

ĐỀ CHÍNH THỨC**Môn kiểm tra: TOÁN**

Ngày kiểm tra: 05/10/2021

(Thời gian: 180 phút – không kể thời gian giao đề)

(Đề kiểm tra có 01 trang)

Bài 1. (5,00 điểm) Xét tất cả các đa thức $P(x)$ với hệ số thực.a) Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ thỏa mãn $P(1) = 4042$ và

$$x^2 P(x+1) = (x+1)(x+2)P(x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

b) Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ thỏa mãn

$$2\left(P(x) - P\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 + 3P(x^2)P\left(\frac{1}{x^2}\right) = 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Bài 2. (5,00 điểm) Cho n là một số nguyên dương ($n \geq 3$), và xét n số nguyên dương đầu tiên $1, 2, \dots, n$.a) Chứng minh rằng tồn tại số nguyên tố p sao cho $n < p < n!$.b) Tìm tất cả các giá trị của n sao cho tồn tại một hoán vị $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ của các số $(1, 2, \dots, n)$ thỏa mãn $\{a_1; a_1 a_2; \dots; a_1 a_2 \dots a_n\}$ lập thành một hệ thặng dư đầy đủ modulo n .**Bài 3. (5,00 điểm)** Cho tập E có 9 phần tử. Gọi $A_1, A_2, \dots, A_{11}$ là 11 tập con khác rỗng của E và đặt $F = \{A_1; A_2; \dots; A_{11}\}$. Với mỗi phần tử $x \in E$, đặt $d(x)$ là số các phần tử trong F chứa x .a) Chứng minh rằng $\sum_{x \in E} d(x) = \sum_{i=1}^{11} |A_i|$.b) Giả sử rằng với mọi $i, j \in \{1; 2; \dots; 11\}$, $i \neq j$ ta luôn có $|A_i \cap A_j| \leq 1$. Tìm số nguyên dương k lớn nhất thỏa mãn tính chất: mọi phần tử trong E đều thuộc ít nhất k tập trong F .**Chú ý:** Kí hiệu $|X|$ để chỉ số phần tử của tập hữu hạn X .**Bài 4. (5,00 điểm)** Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) không cân có các đường cao AD, BE, CF và trực tâm H . Gọi X là tâm đường tròn Euler của tam giác ABC . Gọi M là giao điểm của AX và BC , P là giao điểm của BE và DF , Q là giao điểm của CF và DE . Gọi L là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DPQ .a) Chứng minh rằng $PQ \perp AX$ và DL đi qua trung điểm K của AM .b) Tiếp tuyến tại D của đường tròn (DPQ) cắt EF tại R .Chứng minh rằng $RH = RD$ và $RH \parallel PQ$.**HẾT**

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: SBD:/Phòng:

Giám thị 1:

Giám thị 2: