

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

A. A_5^4 .

B. P_5 .

C. C_5^4 .

D. P_4 .

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$.

B. $u_{10} = 25$.

C. $u_{10} = 28$.

D. $u_{10} = -29$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 1$ là

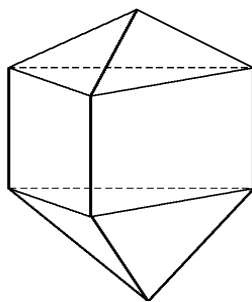
A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 4: Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên:



A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 9.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = (x-5)^{\sqrt{3}}$ là

A. $(-\infty; 5)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$.

C. $[5; +\infty)$.

D. $(5; +\infty)$.

Câu 6: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

B. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.

C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 7: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = \frac{1}{6}Bh$.

C. $V = Bh$.

D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Câu 8: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng:

A. 8π .

B. 15π .

C. 9π .

D. 25π .

Câu 9: Cho mặt cầu có diện tích bằng 72π (cm²). Bán kính R của khối cầu bằng:

- A. $R = 6$ (cm). B. $R = \sqrt{6}$ (cm). C. $R = 3$ (cm). D. $R = 3\sqrt{2}$ (cm).

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 11: Với các số thực $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$ bất kì. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_{a^c} b = c \log_a b$.
C. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$. D. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

Câu 12: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

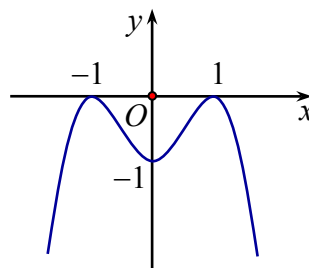
- A. $S_{xq} = \pi rh$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 14: Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$. D. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

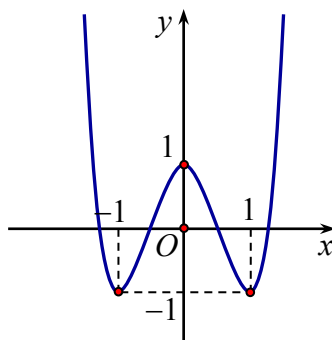
Câu 15: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x=2$ và $y=1$. B. $x=1$ và $y=-3$. C. $x=-1$ và $y=2$. D. $x=1$ và $y=2$.

Câu 16: Giải bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$

- A. $x > 10$. B. $x < 10$. C. $0 < x < 10$. D. $x \geq 10$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 18: Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 4f(x) dx$ bằng:

- A. 7. B. 12. C. 8. D. 4.

Câu 19: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $\bar{z} = -1 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 + i$. D. $\bar{z} = 1 - 2i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

- A. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. B. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Câu 21: Gọi A , B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 5 - i$. Tính độ dài AB .

- A. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$. B. 5. C. 25. D. $\sqrt{37}$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $I(-1;3;0)$; $R=3$. B. $I(1;-3;0)$; $R=9$. C. $I(1;-3;0)$; $R=3$. D. $I(-1;3;0)$; $R=9$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(-3; 4; 5)$. D. $(3; -4; -5)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ trên $[0; 3]$ là

- A. 2. B. -61. C. 3. D. 61.

Câu 29: Cho $a > 0$, $b > 0$ và a khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$; $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- A. 16. B. 12. C. 10. D. 18.

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 + x + 2$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của (C) và đường thẳng $y = 2$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $16^x + 2.4^x - 3 > 0$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 32: Cho tam giác AOB vuông tại O , có $\widehat{OAB} = 30^\circ$ và $AB = a$. Quay tam giác AOB quanh trục AO ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 33: Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2(x^2 - 1) dx$. B. $I = \int_1^3 u^2(u^2 - 1) du$.
C. $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2(u^2 - 1) du$.

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = e^x$, trục tung và đường thẳng $x = 1$ được tính theo công thức:

A. $S = \int_0^1 |e^x - 1| dx$. B. $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$. C. $S = \int_0^1 (x - e^x) dx$. D. $S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx$.

