

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó chữ số 4 đứng ở hàng đơn vị?

- A. 24. B. 120. C. 5. D. 256.

Câu 2. Cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 10, u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng

- A. 2. B. -2. C. 4. D. -4.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

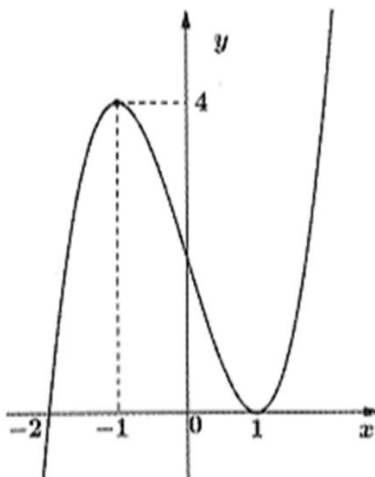
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-3; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - x)(1 - x^2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của hàm số là

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 0$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x-1}$ là đường thẳng

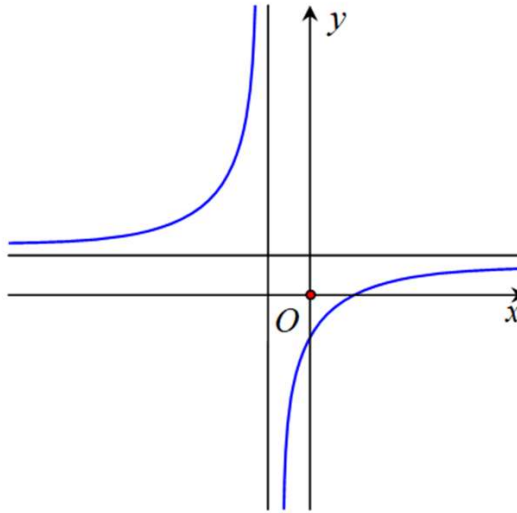
A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{1}{3}$.

D. $y = \frac{2}{3}$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2$ và đường thẳng $y = -2$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^3}$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-3) = 4$ là

A. $x = \frac{19}{2}$.

B. $x = \frac{11}{2}$.

C. $x = \frac{5}{2}$.

D. $x = 6$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+1}$.

A. $y' = 2xe^{x+1}$.

B. $y' = e^{x^2}$.

C. $y' = 2e^{x^2+1}$.

D. $y' = 2xe^{x^2+1}$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ là khoảng $(a; b)$. Khi đó tổng $M = 2a + b$ bằng

A. -4.

B. 0.

C. 4.

D. 8.

Câu 14. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-5}$.

A. $\int \frac{dx}{2x-5} = \ln|2x-5| + C.$

B. $\int \frac{dx}{2x-5} = \frac{1}{2} \ln|2x-5| + C.$

C. $\int \frac{dx}{2x-5} = 2 \ln|2x-5| + C.$

D. $\int \frac{dx}{2x-5} = -\frac{1}{5} \ln|2x-5| + C.$

Câu 15. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + \pi.$

B. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{\pi}{2}.$

C. $F(x) = \sin x + \pi - 1.$

D. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + \pi.$

Câu 16. Tích phân $\int_1^2 e^{2x-1} dx$ bằng

A. $e^3 - e.$

B. $\frac{1}{2} e^3 - e.$

C. $\frac{1}{2} (e^3 - e).$

D. $e^3 - \frac{1}{2} e.$

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có $\int_0^1 f(u) du = 2$ và $\int_1^3 f(t) dt = 4$. Khi đó $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. 6.

C. 2.

D. -2.

Câu 18. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ có tọa độ là

A. $(2; 5).$

B. $(2; -5).$

C. $(-2; 5).$

D. $(-2; -5).$

Câu 19. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 2i$ là

A. $\frac{1}{5} (1 - 2i).$

B. $\frac{1}{5} (1 + 2i).$

C. $1 - 2i.$

D. $\frac{1}{\sqrt{5}} (1 - 2i).$

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn $(3 - 4i)z - 2 = 2i$. Mô đun của z bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}.$

B. $\frac{4}{5}.$

C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}.$

D. $\frac{8}{5}.$

Câu 21. Tính diện tích mặt cầu có bán kính R .

