

ĐỀ MINH HỌA

Phần 1. TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

D. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3; 2; 1)$, $C(4; 2; 0)$, $B'(-2; 1; 1)$, $D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm G là trọng tâm của tam giác $A'B'D'$.

A. $G(-3; 3; 3)$.

B. $G\left(-\frac{2}{3}; 3; \frac{8}{3}\right)$.

C. $G(-3; -3; 3)$.

D. $G\left(-\frac{1}{3}; 3; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác vuông ABC với $A(-2; -4; 1)$; $B(1; 2; 2)$; $C(1; -6; 4)$. Gọi tọa độ điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + b + c$.

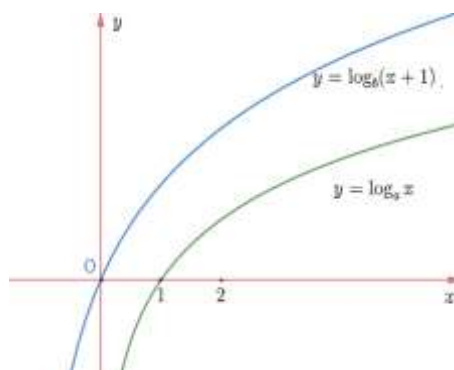
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 4: Cho hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b(x+1)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?



A. $1 < a < b$.

B. $1 < a = b$.

C. $a = b < 1$.

D. $1 < b < a$.

Câu 5. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5$ và $P(B) = 0,6$. Tính $P(AB)$.

A. $P(AB) = 0,1$.

B. $P(AB) = 0,2$.

C. $P(AB) = 0,3$.

D. $P(AB) = 0,4$.

Câu 6. Thống kê điểm thi của các thí sinh tham gia kỳ thi HSG cấp trường môn toán như sau:

Điểm thi	$[3, 4)$	$[4, 5)$	$[5, 6)$	$[6, 7)$	$[7, 8)$	$[8, 9)$	$[9, 10]$
Số thí sinh	6	7	15	23	17	8	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

A. 6.3.

B. 6.4.

C. 6.5.

D. 6.6

Câu 7. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Bình phương khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{12a^2}{19}$

B. $\frac{12a^2}{17}$

C. $\frac{4a^2}{9}$

D. $\frac{4a^2}{5}$

Câu 8. Biết rằng khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ $20^\circ C$, mỗi phút tăng $4^\circ C$ trong 70 phút, sau đó mỗi phút $2^\circ C$ trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ ($^\circ C$) trong tu theo thời gian t (phút) có

dạng: $T(t) = \begin{cases} 20 + 4t & \text{ khi } 0 \leq t \leq 70 \\ a - 2t & \text{ khi } 70 < t \leq 120 \end{cases}$ (a là hằng số). Biết rằng $T(t)$ là hàm số liên tục trên tập xác định.

Tìm a ?

- A. 440 B. 20 C. 160 D. 70

Câu 9. Tìm số nguyên dương n sao cho $C_n^0 + 3C_n^1 + 9C_n^2 + \dots + 3^n C_n^n = 1024$.

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 10. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2024 với tỉ lệ tăng dân số là 1%/năm. Gọi u_n là số dân của tỉnh đó sau n năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi. Số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2024 gần nhất với số nào sau đây?

- A. 2,19. B. 2,4. C. 2,5. D. 2,7.

Câu 11: Một vật chuyển động theo phương trình $S = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 5t + 10$, t (tính bằng giây) là khoảng thời gian được tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động; S (tính bằng mét) là quãng đường vật chuyển động được trong khoảng thời gian đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Vận tốc của vật tăng từ giây thứ 1 đến giây thứ 3.
B. Vận tốc của vật giảm từ giây thứ 1 đến giây thứ 4.
C. Vận tốc của vật giảm từ giây thứ 4 đến giây thứ 7.
D. Vận tốc của vật tăng từ giây thứ 3 đến giây thứ 6.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$	6	$+\infty$

Cho 3 phát biểu:

- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $x = 2$.
- Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $y = 2x + 2$.
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm phía trên trục hoành.

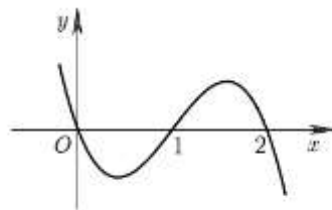
Hỏi có bao nhiêu phát biểu đúng?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $f(4) > f(0)$. B. $f(0) > f(2)$. C. $f(5) > f(6)$. D. $f(4) > f(2)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(\sin x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

- A. $f(0)$. B. $f(1)$. C. $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. D. $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Câu 15: Gọi S là tập hợp các giá trị m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$ tạo với hai trục hệ tọa độ Oxy một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó tổng các giá trị của S bằng bao nhiêu?

