $3^{|\sin \sqrt{x}|} = |\cos x|$

4) $2.\cos^2\left(\frac{x^3 - x}{2}\right) = 3^x + 3^{-x}$

5) $\pi^{|\sin \sqrt{x}|} = |\cos x|$

6) $2^{2x-x^2} = \frac{x^2 + 1}{x}$

7) $3^{x^2} = \cos 2x$

8) $5^{x^2} = \cos 3x$

HT 21: Tìm m để các phương trình sau có nghiệm:

1) $9^x + 3^x + m = 0$

2) $9^x + m3^x - 1 = 0$

3) $4^x - 2^{x+1} = m$

4) $3^{2x} + 2.3^x - (m+3).2^x = 0$

5) $2^x + (m+1).2^{-x} + m = 0$

6) $25^x - 2.5^x - m - 2 = 0$

7) $16^x - (m-1).2^{2x} + m - 1 = 0$

8) $25^x + m.5^x + 1 - 2m = 0$

9) $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = m$

10) $3^{4-2x^2} - 2.3^{2-x^2} + 2m - 3 = 0$

$$11) 4^{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} - 14.2^{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} + 8 = m$$

$$12) 9^{x+\sqrt{1-x^2}} - 8.3^{x+\sqrt{1-x^2}} + 4 = m$$

HT 22: Tìm m để các phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$1) m.2^x + 2^{-x} - 5 = 0$$

$$2) m.16^x + 2.81^x = 5.36^x$$

$$3) (\sqrt{5} + 1)^x + m(\sqrt{5} - 1)^x = 2^x$$

$$4) \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2} \right)^x + m \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2} \right)^x = 8$$

$$5) 4^x - 2^{x+3} + 3 = m$$

$$6) 9^x + m3^x + 1 = 0$$

HT 23: Tìm m để các phương trình sau có 2 nghiệm trái dấu:

$$1) (m+1).4^x + (3m-2).2^{x+1} - 3m + 1 = 0$$

$$2) 49^x + (m-1).7^x + m - 2m^2 = 0$$

$$3) 9^x + 3(m-1).3^x - 5m + 2 = 0$$

$$4) (m+3).16^x + (2m-1).4^x + m + 1 = 0$$

$$5) 4^x - 2(m+1).2^x + 3m - 8 = 0$$

$$6) 4^x - 2^x + 6 = m$$

HT 24: Tìm m để các phương trình sau:

$$1) m.16^x + 2.81^x = 5.36^x \text{ có 2 nghiệm dương phân biệt.}$$

$$2) 16^x - m.8^x + (2m-1).4^x = m.2^x \text{ có 3 nghiệm phân biệt.}$$

$$3) 4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m \text{ có 3 nghiệm phân biệt.}$$

$$4) 9^{x^2} - 4.3^{x^2} + 8 = m \text{ có 3 nghiệm phân biệt.}$$

VẤN ĐỀ V: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT**1. Phương trình logarit cơ bản**

Với $a > 0, a \neq 1$: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

2. Một số phương pháp giải phương trình logarit**1) Đưa về cùng cơ số**

Với $a > 0, a \neq 1$: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \end{cases}$

2) Mũ hoá

Với $a > 0, a \neq 1$: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow a^{\log_a f(x)} = a^b$

3) Đặt ẩn phụ**4) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số****5) Đưa về phương trình đặc biệt****6) Phương pháp đối lập****Chú ý:**

• Khi giải phương trình logarit cần chú ý điều kiện để biểu thức có nghĩa.

• Với $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$: $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Bài tập cơ bản

HT 25: Giải các phương trình sau (đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá):

1) $\log_2 [x(x-1)] = 1$

2) $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$

3) $\log_2 (x-2) - 6 \cdot \log_{1/8} \sqrt{3x-5} = 2$

4) $\log_2 (x-3) + \log_2 (x-1) = 3$

5) $\log_4 (x+3) - \log_4 (x-1) = 2 - \log_4 8$

6) $\lg(x-2) + \lg(x-3) = 1 - \lg 5$

7) $2 \log_8 (x-2) - \log_8 (x-3) = \frac{2}{3}$

8) $\lg \sqrt{5x-4} + \lg \sqrt{x+1} = 2 + \lg 0,18$

9) $\log_3 (x^2 - 6) = \log_3 (x-2) + 1$

10) $\log_2 (x+3) + \log_2 (x-1) = 1 / \log_5 2$

11) $\log_4 x + \log_4 (10-x) = 2$

12) $\log_5 (x-1) - \log_{1/5} (x+2) = 0$

$$13) \log_2(x-1) + \log_2(x+3) = \log_2 10 - 1 \quad 14) \log_9(x+8) - \log_3(x+26) + 2 = 0$$

HT 26: Giải các phương trình sau (đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá):

$$\begin{aligned} 1) \log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{1/3} x &= 6 & 2) 1 + \lg(x^2 - 2x + 1) - \lg(x^2 + 1) &= 2\lg(1-x) \\ 3) \log_4 x + \log_{1/16} x + \log_8 x &= 5 & 4) 2 + \lg(4x^2 - 4x + 1) - \lg(x^2 + 19) &= 2\lg(1-2x) \\ 5) \log_2 x + \log_4 x + \log_8 x &= 11 & 6) \log_{1/2}(x-1) + \log_{1/2}(x+1) &= 1 + \log_{1/\sqrt{2}}(7-x) \\ 7) \log_2 \log_2 x &= \log_3 \log_3 x & 8) \log_2 \log_3 x &= \log_3 \log_2 x \\ 9) \log_2 \log_3 x + \log_3 \log_2 x &= \log_3 \log_3 x & 10) \log_2 \log_3 \log_4 x &= \log_4 \log_3 \log_2 x \end{aligned}$$

HT 27: Giải các phương trình sau (đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá):

$$\begin{aligned} 1) \log_2(9 - 2^x) &= 3 - x & 2) \log_3(3^x - 8) &= 2 - x \\ 3) \log_7(6 + 7^{-x}) &= 1 + x & 4) \log_3(4 \cdot 3^{x-1} - 1) &= 2x - 1 \\ 5) \log_2(9 - 2^x) &= 5^{\log_5(3-x)} & 6) \log_2(3 \cdot 2^x - 1) - 2x - 1 &= 0 \\ 7) \log_2(12 - 2^x) &= 5 - x & 8) \log_5(26 - 3^x) &= 2 \\ 9) \log_2(5^{x+1} - 25^x) &= 2 & 10) \log_4(3 \cdot 2^{x+1} - 5) &= x \\ 11) \log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}(5^{x+1} - 25^x) &= -2 & 12) \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) &= -2 \end{aligned}$$

HT 28: Giải các phương trình sau (đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá):

$$\begin{aligned} 1) \log_{5-x}(x^2 - 2x + 65) &= 2 & 2) \log_{x-1}(x^2 - 4x + 5) &= 1 \\ 3) \log_x(5x^2 - 8x + 3) &= 2 & 4) \log_{x+1}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) &= 3 \\ 5) \log_{x-3}(x-1) &= 2 & 6) \log_x(x+2) &= 2 \\ 7) \log_{2x}(x^2 - 5x + 6) &= 2 & 8) \log_{x+3}(x^2 - x) &= 1 \\ 9) \log_x(2x^2 - 7x + 12) &= 2 & 10) \log_x(2x^2 - 3x - 4) &= 2 \\ 11) \log_{2x}(x^2 - 5x + 6) &= 2 & 12) \log_x(x^2 - 2) &= 1 \\ 13) \log_{3x+5}(9x^2 + 8x + 2) &= 2 & 14) \log_{2x+4}(x^2 + 1) &= 1 \\ 15) \log_x \frac{15}{1-2x} &= -2 & 16) \log_{x^2}(3-2x) &= 1 \end{aligned}$$

17) $\log_{x^2+3x}(x+3) = 1$

18) $\log_x(2x^2 - 5x + 4) = 2$

HT 29: Giải các phương trình sau (đặt ẩn phụ):

1) $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$

2) $\log_{\sqrt{2}}^2 x + 3\log_2 x + \log_{1/2} x = 2$

3) $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$

4) $\log_{\frac{1}{2}}^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$

5) $\log_{\sqrt{2}}^2 x + 3\log_2 x + \log_{1/2} x = 0$

6) $\log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 3$

7) $\log_5 x - \log_x \frac{1}{5} = 2$

8) $\log_7 x - \log_x \frac{1}{7} = 2$

9) $2\log_5 \sqrt{x} - 2 = \log_x \frac{1}{5}$

10) $3\sqrt{\log_2 x} - \log_2 4x = 0$

11) $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$

12) $\log_2 \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{\log_2 x} = 4/3$

13) $\log_2 \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\log_2 x} = -2/3$

14) $\log_2^2 x + 2\log_4 \frac{1}{x} = 0$

15) $\log_2^2(2-x) - 8\log_{1/4}(2-x) = 5$

16) $\log_5^2 x + 4\log_{25} 5x - 5 = 0$

17) $\log_x \sqrt{5} + \log_x 5x = \frac{9}{4} + \log_x^2 \sqrt{5}$

18) $\log_{x^2} 3 + \log_9 x = 1$

19) $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$

20) $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{3}{3 + \lg x} = 1$

21) $\log_{2x} x^2 - 14\log_{16x} x^3 + 40\log_{4x} \sqrt{x} = 0$

HT 30: Giải các phương trình sau (đặt ẩn phụ):

1) $\log_3^2 x + (x-12)\log_3 x + 11 - x = 0$

2) $6.9^{\log_2 x} + 6.x^2 = 13.x^{\log_2 6}$

3) $x.\log_2^2 x - 2(x+1).\log_2 x + 4 = 0$

4) $\log_2^2 x + (x-1)\log_2 x = 6 - 2x$

5) $(x+2)\log_3^2(x+1) + 4(x+1)\log_3(x+1) - 16 = 0$

6) $\log_{x^2}(2+x) + \log_{\sqrt{2-x}} x = 2$

7) $\log_3^2(x+1) + (x-5)\log_3(x+1) - 2x + 6 = 0$

8) $4\sqrt{\log_3 x - 1} - \log_3 \sqrt{x} = 4$

9) $\log_2(x^2 + 3x + 2) + \log_2(x^2 + 7x + 12) = 3 + \log_2 3$

HT 31: Giải các phương trình sau (đặt ẩn phụ):

1) $\log_7 x = \log_3(\sqrt{x} + 2)$

2) $\log_2(x-3) + \log_3(x-2) = 2$

3) $\log_3(x+1) + \log_5(2x+1) = 2$

4) $\log_2(x + 3^{\log_6 x}) = \log_6 x$

5) $4^{\log_7(x+3)} = x$

6) $\log_2(1 + \sqrt{x}) = \log_3 x$

7) $x^{\log_2 9} = x^2 \cdot 3^{\log_2 x} - x^{\log_2 3}$

8) $\log_{3x+7}(9 + 12x + 4x^2) + \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4$

9) $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1})$

HT 32: Giải các phương trình sau (sử dụng tính đơn điệu):

1) $x + x^{\log_2 3} = x^{\log_2 5} \quad (x > 0)$

2) $x^2 + 3^{\log_2 x} = 5^{\log_2 x}$

3) $\log_5(x+3) = 3-x$

4) $\log_2(3-x) = x$

5) $\log_2(x^2 - x - 6) + x = \log_2(x+2) + 4$

6) $x + 2 \cdot 3^{\log_2 x} = 3$

7) $4(x-2)[\log_2(x-3) + \log_3(x-2)] = 15(x+1)$

HT 33: Giải các phương trình sau (đưa về phương trình tích):

1) $\log_2 x + 2 \cdot \log_7 x = 2 + \log_2 x \cdot \log_7 x$

2) $\log_2 x \cdot \log_3 x + 3 = 3 \cdot \log_3 x + \log_2 x$

3) $2(\log_9 x)^2 = \log_3 x \cdot \log_3(\sqrt{2x+1} - 1)$

HT 34: Giải các phương trình sau (phương pháp đối lập):

1) $\ln(\sin^2 x) - 1 + \sin^3 x = 0$

2) $\log_2(x^2 + |x| - 1) = \sqrt{1 - x^2}$

3) $2^{2x+1} + 2^{3-2x} = \frac{8}{\log_3(4x^2 - 4x + 4)}$

HT 35: Tìm m để các phương trình sau:

1) $\log_2(4^x - m) = x + 1$ có 2 nghiệm phân biệt.