A. $\pi R^2.$

B. $2\pi R^2.$

C. $3\pi R^2.$

D. $4\pi R^2.$

Câu 22. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = 2$, $BC = 3$, $CC' = 5$.

A. 20.

B. 25.

C. 30.

D. 50.

Câu 23. Tính thể tích khối nón có đường kính đáy R , đường cao h .

- A. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. B. $\frac{1}{6}\pi R^2 h$. C. $\pi R^2 h$. D. $\frac{1}{12}\pi R^2 h$.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $3a$. Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

- A. $3a^3$. B. $12a^3$. C. $6a^3$. D. $9a^3$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB} = (1;3;1)$.

- A. $(2;5;0)$. B. $(0;-1;-2)$. C. $(0;1;2)$. D. $(-2;-5;0)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-2;1;3)$ và bán kính bằng 4 có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 16$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;-3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, trục tọa độ Oy có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{n}_1 = (1;0;0)$. B. $\vec{n}_2 = (0;1;0)$. C. $\vec{n}_3 = (0;1;1)$. D. $\vec{n}_4 = (1;0;1)$.

Câu 29. Từ một hộp gồm 6 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ ta chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng. Tính xác suất để hai quả bóng được chọn khác màu.

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{11}{15}$.

Câu 30. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-x}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $-2 \max_{[0;2]} y + \min_{[0;2]} y \geq -5$?

- A. 15. B. 14. C. 13. D. 12.

Câu 32. Đặt $\log_2 3 = a$. Tính theo a giá trị $\log_{18} 12$.

A. $\frac{2a+1}{a+2}$.

B. $\frac{2+a}{1+2a}$.

C. $\frac{a-2}{2a+1}$.

D. $\frac{a+2}{2a-1}$.

Câu 33. Nếu $\int_0^2 [4x+1-2f(x)]dx = 5$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 5.

B. -5.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 34. Cho hai số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w thỏa mãn $|w + z_1 + z_2| = 2$ là một đường tròn có tâm

A. $I(0;2)$.

B. $I(0;-2)$.

C. $I(2;0)$.

D. $I(-2;0)$.

Câu 35. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với $\text{mp}(ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SD và $\text{mp}(SAC)$ bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Câu 36. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ C đến $\text{mp}(SAB)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}a}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{15}a}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(1;2;3)$ và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

C. $(P): 2x + 3y + 6z - 26 = 0$.

D. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(2+m)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình của một mặt cầu?

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 7.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0
y	$+\infty$		0		$+\infty$
		-1		-1	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(f(\cos 3x)) - m - 1 = 0$ có năm nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.**

Câu 40. Trong vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm $t = 0$); T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

- A. 2400 năm. B. 2300 năm. C. 2387 năm. D. 2378 năm.**

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x + a & \text{khi } x \geq 0 \\ bx + 5 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ (a, b là các tham số thực).

Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(2 \cos x + 1) \cdot \sin x \, dx$ bằng

- A.** $\frac{16}{3}$. **B.** $-\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $-\frac{32}{3}$.

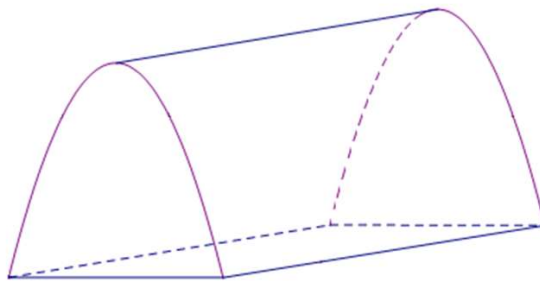
Câu 42. Biết rằng trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-1| \leq 1$ và $\left|z + \frac{1}{2}i\right| \geq \left|z + \frac{1}{2}\right|$ là một hình phẳng (H) . Diện tích của (H) bằng

- A.** $\frac{\pi-2}{4}$. **B.** $\frac{\pi-1}{4}$. **C.** $\frac{\pi-2}{2}$. **D.** $\frac{\pi-1}{2}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt phẳng (SBC) và (ABC) vuông góc với nhau, các cạnh $AB = AC = SA = SB = 2a$. Tìm độ dài cạnh SC , biết khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3 .

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 44. Để chuẩn bị CSVC phục vụ công tác phòng chống Covid-19, các chiến sĩ ở chốt kiểm soát dự định dựng một cái lều trại có dạng như hình vẽ. Biết rằng mặt trước và mặt sau của trại là hai parabol bằng nhau, nằm trên 2 mặt song song với nhau và cùng vuông góc với mặt nền. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước chiều rộng là 4m (lối vào lều), chiều dài là 6m; đỉnh parabol cách nền 3m. Tính thể tích phần không gian bên trong lều trại.



A. $32m^3$.

B. $36m^3$.

C. $48m^3$.

D. $64m^3$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ và điểm $A(1;0;2)$. Đường thẳng

Δ đi qua A đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = a + bt \\ z = c + dt \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Tính tổng $S = a + 2b + 3c + 4d$.

A. -4 .

B. -2 .

C. 4 .

D. 8 .

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			1		0		1		$-\infty$

Hàm số $y = \frac{f(-x^2 + 2x) + 2021}{f(-x^2 + 2x)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 .

B. 2 .

C. 4 .

D. 5 .

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[0; 2021]$ sao cho phương trình sau có nghiệm:

$$\ln^3(x+m) + m^3 + 3e^x \ln(x+m)^m = e^{3x}.$$

A. 4042 .

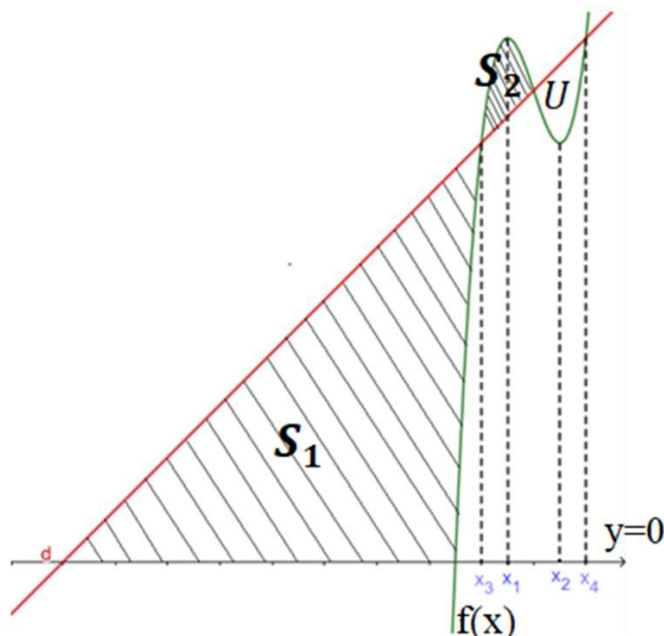
B. 2019 .

C. 2022 .

D. 2021 .

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới.

Biết $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $4f(x_1) = 5f(x_2)$. Đường thẳng d qua điểm uốn U của (C) và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất cắt (C) tại hai điểm khác U có hoành độ x_3, x_4 thỏa mãn $x_4 - x_3 = 4$. Gọi S_1, S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 32.

B. 31.

C. 30.

D. 29.

Câu 49. Cho các số phức z, w thỏa mãn $\frac{2(z+2-i)}{(z+\bar{z})i+2}$ là số thực và $|w+2i| = |w+2|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |w+2+i| + |w-z|$ là

A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) nhận hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): 2x+y-z+1=0$ làm các mặt phẳng đối xứng. Gốc tọa độ O nằm ngoài mặt cầu, đồng thời khoảng cách từ O đến một điểm M nằm trên mặt cầu có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là 12 và 6. Biết tâm mặt cầu là điểm $I(a;b;c)$ với $a < 0$, tính tổng $T = a+b+c$.

A. $T = -3$.

B. $T = -1$.

C. $T = 3$.

D. $T = 5$.

HẾT



ĐỀ THI THỬ TN THPT QUỐC GIA – NĂM HỌC: 2020 – 2021
CHUYÊN HÀ TĨNH

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.C	5.C	6.D	7.A	8.A	9.C	10.D
11.A	12.D	13.B	14.A	15.B	16.C	17.B	18.D	19.A	20.A
21.D	22.C	23.D	24.D	25.A	26.B	27.B	28.B	29.A	30.C
31.A	32.B	33.C	34.C	35.D	36.B	37.B	38.D	39.C	40.D
41.A	42.A.C	43.D	44.C	45.B	46.A	47.D	48.C	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Từ các chữ số 1,2,3,4,5 lập đc bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó chữ số 4 đứng ở hàng đơn vị?

A. 24.

B. 120.

C. 5.

D. 256.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd4}$ với $a, b, c, d \in \{1; 2; 3; 5\}$.

Chọn số xếp vào vị trí a có 4 cách.

Chọn số xếp vào vị trí b có 3 cách.

Chọn số xếp vào vị trí c có 2 cách.

Chọn số xếp vào vị trí d có 1 cách.

Vậy thành lập được tất cả $4.3.2.1 = 24$ số.

Câu 2: Cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 10; u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = 10 \\ u_4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 10 \\ u_1 + 3d = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 \\ d = -2 \end{cases}.$$

Vậy công sai của cấp số cộng là $d = -2$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - x)(1 - x^2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = (x^2 - x)(1 - x^2) = x(x - 1)(1 - x)(x + 1) = -x(x - 1)^2(x + 1)$

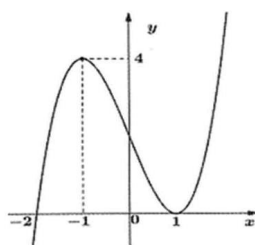
Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm đã cho có 1 điểm cực đại.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của hàm số là

A. $x = 4$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra điểm cực đại của hàm số là $x = -1$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x-1}$ là đường thẳng

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{1}{3}$.

D. $y = \frac{2}{3}$.

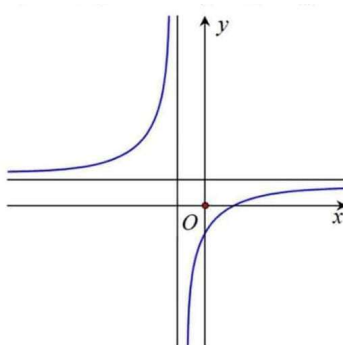
Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{3x-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ sau



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, căn cứ vào tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và giao điểm với trục Ox, Oy ta thấy hàm số

$$y = \frac{x-1}{x+1} \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2$ và đường thẳng $y = -2$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^4 - 3x^2 = -2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy có bốn giao điểm.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^3}$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Hàm số } y = \sqrt{x^3} \text{ xác định } \Leftrightarrow x^3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0 \Rightarrow D = [0; +\infty).$$

Câu 10: Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-3) = 4$ là

A. $x = \frac{19}{2}$.

B. $x = \frac{11}{2}$.

C. $x = \frac{5}{2}$.

D. $x = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(2x-3) = 4 \Leftrightarrow 2x-3 = 2^4 \Leftrightarrow x = \frac{19}{2}$.

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+1}$ là

A. $y' = 2xe^{x^2+1}$.

B. $y' = e^{x^2}$.

C. $y' = 2e^{x^2+1}$.

D. $y' = 2xe^{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = e^{x^2+1} \Rightarrow y' = e^{x^2+1} (x^2+1)' = 2xe^{x^2+1}$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ là khoảng $(a;b)$. Khi đó tổng $M = 2a + b$ bằng

A. -4 .

B. 0 .

C. 4 .

D. 8 .

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của bất phương trình là $\begin{cases} x+7 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1$.

Ta có $\log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_2(x+7) > \log_2(x+1)^2$

$\Leftrightarrow x+7 > (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2+x-6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm là $(-1;2)$.

