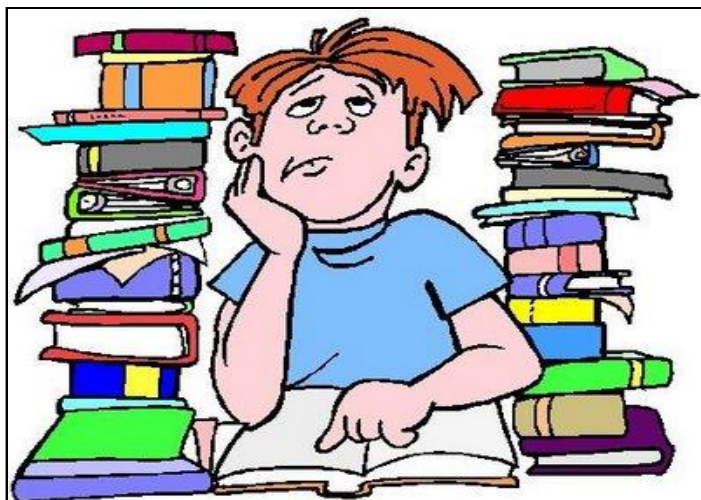


TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
TỔ TOÁN

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN 11



NĂM HỌC 2020 - 2021

PHẦN A : ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH

I. GIỚI HẠN DÃY SỐ

Câu 1: Biết $\lim u_n = 3$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\lim \frac{3u_n - 1}{u_n + 1} = 3$. C. $\lim \frac{3u_n - 1}{u_n + 1} = 2$. B. $\lim \frac{3u_n - 1}{u_n + 1} = -1$. D. $\lim \frac{3u_n - 1}{u_n + 1} = 1$.

Câu 2: Biết $\lim u_n = +\infty$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\lim \frac{u_n + 1}{3u_n^2 + 5} = \frac{1}{3}$. C. $\lim \frac{u_n + 1}{3u_n^2 + 5} = 0$. B. $\lim \frac{u_n + 1}{3u_n^2 + 5} = \frac{1}{5}$. D. $\lim \frac{u_n + 1}{3u_n^2 + 5} = +\infty$.

Câu 3: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào có giới hạn?

A. $(\sin n)$. B. $(\cos n)$. C. $((-1)^n)$. D. $(\frac{1}{2})$.

Câu 4: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào có giới hạn khác 0?

A. $((0,98)^n)$. C. $((-0,99)^n)$. B. $((0,99)^n)$. D. $((1,02)^n)$.

Câu 5: Biết dãy số (u_n) thỏa mãn $|u_n - 1| < \frac{1}{n^3}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 0$.
C. $\lim u_n = -1$. D. Không đủ cơ sở để kết luận về giới hạn của dãy số (u_n) .

Câu 6: Giới hạn nào dưới đây bằng $+\infty$?

A. $\lim(3n^2 - n^3)$. C. $\lim(3n^2 - n)$. B. $\lim(n^2 - 4n^3)$. D. $\lim(3n^3 - n^4)$.

Câu 7: $\lim \frac{(2n-1)^2(n-1)}{(n^2+1)(2n+1)}$ bằng bao nhiêu?

A. 1. B. 2. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 8: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim \frac{n^2 + 3n^3 + 2}{n^2 + n}$. C. $\lim \frac{2n^2 - 3n}{n^3 + 3n}$. B. $\lim \frac{n^3 + 2n - 1}{n - 2n^3}$. D. $\lim \frac{n^2 - n + 1}{1 - 2n}$.

Câu 9: Trong các giới hạn hữu hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với các giới hạn còn lại

A. $\lim(1 + \frac{n^2 \sin 3n}{n^3 + 1})$. C. $\lim \frac{n^2 + \sin^2 3n}{n^2 + 5}$. B. $\lim \frac{2^n - \cos 5n}{5^n}$. D. $\lim \frac{3^n + \cos n}{3^{n+1}}$.

Câu 10: Để tính $\lim(\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + n})$, bạn Nam đã tiến hành các bước như sau:

Bước 1: $\lim(\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - 1}) = \lim(n\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - n\sqrt{1 - \frac{1}{n}})$.

Bước 2: $\lim(n\sqrt{1+\frac{1}{n}} - n\sqrt{1-\frac{1}{n}}) = \lim n(\sqrt{1+\frac{1}{n}} - \sqrt{1-\frac{1}{n}})$.

Bước 3: Ta có $\lim n = +\infty$; $\lim(\sqrt{1+\frac{1}{n}} - \sqrt{1-\frac{1}{n}}) = 0$.

Bước 4: Vậy $\lim(\sqrt{n^2-1} - \sqrt{n^2+n}) = 0$.

Hỏi bạn Nam đã làm **sai** từ bước nào?

- A. Bước 1. B. Bước 2. C. Bước 3. D. Bước 4.

Câu 11: $\lim(\sqrt{3n-1} - \sqrt{2n-1})$ bằng?

- A. 1. B. 0. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 12: $\lim \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n+1}}{3n+2}$ bằng?

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 13: $\lim(1-2n)\sqrt{\frac{n+3}{n^3+n+1}}$ bằng?

- A. 0. B. -2. C. $-\infty$. D. $+\infty$.
A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 14: Cho số thực a và dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{2}$ với mọi $n \geq 1$. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) .

- A. a . B. $\frac{a}{2}$. C. 1. D. 2.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3, 2u_{n+1} = u_n + 1$ với mọi $n \geq 1$. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) . Tìm $\lim S_n$.

- A. $\lim S_n = +\infty$. B. $\lim S_n = 1$. C. $\lim S_n = -\infty$. D. $\lim S_n = -1$.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_2 = 2, u_{n+2} = \frac{u_{n+1} + u_n}{2}$ với mọi $n \geq 1$. Tìm $\lim u_n$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{4}, u_{n+1} = u_n^2 + \frac{u_n}{2}$ với mọi $n \geq 1$. Tìm $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = \frac{1}{4}$. B. $\lim u_n = 0$. C. $\lim u_n = \frac{1}{2}$. D. $\lim u_n = +\infty$.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + 2n + 1$ với mọi $n \geq 1$. Khi đó $\lim \frac{u_{n+1}}{u_n}$ bằng.

A. $+\infty$.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{4n^2 + n + 2}{an^2 + 5}$, trong đó a là tham số. Để (u_n) có giới hạn bằng 2 thì giá trị của tham số a là?

A. -4.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực a để dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{2n^2 + n} - a\sqrt{2n^2 - n}$ có giới hạn hữu hạn.

A. $a \in \mathbb{R}$.

C. $a \in (1; +\infty)$.

B. $a \in (-\infty; 1)$.

D. $a = 1$.

Câu 21: Tìm hệ thức liên hệ giữa các số thực dương a và b để: $\lim(\sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + bn + 3}) = 2$.

A. $a + b = 2$.

B. $a - b = 2$.

C. $a + b = 4$.

D. $a - b = 4$.

Câu 22: Tìm số thực a để $\lim \frac{\sqrt{an^2 + 1} - \sqrt{4n - 2}}{5n + 2} = 2$.

A. $a = 10$.

B. $a = 100$.

C. $a = 14$.

D. $a = 144$.

Câu 23: Tìm số thực a để $\lim(2n + a - \sqrt[3]{8n^3 + 5}) = 6$.

A. $a = 2$.

B. $a = 4$.

C. $a = 6$.

D. $a = 8$.

Câu 24: Tìm các số thực a và b sao cho $\lim(\sqrt[3]{1 - n^3} - an - b) = 0$.

A. $\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$.

Câu 25: $\lim \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 26: $\lim \frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n}{1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n}$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 27: Tìm $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$ ta được:

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. 2.

Câu 28: $\lim \frac{n!}{(1+1^2)(1+2^2)\dots(1+n^2)}$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 29: Cho dãy số (u_n) . Biết $\sum_{k=1}^n u_k = \frac{3n^2 + 9n}{2}$ với mọi $n \geq 1$. Tìm $\frac{1}{nu_n} \sum_{k=1}^n u_k$.

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 30: $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1+3+3^2+\dots+3^k}{5^{k+2}}$ bằng:

- A. 0. B. $\frac{17}{100}$. C. $\frac{17}{200}$. D. $\frac{1}{8}$.

II. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để $B > 7$ với $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 3x + m^2 - 2m)$.