2) $\log_3^2 x - (m+2) \cdot \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 27$.

3) $2\log_4(2x^2 - x + 2m - 4m^2) = \log_2(x^2 + mx - 2m^2)$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 > 1$.

4) $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

5) $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

VẤN ĐỀ VI: HỆ PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

Khi giải hệ phương trình mũ và logarit, ta cũng dùng các phương pháp giải hệ phương trình đã học như:

- Phương pháp thế.
- Phương pháp cộng đại số.
- Phương pháp đặt ẩn phụ.
-

HT 36: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x + 2^y = 5 \\ x - 2^y = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2^x = 4y \\ 4^x = 32y \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - 3^y = 1 \\ x^2 + 3^y = 19 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^{y-1} = 8 \\ x^{2y-6} = 4 \end{cases}$$

HT 37: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} 4^x - 3^y = 7 \\ 4^x \cdot 3^y = 144 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2^x + 3^y = 17 \\ 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 6 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2^x + 2 \cdot 3^{x+y} = 56 \\ 3 \cdot 2^x + 3^{x+y+1} = 87 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3^{2x+2} + 2^{2y+2} = 17 \\ 2 \cdot 3^{x+1} + 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3^{\sqrt{x}+1} - 2^y = -4 \\ 3^{\sqrt{x}+1} - 2^{y+1} = -1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4^{2(x^2-1)} - 4 \cdot 4^{x^2-1} \cdot 2^y + 2^{2y} = 1 \\ 2^{2y} - 3 \cdot 4^{x^2-1} \cdot 2^y = 4 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \cot^2 x = 3^y \\ \cos x = 2^y \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} (x^2 + y)2^{y-x^2} = 1 \\ 9(x^2 + y) = 6^{x^2-y} \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 77 \\ 3^x - 2^y = 7 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2^x - 2^y = (y-x)(xy+2) \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

HT 38: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} 3^x = 2y + 1 \\ 3^y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3^x + 2x = y + 11 \\ 3^y + 2y = x + 11 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2^x - 2^y = y - x \\ x^2 + xy + y^2 = 3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 7^{x-1} = 6y - 5 \\ 7^{y-1} = 6x - 5 \end{cases}$$

HT 39: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 x + \log_2 y = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + \log_2 y = 4 \\ 2x - \log_2 y = 2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ \log_3(x + y) - \log_5(x - y) = 1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} xy = 32 \\ \log_y x = 4 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \log_3 x + 2^{\log_2 y} = 3 \\ x^y = 9 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2(\log_y x + \log_x y) = 5 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^3 = 3 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \frac{1}{2}\log_3 x^2 - \log_3 y = 0 \\ |x|^3 + y^2 - 2y = 0 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} y - \log_3 x = 1 \\ x^y = 3^{12} \end{cases}$$

HT 40: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} \log_x(3x + 2y) = 2 \\ \log_y(2x + 3y) = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \log_x(6x + 4y) = 2 \\ \log_y(6y + 4x) = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \log_2\left(1 - \frac{x}{y}\right) = 2 - \log_2 y \\ \log_{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}} x + \log_{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}} y = 4 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \log_y x - \log_2 y^2 = 1 \\ \log_4 x - \log_4 y = 1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \log_2(x^2 + y^2 + 6) = 4 \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^{\log_2 y} + y^{\log_2 x} = 16 \\ \log_2 x - \log_2 y = 2 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x^{\log_3 y} + 2 \cdot y^{\log_3 x} = 27 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 3 \cdot x^{\log_2 y} + 2 \cdot y^{\log_2 x} = 10 \\ \log_4 x^2 + \log_2 y = 2 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \log_x(2x + y - 2) = 2 \\ \log_y(2y + x - 2) = 2 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} \log_2(xy) = 4 \\ \log_2\left(\frac{x}{y}\right) = 2 \end{cases}$$

HT 41: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} \lg x + \lg y = 4 \\ x^{\lg y} = 1000 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^{x-2y} = 36 \\ 4(x - 2y) + \log_6 x = 9 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (x+y)3^{y-x} = \frac{5}{27} \\ 3\log_5(x+y) = x-y \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3^{\lg x} = 4^{\lg y} \\ (4x)^{\lg 4} = (3y)^{\lg 3} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2\left(\log_{\frac{1}{y}} x - 2\log_{x^2} y\right) + 5 = 0 \\ xy^2 = 32 \end{cases}$$

HT 42: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} 2^{\log_{\sqrt{2}} x} = y^4 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (\sqrt{3})^{x-y} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2y} \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 4 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^{\log_8 y} + y^{\log_8 x} = 4 \\ \log_4 x - \log_4 y = 1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 18 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+y) = -1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (\sqrt{3})^{x-y} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2y} \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 4 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4^{\frac{x+y}{x}} = 32 \\ \log_3(x-y) = 1 - \log_3(x+y) \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972 \\ \log_{\sqrt{3}}(x-y) = 2 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 3^{-x} \cdot 2^y = 1152 \\ \log_{\sqrt{5}}(x+y) = 2 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} (x+y)^x = (x-y)^y \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 4^{\log_3 xy} = 2 + (xy)^{\log_3 2} \\ x^2 + y^2 - 3x - 3y = 12 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x^{\log_3 y} + 2y^{\log_3 x} = 27 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} \log_x xy = \log_y x^2 \\ y^{2\log_y x} = 4y + 3 \end{cases}$$

VẤN ĐỀ VII: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

- Khi giải các bất phương trình mũ ta cần chú ý tính đơn điệu của hàm số mũ.

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

- Ta cũng thường sử dụng các phương pháp giải tương tự như đối với phương trình mũ:

– Đưa về cùng cơ số.

– Đặt ẩn phụ.

–

Chú ý: Trong trường hợp cơ số a có chứa ẩn số thì:

$$a^M > a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) > 0$$

HT 43: Giải các bất phương trình sau (đưa về cùng cơ số):

$$1) 3^{\sqrt{x^2-2x}} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-|x-1|}$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x^6-2x^3+1}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$$

$$3) 2^{x^2+2} - 2^{x^2+3} - 2^{x^2+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$$

$$4) 3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{x}-1} - 3^{\sqrt{x}-2} < 11$$

$$5) 9^{x^2-3x+2} - 6^{x^2-3x+2} < 0$$

$$6) 6^{2x+3} < 2^{x+7} \cdot 3^{3x-1}$$

$$7) 4x^2 + x \cdot 2^{x^2+1} + 3 \cdot 2^{x^2} > x^2 \cdot 2^{x^2} + 8x + 12$$

$$8) 6x^2 + 3^{\sqrt{x}} \cdot x + 3^{1+\sqrt{x}} < 2 \cdot 3^{\sqrt{x}} \cdot x^2 + 3x + 9$$

$$9) 9^x + 9^{x+1} + 9^{x+2} < 4^x + 4^{x+1} + 4^{x+2}$$

$$10) 7 \cdot 3^{x+1} + 5^{x+3} \leq 3^{x+4} + 5^{x+2}$$

$$11) 2^{x+2} + 5^{x+1} < 2^x + 5^{x+2}$$

$$12) 2^{x-1} \cdot 3^{x+2} > 36$$

$$13) (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x-3}{x-1}} < (\sqrt{10} - 3)^{\frac{x+1}{x+3}}$$

$$14) (\sqrt{2} + 1)^{x+1} \geq (\sqrt{2} - 1)^{\frac{x}{x-1}}$$

$$15) \frac{1}{2^{\sqrt{x^2-2x}}} \leq 2^{x-1}$$

$$16) 2^{\frac{1}{2x-1}} \geq 2^{\frac{1}{3x+1}}$$

HT 44: Giải các bất phương trình sau (đặt ẩn phụ):

$$1) 2 \cdot 14^x + 3 \cdot 49^x - 4^x \geq 0$$

$$2) 4^{\frac{1}{x}-1} - 2^{\frac{1}{x}-2} - 3 \leq 0$$

$$3) 4^x - 2^{2(x-1)} + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} > 52$$

$$4) 8 \cdot 3^{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}} + 9^{1+\sqrt{x}} > 9^{\sqrt{x}}$$

5) $25 \cdot 2^x - 10^x + 5^x > 25$

6) $5^{2x+1} + 6^{x+1} > 30 + 5^x \cdot 30^x$

7) $6^x - 2 \cdot 3^x - 3 \cdot 2^x + 6 \geq 0$

8) $27^x + 12^x > 2 \cdot 8^x$

9) $49^{\frac{1}{x}} - 35^{\frac{1}{x}} \leq 25^{\frac{1}{x}}$

10) $3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0$

11) $25^{2x-x^2+1} + 9^{2x-x^2+1} \geq 34 \cdot 25^{2x-x^2}$

12) $3^{2x} - 8 \cdot 3^{x+\sqrt{x+4}} - 9 \cdot 9^{\sqrt{x+4}} > 0$

13) $4^x + \sqrt{x-1} - 5 \cdot 2^x + \sqrt{x-1} + 1 + 16 \geq 0$

14) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x \leq 2$

15) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$

16) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{x-1} - 128 \geq 0$

17) $2^{\frac{1}{x}+1} + 2^{\frac{2}{x}} - \frac{1}{x} < 9$

18) $(2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4) \cdot \sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$

HT 45: Giải các bất phương trình sau (sử dụng tính đơn điệu):

1) $2^x < 3^{\frac{x}{2}} + 1$

2) $\frac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \leq 0$

3) $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$

4) $3^{\sqrt{x+4}} + 2^{\sqrt{2x+4}} > 13$

5) $\frac{3^{2-x} + 3 - 2x}{4^x - 2} \geq 0$

6) $\frac{3^x + x - 4}{x^2 - x - 6} > 0$

7) $\sqrt{-3x^2 - 5x + 2} + 2x > 3^x \cdot 2x \sqrt{-3x^2 - 5x + 2} + (2x)^2 \cdot 3^x$

HT 46: Tìm m để các bất phương trình sau có nghiệm:

1) $4^x - m \cdot 2^x + m + 3 \leq 0$

2) $9^x - m \cdot 3^x + m + 3 \leq 0$

3) $\sqrt{2^x + 7} + \sqrt{2^x - 2} \leq m$

4) $(\sqrt{2} + 1)^{x^2} + (\sqrt{2} - 1)^{x^2-1} + m = 0$

HT 47: Tìm m để các bất phương trình sau nghiệm đúng với:

1) $(3m+1) \cdot 12^x + (2-m) \cdot 6^x + 3^x < 0, \forall x > 0.$

2) $(m-1)4^x + 2^{x+1} + m + 1 > 0, \forall x.$

3) $m \cdot 9^x - (2m+1)6^x + m \cdot 4^x \leq 0, \forall x \in [0; 1].$

4) $m \cdot 9^x + (m-1) \cdot 3^{x+2} + m - 1 > 0, \forall x.$

5) $4^{|\cos x|} + 2(2m+1)2^{|\cos x|} + 4m^2 - 3 < 0, \forall x.$

6) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} - m \geq 0, \forall x.$

7) $4^x - 2^x - m \geq 0, \forall x \in (0; 1)$

8) $\sqrt{3^x + 3} + \sqrt{5 - 3^x} \leq m, \forall x.$

9) $2 \cdot 25^x - (2m+1) \cdot 10^x + (m+2) \cdot 4^x \geq 0, \forall x \geq 0.$

10) $4^{x-1} - m \cdot (2^x + 1) > 0, \forall x.$

HT 48: Tìm m để mọi nghiệm của (1) đều là nghiệm của bất phương trình (2):

$$1) \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12 \\ (m-2)^2 x^2 - 3(m-6)x - m - 1 < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

$$2) \begin{cases} 2^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{1}{x}+1} > 8 \\ 4x^2 - 2mx - (m-1)^2 < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

VẤN ĐỀ VIII: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

- Khi giải các bất phương trình logarit ta cần chú ý tính đơn điệu của hàm số logarit.

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) > 0 \\ 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) < g(x) \end{cases}$$

- Ta cũng thường sử dụng các phương pháp giải tương tự như đối với phương trình logarit:

– Đưa về cùng cơ số.

– Đặt ẩn phụ.

–

Chú ý: Trong trường hợp cơ số a có chứa ẩn số thì:

$$\log_a B > 0 \Leftrightarrow (a-1)(B-1) > 0; \quad \frac{\log_a A}{\log_a B} > 0 \Leftrightarrow (A-1)(B-1) > 0$$

HT 49: Giải các bất phương trình sau (đưa về cùng cơ số):

$$1) \log_5(1-2x) < 1 + \log_{\sqrt{5}}(x+1)$$

$$2) \log_2(1-2\log_9 x) < 1$$

$$3) \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{5-x} < \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$$

$$4) \log_2 \log_{\frac{1}{3}} \log_5 x > 0$$

$$5) \log_{\frac{1}{3}}(\log_2 \frac{1+2x}{1+x}) > 0$$

$$6) (x^2-4)\log_{\frac{1}{2}} x > 0$$

$$7) \log_{\frac{1}{3}}[\log_4(x^2-5)] > 0$$

$$8) 6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} \leq 12$$

$$9) \log_2(x+3) \geq 1 + \log_2(x-1)$$

$$10) 2^{(\log_2 x)^2} + x^{\log_2 x}$$

$$11) \log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) \geq 0$$

$$12) 2\log_8(x-2) + \log_{\frac{1}{8}}(x-3) > \frac{2}{3}$$

$$13) \log_{\frac{1}{3}} \left[\log_5 (\sqrt{x^2 + 1} + x) \right] > \log_3 \left[\log_{\frac{1}{5}} (\sqrt{x^2 + 1} - x) \right]$$

HT 50: Giải các bất phương trình sau:

$$1) \frac{\lg(x^2 - 1)}{\lg(1 - x)} < 1$$

$$2) \frac{\log_2(x+1)^2 - \log_3(x+1)^3}{x^2 - 3x - 4} > 0$$

$$3) \frac{\lg(x^2 - 3x + 2)}{\lg x + \lg 2} > 2$$

$$4) x^{\log_2 x} + x^{5 \log_x 2 - \log_2 x} - 18 < 0$$

$$5) \log_x \frac{3x - 1}{x^2 + 1} > 0$$

$$6) \log_3 x \cdot \log_2 x < \log_3 x^2 + \log_2 \frac{x}{4}$$

$$7) \log_x (\log_4 (2^x - 4)) \leq 1$$

$$8) \log_{3x-x^2} (3 - x) > 1$$

$$9) \log_{\frac{x}{5}} (x^2 - 8x + 16) \geq 0$$

$$10) \log_{2x} (x^2 - 5x + 6) < 1$$

$$11) \log_{\frac{x+6}{3}} \left(\log_2 \frac{x-1}{x+2} \right) > 0$$

$$12) \log_{x-1} (x+1) > \log_{x^2-1} (x+1)$$

$$13) (4x^2 - 16x + 7) \cdot \log_3 (x - 3) > 0$$

$$14) (4^x - 12 \cdot 2^x + 32) \cdot \log_2 (2x - 1) \leq 0$$

HT 51: Giải các bất phương trình sau (đặt ẩn phụ):

$$1) \log_2 x + 2 \log_x 4 - 3 \leq 0$$

$$2) \log_5 (1 - 2x) < 1 + \log_{\sqrt{5}} (x + 1)$$

$$3) 2 \log_5 x - \log_x 125 < 1$$

$$4) \log_{2x} 64 + \log_{x^2} 16 \geq 3$$

$$5) \log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 \cdot \log_2 4x > 1$$

$$6) \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{4}} x^2 < 0$$

$$7) \frac{2}{1 - \log_2 x} + \frac{\log_4 x}{1 + \log_2 x} > \frac{\log_2 x}{1 - \log_2^2 x}$$

$$8) \frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} \leq 1$$

$$9) \log_{\frac{1}{2}}^2 x - 6 \log_2 x + 8 \leq 0$$

$$10) \sqrt{\log_3^2 x - 4 \log_3 x + 9} \geq 2 \log_3 x - 3$$

$$11) \sqrt{\log_9 (3x^2 + 4x + 2) + 1} > \log_3 (3x^2 + 4x + 2)$$

$$12) \frac{1}{5 - \log_5 x} + \frac{2}{1 + \log_5 x} < 1$$

$$13) \sqrt{1 - 9 \log_{\frac{1}{8}}^2 x} > 1 - 4 \log_{\frac{1}{8}} x$$

$$14) \log_x 100 - \frac{1}{2} \log_{100} x > 0$$

$$15) \frac{1 + \log_3^2 x}{1 + \log_3 x} > 1$$

$$16) \log_x 2 \cdot \log_{\frac{x}{16}} 2 > \frac{1}{\log_2 x - 6}$$

HT 52: Giải các bất phương trình sau (sử dụng tính đơn điệu):