Câu 35: Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1+i)z = 3-i$.

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 36: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$ là?

- A. $-3+2i$. B. $3-2i$. C. $2+i$. D. $2-i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $2x + y - z - 2 = 0$. B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$. C. $x - 3y - 2z + 3 = 0$. D. $x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .

- A. $OA' = -1$. B. $OA' = \sqrt{10}$. C. $OA' = \sqrt{11}$. D. $OA' = 1$.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số, sao cho trong mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó luôn là một số lẻ?

- A. 2^{27} . B. 2^{29} . C. 2^{28} . D. $3 \cdot 2^{27}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AC , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM .

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$. C. $\frac{5a}{2}$. D. $5a\sqrt{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 5$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m > 3$. B. $m < 3$. C. $m \geq 3$. D. $m < -3$.

Câu 42: Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng với 88Mhz và 108Mhz . Hai vạch này cách nhau 10cm . Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái $d(\text{cm})$ thì có tần số bằng $k \cdot a^d (\text{Mhz})$ với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV_1 với tần số $102,7\text{Mhz}$

- A. Cách vạch ngoài cùng bên phải $1,98\text{cm}$. B. Cách vạch ngoài cùng bên phải $2,46\text{cm}$.
C. Cách vạch ngoài cùng bên trái $7,35\text{cm}$. D. Cách vạch ngoài cùng bên trái $8,23\text{cm}$

Câu 43: Cho đồ thị hai hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ và $g(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ với $a \neq \frac{1}{2}$. Tìm các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 4.

A. $a = 1$.

B. $a = 4$.

C. $a = 3$.

D. $a = 6$.

Câu 44: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $S = 56$.

B. $S = 28$.

C. $S = 7\sqrt{34}$.

D. $S = 14\sqrt{34}$.

Câu 45: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{20}$.

D. $\frac{\pi}{16}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$		3		$+\infty$
			$-\infty$				

Số nghiệm của phương trình $3|f(2x-1)| - 10 = 0$ là.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 47: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$ là

A. 18.

B. 12.

C. 16.

D. 21.

Câu 48: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^2 + ax + b|$ trên đoạn $[-1;3]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất, tính $a + 2b$.

A. 7.

B. -5.

C. -4.

D. -6.

Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O và O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'C'$ và CD . Tính thể tích khối tứ diện $OO'MN$.

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{24}$.

Câu 50: Cho hệ phương trình $\begin{cases} \log_3(x+y) = m \\ \log_2(x^2+y^2) = 2m \end{cases}$, trong đó m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị của m để hệ phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nguyên?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. vô số.

..... HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 121

1.A	2.B	3.D	4.D	5.D	6.A	7.A	8.D	9.D	10.A
11.B	12.C	13.D	14.A	15.D	16.A	17.D	18.B	19.D	20.C
21.B	22.D	23.C	24.A	25.B	26.C	27.B	28.C	29.D	30.A
31.D	32.A	33.B	34.B	35.B	36.A	37.A	38.D	39.C	40.B
41.C	42.C	43.D	44.A	45.C	46.C	47.A	48.C	49.D	50.C

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 122

1.A	2.B	3.A	4.A	5.D	6.D	7.C	8.A	9.D	10.A
11.C	12.D	13.B	14.A	15.B	16.D	17.D	18.C	19.B	20.C
21.C	22.C	23.A	24.B	25.A	26.C	27.B	28.D	29.C	30.A
31.A	32.B	33.B	34.A	35.D	36.D	37.A	38.A	39.D	40.C
41.C	42.B	43.A	44.A	45.C	46.C	47.A	48.C	49.C	50.A

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 123

1.B	2.B	3.C	4.B	5.A	6.D	7.D	8.A	9.D	10.D
11.A	12.B	13.C	14.D	15.C	16.A	17.D	18.B	19.D	20.D
21.C	22.D	23.B	24.C	25.B	26.B	27.A	28.A	29.C	30.C
31.D	32.A	33.B	34.B	35.D	36.B	37.A	38.A	39.D	40.B
41.C	42.C	43.C	44.B	45.A	46.A	47.D	48.B	49.C	50.C