- A. $m < 1$ hoặc $m > 3$ B. $m < -1$ hoặc $m > 3$ C. $-1 < m < 3$ D. $1 < m < 3$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{1-x} & \text{khi } x < 1 \\ \sqrt{2x-2} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ bằng:

- A. 0 B. 2 C. $-\infty$ D. $+\infty$

Câu 33: Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng $-\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5x^3 - x^2 + x + 1)$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^4 + 3x + 1)$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^2 - 7x^3 + 2)$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - x^5 + 2)$.

Câu 34: Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{6-x^2}{9+3x}$. B. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{1-2x}}{5+5x}$. C. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5-3x^3}{(x-2)^4}$. D. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3-4}{(x+1)^2}$

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = mx + \sqrt{9x^2 - 3x + 1}$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow +\infty$.

- A. $m = -3$ B. $m \neq -3$ C. $m \geq 0$ D. $m < 0$

Câu 36: Cho a là một số thực khác 0. Kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x - a}$ bằng:

- A. $3a^3$ B. $2a^3$ C. a^3 D. $4a^3$

Câu 37: Cho $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x^2 - 1}$, m là tham số thực. Tìm m để $C = 2$.

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Câu 38: Cho a và b là các số thực khác 0. Nếu $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 6$ thì $a + b$ bằng:

A. 2

B. -4

C. -6

D. 8

Câu 39: Biết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{8x+11} - \sqrt{x+7}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{m}{n}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản, m và n là các số nguyên dương. Tổng $2m + n$ bằng:

A. 68

B. 69

C. 70

D. 71

Câu 40: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{3x-2} - \sqrt[3]{5x-4}}{(x-1)^2}$ bằng:

A. $-\infty$

B. $+\infty$

C. 0

D. 1

Câu 41: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1}$. B. $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. C. $\lim_{x \rightarrow -3} \left| \frac{-x^2-x+6}{x^2+3x} \right|$. D. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2-x-6)^2}{x^3+2x^2}$.

Câu 42: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào không tồn tại?

A. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x^2+11x+18}$. B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^3-27}{x}$. C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x^2+x^4}}{2x}$. D. $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x|x+2|}{x^2+3x+2}$.

Câu 43: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào không hữu hạn?

A. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2+x-10}{x^3-8}$. B. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+9}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+5}-3}$. D. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1-\sqrt{x-2}}{x^2-9}$.

Câu 44: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng -1?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-1}{x+1}$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-x^2+3}{5x^2-x^3}$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{x^2-5x}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+x-1}{3x+x^2}$.

Câu 45: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào là $-\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^2+x-1}{3+x}$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+x+5}{1+2x}$. C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x^3+x^2}{5+x-2x^2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-x^4+1}{2-x-x^2}$.

Câu 46: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3x}}{\sqrt{4x^2+1-x+2}}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 47: Cho a là một số thực dương. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right) \frac{1}{(x-a)^2}$.

A. bằng $-\frac{1}{a^2}$.

B. là $+\infty$.

C. là $-\infty$.

D. không tồn tại.

Câu 48: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\sqrt{\frac{x+2}{x}} - \sqrt[3]{\frac{x+3}{x}} \right)$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 49: Cho n là một số nguyên dương. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{n}{1-x^n} - \frac{1}{1-x} \right)$.

- A. $\frac{n}{2}$. B. $\frac{n-1}{2}$. C. $\frac{n+1}{2}$. D. $\frac{n+2}{2}$.

Câu 50: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào là -1 ?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + x)$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + x)$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$.

Câu 51: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 5} + ax) = +\infty$ nếu.

- A. $a \geq 1$. B. $a \leq 1$. C. $a > 1$. D. $a < 1$.

Câu 52: Cho a và b là các số thực khác 0. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax - \sqrt{x^2 + bx + 2}) = 3$, thì tổng $a + b$ bằng

- A. 2. B. -6. C. 7. D. -5.

Câu 53: Cho a và b là các số nguyên dương. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$, hỏi a và b thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

- A. $a + 2b = 33$. B. $a + 2b = 34$. C. $a + 2b = 35$. D. $a + 2b = 36$.

III. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Câu 54: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$. Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(2; 3)$. C. $(-3; 2)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 55: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C. $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
D. $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 56: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-5} & \text{khi } x > 5 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau?

- A. $f(x)$ liên tục tại $x = 7$. B. $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.
C. $f(x)$ liên tục trên $[5; +\infty)$. D. $f(x)$ liên tục trên $(5; +\infty)$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{khi } x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. B. $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -1]$.

C. $f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$.

D. $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.

Câu 58: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx+1 & \text{khi } x=2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

A. $m = \frac{17}{2}$.

B. $m = \frac{15}{2}$.

C. $m = \frac{13}{2}$.

D. $m = \frac{11}{2}$.

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình: $(m^2 - 3m + 2)x^3 - 3x + 1 = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \{1; 2\}$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

D. $m \in \emptyset$.

Câu 60: Cho phương trình $x^4 - 3x^3 + x - \frac{1}{8} = 0$ (1). Chọn khẳng định đúng:

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.

B. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.

C. Phương trình (1) có đúng ba nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.

D. Phương trình (1) có đúng bốn nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.

CÂU HỎI TỰ LUẬN

Bài 1. Tính các giới hạn:

a) $\lim \frac{2n^4 + n^2 - 3}{3n^3 - 2n^2 + 1}$

b) $\lim \frac{\frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n}{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$

c) $\lim \frac{\sqrt{n^2 - 4n} - \sqrt{4n^2 + 1}}{\sqrt{3n^2 + 1} + n}$

d) $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 1} + 2n - 1}{\sqrt{n^2 + 4n + 1} + n}$

e) $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n-1} - \sqrt{n})$

f) $\lim (1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1})$

g) $\lim \frac{n^2 + \sqrt[3]{1-n^6}}{\sqrt{n^4 + 1} - n^2}$

h) $\lim \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

i) $\lim \frac{4 \cdot 3^n + 7^{n+1}}{2 \cdot 5^n + 7^n}$

Bài 2. Tìm các giới hạn sau

a. $\lim \frac{6n^3 - 2n^2 + 3}{n^3 + 3n + 2}$

b. $\lim (1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1})$

c. $\lim (\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n)$

d. $\lim (\sqrt{2n+3} - \sqrt{n+1})$

e. $\lim (\sqrt[3]{3n^2 - n^3} + n - 1)$

f. $\lim \frac{1+3^n}{4+3^n}$

Bài 3. Tìm các giới hạn sau

$$\begin{array}{lll}
\text{a. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x^3}{x^3 + 2} & \text{b. } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 4} & \text{c. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 2}{x^3 - x - 6} \\
\text{d. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\sqrt{x + 7} - 3} & \text{e. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x - 5} - 1}{x - 2} & \text{f. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + 4x} - 1}{x} \\
\text{g. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{x + 1} - 1} & \text{h. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 4} - 3}{x} & \text{i. } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} \\
\text{j. } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x^2 - 15}{x^2 - 9} & \text{k. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 3}{(x - 1)^2} & \text{l. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3x}{-x^3 + 1} \\
\text{m. } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x + 4x^3}{3 - 2x^2} & \text{n. } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + x}{x - 1} & \text{o. } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)
\end{array}$$

Bài 4. Xác định m để hàm số có giới hạn tại x_0 .

$$\begin{array}{ll}
\text{a. } f(x) = \begin{cases} mx + 1 & x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{x - 2} & x > 2 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 2 & \text{b. } f(x) = \begin{cases} mx & x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x}} & x > 0 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 0
\end{array}$$

Bài 5. Xét sự liên tục của hàm số

$$\begin{array}{ll}
\text{a. } f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & x < 1 \\ 2x - 3 & x \geq 1 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 1 & \text{b. } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x + 2}{(x - 1)^2} & x \neq 1 \\ \sqrt{3x + 1} + 1 & x = 1 \end{cases} \text{ tại } x_0 = -2 \\
\text{c. } f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sqrt{4x - 3}}{x - 1} & x \neq 1 \\ 3x - 5 & x = 1 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 1 & \text{d. } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 1}{x^2} & x \neq 0 \\ x + 2 & x = 0 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 1
\end{array}$$

Bài 6. Tìm m hoặc a để hàm số liên tục.

$$\begin{array}{ll}
\text{a. } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1 - x} - \sqrt{1 + x}}{x} & ; x < 0 \\ a + \frac{4 - x}{x + 2} & ; x \geq 0 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 0 & \text{b. } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ 2x + 4m & \text{khi } x = -2 \end{cases} \text{ tại } x_0 = -2
\end{array}$$

Bài 7. Chứng minh rằng phương trình $(1 - m^2)(x + 1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$ luôn có ít nhất một nghiệm trong $(-2; -1)$ với mọi m.