Vậy $a = -1; b = 2 \Rightarrow M = 2a + b = 0$.

Câu 14: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ thỏa mãn $F(\frac{\pi}{2}) = \pi$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + \pi$.

B. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{\pi}{2}$.

C. $F(x) = \sin x + \pi - 1$.

D. $F(x) = \frac{-1}{2} \sin 2x + \pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Vì $F(\frac{\pi}{2}) = \pi$, nên $\frac{1}{2} \sin 2 \cdot \frac{\pi}{2} + C = \pi \Rightarrow C = \pi$

Vậy $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + \pi$.

Câu 15: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-5}$.

A. $\int \frac{1}{2x-5} dx = \ln|2x-5| + C$.

B. $\int \frac{1}{2x-5} dx = \frac{1}{2} \ln|2x-5| + C$.

C. $\int \frac{1}{2x-5} dx = 2 \ln|2x-5| + C$.

D. $\int \frac{1}{2x-5} dx = \frac{-1}{5} \ln|2x-5| + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \frac{1}{2x-5} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{2x-5} d(2x-5) = \frac{1}{2} \ln|2x-5| + C$.

Câu 16: Tích phân $\int_1^2 e^{2x-1} dx$ bằng

A. $e^3 - e$.

B. $\frac{1}{2}e^3 - e$.

C. $\frac{1}{2}(e^3 - e)$.

D. $e^3 - \frac{1}{2}e$.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^2 e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} (e^{2x-1}) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (e^3 - e)$

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có $\int_0^1 f(u) du = 2$ và $\int_1^3 f(t) dt = 4$. Khi đó $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. 6.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = \int_0^1 f(u) du + \int_1^3 f(t) dt = 2 + 4 = 6$.

Câu 18: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ có tọa độ là

A. $(2; 5)$.

B. $(2; -5)$.

C. $(-2; 5)$.

D. $(-2; -5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = -2 + 5i \Rightarrow \bar{z} = -2 - 5i$. Vậy điểm biểu diễn cần tìm có tọa độ là $(-2; -5)$.

Câu 19: Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 2i$ là

A. $\frac{1}{5}(1 - 2i)$.

B. $\frac{1}{5}(1 + 2i)$.

C. $1 - 2i$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}(1 - 2i)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 2i$ là

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{1 + 2i} = \frac{1(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{1 - 2i}{5} = \frac{1}{5}(1 - 2i).$$

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $(3 - 4i)z - 2 = 2i$. Môđun của z bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$(3 - 4i)z - 2 = 2i \Leftrightarrow (3 - 4i)z = 2 + 2i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2 + 2i}{3 - 4i} = \frac{(2 + 2i)(3 + 4i)}{(3 - 4i)(3 + 4i)} = \frac{-2 + 14i}{25} = -\frac{2}{25} + \frac{14}{25}i.$$

$$\text{Do đó, môđun của } z \text{ bằng } \sqrt{\left(-\frac{2}{25}\right)^2 + \left(\frac{14}{25}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Câu 21: Tính diện tích mặt cầu có bán kính R

A. πR^2 .

B. $2\pi R^2$.

C. $3\pi R^2$.

D. $4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu có bán kính R là $4\pi R^2$

Câu 22: Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = 2; BC = 3; CC' = 5$

A. 20.

B. 25.

C. 30.

D. 50.

Lời giải

Chọn C

Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = 2; BC = 3; CC' = 5$ có thể tích là $V = BA.BC.CC' = 2.3.5 = 30$.

Câu 23: Tính thể tích khối nón có đường kính đáy R và đường cao h :

A. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

B. $\frac{1}{6}\pi R^2 h$.

C. $\pi R^2 h$.

D. $\frac{1}{12}\pi R^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Khối nón có đường kính đáy R thì bán kính đáy là $\frac{R}{2}$.

Thể tích khối nón bằng: $V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 h = \frac{1}{12} \pi R^2 h$.