A. $\frac{11}{2}$.

B. $-\frac{11}{2}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. -5 .

Phần 2: TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu 1: (2,0 điểm)

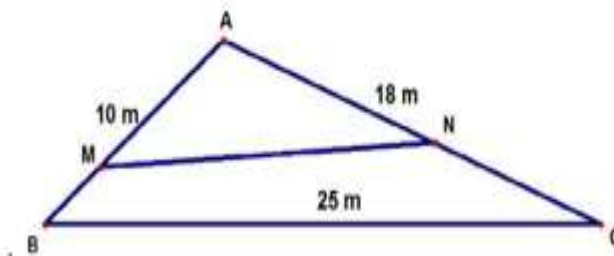
Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng hệ số góc của các tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại các điểm A, B, C bằng 3.

Câu 2: (2,0 điểm)

Người ta đem nhốt 9 con thỏ trong đó có 3 con thỏ lông màu trắng, 3 con thỏ lông màu vàng, 3 con thỏ lông màu đen vào ba cái chuồng, mỗi chuồng có ba con. Tính xác suất sao cho không có 3 con thỏ cùng màu lông nhốt chung trong một chuồng.

Câu 3: (2,0 điểm)

Ông T có một miếng đất hình tam giác ABC với $AB = 10m$; $ac = 18m$; $BC = 25m$ (tham khảo hình dưới). Ông T muốn chia miếng đất thành hai phần có diện tích bằng nhau để tặng cho hai người con. Tuy nhiên vì phần đất phía AB , AC là hai mặt đường nên ông T phải chia theo đoạn MN để hai người con đều có hai phần mặt đường. Sau đó ông T phải xây đoạn tường MN cao 2m để chia đất, chi phí để xây mỗi mét vuông tường hết 200.000đồng. Số triệu đồng (làm tròn đến hàng phần trăm) chi phí ít nhất để xây dựng đoạn tường MN bằng bao nhiêu?



Câu 4: (2,0 điểm)

Trước khi hết tuổi lao động, ông A có dành dụm được một khoản tiền để gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất ưu đãi dành cho người già là 0,9% /tháng. Sau khi gửi tiết kiệm ngân hàng, đủ mỗi tháng gửi, ông A đến ngân hàng rút ra một khoản tiền là 5 triệu đồng để chi tiêu hàng ngày. Sau đúng 5 năm kể từ ngày gửi tiết kiệm, số tiền tiết kiệm còn lại của ông ấy là 100 triệu đồng. Hỏi số tiền ban đầu mà ông A gửi tiết kiệm là bao nhiêu?

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = 4a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB , biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SHD) bằng $a\sqrt{10}$.

a) Tính thể tích của khối chóp $S.HBCD$.

b) Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SC và HD .

Câu 6: (1,5 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm cặp số

$(x; y)$ là nghiệm của phương trình $\sqrt{2-2y} + 1 = 4x^2 + \sqrt{3-6y}$.

Câu 7: (1,5 điểm)

Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x + y + z = 0$. Chứng minh $\frac{x(x+2)}{2x^2+1} + \frac{y(y+2)}{2y^2+1} + \frac{z(z+2)}{2z^2+1} \geq 0$.