Bài 8. Chứng minh rằng phương trình $x^5 - 3x^4 + 2x^3 - x + 2 = 0$ có ít nhất một nghiệm âm.

Bài 9. Chứng minh rằng phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất hai nghiệm.

Bài 10. Chứng minh rằng phương trình $m(x-1)^3(x^2-4) + x^4 - 3 = 0$ có ít nhất 2 nghiệm với mọi m .

Bài 11. Chứng minh các phương trình sau luôn có nghiệm:

a) $ax^2 + bx + c = 0$ với $2a + 3b + 6c = 0$

b) $ax^2 + bx + c = 0$ với $a + 2b + 5c = 0$

c) $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

Bài 12. Chứng minh phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm $x \in \left[0; \frac{1}{3}\right]$

với $a \neq 0$ và $2a + 6b + 19c = 0$.

IV. ĐẠO HÀM

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

I. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

Câu 1. Số gia của hàm số $f(x) = x^3$ ứng với $x_0 = 2$ và $\Delta x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. -19.

B. 7.

C. 19.

D. -7.

Câu 2. Tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $f(x) = 2x(x-1)$ theo x và Δx là:

A. $4x + 2\Delta x + 2$.

B. $4x + 2(\Delta x)^2 - 2$.

C. $4x + 2\Delta x - 2$.

D. $4x\Delta x + 2(\Delta x)^2 + 2\Delta x$.

Câu 3. Số gia của hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ứng với x và Δx là:

A. $\Delta x(\Delta x + 2x - 4)$.

B. $2x + \Delta x$.

C. $\Delta x(2x - 4\Delta x)$.

D. $2x - 4\Delta x$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ xác định: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -2.

D. Không tồn tại.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Giá trị $f'(1)$

bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. 0. D. Không tồn tại.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^3 - 2x^2 + x + 1} - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

- A. 0. B. 4. C. 5. D. Không tồn tại.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}^+$ bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ Xét hai mệnh đề sau:

(I) $f'(0) = 1$.

(II) Hàm số không có đạo hàm tại $x_0 = 0$.

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Cả hai đều đúng. D. Cả hai đều sai.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{4x^2 + 8} - \sqrt{8x^2 + 4}}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Giá trị của $f'(0)$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{5}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. Không tồn tại.

Câu 10. Xét ba hàm số:

I. $f(x) = |x| \cdot x$

II. $g(x) = \sqrt{x}$

III. $h(x) = |x + 1| \cdot x$

Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$ là:

- A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. Chỉ I và II. D. Chỉ I và III.

II. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{a}{(x+2)^2}$. Khi đó a nhận giá trị nào sau

đây:

- A. $a = -3$. B. $a = 5$. C. $a = 3$. D. $a = -5$.

- Câu 2.** Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax^2 + bx}{(x - 1)^2}$. Khi đó $a.b$ bằng:
- A. $a.b = -2$. B. $a.b = -1$. C. $a.b = 3$. D. $a.b = 4$.
- Câu 3.** Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 3}{x^2 + x - 1}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax + b}{(x^2 + x - 1)^2}$. Khi đó $a + b$ bằng:
- A. $a + b = 4$. B. $a + b = 5$. C. $a + b = -10$. D. $a + b = -12$.
- Câu 4.** Đạo hàm của hàm số $y = ax^2 + (a - 1)x + a^3 - a^2$ (với a là hằng số) tại mọi $x \in \mathbb{R}$ là:
- A. $2x + a - 1$. B. $2ax + 1 - a$. C. $2ax + 3a^2 - 2a + 1$. D. $2ax + a - 1$.
- Câu 5.** Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax + b}{2\sqrt{x^2 + x + 1}}$. Khi đó $a - b$ bằng:
- A. $a - b = 2$. B. $a - b = -1$. C. $a - b = 1$. D. $a - b = -2$.
- Câu 6.** Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^5$ là:
- A. $4(x^2 - x + 1)^4(2x - 1)$. B. $5(x^2 - x + 1)^4$.
C. $5(x^2 - x + 1)^4(2x - 1)$. D. $(x^2 - x + 1)^4(2x - 1)$.
- Câu 7.** Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)(5 - 3x^2)$ bằng biểu thức có dạng $ax^3 + bx$. Khi đó $T = \frac{a}{b}$ bằng:
- A. -1 . B. -2 . C. 3 . D. -3 .
- Câu 8.** Đạo hàm của hàm số $y = x^2(2x + 1)(5x - 3)$ bằng biểu thức có dạng $ax^3 + bx^2 + cx$. Khi đó $a + b + c$ bằng:
- A. 31 . B. 24 . C. 51 . D. 34 .
- Câu 9.** Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ (a là hằng số) là:
- A. $-\frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$. B. $\frac{a^2}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$. C. $\frac{2a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$. D. $\frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$.
- Câu 10.** Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}$. Khi đó a nhận giá trị nào sau đây:
- A. $a = -4$. B. $a = -1$. C. $a = 2$. D. $a = -3$.
- Câu 11.** Cho hàm số $f(x) = (3x^2 - 1)^2$. Giá trị $f'(1)$ là:
- A. 4 . B. 8 . C. -4 . D. 24 .
- Câu 12.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x - 1}$. Đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là:
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1 . C. 0 . D. Không tồn tại.
- Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$. Tập các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là:
- A. $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.
- Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$. Tập các giá trị của x để $2x.f'(x) - f(x) \geq 0$ là:

- A. $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. D. $\left[\frac{2}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1$. Tập các giá trị của x để $f'(x) = 0$ là:

- A. $\{-2\sqrt{2}\}$. B. $\{2; \sqrt{2}\}$. C. $\{-4\sqrt{2}\}$. D. $\{2\sqrt{2}\}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là:

- A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\left\{0; -\frac{2}{3}\right\}$. C. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$. D. $\left\{0; -\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$. Tập các giá trị của tham số m để $y' \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ là:

- A. $(-\infty; \sqrt{2}]$. B. $(-\infty; 2]$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = 2mx - mx^3$. Số $x = 1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) \leq 1$ khi và chỉ khi:

- A. $m \leq -1$. B. $m > -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m \geq -1$.

III. ĐẠO HÀM CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 2\sin 3x \cdot \cos 5x$ có biểu thức nào sau đây?

- A. $30\cos 3x \cdot \sin 5x$. B. $-8\cos 8x + 2\cos 2x$.
C. $8\cos 8x - 2\cos 2x$. D. $-30\cos 3x + 30\sin 5x$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ có biểu thức dạng $\frac{a}{(\sin x - \cos x)^2}$. Vậy giá trị a là:

- A. $a = 1$. B. $a = -2$. C. $a = 3$. D. $a = 2$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cot x}$ là:

- A. $\frac{-1}{\sin^2 x \sqrt{\cot x}}$. B. $\frac{-1}{2\sin^2 x \sqrt{\cot x}}$. C. $\frac{1}{2\sqrt{\cot x}}$. D. $\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cot x}}$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = \cos^2(\sin^3 x)$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $-\sin(2\sin^3 x) \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$. B. $-6\sin(2\sin^3 x) \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$.
C. $-7\sin(2\sin^3 x) \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$. D. $-3\sin(2\sin^3 x) \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = -\frac{\cos x}{3\sin^3 x} + \frac{4}{3}\cot x$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $\cot^4 x$. B. $3\cot^4 x - 1$. C. $\cot^4 x - 1$. D. $\cot^4 x - 1$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \tan^2 x - \cot^2 x$ là:

- A. $2\frac{\tan x}{\cos^2 x} + 2\frac{\cot x}{\sin^2 x}$. B. $2\frac{\tan x}{\cos^2 x} - 2\frac{\cot x}{\sin^2 x}$. C. $2\frac{\tan x}{\sin^2 x} + 2\frac{\cot x}{\cos^2 x}$. D. $2\tan x - 2\cot x$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{3\tan^2 x + \cot 2x}$ là:

- A. $\frac{3\tan x(1+\tan^2 x) - (1+\cot^2 2x)}{3\sqrt{3\tan^2 x + \cot 2x}}$. B. $\frac{3\tan x(1+\tan^2 x) - (1+\cot^2 2x)}{2\sqrt{3\tan^2 x + \cot 2x}}$.

C. $\frac{3 \tan x(1 + \tan^2 x) + (1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{3 \tan^2 x + \cot 2x}}$.

D. $\frac{3 \tan x(1 + \tan^2 x) - (1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{3 \tan^2 x + \cot 2x}}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$, chọn kết quả sai?

A. $f'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{5}{4}$.

B. $f'(0) = -2$.

C. $f'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{3}$.

D. $f'(\pi) = -2$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) - \cos^2 x$ với $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong 4 biểu thức dưới đây, biểu thức nào xác định $f(x)$ thỏa mãn $y' = 1 \forall x \in \mathbb{R}$?

A. $x + \frac{1}{2} \cos 2x$.

B. $x - \frac{1}{2} \cos 2x$.

C. $x - \sin 2x$.

D. $x + \sin 2x$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$. Khi đó $f'(x)$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. -1.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$; $g(x) = \frac{1}{4} \cos 4x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f'(x) - g'(x) = 0$.

B. $f(x) = g(x) + \frac{1}{4}$.

C. $2f'(x) - 3g'(x) = 1$.

D. $3f'(x) + 2g'(x) = -1$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \cos^2 x + \sin x$. Phương trình $y' = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ nghiệm.

A. 1 nghiệm.

B. 2 nghiệm.

C. 3 nghiệm. D. 4

Câu 13. Cho hàm số $y = (m+1) \sin x + m \cos x - (m+2)x + 1$. Tìm giá trị của m để $y' = 0$ có nghiệm?

A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

B. $m \geq 2$.

C. $-1 \leq m \leq 3$.

D. $m \leq -2$.

IV. VI PHÂN, ĐẠO HÀM CẤP CAO

Câu 14. Vi phân của hàm số $f(x) = 3x^2 - x$ tại điểm $x = 2$ ứng với $\Delta x = 0,1$ là:

A. -0,07.

B. 10.

C. 1,1.

D. -0,4.

Câu 15. Vi phân của hàm số $f(x) = \sin 2x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ ứng với $\Delta x = 0,01$ là:

A. -1,1.

B. 10.

C. 0,1.

D. -0,01.

Câu 16. Vi phân của hàm số $y = \sqrt{x} \sqrt{x}$ là:

A. $dy = \frac{3}{4\sqrt{x}} dx$.

B. $dy = \frac{3}{2\sqrt{x}} dx$.

C. $dy = \frac{5}{4\sqrt{x}} dx$.

D. $dy = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$. Chọn kết quả đúng:

A. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

B. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

C. $df(x) = \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

D. $df(x) = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x \geq 0 \\ x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là sai:

- A. $f'(0^+) = 1$. B. $f'(0^-) = 1$.
 C. $df(0) = dx$. D. Hàm số không có vi phân tại $x = 0$.

Câu 19. Cho hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng:

- A. $\sqrt{1+x^2} \cdot dy - ydx = 0$. B. $\sqrt{1+x^2} \cdot dx - dy = 0$.
 C. $xdx + \sqrt{1+x^2} \cdot dy = 0$. D. $\sqrt{1+x^2} \cdot dy + xy = 0$.

Câu 20. Tính y'' , biết $y = x\sqrt{1+x^2}$.

- A. $y'' = \frac{x(3+2x^2)}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$. B. $y'' = \frac{2x(3+2x^2)}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$.
 C. $y'' = \frac{x(3-2x^2)}{\sqrt{(1+x^2)^2}}$. D. $y'' = \frac{x(1+x^2)}{2\sqrt{(1+x^2)^3}}$.

V. CÁC DẠNG TOÁN VỀ TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1; 3)$ là:

- A. $y = -3x$. B. $y = -x + 3$. C. $y = -9x + 6$. D. $y = -9x - 6$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là:

- A. $y = -x + 2$. B. $y = x + 2$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x - 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ (C) . Phương trình tiếp tuyến tại điểm có tung độ $y_0 = 2$ là:

- A. $y = 8x - 6$; $y = -8x - 6$. B. $y = 8x - 6$; $y = -8x + 6$.
 C. $y = 8x - 8$; $y = -8x + 8$. D. $y = 41x - 17$.

Câu 4. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+2}{x-2}$ tại điểm $x_0 = 3$ có hệ số góc bằng:

- A. 3. B. -7. C. -10. D. -3.

Câu 5. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -9$ có phương trình là:

- A. $y = -9x - 11$. B. $y = -9x - 27$. C. $y = -9x + 43$. D. $y = -9x + 11$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ (C) . Phương trình tiếp tuyến biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -4x + 1$ là:

- A. $y = -4x - 2$; $y = -4x + 14$. B. $y = -4x + 21$; $y = -4x + 14$.
 C. $y = -4x + 2$; $y = -4x + 1$. D. $y = -4x + 12$; $y = -4x + 14$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ (C) . Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C) mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2017$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(-7;5)$.

A. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{29}{16}$.

B. $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{2}{16}$.

C. $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{9}{16}$.

D. $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{29}{16}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 1 - m(x+1)$ (C_m). Có bao nhiêu giá trị của m để tiếp tuyến tại (C_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + 2m$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = 2x + 1$

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{11}{6}$.

D. $m = \frac{6}{11}$.

CÂU HỎI TỰ LUẬN

Bài 1. Tính đạo hàm của hàm số

a. $y = -x^5 + 2\sqrt{x}$

b. $y = (-\frac{3}{x} + 3x)(\sqrt{x} - 3)$

c. $y = \frac{-x^2 + 3x}{x-1}$

d. $y = -(2x+1)\sqrt{x^2+5}$

e. $y = (x^3 + 2x)^5$.

f. $y = 2(x^2 - 4x) \sin^2 2x$

g. $y = \sin^3 3x - \cos^2 2x + \tan x$

h. $y = (2\tan^3 2x + 3\sin^2 x)^2$

i. $y = \sin 2x \cos 2x \cos 4x \cos 8x$

j. $y = \sin^2 (\cos x) + \cos^2 (\sin x)$

k. $y = x^2 \cos x + x \sin x$

l. $y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$

Bài 2. Giải phương trình $f'(x) = 0$ biết $f(x) = \sqrt{3} \cos x + \sin x - 2x - 5$

Bài 3 Cho hàm số $y = x \cos x$. Chứng minh rằng: $2(\cos x - y') + x(y'' + y) = 0$.

Bài 4 Cho $y = x \cos 2x$. Chứng minh $xy'' + 2(\cos 2x - y') + 4xy = 0$.

Bài 5 Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$

- Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 3.
- Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến có hệ số góc là $-4/9$.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = -4x + 8$

-
- d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = 4x - 3$

Bài 6. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến cắt hai đường thẳng $d_1: x = -1$ và $d_2: y = 1$ lần lượt tại A và B sao cho bán kính đường tròn nội tiếp ΔIAB là lớn nhất, với I là giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài 7. Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = \frac{2x^2 + mx - 1}{x - 3}$ tại điểm có hoành độ bằng 4 vuông góc với đường thẳng $d: x - 12y + 1 = 0$.

Bài 8. Tìm vi phân của hàm số $y = (\sin 3x + 3)^3$

Bài 9. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số

a. $y = \sin 5x$ b. $y = \cos x$ c. $y = \sin 3x \cos x$

d. $y = \frac{1}{x-2}$ e. $y = \frac{1}{x^2}$ f. $y = \frac{x-2}{x-1}$

PHẦN B : HÌNH HỌC

Câu 1: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác BCD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{MG}$ theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

D. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$.

Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$, M và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{NM}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} - 4\overrightarrow{MN} = \vec{0}$.

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tam giác BCD đều, $AD = AC$. Giá trị của $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có $AB = CD = a$; $BC = AD = b$; $CA = BD = c$. Giá trị của $\cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA})$ là:

A. $\frac{a^2 - c^2}{b^2}$.

B. $\frac{b^2 - c^2}{a^2}$.

C. $\frac{c^2 - a^2}{b^2}$.

D. $\frac{a^2 - b^2}{c^2}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$ và một điểm S tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{CD}$ (Với S là điểm tùy ý).

C. Nếu tồn tại điểm S mà $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ khi và chỉ khi O là giao điểm của AC và BD .

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AA' , O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Cặp ba vectơ nào sau đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{B'C}$.

B. $\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'D'}$.

C. $\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{DC'}$ và $\overrightarrow{B'C}$.

D. $\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. M và N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD . Bộ ba vectơ nào dưới đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MA}$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm trên đoạn AB và $MB = 2MA$. N là điểm trên đường thẳng CD mà $\overrightarrow{CN} = k\overrightarrow{CD}$. Nếu $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng thì giá trị của k là:

A. $k = \frac{2}{3}$.

B. $k = \frac{3}{2}$.

C. $k = \frac{4}{3}$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. M là điểm trên cạnh AD sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. N là điểm trên đường thẳng BD_1 . P là điểm trên đường thẳng CC_1 sao cho M, N, P thẳng hàng.

Tính $\frac{|\overrightarrow{MN}|}{|\overrightarrow{NP}|}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 10. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CB, AD và G là trọng tâm tam giác BCD , α là góc giữa 2 vectơ $\overrightarrow{MG}$ và $\overrightarrow{NP}$. Khi đó $\cos \alpha$ có giá trị là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90°

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AD . Biết rằng $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc của AB và CD .

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Gọi M là trung điểm CD . Tính cosin góc của AC và BM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SC và (SAB) , β là góc giữa AC và (SBC) . Giá trị $\tan \alpha + \sin \beta$ bằng?

A. $\frac{1+\sqrt{7}}{7}$.

B. $\frac{1+\sqrt{19}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{1+\sqrt{20}}{7}$.

Câu 15: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, đáy có cạnh bằng a và có tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Biết góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính góc giữa MN và (SAO) .

A. $\varphi = \arcsin \frac{1}{2\sqrt{5}}$.

B. $\varphi = \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}$.

C. $\varphi = \arcsin \frac{3}{2\sqrt{5}}$.

D. $\varphi = \arcsin \frac{1}{4\sqrt{5}}$.

Câu 16: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có a là độ dài cạnh đáy và $CBS = \alpha$. Gọi φ là góc giữa cạnh bên với đáy. Tính $\sin \varphi$ theo α .

A. $\sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 - 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$.

B. $\sin \varphi = \sqrt{9 - 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$.

$$\text{C. } \sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$\text{D. } \sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 + 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Câu 17. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và $CBS = \alpha$. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và đáy. Tính $\sin \varphi$ theo α .

$$\text{A. } \sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 - 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$\text{B. } \sin \varphi = \sqrt{9 - 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$\text{C. } \sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$\text{D. } \sin \varphi = \frac{1}{3} \sqrt{9 + 12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Thiết diện qua đỉnh A và vuông góc với cạnh bên SC có diện tích thiết diện đó bằng nửa diện tích đáy. Gọi α là góc giữa cạnh bên và đáy. Tính α .

$$\text{A. } \alpha = \arcsin \frac{1 + \sqrt{33}}{4}.$$

$$\text{B. } \alpha = \arcsin \frac{1 + \sqrt{33}}{8}.$$

$$\text{C. } \alpha = \arcsin \frac{1 - \sqrt{33}}{8}.$$

$$\text{D. } \alpha = \arcsin \frac{2 + \sqrt{33}}{8}.$$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = AB = a$. Tính diện tích tam giác SBD theo a .

$$\text{A. } \frac{\sqrt{3}}{3} a^2.$$

$$\text{B. } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2.$$

$$\text{C. } \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$$

$$\text{D. } \frac{\sqrt{6}}{2} a^2.$$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = AB = a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) .

$$\text{A. } \arcsin \left(\frac{1}{4} \right).$$

$$\text{B. } \arcsin \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right).$$

$$\text{C. } \arcsin \left(\frac{1}{3} \right).$$

$$\text{D. } \arcsin \left(\frac{2}{3} \right).$$

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy $ABCD$ bằng a và $SA = SB = SC = SD = a$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

$$\text{A. } \frac{1}{4}.$$

$$\text{B. } \frac{1}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{D. } -\frac{1}{3}.$$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

$$\text{A. } \arccos \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{B. } \arccos \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{C. } \arccos \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$\text{D. } \arccos \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân với $BA = BC = a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SEF) và (SBC) .

$$\text{A. } \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{B. } \frac{5}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{C. } \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{D. } \frac{3}{2\sqrt{10}}.$$

- Câu 24.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) .
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- A. $\sqrt{14}$. B. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.
- Câu 26.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$, trên đường thẳng d vuông góc với ABC tại điểm A ta lấy một điểm D . Tính góc giữa hai mặt phẳng ABC và DBC , trong trường hợp DBC là tam giác đều.
- A. $\arccos \frac{1}{3}$ B. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$
- Câu 27.** Cho lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$ có các đáy là các tam giác vuông cân $OA = OB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh OA, AA' . Tính diện tích thiết diện khi cắt lăng trụ bởi $B'MP$?
- A. $\frac{a^2\sqrt{15}}{12\sqrt{2}}$ B. $\frac{5a^2\sqrt{15}}{12\sqrt{2}}$ C. $\frac{5a^2\sqrt{15}}{6\sqrt{2}}$ D. $\frac{a^2\sqrt{15}}{6\sqrt{2}}$
- Câu 28.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, cạnh bên $BB' = a$. Gọi I là trung điểm CC' . Chứng minh rằng tam giác $AB'I$ vuông ở A . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.
- A. $\frac{\sqrt{15}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$. C. $\frac{10}{\sqrt{30}}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{30}}$.
- Câu 29.** Cho chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại B và $AB = 2BC = 2a$. Biết $SA \perp (ABC)$. Tính $d(B; (ABC))$
- A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ B. a C. $2a$ D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$
- Câu 30.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = h$ và $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC đều cạnh a . Tính $d(A; (SBC))$
- A. $\frac{ah\sqrt{7}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$ C. $\frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$ D. $\frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2 + 3h^2}}$
- Câu 31.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = h$ và $SA \perp (ABC)$. Lấy điểm $M \in SB$ sao cho $SM = \frac{1}{2}MB$; ($M \in AB$). Gọi I là trung điểm của CM . Tính $d(I; (ABC))$
- A. $\frac{h}{2}$ B. $\frac{h}{3}$ C. $\frac{2h}{3}$ D. h

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$
; $SO \perp (ABCD)$; $SO = \frac{3a}{4}$. Đặt $x = d(O; (SBC))$; $y = d(A; (SBC))$; $z = d(AD; SB)$. Tính

$$x + y + z$$

A. $\frac{9a}{8}$

B. $\frac{3a}{4}$

C. $\frac{15a}{4}$

D. $\frac{15a}{8}$

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính $d(AC; DC')$

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a}{3}$

D. a

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $d(AM; B'C)$

A. $a\sqrt{7}$

B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{a}$

D. $\frac{a^2}{7}$

Câu 35. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi $M; N$ lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính $d = d(B'M; CN)$

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $a\sqrt{3}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang

, $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$, $BA = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB . Tính $d(H; (SCD))$

A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{2a}{3} \frac{2a}{3}$

C. $\frac{a}{3}$

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD'

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. $a\sqrt{2}$

C. $\frac{a}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$; $AD = 2a$, $AA' = a$. Gọi M là điểm chia đoạn AD với $\frac{AM}{MD} = 3$. Đặt $x = d(AD'; B'C)$; $y = d(M; (AB'C))$. Tìm $x.y$

A. $\frac{3a^2}{2\sqrt{6}}$

B. $\frac{5a^2}{3\sqrt{6}}$

C. $\frac{a^2}{2}$

D. $\frac{3a^2}{4}$

B

C

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm DD' . Tính $d(CK; A'D)$.

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{4a}{3}$.

Câu 40. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm đoạn thẳng $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (IBC) .

A. $2a\sqrt{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$.

Câu 41. Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Tính $d(B; (SAC))$.

A. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$. B. $6a\sqrt{7}$. C. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$. D. $a\sqrt{7}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với $ABCD$ mặt phẳng và $SH = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a .

A. $\frac{2\sqrt{3}a}{19}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$. C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M là trung điểm của AB , mặt phẳng (ABC) đi qua SM và song song với BC cắt AC tại N . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a .

A. $\frac{2a\sqrt{39}}{\sqrt{13}}$. B. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. C. $\frac{2a\sqrt{11}}{13}$. D. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{13}}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S có đường cao $SO = a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a .

A. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$. B. $\frac{a\sqrt{42}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{42}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{42}}{10}$.

Câu 47. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác vuông cân $A'AC$, $A'C = a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD') theo a .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $BAD = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $SMA = 45^\circ$. Tính theo a khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $ABC = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính theo a khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$. C. $\frac{a\sqrt{39}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

A. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. B. $\frac{3\sqrt{13}a}{26}$. C. $\frac{2\sqrt{13}a}{13}$. D. $\frac{5\sqrt{13}a}{26}$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB . Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

CÂU HỎI TỰ LUẬN

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tại cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$

- Chứng minh rằng: $BC \perp (SAB)$.
- Xác định và tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Xác định và tính khoảng cách từ điểm B đến mp (SAC) .

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$,

$$AB = BC = a, AD = 2a, SA = a\sqrt{2}$$

- Chứng minh rằng: $CD \perp (SAC)$.
- Xác định và tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Xác định và tính khoảng cách giữa SA và CD .

Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , AD vuông góc với BC , $AD = a$ và khoảng cách từ điểm D đến đường thẳng BC là a . Gọi H là trung điểm BC , I là trung điểm AH .

- Chứng minh rằng đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (ADH) và $DH = a$.
- Chứng minh rằng đường thẳng DI vuông góc với mặt phẳng (ABC) .
- Tính khoảng cách giữa AD và BC .

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a ; $SA = SB = SC = SD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Gọi

I và J lần lượt là trung điểm BC và AD .

- Chứng minh rằng: $SO \perp (ABCD)$.
- Chứng minh rằng: $(SIJ) \perp (ABCD)$. Xác định góc giữa (SIJ) và (SBC) .
- Tính khoảng cách từ O đến (SBC) .

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $BAD = 60^\circ$, đường cao $SO = a$.

- Gọi K là hình chiếu của O lên BC . Chứng minh rằng: $BC \perp (SOK)$
- Tính góc giữa SK và mp $(ABCD)$.
- Tính khoảng cách giữa AD và SB .

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại A , góc $B = 60^\circ$, $AB = a$; hai mặt bên (SAB) và (SBC) vuông góc với đáy; $SB = a$. Hạ $BH \perp SA$ ($H \in SA$); $BK \perp SC$ ($K \in SC$).

- Chứng minh: $SB \perp (ABC)$
- Chứng minh: mp $(BHK) \perp SC$.
- Chứng minh: $\triangle BHK$ vuông.
- Tính cosin của góc tạo bởi SA và (BHK) .

PHẦN C : MỘT SỐ ĐỀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (6 ĐIỂM)

Câu 1. Phát biểu nào sau đây là **sai** ?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \ (k > 1)$.

B. $\lim u_n = c \ (u_n = c \text{ là hằng số})$.

C. $\lim q^n = 0 \ (|q| > 1)$.

D. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

Câu 2. Cho phương trình $-4x^3 + 4x - 1 = 0$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

B. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.

C. Phương trình đã cho chỉ có một nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.

D. Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt

Câu 3. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì song song.

B. Trong không gian, một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì chúng song song với nhau.

C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

D. Trong không gian, hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2; 2)$, $f(1) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$. Tìm khẳng định **sai** ?

A. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

B. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$.

C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$.

D. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm BC . Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

A. $AM \perp BB'$

B. $AM \perp (BB'C'C)$

C. $AM \perp AB'$

D. $AM \perp BC$

Câu 6. Cho hàm số $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$. Đạo hàm của hàm số $g(x)$ dương trong trường hợp nào?

A. $x < 6$.

B. $x > 3$.

C. $x < 4$.

D. $x < 3$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = -x^5 + x^3 + 2x^2$.

A. $y' = -5x^4 + 3x^2 + 4x$.

B. $y' = 5x^4 + 3x^2 + 4x$.

C. $y' = -5x^4 - 3x^2 - 4x$.

D. $y' = 5x^4 - 3x^2 - 4x$.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đoạn vuông góc chung của AD và $A'C'$ là

A. DA'

B. BB'

C. DD'

D. AA'

Câu 10. Hình chóp đều có các mặt bên là

A. hình thang vuông.

B. tam giác cân

C. hình thang cân

D. tam giác vuông

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = -2 \cos 4x$.

B. $y' = 2 \cos 4x$.

C. $y' = -2 \sin 4x$.

D. $y' = 2 \sin 4x$.

Câu 12. Cho các giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

A. 2.

B. -6.

C. 3.

D. 5.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh $2a$; SO vuông góc với mặt đáy, $SO = a\sqrt{3}$. Góc giữa mặt bên và đáy bằng

A. 45°

B. 90°

C. 60°

D. 30°

Câu 14. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy ABC đến mặt bên

A. $a\sqrt{\frac{3}{10}}$

B. $a\sqrt{\frac{2}{5}}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Câu 15. Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = 2$. Tính giới hạn $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$.

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $+\infty$

D. $-\frac{1}{5}$

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CG}$ bằng

A. 90°

B. 30°

C. 0°

D. 60°

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{2} & \text{ khi } x \neq 2 \\ 2\sqrt{2} & \text{ khi } x = 2 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. Hàm số gián đoạn tại điểm $x = 2\sqrt{2}$.

B. Hàm số gián đoạn tại điểm $x = \pm 2$.

C. Hàm số gián đoạn tại điểm $x = 2$.

D. Hàm số gián đoạn tại điểm $x = -2\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $SA = SB = SC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) . Khi đó, H là

A. trung điểm cạnh AC

B. trọng tâm tam giác ABC

C. trung điểm cạnh AB

D. trung điểm cạnh BC

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 1$. Số nghiệm của phương trình $f'(x) = -2$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 20. Cho hàm số $y = 3x - 4x^3$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ là

- A. $y = -12x$. B. $y = 3x$. C. $y = 0$. D. $y = 3x - 2$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng 9.

- A. $y = 9x - 15$ hay $y = 9x + 1$. B. $y = 9x - 15$ hay $y = 9x + 17$.
C. $y = 9x - 1$ hay $y = 9x + 17$. D. $y = 9x - 1$ hay $y = 9x + 1$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 1$. Để $f'(x) = 0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào?

- A. $\{-6; 4\}$. B. $\{4; -6\}$. C. $\{-3; 2\}$. D. $\{3; -2\}$.

Câu 23. Trong tứ diện đều cạnh bằng a , khoảng cách giữa hai cạnh đối diện bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$, có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ, CAD = 90^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

- A. 60° B. 45° C. 120° D. 90° .

Câu 25. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là sai?

A. Hai đường thẳng a và b trong không gian có các vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}, \vec{v}$. Điều kiện cần và đủ để a và b chéo nhau là a và b không có điểm chung và hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương.

B. Cho a, b là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Đường vuông góc chung của a và b nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

C. Không thể có một hình chóp tứ giác $S.ABCD$ nào có hai mặt bên (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy

D. Cho $\vec{u}, \vec{v}$ là hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) và $\vec{n}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Điều kiện cần và đủ để $\Delta \perp (\alpha)$ là $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ và $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = 3 \sin 2x + \cos 3x$ là

- A. $y' = 3 \cos 2x - \sin 3x$ B. $y' = 3 \cos 2x + \sin 3x$
C. $y' = 6 \cos 2x - 3 \sin 3x$ D. $y' = -6 \cos 2x + 3 \sin 3x$

Câu 27. Cho phương trình $3x^3 + 2x - 2 = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. (1) có ít nhất một nghiệm. B. (1) Vô nghiệm.
C. (1) có nghiệm trên khoảng $(1; 2)$. D. (1) có 4 nghiệm trên $\mathbb{R}$.

Câu 28. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$ tại điểm có hoành độ -2 là:

- A. -12 . B. 38 . C. 36 . D. 12 .

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

- A. 60^0 B. 90^0 C. 30^0 D. 45^0 .

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách từ A đến (SBD) ?

- A. $2a$ B. a C. $a\sqrt{2}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

PHẦN II: TỰ LUẬN (4 ĐIỂM)

Câu 1. Tính giới hạn : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4}$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Tính giá trị $P = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) + f''\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d) : y = 9x + 5$.

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, độ dài cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ và chu vi đáy bằng $4a$.

- a) Chứng minh $SB \perp AC$
b) Xác định và tính góc giữa SC và (SBD) .
c) Tính khoảng cách giữa BD và SC .

----- HẾT -----

* ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1 :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	A	A	C	D	A	D	D	B	D	B	C	A	B	A	C	D	A	B	B	C	A	D	C	C	A	C	A	D

ĐỀ SỐ 2**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (6 ĐIỂM)**

Câu 1. Xét hai mệnh đề sau

(1) Phương trình $x^3 + 4x + 4 = 0$ luôn có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$

(2) Phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm dương bé hơn 1

Trong hai mệnh đề trên,

A. cả mệnh đề đều sai

B. cả hai mệnh đề đều đúng

C. chỉ có mệnh đề (2) sai

D. chỉ có mệnh đề (1) sai

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là:

A. $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$.

B. $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$.

C. $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$.

D. $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 3. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều khi

A. có một cạnh bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông;

B. có một mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.

C. tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy;

D. các cạnh bên vuông góc với mặt đáy;

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $\triangle ABC$ vuông ở B , AH là đường cao của $\triangle SAB$.

Khoảng cách từ A tới (SBC) bằng độ dài đoạn

A. AB

B. AH

C. AS

D. AC

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa AD' và $(ABCD)$ bằng:

A. 90°

B. 30°

C. 45°

D. 60°

Câu 6. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$.

A. 4.

B. 8.

C. 1.

D. 2.

Câu 7. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.

Câu 8. Hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = 3x$.

B. $y' = 2 + x$.

C. $y' = x^2 + x$.

D. $y' = 2x + 1$.

Câu 9. Hình nào có các cạnh luôn bằng nhau?

A. Lăng trụ tứ giác đều.

B. Hình lập phương.

C. Hình hộp chữ nhật.

D. Hình chóp tam giác đều.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $f(x) = \cot x$.

B. $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$.

C. $f(x) = \sin x + \cos x$.

D. $f(x) = \tan x$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \geq 2 \\ x - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định dưới đây

A. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$.

B. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$.

C. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$.

D. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BG}$ bằng

A. 60° .

B. 45°

C. 180°

D. 90°

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AC = a\sqrt{5}, BC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa SD và BC bằng

A. $\frac{2a}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

C. $a\sqrt{3}$

D. $\frac{3a}{4}$

Câu 14. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = AA' = a, AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 15. Giá trị của $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 6n} - n \right)$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 3.

D. 1.

Câu 16. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có đồ thị C . Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị C tại điểm có hoành độ $x = 2$ bằng

A. 0.

B. -6.

C. -2.

D. 6.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$, có (SAB) và (SAC) vuông góc với đáy. Khẳng định nào **sai**?

A. $SC \perp (ABC)$

B. CK là đường cao $\triangle ABC$ thì $CK \perp (SAB)$

C. $SA \perp BC$

D. $SA \perp (ABC)$

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(x)$.

A. $f'(x) = 2 \cos 2x$.

B. $f'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$

C. $f'(x) = 2 \sin 2x$.

D. $f'(x) = \cos 2x$.

Câu 19. Xác định a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x + a & \text{khi } x \geq 0 \\ 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a = 0$.

B. $a = 2$.

C. $a = 1$.

D. $a = -1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $4y - y'' = 2$.

B. $4y' + y''' = 0$.

C. $2y' + y'' = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $2y + y' \cdot \tan x = 0$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$?

A. 60°

B. 45° .

C. 120°

D. 90°

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC , $SB = a$. Góc giữa SA và đáy hình chóp bằng

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y = x + 10$.

A. $y = x - 1; y = x - \frac{7}{3}$.

B. $y = x + 1; y = x + \frac{7}{3}$.

C. $y = x - 1; y = x + \frac{7}{3}$.

D. $y = x + 1; y = x - \frac{7}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $(d): y = \frac{1}{9}x + 2017$ là

A. 4

B. 1

C. 2

D. 3.

Câu 25. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 3x^2 + 2018)$ bằng

A. 1.

B. 0

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 26. Hàm nào trong sau đây không liên tục tại điểm $x = 0$?

A. $f(x) = |x|$.

B. $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

C. $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$.

D. $f(x) = \frac{1}{x}$.

Câu 27. Tập hợp các điểm M trong không gian cách đều 2 điểm phân biệt A và B là tập hợp nào sau đây?

A. Một mặt phẳng song song với AB

B. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB

C. Một đường thẳng song song với AB

D. Đường thẳng trung trực của đoạn AB

Câu 28. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy có tâm O và cạnh bằng a , cạnh bên bằng a . Khoảng cách từ O đến (SAD) bằng bao nhiêu?

- A. a . B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{a}{\sqrt{6}}$

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y = 2x^5 - \frac{2}{x} + 3$ bằng biểu thức nào sau đây ?

- A. $10x + \frac{2}{x^2}$. B. $10x^4 + \frac{2}{x^2}$. C. $10x^4 - \frac{2}{x^2}$. D. $10x^4 + \frac{2}{x^2} + 3$

Câu 30. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x-2)\sqrt{x^2+1}$.

- A. $y' = \frac{2x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2+1}}$. B. $y' = \frac{2x^2 + 2x + 1}{\sqrt{x^2+1}}$.
C. $y' = \frac{2x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2-1}}$. D. $y' = \frac{2x^2 - 2x - 1}{\sqrt{x^2+1}}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN (4 ĐIỂM)

Câu 1. Xác định tham số m để hàm số sau liên tục tại $x_0 = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{ khi } x \neq 2 \\ mx - 3 & \text{ khi } x = 2 \end{cases}$$

Câu 2. Chứng minh rằng đối với hàm số $y = x \sin x$, ta có $xy'' - 2(y' - \sin x) + xy = 0$

Câu 3. Chứng minh rằng phương trình $x^5 + x - 1 = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$.

- a) Chứng minh: $BD \perp (SAC)$
b) Xác định và tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.
c) Tính khoảng cách giữa AC và SB .

----- HẾT -----.

* ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	A	B	C	D	A	D	B	C	D	D	C	D	C	A	A	A	C	B	D	B	B	C	C	D	B	D	B	A

ĐỀ SỐ 3**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (6 ĐIỂM)**

Câu 1. Tính đạo hàm của hàm số $y = -x^7 + 2x^5 + 3x^3$.

A. $y' = -x^6 + 2x^4 + 3x^2$.

B. $y' = -7x^6 - 10x^4 - 6x^2$.

C. $y' = 7x^6 - 10x^4 - 6x^2$.

D. $y' = -7x^6 + 10x^4 + 9x^2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 nếu thoả mãn biểu thức nào dưới đây?

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = f(x_0)$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = f(x_0)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ dương trong trường hợp nào?

A. $x < 1$.

B. $x < 0$ hoặc $x > 1$.

C. $x < 0$ hoặc $x > 2$

D. $0 < x < 2$.

Câu 4. Giới hạn của hàm số nào dưới đây có kết quả bằng 1?

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$.

B. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x}$.

C. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$.

Câu 5. Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2.5^n}$ là

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{1}{50}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi O là tâm của tam giác ABC . Chọn mệnh đề **đúng**?

A. $SO \perp SC$

B. $SO \perp AB$

C. $SO \perp SB$

D. $SO \perp SA$

Câu 7. Trong không gian, cho các đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Nếu $a // b$ thì góc giữa a và c bằng với góc giữa b và c .

B. $a \perp b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

C. Góc giữa a và c bằng với góc giữa b và c thì $a // b$.

D. a và b cùng nằm trong một mặt phẳng và cùng vuông góc với c thì $a // b$.

Câu 8. Hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $SA = a$ và $AC = a\sqrt{5}, BC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa từ A đến (SBC) bằng

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 9. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. Nếu tồn tại $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho $f(a).f(b) < 0$ thì đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục Ox .

B. Nếu tồn tại $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(a; b)$

C. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(a; b)$

D. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(a; b)$.

Câu 10. Tập hợp các điểm trong không gian cách đều 2 điểm A và B là

- A. một đường thẳng song song với AB . B. đường thẳng trung trực của đoạn AB .
C. một mặt phẳng song song với AB . D. mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$?

- A. 120^0 . B. 90^0 C. 60^0 D. 45^0

Câu 12. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$, với a là tham số. Khi đó, $a - a^2$ bằng

- A. -6 . B. -12 . C. -2 . D. 0 .

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$?

- A. $a = -7$. B. $a = -\frac{7}{2}$. C. $a = \frac{7}{2}$. D. $a = 7$.

Câu 14. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ thỏa mãn tiếp tuyến với đồ thị có hệ số góc bằng 2018?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 15. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{-1}{2}t^2 + 20t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 8$ giây bằng bao nhiêu?

- A. 12 m/s. B. 152 m/s. C. 22 m/s. D. 40 m/s.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông ở B , AH là đường cao của tam giác SAB . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $AH \perp AC$ B. $AH \perp SC$ C. $AH \perp SB$ D. $AH \perp BC$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$. Tính khoảng cách từ O đến SC .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 18. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$.

A. $+\infty$.B. $-\infty$.C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) vuông góc với nhau. Chân đường cao của hình chóp nằm

A. trên đường thẳng AB .B. trên đường thẳng AC .C. trên đường thẳng BC .D. miền trong tam giác ABC .

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

A. $y = x - 2$.B. $y = -x + 2$.C. $y = -x - 2$.D. $y = -x + 1$.

Câu 21. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) sao cho tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất?

A. $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$ B. $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$ C. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$ D. $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2-3x^2}$ trên miền xác định bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$.B. $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$.C. $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$.D. $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ đáy có tâm O , cạnh đáy bằng a . Chiều cao hình chóp bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ O đến mặt bên.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và các cạnh bên bằng nhau, $SA = a$. Số đo của góc giữa AC và mặt phẳng (SBD) bằng

A. 45° B. 60° C. 30° D. 90° .

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{ khi } x \neq 1 \\ -2 & \text{ khi } x = 1 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.B. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.C. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.D. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = -2$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O biết rằng $SA = SB = SC = SD$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $AC \perp BD$ B. $SO \perp (ABCD)$ C. $SB \perp AD$ D. $BD \perp SC$

Câu 27. Tìm giá trị đúng của $S = \sqrt{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\sqrt{2} + 1$.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa SM và BC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 2$ tại điểm $A(-1; 1)$ vuông góc với đường thẳng $x - 2y + 3 = 0$. Tính $a^2 - b^2$.

A. $a^2 - b^2 = 13$.

B. $a^2 - b^2 = -2$.

C. $a^2 - b^2 = -5$.

D. $a^2 - b^2 = 10$.

Câu 30. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x - 2)\sqrt{x^2 + 1}$.

A. $y' = \frac{2x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

B. $y' = \frac{2x^2 + 2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

C. $y' = \frac{2x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

D. $y' = \frac{2x^2 - 2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN (4 ĐIỂM)

Câu 1. Tính giới hạn : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$

Câu 2. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$

Câu 3. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{7}x - 4$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, ΔABC đều cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm ΔABC và ΔSBC .

a) Chứng minh $HK \perp BC$.

b) Xác định và tính góc giữa SC và (ABC) .

c) Xác định và tính khoảng cách từ A đến (SBC) .

----- HẾT -----

* ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3 :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	C	C	A	B	B	A	B	D	D	C	B	D	D	A	A	B	C	A	B	C	C	A	D	C	C	D	A	C	A

(Đề thi gồm 4 trang)

(Thời gian làm bài 90 phút)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

- Câu 1.** Trong không gian cho 3 đường thẳng đôi một phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Nếu a, b cùng nằm trong một mặt phẳng một mặt phẳng và cùng vuông góc với c thì $a // b$
B. Nếu góc giữa a với c bằng góc giữa b với c thì $a // b$
C. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
D. Nếu a, b cùng nằm trong mặt phẳng (α) và $c // (\alpha)$ thì góc giữa a với c và góc giữa b với c bằng nhau.
- Câu 2.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?
- A. $u_n = (1,013)^n$. B. $u_n = (-1,012)^n$. C. $u_n = (0,909)^n$. D. $u_n = -(1,901)^n$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{|x - 1|}; & \text{khi } x < 1 \\ 5x - 3; & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3$. B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$. D. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$.
- Câu 4.** Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 5| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\lim u_n = 5$. B. $\lim u_n = 6$.
C. Dãy số (u_n) không có giới hạn. D. $\lim u_n = 4$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là
- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.
- Câu 6.** Cho phương trình $882x^5 - 441x^4 - 116x^3 + 58x^2 + 2x - 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Phương trình có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.
B. Phương trình có nghiệm trong khoảng $(-1; 0)$.
C. Phương trình có 5 nghiệm phân biệt.
D. Phương trình có đúng 4 nghiệm.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x-1}$. Tính $f^{(5)}(2)$.
- A. 120. B. -120. C. 24. D. -24.

- Câu 8.** Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 5x & \text{nếu } x > -1 \\ x^3 - 4x - 1 & \text{nếu } x \leq -1 \end{cases}$. Kết luận nào sau đây là sai?
- A. Hàm số liên tục tại $x = 1$. B. Hàm số liên tục tại $x = -3$.
C. Hàm số liên tục tại $x = -1$. D. Hàm số liên tục tại $x = 3$.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = +\infty$. Xét các mệnh đề sau
- (I) $\lim_{x \rightarrow a^+} [f(x) - g(x)] = 0$; (II) $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$; (III) $\lim_{x \rightarrow a^+} [f(x) + g(x)] = +\infty$.
- Phát biểu nào sau đây là đúng?
- A. Có đúng 2 mệnh đề đúng. B. Chỉ có đúng 1 mệnh đề đúng.
C. Không có mệnh đề nào đúng. D. Cả 3 mệnh đề đều đúng.
- Câu 10.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào sau đây?
- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-3; 2)$. D. $(-5; 3)$.
- Câu 11.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $d(A; (BCC'B')) = AB$.
B. Các mặt bên của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là các hình chữ nhật.
C. $d((ABC; (A'B'C')) = BB'$.
D. $d(B; (ACC'A')) = d(B'; (ACC'A'))$.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tính hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.
- A. -1. B. -2. C. 1. D. 2.
- Câu 13.** Hàm số $y = (1 + \sin x)(1 + \cos x)$ có đạo hàm là
- A. $y' = \cos x - \sin x + 1$. B. $y' = \cos x + \sin x + 1$.
C. $y' = \cos x + \sin x + \cos 2x$. D. $y' = \cos x - \sin x + \cos 2x$.
- Câu 14.** Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^3 + 1) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}}$ là:
- A. $+\infty$. B. 0. C. 3. D. $-\infty$.
- Câu 15.** Tính $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n+1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$.
- A. $-\infty$. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 16.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $BC \perp SH$. B. $AC \perp SH$. C. $AH \perp SC$. D. $BC \perp SC$.

Câu 17. Trong không gian cho hai đường thẳng a, d và mặt phẳng (α) . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng bất kì nằm trong (α) .
 B. Nếu d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng nằm trong (α) thì d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (α) .
 C. Nếu $d \perp (\alpha)$ và $a \parallel (\alpha)$ thì $d \perp a$.
 D. Nếu d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

Câu 18. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2+3-4+\dots+(2n-1)-2n}{2n+1}$.

- A. 1. B. -1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Câu 19. Qua điểm O cho trước có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Câu 20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{8-2x}}{x-2}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi M là một điểm di động trên (C) có hoành độ $x_M > 1$. Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại M lần lượt cắt 2 đường thẳng $d_1: x-1=0, d_2: y-2=0$ tại A và B . Gọi S là diện tích tam giác OAB . Tìm giá trị nhỏ nhất của S .

- A. $\min S = 1 + \sqrt{2}$. B. $\min S = 1$. C. $\min S = 2$. D. $\min S = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (với I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD).

Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 24. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thuộc $[-2019; 2019]$ sao cho phương trình

$$(2m^2 - 5m + 2)(x-1)^{2018}(x^{2019} - 2) + x^2 + 3 = 0$$

có nghiệm?

- A. 4038. B. 4039. C. 4037. D. 1.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{mx^3}{3} + \frac{mx^2}{2} + (m+3)x + 2$. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. Vô số.

Câu 26. Biết $\lim(\sqrt{n^2 + kn + 4} - n - 2) = 1$. Khi đó, giá trị của k là

- A. 4. B. 8. C. 2. D. 6.

Câu 27. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O , cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ lấy điểm S sao cho góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính độ dài đoạn thẳng SO .

- A. $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $SO = a\sqrt{2}$. C. $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $SO = a\sqrt{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $SABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a, SA = a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29. Cho hình chóp đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\sin \varphi$.

- A. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{10}}{4}$. B. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \begin{cases} \sqrt{x-2} + 3, & x \geq 2 \\ ax-1, & x < 2 \end{cases}$

Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số liên tục tại $x = 2$.

- A. $a = 1$. B. $a = 3$. C. $a = 2$. D. $a = 4$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (4 điểm)

Câu 1. Tính giới hạn sau $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$

Câu 2. Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = x^3 - \frac{2}{x} + \sqrt{x}$.

b) $y = \frac{2x-1}{x+5}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (SBC)$. Chứng minh rằng $BD \perp SC$.

☞ HẾT ☞

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	D	A	B	D	B	C	B	A	A	D	D	B	B	A	D	C	C	A	D	B	C	A	C	D	B	D	A	C