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 124

1.B	2.C	3.B	4.A	5.D	6.C	7.C	8.D	9.D	10.D
11.A	12.A	13.C	14.D	15.A	16.B	17.C	18.B	19.C	20.A
21.A	22.B	23.A	24.B	25.B	26.A	27.A	28.B	29.D	30.B
31.C	32.C	33.C	34.A	35.C	36.D	37.C	38.A	39.C	40.D
41.C	42.D	43.C	44.A	45.A	46.A	47.B	48.C	49.C	50.A

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

- A. A_5^4 . B. P_5 . C. C_5^4 . D. P_4 .

Lời giải

Chọn A

Số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử. Vậy có A_5^4 số cần tìm.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. B. $u_{10} = 25$. C. $u_{10} = 28$. D. $u_{10} = -29$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 1$ là

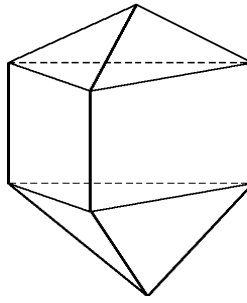
- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 4: Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên:



- A. 11. B. 10. C. 12. D. 9.

Lời giải

Chọn D

Quan sát hình đa diện đã cho ta đếm được tất cả có 9 mặt.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = (x-5)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $(-\infty; 5)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. C. $[5; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\sqrt{3}$ không nguyên nên hàm số $y = (x-5)^{\sqrt{3}}$ xác định $\Leftrightarrow x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Tập xác định của hàm số là $D = (5; +\infty)$.

Câu 6: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. B. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Nguyên hàm không có tính chất nguyên hàm của tích bằng tích các nguyên hàm.

Hoặc B, C, D đúng do đó là các tính chất cơ bản của nguyên hàm nên A sai.

Câu 7: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = \frac{1}{6} Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{2} Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 8: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng:

- A. 8π . B. 15π . C. 9π . D. 25π .

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Cho mặt cầu có diện tích bằng 72π (cm^2). Bán kính R của khối cầu bằng:

- A. $R = 6$ (cm). B. $R = \sqrt{6}$ (cm). C. $R = 3$ (cm). D. $R = 3\sqrt{2}$ (cm).

Lời giải

Chọn D

* Ta có diện tích của mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 72\pi \Leftrightarrow R^2 = 18 \Rightarrow R = 3\sqrt{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		3				
	$-\infty$			-1					$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 11: Với các số thực $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$ bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_{a^c} b = c \log_a b$.

- C. $\log_a b . \log_b c = \log_a c$. D. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

Lời giải

Chọn B

Vì theo lý thuyết: $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$.

Câu 12: Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = \pi rh$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

$$S_{xq} = \pi rl.$$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

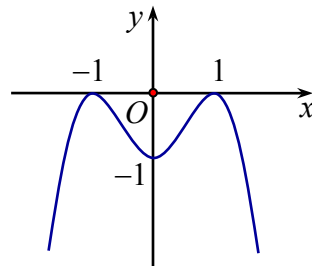
Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, giá trị cực đại $y_{CD} = 3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 4$, giá trị cực đại $y_{CT} = -2$.

Câu 14: Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$. D. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(0; -1) \Rightarrow$ Loại C và D

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(1;0) \Rightarrow$ Loại B

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x=2$ và $y=1$. B. $x=1$ và $y=-3$. C. $x=-1$ và $y=2$. D. $x=1$ và $y=2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2.$$

Do đó đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty.$$

Do đó đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

Câu 16: Giải bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$

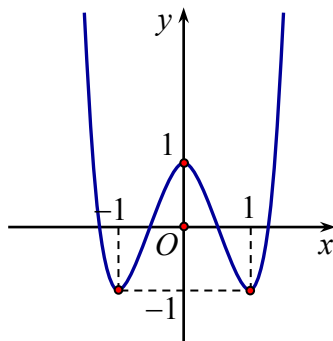
- A. $x > 10$. B. $x < 10$. C. $0 < x < 10$. D. $x \geq 10$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > 1$, ta có $\log_3(x-1) > 2 \Leftrightarrow x-1 > 3^2 \Leftrightarrow x > 10$.