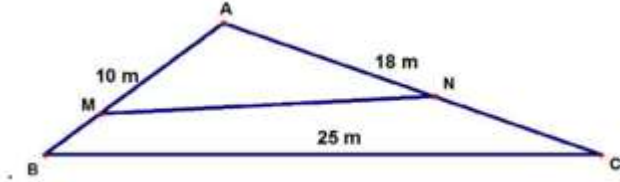
----- Hết -----

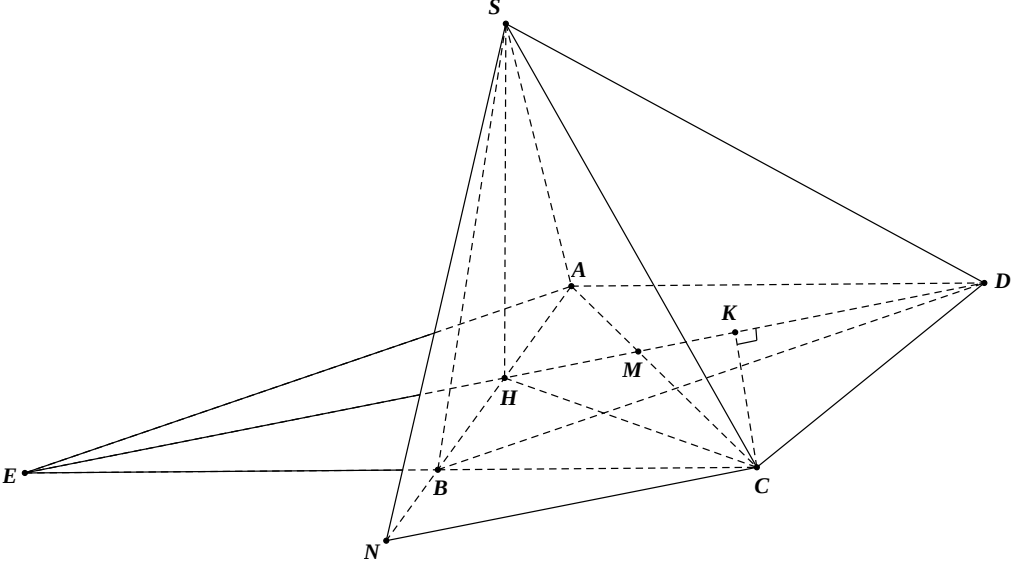
Phần 1: TRẮC NGHIỆM

1.B	2.B	3.A	4.D	5.C	6.D	7.A	8.A	9.B	10.A
11.D	12.D	13.D	14.B	15.D					

Phần 2: TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1	Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng hệ số góc của các tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại các điểm A, B, C bằng 3.	2,0
	Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt. $x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x + m - 2) = 0$	1,0
	Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 2 = 0$ (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 3 - m > 0 \\ 1 - 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$ (*).	0,5
	Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (2), suy ra tổng hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm A, B, C là: $y'(1) + y'(x_1) + y'(x_2) = 3(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 - 6(x_1 + x_2) + 3m - 3 = 9 - 3m$ Tổng HSG của các tiếp tuyến bằng 3 $\Leftrightarrow 9 - 3m = 3 \Leftrightarrow m = 2$ (t/m đk(*)). ĐS: $m = 2$	0,5
2	Người ta đem nhốt 9 con thỏ trong đó có 3 con thỏ lông màu trắng, 3 con thỏ lông màu vàng, 3 con thỏ lông màu đen vào ba cái chuồng, mỗi chuồng có ba con. Tính xác suất sao cho không có 3 con thỏ cùng màu lông nhốt chung trong một chuồng.	2,0 điểm
	Nhốt 9 con thỏ vào 3 chuồng mỗi chuồng có 3 con thỏ, số phần tử của không gian mẫu là $n \Omega = 1680$. Gọi A là biến cố không có 3 con thỏ nào cùng màu lông nhốt chung một chuồng. Biến cố đối của biến cố A là $\bar{A}$: “Có ít nhất một chuồng có 3 con thỏ có chung màu lông”.	0,5 điểm
	Đánh số các chuồng là I, II và III. Khi đó để đếm số phần tử của $\bar{A}$ ta có các trường hợp sau: TH1: Ở cả ba chuồng, chuồng nào các con thỏ cũng có cùng màu lông. Số cách nhốt thỏ trong trường hợp này là 6 cách	1,0 điểm
	TH2: Chỉ có đúng một chuồng chứa ba con thỏ có cùng màu lông có 162 cách Từ đó ta có $n \bar{A} = 168 \Rightarrow n A = 1512$ Vậy $P A = \frac{9}{10}$	0,5 điểm