$$1) (x+1) \log_{0,5}^2 x + (2x+5) \log_{0,5} x + 6 \geq 0$$

$$2) \log_2 (2^x + 1) + \log_3 (4^x + 2) \leq 2$$

$$3) \frac{3}{\log_2 (x+1)} > \frac{2}{\log_3 (x+1)}$$

$$4) \frac{\lg \frac{5+x}{5-x}}{2^x - 3x + 1} < 0$$

HT 53: Tìm m để các bất phương trình sau có nghiệm:

$$1) \log_{1/2} (x^2 - 2x + m) > -3$$

$$2) \log_x 100 - \frac{1}{2} \log_m 100 > 0$$

$$3) \frac{1}{5 - \log_m x} + \frac{2}{1 + \log_m x} < 1$$

$$4) \frac{1 + \log_m^2 x}{1 + \log_m x} > 1$$

$$5) \sqrt{\log_2 x + m} > \log_2 x$$

$$6) \log_{x-m}(x^2 - 1) > \log_{x-m}(x^2 + x - 2)$$

HT 54: Tìm m để các bất phương trình sau nghiệm đúng với:

$$a) \log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m), \forall x$$

$$b) \log_2\left(\sqrt{x^2 - 2x + m}\right) + 4\sqrt{\log_2(x^2 - 2x + m)} \leq 5, \forall x \in [0; 2]$$

$$c) 1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m), \forall x.$$

$$d) \left(2 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{m}{1+m}\right)x^2 - 2\left(1 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{m}{1+m}\right)x - 2\left(1 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{m}{1+m}\right) > 0, \forall x$$

ÔN TẬP

HT 55: Giải các phương trình sau:

$$1) \frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{8^{x-1}} = 64$$

$$2) 9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$$

$$3) \frac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}} = \frac{(0,04)^x}{25}$$

$$4) \left(\frac{5}{3}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11} = \left(\frac{5}{3}\right)^9$$

$$5) 7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48$$

$$6) (3^{x^2-7,2x+3,9} - 9\sqrt{3}) \lg(7-x) = 0$$

$$7) \left(2(2^{\sqrt{x+3}})^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}} = 4$$

$$8) 5^x \cdot \sqrt[3]{8^{x-1}} = 500$$

$$9) x^{1-\frac{1}{3}\lg x^2} = \frac{1}{\sqrt[3]{100}}$$

$$10) x^{\lg x} = 1000x^2$$

$$11) x^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^{5+\lg x}$$

$$12) (\sqrt{x})^{\log_3 x - 1} = 3$$

HT 56: Giải các phương trình sau:

$$1) 4^{x^2+2} - 9 \cdot 2^{x^2+2} + 8 = 0$$

$$2) 4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$$

$$3) 64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$$

$$4) 64^{\frac{1}{x}} - 2^{\frac{3+\frac{3}{x}}{x}} + 12 = 0$$

5) $9^{x^2-1} - 36.3^{x^2-3} + 3 = 0$

6) $3^{4x+8} - 4.3^{2x+5} + 28 = 2\log_2 \sqrt{2}$

7) $3^{2x+1} = 3^{x+2} + \sqrt{1-6.3^x + 3^{2(x+1)}}$

8) $(\sqrt{5+\sqrt{24}})^x + (\sqrt{5-\sqrt{24}})^x = 10$

9) $9^{1+\log_3 x} - 3^{1+\log_3 x} - 210 = 0$

10) $4^{\lg x+1} - 6^{\lg x} - 2.3^{\lg x^2+2} = 0$

11) $2^{\sin^2 x} + 4.2^{\cos^2 x} = 6$

12) $3^{\lg(\tan x)} - 2.3^{\lg(\cot x)+1} = 1$

HT 57: Giải các bất phương trình sau:

1) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}} < \frac{25}{4}$

2) $\frac{2^{x-1} - 1}{2^{x+1} + 1} < 2$

3) $x^2.5^x - 5^{2+x} < 0$

4) $x^{\lg^2 x - 3\lg x + 1} > 1000$

5) $\frac{4^x + 2x - 4}{x - 1} \leq 2$

6) $8 \cdot \frac{3^{x-2}}{3^x - 2^x} > 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^x$

7) $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$

8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$

9) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{|x+2|}{2-|x|}} > 9$

10) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+\frac{1}{2}-\frac{2}{x}} > \frac{1}{\sqrt{27}}$

11) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2x+1}{1-x}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

12) $3^{72} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}} > 1$

HT 58: Giải các bất phương trình sau:

1) $4^x - 2.5^{2x} - 10^x > 0$

2) $25^{-x} - 5^{-x+1} \geq 50$

3) $9.4^{\frac{1}{x}} + 5.6^{\frac{1}{x}} < 4.9^{\frac{1}{x}}$

4) $3^{\lg x+2} < 3^{\lg x^2+5} - 2$

5) $4^{x+1} - 16^x < 2\log_4 8$

6) $2^{2x+1} - 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} + 2 \geq 0$

7) $4^x - 2^{2(x-1)} + 8^{\frac{2(x-2)}{3}} > 52$

8) $3^{4-3x} - 35 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} + 6 \geq 0$

9) $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} > 3^x - 9$

10) $\sqrt{9^x + 3^x - 2} \geq 9 - 3^x$

HT 59: Giải các phương trình sau:

1) $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$

2) $\log_{5-x}(x^2 - 2x + 65) = 2$

3) $\log_7(2^x - 1) + \log_7(2^x - 7) = 1$

4) $\log_3(1 + \log_3(2^x - 7)) = 1$

5) $3^{\log_3 \lg \sqrt{x}} - \lg x + \lg^2 x - 3 = 0$

6) $9^{\log_3(1-2x)} = 5x^2 - 5$

7) $x^{1+\lg x} = 10x$

8) $(\sqrt{x})^{\log_5 x - 1} = 5$

9) $\left(\frac{\lg x}{2}\right)^{\lg^2 x + \lg x^2 - 2} = \lg \sqrt{x}$

10) $x^{\frac{\lg x + 7}{4}} = 10^{\lg x + 1}$

11) $\log_3 \left(\log_9 x + \frac{1}{2} + 9^x \right) = 2x$

12) $2 \log_3 \frac{x-3}{x-7} + 1 = \log_3 \frac{x-3}{x-1}$

HT 60: Giải các phương trình sau:

1) $2(\log_x \sqrt{5})^2 - 3 \log_x \sqrt{5} + 1 = 0$

2) $\log_{1/3} x - 3\sqrt{\log_{1/3} x} + 2 = 0$

3) $\log_2^2 x + 2 \log_2 \sqrt{x} - 2 = 0$

4) $3 + 2 \log_{x+1} 3 = 2 \log_3(x+1)$

5) $\log_x(9x^2) \cdot \log_3^2 x = 4$

6) $\log_3(\log_{1/2}^2 x - 3 \log_{1/2} x + 5) = 2$

7) $\lg^2(100x) - \lg^2(10x) + \lg^2 x = 6$

8) $\log_2(2x^2) \cdot \log_2(16x) = \frac{9}{2} \log_2^2 x$

9) $\log_3(9^x + 9) = x + \log_3(28 - 2 \cdot 3^x)$

10) $\log_2(4^x + 4) = \log_2 2^x + \log_2(2^{x+1} - 3)$

HT 61: Giải các bất phương trình sau:

1) $\log_{0.5}(x^2 - 5x + 6) > -1$

2) $\log_7 \frac{2x-6}{2x-1} > 0$

3c) $|\log_3 x| - \log_3 x - 3 < 0$

4) $\log_{1/3} \frac{2-3x}{x} \geq -1$

5) $\log_{1/4}(2-x) > \log_{1/4} \frac{2}{x+1}$

6) $\log_{1/3} [\log_4(x^2 - 5)] > 0$

7) $\frac{x^2 - 4}{\log_{1/2}(x^2 - 1)} < 0$

8h) $\frac{\log_2(x+1)}{x-1} > 0$

9) $2^{\log_{2-x}(x^2+8x+15)} < 1$

10) $(0,5)^{\log_{1/3} \frac{x+5}{x^2+3}} > 1$

HT 62: Giải các hệ phương trình sau:

1)
$$\begin{cases} 4^{(x-y)^2-1} = 1 \\ 5^{x+y} = 125 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 4^{x+y} = 128 \\ 5^{3x-2y-3} = 1 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^x = 2,75 \\ 2^x - 3^y = -0,75 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 7^x - 16y = 0 \\ 4^x - 49y = 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972 \\ \log_{\sqrt{3}}(x - y) = 2 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 4^{\frac{x}{y}} - 3 \cdot 4^{\frac{5y-x}{y}} = 16 \\ \sqrt{x} - \sqrt{2y} = \sqrt{12} - \sqrt{8} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 77 \\ 3^x - 2^{y/2} = 7 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} (x^2 + y)2^{y-x^2} = 1 \\ 9(x^2 + y) = 6^{x^2-y} \end{cases}$$

HT 63: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \log_{\sqrt{3}}(x - y) = 2 \\ \log_4 x - \log_x y = \frac{7}{6} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^{\lg y} = 2 \\ xy = 20 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \log_2 x + 2\log_2 y = 3 \\ x^2 + y^4 = 16 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{15} \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 + \log_3 5 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3^{\log_x 2} = y^{\log_5 y} \\ 2^{\log_y 3} = x^{\log_7 x} \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \lg(x^2 + y^2) - 1 = \lg 13 \\ \lg(x + y) - \lg(x - y) = 3 \lg 2 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} = \frac{9}{8} \\ \log_2 x + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{y} = 3 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} xy = 8 \\ 2(\log_y x + \log_x y) = 5 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2\log_2 x - 3^y = 15 \\ 3^y \cdot \log_2 x = 2\log_2 x + 3^{y+1} \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 4^{\frac{x+y}{y^x}} = 32 \\ \log_3(x - y) = 1 - \log_3(x + y) \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 4 \end{cases}$$

HT 64: Giải các phương trình sau:

$$1) 4^{x-\sqrt{x^2-5}-12 \cdot 2^{x-1}-\sqrt{x^2-5}+8}=0$$

$$2) (x+1)\log_3^2 x - 4x\log_3 x - 16 = 0$$

$$3) \frac{1}{2}\log_2(x-1)^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+4) = \log_2(3-x)$$

$$4) \log_3(x^2 + 2x + 1) = \log_2(x^2 + 2x)$$

$$5) 3x^2 - 2x^3 = \log_2(x^2 + 1) - \log_2 x$$

$$6) \log_5 x \cdot \log_3 x = \log_5 x + \log_3 x$$

$$7) \log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 6$$

$$8) \log_3 \frac{3}{x} \cdot \log_2 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x}$$

$$9) 3 + \frac{1}{\log_{32} x} = \log_x \left(\frac{89x}{2} - \frac{25}{2x} \right)$$

$$10) \log_{0,5}^2 x + \log_2 x^2 = \log_x 4x$$

$$11) \frac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3$$

$$12) \log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$$

Đ/s: 1) $x = \frac{9}{4}; x = 3$ 2) $x = \frac{1}{81}; x = 3$ 3) $x = -\sqrt{11}; x = -1 + \sqrt{14}$
 4) $x = -1 \pm \sqrt{3}$ 5) Đánh giá $x = 1$ 6) $x = 1; x = 15$
 7) $\log_2 3$ 8) $x = 1; x = \frac{\sqrt{3}}{8}$ 9) $x = \frac{5}{8}$
 10) $x = \frac{1}{4}; x = \frac{1}{2}; x = 2$ 11) $x = 2; x = 1 - \sqrt{33}$ 12) $x = 2 - \sqrt{24}; x = 2$

HT 65: Giải các bất phương trình sau:

1) $2\log_5 x - \log_x 125 < 1$ 2) $2^{(\log_2 x)^2} + x^{\log_2 x} \leq 4$
 3) $4x^2 + x.2^{x^2+1} + 3.2^{x^2} > x^2.2^{x^2} + 8x + 12$ 4) $\frac{\log_{\frac{1}{2}}(x+3)^2 - \log_{\frac{1}{3}}(x+3)^2}{x+1} > 0$
 5) $\sqrt{8 + 2^{1+x} - 4^x} + 2^{1+x} > 5$ 6) $\frac{\log_2^2 x + 3}{\log_2 x + 3} > 2$
 7) $\log_4(3^x - 1)\log_{\frac{1}{4}} \frac{3^x - 1}{16} \leq \frac{3}{4}$ 8) $(x+1)\log_{\frac{1}{2}} x + (2x+5).\log_{\frac{1}{2}} x + 6 \geq 0$
 9) $\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)} + \frac{1}{\log_2 \sqrt{x^2 - 3x + 2}} > 0$

Đ/s: 1) $x \in \left(0; \frac{1}{5}\right) \cup \left(1; 5\sqrt{5}\right)$ 2) $x \in (0; +\infty)$ 3) $x \in \left(-\sqrt{2}; -1\right) \cup \left(\sqrt{2}; 3\right)$
 4) $(-2; -1)$ 5) $(0; 2]$ 6) $\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right)$
 7) $(0; 1) \cup (3; +\infty)$ 8) $(0; 2] \cup [4; +\infty)$ 9) $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{6}; 1\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$

HT 66: Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} 9^{\log_2(xy)} = 3 + 2.(xy)^{\log_2 3} \\ x^2 + y^2 = 3x + 3y + 6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 5 \\ 2\log_4 x + \log_2 y = 4 \end{cases}$
 3) $\begin{cases} 2^x + \log_2 y + 2^x \log_2 y = 5 \\ 4^x + \log_2^2 y = 5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y} + 7.\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} - 6 = 0 \\ \lg(3x-y) + \lg(y+x) - 4\lg 2 = 0 \end{cases}$

$$5) \begin{cases} \log_2 x + 3\sqrt{3 - \log_3 y} = 5 \\ 3\sqrt{\log_2 x - 1} - \log_3 y = -1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4^{\frac{x+y}{y}x} = 32 \\ \log_3(x-y) = 1 - \log_3(x+y) \end{cases}$$

$$\text{Đ/s: 1) } \left(\frac{5 \mp \sqrt{17}}{2}; \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \right)$$

$$2) (4; 4)$$

$$3) (2; 4); (4; 2)$$

$$4) (2; 2)$$

$$5) (4; 81)$$

$$6) (2; 1)$$

TUYỂN TẬP ĐỀ THI CÁC NĂM

HT 67: (D – 2011) $\log_2(8 - x^2) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - 2 = 0 \quad (x \in \mathbb{R}) \quad \text{Đ/s: } x = 0$

HT 68: (B – 2010) $\begin{cases} \log_2(3y - 1) = x \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}) \quad \text{Đ/s: } \left(-1; \frac{1}{2}\right)$

HT 69: (D – 2010) $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 2 = 0 \\ 2\log_2(x - 2) - \log_{\sqrt{2}} y = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}) \quad \text{Đ/s: } (3; 1)$

HT 70: (A – 2009) $\begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2(xy) \\ 3^{x^2 - xy + y^2} = 81 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}) \quad \text{Đ/s: } (2; 2), (-2; -2)$

HT 71: (A – 2008) $\log_{2x-1}(2x^2 + x - 1) + \log_{x+1}(2x - 1)^2 = 4 \quad \text{Đ/s: } \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$

HT 72: (B – 2008) $\log_{0,7} \left(\log_6 \frac{x^2 + x}{x + 4} \right) < 0 \quad \text{Đ/s: } (-4; -3) \cup (8; +\infty)$

HT 73: (D – 2008) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq 0 \quad \text{Đ/s: } [2 - \sqrt{2}; 1] \cup (2; 2 + \sqrt{2})$

HT 74: (A – 2007) $2\log_3(4x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) \leq 2 \quad \text{Đ/s: } \frac{3}{4} < x \leq 3$

HT 75: (B – 2007) $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0 \quad \text{Đ/s: } x = \pm 1$

HT 76: (D – 2007) $\log_2(4^x + 15 \cdot 2^x + 27) + 2\log_2 \frac{1}{4 \cdot 2^x - 3} = 0 \quad \text{Đ/s: } x = \log_2 3$

HT 77: (A – 2006) $3 \cdot 8^x + 4 \cdot 12^x - 18^x - 2 \cdot 27^x = 0 \quad \text{Đ/s: } x = 1$

HT 78: (B – 2006) $\log_5(4^x + 144) - 4\log_5 2 < 1 + \log_5(2^{x-2} + 1) \quad \text{Đ/s: } 2 < x < 4$

HT 79: (D – 2006) Chứng minh rằng với mọi $a > 0$ hệ có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} e^x - e^y = \ln(1+x) - \ln(1+y) \\ y - x = a \end{cases}$$

HT 80: (A – 2004) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y - x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \quad \text{Đ/s: } (3; 4)$

HT 81: (D – 2003) $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3 \quad \text{Đ/s: } \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

HT 82: (A – 2002) Cho phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ (Với m là tham số)

a. Giải phương trình với $m = 2 \quad \text{Đ/s: } x = 3^{\pm\sqrt{3}}$

b. Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$ Đ/s: $0 \leq m \leq 2$

HT 83: (B – 2002) $\log_x \left(\log_3 (9^x - 72) \right) \leq 1$ Đ/s: $\log_9 73 < x \leq 2$