Câu 17: Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị trong hình dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Câu 18: Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 4f(x) dx$ bằng:

- A. 7. B. 12. C. 8. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Câu 19: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $\bar{z} = -1 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 + i$. D. $\bar{z} = 1 - 2i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 1 - 2i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

- A. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. B. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{3-i}{1+2i} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

Câu 21: Gọi A , B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$. B. 5. C. 25. D. $\sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(1; 2)$, $B(5; -1) \Rightarrow AB = 5$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình của mặt phẳng (MNP) là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1; 3; 0); R = 3$. B. $I(1; -3; 0); R = 9$. C. $I(1; -3; 0); R = 3$. D. $I(-1; 3; 0); R = 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1; -3; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1; 2; -3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(-3; 4; 5)$. D. $(3; -4; -5)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ có phương trình:

$$\frac{x-x_0}{u_1} = \frac{y-y_0}{u_2} = \frac{z-z_0}{u_3}.$$

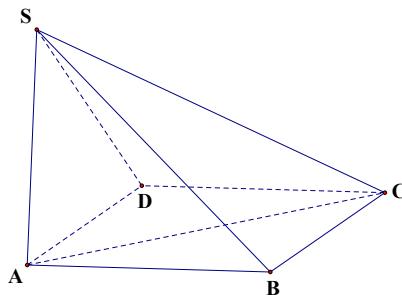
Suy ra đường thẳng đi qua điểm $(1; -2; 3)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC . Do đó góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$.

Tam giác SAC có $SC = SA = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân $\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ trên $[0; 3]$ là

- A. 2. B. -61. C. 3. D. 61.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (0; 3) \\ x = 1 \in (0; 3) \\ x = -1 \notin (0; 3) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow y(0) = 2; y(1) = 3; y(3) = -61.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

Câu 29: Cho $a > 0$, $b > 0$ và a khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$; $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- A. 16. B. 12. C. 10. D. 18.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_2 a = \frac{16}{b} \Rightarrow a = 2^{\frac{16}{b}}; \log_a b = \frac{b}{4} \Rightarrow b = a^{\frac{b}{4}} = 2^{\frac{16}{b} \left(\frac{b}{4} \right)} = 16 \Rightarrow a = 2^{\frac{16}{16}} = 2 \Rightarrow a + b = 18$$

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 + x + 2$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của (C) và đường thẳng $y = 2$ là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = 2 \Leftrightarrow x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy (C) và đường thẳng $y = 2$ có 1 điểm chung.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $16^x + 2.4^x - 3 > 0$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 32: Cho tam giác AOB vuông tại O , có $\widehat{OAB} = 30^\circ$ và $AB = a$. Quay tam giác AOB quanh trục AO ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

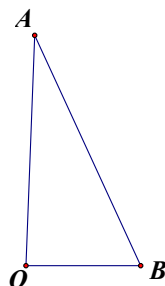
B. $S_{xq} = \pi a^2$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$.

D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



$S_{xq} = \pi Rl$ trong đó $R = OB$, $l = AB$. Trong tam giác vuông OAB ta có $OB = AB \cdot \sin 30^\circ$ hay

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}. \text{ Vậy } S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}.$$

Câu 33: Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} \, dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2 (x^2 - 1) \, dx$.

B. $I = \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) \, du$.

C. $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$.

D. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) \, du$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x}dx$$

Đặt $u = \sqrt{2x+1} \Rightarrow x = \frac{1}{2}(u^2 - 1) \Rightarrow dx = u du$, đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 1$, $x = 4 \Rightarrow u = 3$.