3	Một người có một miếng đất hình tam giác ABC(hình vẽ dưới) với $AB = 10\text{m}$, $AC = 18\text{m}$, $BC = 25\text{m}$. Ông ấy muốn chia miếng đất thành hai phần có diện tích bằng nhau cho hai người con của ông ta. Tuy nhiên vì phần đất phía AB, AC là hai mặt đường nên người đó phải chia theo đoạn MN để hai người con đều có hai phần mặt đường. Sau đó người cha phải xây đoạn tường MN cao 2m để chia đất, chi phí để xây mỗi mét vuông tường hết 200.000đồng. Số triệu đồng (làm tròn đến hàng phần trăm) chi phí ít nhất để xây dựng đoạn tường MN bằng bao nhiêu? 	Điểm 2,0
	Đặt $AM = x, AN = y; S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}xy \sin A = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}S \Rightarrow y = \frac{S}{x \sin A}$ $MN^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos A = x^2 + \frac{S^2}{x^2 \sin^2 A} - 2x \frac{S}{x \sin A} \cos A$	1,0
	$= x^2 + \frac{S^2}{x^2 \sin^2 A} - 2S \cot A \geq 2\sqrt{x^2 \frac{S^2}{x^2 \sin^2 A}} - 2S \cot A = \frac{2S}{\sin A} - 2S \cot A = \frac{2S(1 - \cos A)}{\sin A}$ Dấu “=” xảy ra $x^2 = \frac{S^2}{x^2 \sin^2 A} \Leftrightarrow x^2 = \frac{S}{\sin A}$ Ta có: $\cos A = \frac{10^2 + 18^2 - 25^2}{2 \cdot 10 \cdot 18} = \frac{-67}{120} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{9911}}{120}$	0,5
	$S = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 18 \cdot \frac{\sqrt{9911}}{120} = \frac{3\sqrt{9911}}{4}; MN_{\min} = \sqrt{\frac{2S(1 - \cos A)}{\sin A}} = \frac{\sqrt{1122}}{2}$ Vậy chi phí ít nhất để xây dựng đoạn tường MN là: $2 \cdot MN \cdot 200000 = 200000 \cdot \sqrt{1122} = 6.699.254$	0,5
4	Trước khi hết tuổi lao động, ông A có dành dụm được một khoản tiền để gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất ưu đãi dành cho người già là 0,9% /tháng. Sau khi gửi tiết kiệm ngân hàng, đủ mỗi tháng gửi, ông A đến ngân hàng rút ra một khoản tiền là 5 triệu đồng để chi tiêu hàng ngày. Sau đúng 5 năm kể từ ngày gửi tiết kiệm, số tiền tiết kiệm còn lại của ông ấy là 100 triệu đồng. Hỏi số tiền ban đầu mà ông A gửi tiết kiệm là bao nhiêu? Gọi số tiền ban đầu là M, lãi suất một tháng là r. Hết tháng thứ nhất, số tiền cả vốn và lãi ông A có là: $M + Mr = M(1+r)$ Ngay sau đó ông rút 5 triệu để chi tiêu nên số tiền còn lại để tính lãi tháng thứ 2 là: $M(1+r) - 5$ Số tiền cả vốn lẫn lãi hết tháng thứ 2 ông có là: $M(1+r)^2 - 5(1+r)$ Sau đó ông rút 5 triệu để chi tiêu nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ 3 là: $M(1+r)^2 - 5(1+r) - 5$.	Điểm 2,0
	Cứ như vậy quy nạp ta có: $M(1+r)^n - 5(1+r)^{n-1} - 5(1+r)^{n-2} - \dots - 5 = M(1+r)^n - 5 \frac{[(1+r)^n - 1]}{r}$ Sau 5 năm tức 60 tháng, số tiền còn lại là 100 triệu nên ta có: $M(1+r)^n - 5 \frac{[(1+r)^n - 1]}{r} = 100 \Leftrightarrow M = 289,44$	1,0

5	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B; $AB = BC = 4a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB, biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SHD) bằng $a\sqrt{10}$. a) Tính thể tích của khối chóp $S.HBCD$. b) Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SC và HD.	3 điểm
5a)	Tính thể tích của khối chóp $S.HBCD$. 	1,5 điểm
	+) Tam giác SAB đều nên $\Rightarrow SH \perp AB$ $\left. \begin{array}{l} SAB \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$	0,25 điểm
	+) Kẻ $CK \perp HD, K \in HD$ mà $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CK$ Do đó $CK \perp (SHD) \Rightarrow d(C, (SHD)) = CK = a\sqrt{10}$	0,25 điểm
	+ Tính được $CH = a\sqrt{20} \Rightarrow HK = a\sqrt{10} = CK$. Do đó tam giác CHK vuông cân tại K Nên $KHC = 45^\circ \Rightarrow DHC = 45^\circ \Rightarrow \tan DHC = 1$ +) Tam giác BCH vuông tại B nên $\tan BHC = 2$ +) $\tan BHD = \tan(BHC + CHD) = \frac{\tan BHC + \tan CHD}{1 - \tan BHC \cdot \tan CHD} = -3$ Mà $BHD + AHD = 180^\circ$. Do đó $\tan AHD = 3 \Rightarrow \frac{AD}{AH} = 3 \Rightarrow AD = 6a$	0,5
	Ta có $S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AB}{2} = 20a^2$ $S_{HBCD} = S_{ABCD} - S_{AHD} = 20a^2 - 6a^2 = 14a^2$ Vậy $V_{S.HBCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{HBCD} = \frac{28a^3\sqrt{3}}{3}$	0,5 điểm
5b)	Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SC và HD.	1,5 điểm
	Tam giác SHC vuông tại H nên $SC = a\sqrt{32}$. +) Gọi $M = AC \cap HD; E = BC \cap HD$ +) Khi đó $AEBD$ là hình bình hành nên $EB = AD = 6a \Rightarrow EC = 10a$	0,5 điểm

	+) $AD//EC$ nên $\frac{AD}{EC} = \frac{AM}{MC} = \frac{6a}{10a} = \frac{3}{5} \Rightarrow AM = \frac{3}{5}MC = \frac{3}{8}AC = \frac{3}{8}.a\sqrt{32} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$	
	+) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $CN//HD$ với N thuộc đường AB. Do đó góc giữa SC và HD là góc giữa CN và SC. Ta có: $AH = \frac{3}{5}HN \Rightarrow HN = \frac{10}{3}a \Rightarrow BN = \frac{4}{3}a$.	0,5 điểm
	Ta có: $SN = \sqrt{SH^2 + HN^2} = \frac{\sqrt{208}}{3}a$; $CN = \sqrt{BN^2 + BC^2} = \frac{4\sqrt{10}}{3}a$. +) Áp dụng định lý Côsin trong tam giác SCN, ta có $\cos SCN = \frac{SC^2 + CN^2 - SN^2}{2SC.CN} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$	0,25 điểm
	+) $\cos(SC, HD) = \cos(CN, SC) = \cos SCN$ Vậy $\cos(SC, HD) = \cos SCN = \frac{\sqrt{5}}{4}$.	0,25 điểm
6	Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm cặp số $(x; y)$ là nghiệm của phương trình $\sqrt{2-2y}+1=4x^2+\sqrt{3-6y}$.	1,5 điểm
	Ta có Ta có $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) - \log_3(x+y) = x+2y$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) = \log_3(3x+3y) + x+2y-1$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + 2x+y+1 = \log_3(3x+3y) + 3x+3y \quad (*)$ Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$. Khi đó $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$, suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó $(*) \Leftrightarrow 2x+y+1 = 3x+3y \Leftrightarrow x+2y=1 \Leftrightarrow 2y=1-x$.	0,5 điểm
	Thay $2y=1-x$ vào phương trình ta được $\sqrt{1+x}+1=4x^2+\sqrt{3x} \quad (1)$ Ta có $(*) \Leftrightarrow (4x^2-1) + (\sqrt{3x}-\sqrt{x+1}) = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) + \frac{2x-1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1) \left(2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} \right) = 0 \quad (2)$	0,5 điểm
	Vì $x > 0$ nên $2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} > 0$ Do đó $(2) \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. Với $x=\frac{1}{2} \Rightarrow 2y=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow y=\frac{1}{4}$. Vậy cặp số $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ là nghiệm của phương trình.	0,5 điểm

7	Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x + y + z = 0$. Chứng minh rằng $\frac{x(x+2)}{2x^2+1} + \frac{y(y+2)}{2y^2+1} + \frac{z(z+2)}{2z^2+1} \geq 0.$	Điểm 1,5
	Viết lại bất đẳng thức thành: $\left(\frac{2x^2+4x}{2x^2+1}+1\right) + \left(\frac{2y^2+4y}{2y^2+1}+1\right) + \left(\frac{2z^2+4z}{2z^2+1}+1\right) \geq 3$ hay $\frac{(2x+1)^2}{2x^2+1} + \frac{(2y+1)^2}{2y^2+1} + \frac{(2z+1)^2}{2z^2+1} \geq 3.$ Từ giả thiết ta có $x^2 = (y+z)^2 \leq 2(y^2+z^2)$. Suy ra $3x^2 \leq 2(x^2+y^2+z^2)$.	1,0
	Do đó $\sum_{\text{cyc}} \frac{(2x+1)^2}{2x^2+1} \geq \sum_{\text{cyc}} \frac{(2x+1)^2}{\frac{4}{3}(x^2+y^2+z^2)+1} = \frac{(2x+1)^2 + (2y+1)^2 + (2z+1)^2}{\frac{4}{3}(x^2+y^2+z^2)+1} = 3.$	0,5