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{2} \int_1^3 (u^2 - 1)u^2 du.$$

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = e^x$, trục tung và đường thẳng $x = 1$ được tính theo công thức:

$$\text{A. } S = \int_0^1 |e^x - 1| dx. \quad \text{B. } S = \int_0^1 (e^x - x) dx. \quad \text{C. } S = \int_0^1 (x - e^x) dx. \quad \text{D. } S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx.$$

Lời giải

Chọn B

Vì trong khoảng $(0;1)$ phương trình $e^x = x$ không có nghiệm và $e^x > x$, $\forall x \in (0;1)$ nên

$$S = \int_0^1 |e^x - x| dx = \int_0^1 (e^x - x) dx.$$

Câu 35: Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1+i)z = 3-i$.

$$\text{A. } 2. \quad \text{B. } -2. \quad \text{C. } 1. \quad \text{D. } -1.$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } (1+i)z = 3-i \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1+i} \Leftrightarrow z = \frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \Leftrightarrow z = 1-2i.$$

Vậy phần ảo của số phức z bằng -2 .

Câu 36: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$ là?

$$\text{A. } -3+2i. \quad \text{B. } 3-2i. \quad \text{C. } 2+i. \quad \text{D. } 2-i.$$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$ (Vì z_1 có phần ảo dương)

Suy ra: $z_1 + 2z_2 = -1 + 2i + 2(-1 - 2i) = -3 - 2i$.

Vậy: Số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$ là $-3 + 2i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông

góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x + y - z - 2 = 0$. **B.** $x + 3y - 2z - 3 = 0$. **C.** $x - 3y - 2z + 3 = 0$. **D.** $x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d .

Ta có d có vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Do $d \perp (P)$ nên một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Khi đó $(P): 2x + y - z - 2 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .

A. $OA' = -1$. **B.** $OA' = \sqrt{10}$. **C.** $OA' = \sqrt{11}$. **D.** $OA' = 1$.

Lời giải

Chọn D

Vì A' là hình chiếu của A lên trục Oy nên $A'(0; -1; 0) \Rightarrow OA' = 1$.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số, sao cho trong mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó luôn là một số lẻ?

A. 2^{27} . **B.** 2^{29} . **C.** 2^{28} . **D.** $3 \cdot 2^{27}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử số cần lập có dạng $\overline{a_1 a_2 \dots a_{30}}$, với $a_i \in \{0; 1\}$, $i = 1, 2, \dots, 30$ và $a_1 = 1$.

Do $a_1 = 1$ nên số chữ số 1 trong 29 số còn lại phải là một số chẵn.

Gọi k là số chữ số 1 trong 29 số còn lại thì bài toán trở thành đếm số cách sắp xếp k chữ số 1 này vào 29 vị trí nên có C_{29}^k cách.

Vậy có $S = C_{29}^0 + C_{29}^2 + \dots + C_{29}^{28}$ số thỏa mãn.

$$\text{Đặt } T = C_{29}^1 + C_{29}^3 + \dots + C_{29}^{29} \text{ thì } \begin{cases} S + T = C_{29}^0 + C_{29}^1 + \dots + C_{29}^{29} = 2^{29} \\ S - T = C_{29}^0 - C_{29}^1 + \dots - C_{29}^{29} = (1-1)^{29} = 0 \end{cases} \text{ nên } S = T = 2^{28}.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AC , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM .

A. $a\sqrt{3}$.

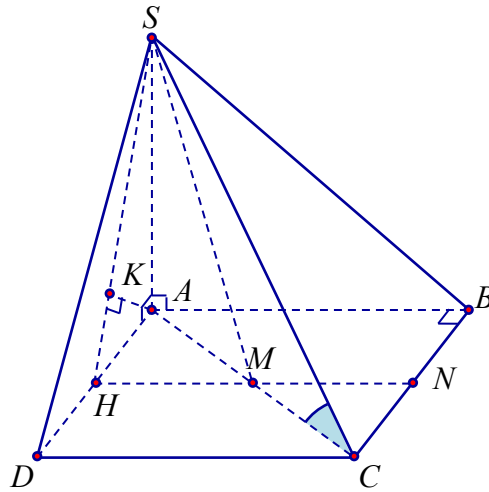
B. $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$.

C. $\frac{5a}{2}$.

D. $5a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



$$AC = 5a, SA = 5a\sqrt{3}.$$

$$\text{Gọi } N \text{ là trung điểm } BC \Rightarrow AB \parallel (SMN) \Rightarrow d(AB, SM) = d(A, (SMN)).$$

Dựng $AH \perp MN$ tại H trong (ABC) .

Dựng $AK \perp SH$ tại K trong (SAH) .

$$\Rightarrow AK \perp (SMN) \text{ tại } K \text{ nên } d(A, (SMN)) = AK \Rightarrow d[AB, SM] = AK.$$

$$AH = NB = 2a.$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{75a^2} = \frac{79}{300a^2} \Rightarrow AK = \frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}.$$

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 5$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m > 3$. B. $m < 3$. C. $m \geq 3$. D. $m < -3$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = x^2 + 4x + m + 1$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 4x + m + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Câu 42: Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng với 88 Mhz và 108 Mhz . Hai vạch này cách nhau 10 cm . Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái $d(\text{cm})$ thì có tần số bằng $k.a^d(\text{Mhz})$ với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV_1 với tần số $102,7\text{ Mhz}$

- A. Cách vạch ngoài cùng bên phải $1,98\text{ cm}$. B. Cách vạch ngoài cùng bên phải $2,46\text{ cm}$.
C. Cách vạch ngoài cùng bên trái $7,35\text{ cm}$. D. Cách vạch ngoài cùng bên trái $8,23\text{ cm}$

Lời giải

Chọn C

$$d = 0 \Rightarrow k.a^0 = 88 \Rightarrow k = 88$$

$$d = 10 \Rightarrow k.a^{10} = 108 \Rightarrow 88.a^{10} = 108 \Rightarrow a^{10} = \frac{108}{88} \Rightarrow a = \sqrt[10]{\frac{108}{88}}$$

Gọi d_1 là vị trí để vạch có tần số $102,7\text{ Mhz}$ khi đó ta có

$$88.\left(\sqrt[10]{\frac{108}{88}}\right)^{d_1} = 102,7 \Leftrightarrow \left(\sqrt[10]{\frac{108}{88}}\right)^{d_1} = \frac{102,7}{88} \Leftrightarrow d_1 = \log_{\sqrt[10]{\frac{108}{88}}} \frac{102,7}{88} = 7,54$$

Vậy vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV_1 với tần số $102,7\text{ Mhz}$ là $7,35\text{ cm}$

Câu 43: Cho đồ thị hai hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ và $g(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ với $a \neq \frac{1}{2}$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 4 .

- A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = 3$. D. $a = 6$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận là $x = -1$ và $y = 2$.

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ có hai đường tiệm cận là $x = -2$ và $y = a$.

Hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường tiệm cận của hai đồ thị trên có hai kích thước là 1 và $|a-2|$.

Theo giả thiết, ta có $|a-2|.1 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ a=-2 \end{cases}$. Vì $a > 0$ nên chọn $a = 6$.

Câu 44: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $S = 56$.

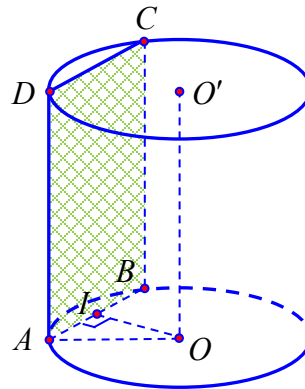
B. $S = 28$.

C. $S = 7\sqrt{34}$.

D. $S = 14\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $ABCD$ là thiết diện qua trục của hình trụ và I là trung điểm cạnh AB .

Ta có:

Tam giác OAI vuông tại I có: $OI = 3$; $OA = 5 \Rightarrow IA = 4 \Rightarrow AB = 2.IA = 8$.

Khi đó $S_{ABCD} = AB.AD$, với $AD = OO' = 7 \Rightarrow S_{ABCD} = 56$.

Câu 45: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{20}$.

D. $\frac{\pi}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^1 [2f(x) + 3f(1-x)] dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \Leftrightarrow A + B = C.$

Tính: $C = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

Đặt $x = \sin t$ suy ra $dx = \cos t dt$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

Vậy: $C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}.$

Tính: $B = \int_0^1 3f(1-x) dx$

Đặt: Đặt $t = 1-x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 0$.

Vậy: $B = \int_1^0 3f(t) dt = \int_0^1 3f(x) dx.$

Do đó: $\int_0^1 [2f(x) + 3f(x)] dx = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 5 \int_0^1 f(x) dx = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{\pi}{20}.$

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'				
y	$+\infty$	$-\infty$	3	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3|f(2x-1)| - 10 = 0$ là.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2x-1$, ta có phương trình trở thành $|f(t)| = \frac{10}{3}$. Với mỗi nghiệm t thì có một nghiệm

$x = \frac{t+1}{2}$ nên số nghiệm t của phương trình $|f(t)| = \frac{10}{3}$ bằng số nghiệm của $3|f(2x-1)| - 10 = 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ là

x	$-\infty$	x_0	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$+$	$-$	$+$
y	$+\infty$	0	$+\infty$	3	$+\infty$

Suy ra phương trình $|f(t)| = \frac{10}{3}$ có 4 nghiệm phân biệt nên phương trình $3|f(2x-1)| - 10 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 47: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$ là

A. 18.

B. 12.

C. 16.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $4 = 2^x + 2^y \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^y} \Leftrightarrow \sqrt{2^{x+y}} \leq 2 \Leftrightarrow x + y \leq 2$.

$$\begin{aligned} \text{Lại có: } xy &\leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \leq 1. \text{ Khi đó: } P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy = 2(x^3 + y^3) + 4x^2y^2 + 10xy \\ &= 2(x+y)\left[(x+y)^2 - 3xy\right] + 4(xy)^2 + 10xy \\ &\leq 4(4 - 3xy) + 4(xy)^2 + 10xy = 16 + 2(xy)^2 + 2xy(xy - 1) \leq 18. \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 18 khi $x = y = 1$.

Câu 48: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^2 + ax + b|$ trên đoạn $[-1; 3]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất, tính $a + 2b$.

A. 7.

B. -5.

C. -4.

D. -6.

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} M \geq f(-1) \\ M \geq f(3) \\ M \geq f(1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \geq |1 - a + b| \\ M \geq |9 + 3a + b| \\ M \geq |1 + a + b| \end{cases} \Rightarrow 4M \geq |1 - a + b| + |9 + 3a + b| + 2|-1 - a - b|$$

$$\geq |1 - a + b + 9 + 3a + b + 2(-1 - a - b)| \Rightarrow 4M \geq 8 \Rightarrow M \geq 2$$

Nếu $M = 2$ thì điều kiện cần là $|1 - a + b| = |9 + 3a + b| = |-1 - a - b| = 2$ và

$$1 - a + b, 9 + 3a + b, -1 - a - b \text{ cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a + b = 9 + 3a + b = -1 - a - b = 2 \\ 1 - a + b = 9 + 3a + b = -1 - a - b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Ngược lại, với $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$, xét $f(x) = |x^2 - 2x - 1|$ trên $[-1; 3]$.

Đặt $g(x) = x^2 - 2x - 1 \Rightarrow g'(x) = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Khi đó $M = \max \{|g(-1)|; |g(1)|; |g(3)|\} = 2$

Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O và O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'C'$ và CD . Tính thể tích khối tứ diện $OO'MN$.

A. $\frac{a^3}{8}$.

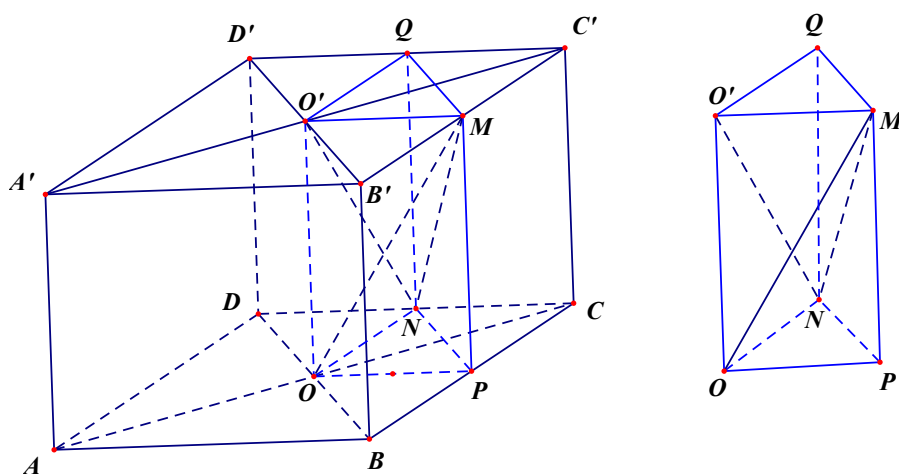
B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi P , Q lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle OPN} = \frac{1}{4} S_{\triangle BCD} = \frac{1}{8} S_{ABCD} = \frac{a^2}{8} \Rightarrow V_{OPN.O'MQ} = \frac{a^3}{8}.$$

$$\text{Mà } V_{OO'MN} = V_{OPN.O'MQ} - V_{M.OPN} - V_{N.O'MQ} = \frac{a^3}{8} - \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{8} - \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{8} = \frac{a^3}{24}.$$

Câu 50: Cho hệ phương trình $\begin{cases} \log_3(x+y) = m \\ \log_2(x^2 + y^2) = 2m \end{cases}$, trong đó m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị của m để hệ phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nguyên?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. vô số.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} \log_3(x+y) = m \\ \log_2(x^2+y^2) = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3^m \\ x^2+y^2 = 4^m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3^m \\ (x+y)^2 - 2xy = 4^m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3^m \\ xy = \frac{9^m - 4^m}{2} (*) \end{cases}$$

Đặt $S = x + y, P = xy$, hệ có nghiệm khi $S^2 \geq 4P \Leftrightarrow 9^m \geq 4 \cdot \frac{9^m - 4^m}{2} \Leftrightarrow m \leq \log_9 2$. Mặt khác từ

$x^2 + y^2 = 4^m$ suy ra $x^2 \leq 4^m \Leftrightarrow -2^m \leq x \leq 2^m \leq 2^{\frac{\log_9 2}{4}}$, $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1, 0, 1\}$. Tương tự $y \in \{-1, 0, 1\}$.

Vì $x + y = 3^m > 0$ nên $x, y \neq -1 \Rightarrow x, y \in \{0, 1\}$. Các nghiệm nguyên có thể của hệ là $(0, 0); (0, 1); (1, 0); (1, 1)$. Thử lại vào hệ (*) ta được:

$$\text{Với } (x, y) = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} 0 = 3^m \\ 0 = 4^m \end{cases} \text{ vô lý}$$

$$\text{Với } (x, y) = (0, 1) \Rightarrow \begin{cases} 1 = 3^m \\ 1 = 4^m \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

$$\text{Với } (x, y) = (1, 0) \Rightarrow \begin{cases} 1 = 3^m \\ 1 = 4^m \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

$$\text{Với } (x, y) = (1, 1) \Rightarrow \begin{cases} 2 = 3^m \\ 2 = 4^m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \log_3 2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset$$

Vậy $m = 0$ thì hệ có đúng 2 nghiệm nguyên là $(0, 1); (1, 0)$.

----- HẾT -----