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD A' B' C' D'$ có cạnh $3a$. Thể tích khối tứ diện $ACB' D'$ bằng:

A. $3a^3$.

B. $12a^3$.

C. $6a^3$.

D. $9a^3$.

Lời giải

Chọn D

Hình lập phương $ABCD A' B' C' D'$ cạnh $3a$ có thể tích bằng $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Thể tích khối tứ diện $ACB' D'$ là $V_{ACB' D'} = \frac{1}{3} V = 9a^3$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$.

A. $(2; 5; 0)$.

B. $(0; -1; -2)$.

C. $(0; 1; 2)$.

D. $(-2; -5; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - 1; y_B - 2; z_B + 1) = (1; 3; 1) \Rightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 1 \\ y_B - 2 = 3 \\ z_B + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 5 \\ z_B = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 0)$.

Vậy $B(2; 5; 0)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-2; 1; 3)$ và bán kính bằng 4 có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 16$.

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu có tâm $I(-2; 1; 3)$ và $R = 4$ có phương trình là $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Vậy $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}$. Vậy $d(M, (P)) = \frac{4}{3}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, trục tọa độ Oy có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{n}_1 = (1; 0; 0)$. B. $\vec{n}_2 = (0; 1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (0; 1; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có Oy có một vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0) = \vec{n}_2$. Vậy $\vec{n}_2 = (0; 1; 0)$.

Câu 29: Từ một hộp gồm 6 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ ta chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng. Tính xác suất để hai quả bóng được chọn khác màu.

A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{11}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là “biến cố hai quả bóng được chọn khác màu” $\Rightarrow n(A) = C_6^1 \cdot C_4^1 = 24$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$.

Câu 30: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-x}$ là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = (1; +\infty)$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-x} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-x} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó, đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 2.

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $-2 \max_{[0;2]} y + \min_{[0;2]} y \geq -5$

A. 15. B. 14. C. 13. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \frac{1+m}{(x+1)^2}$.

TH1: Nếu $m = -1 \Rightarrow y = 1, \forall x \neq -1. \Rightarrow -2 \max_{[0;2]} y + \min_{[0;2]} y = -2 \cdot 1 + 1 = -1 \geq -5$

Vậy $m = -1$ (thỏa mãn).

TH2: Nếu $1+m < 0 \Leftrightarrow m < -1$ (*)

$$\Rightarrow y' = \frac{1+m}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in [0; 2]$$

Do đó, hàm số nghịch biến trên đoạn $[0; 2]$.

Khi đó: $\min_{[0;2]} y = y(2) = \frac{2-m}{3}$ và $\max_{[0;2]} y = y(0) = -m$

Yêu cầu bài toán: để $-2 \max_{[0;2]} y + \min_{[0;2]} y \geq -5 \Leftrightarrow 2m + \frac{2-m}{3} \geq -5 \Leftrightarrow 5m \geq -17 \Leftrightarrow m \geq \frac{-17}{5}$

Kết hợp điều kiện (*) $\Rightarrow \frac{-17}{5} \leq m < -1$

Mà m là số nguyên $m \in \{-3; -2\}$.

TH3: Nếu $1+m > 0 \Leftrightarrow m > -1$ (**)

$$\Rightarrow y' = \frac{1+m}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0; 2]$$

Do đó, hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 2]$.

Khi đó: $\max_{[0;2]} y = y(2) = \frac{2-m}{3}$ và $\min_{[0;2]} y = y(0) = -m$

Yêu cầu bài toán để $-2 \max_{[0;2]} y + \min_{[0;2]} y \geq -5 \Leftrightarrow -2 \cdot \frac{2-m}{3} - m \geq -5 \Leftrightarrow \frac{-4+2m-3m}{3} \geq -5$

$$\Leftrightarrow -m-4 \geq -15 \Leftrightarrow m \leq 11$$

Kết hợp điều kiện (**) $\Rightarrow -1 < m \leq 11$

Mà m là số nguyên $m \in \{0; 1; 2; \dots; 11\}$

Kết hợp cả 3 trường hợp $\Rightarrow$ có 15 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 32: Đặt $\log_2 3 = a$. Tính theo a giá trị của $\log_{18} 12$

A. $\frac{2a+1}{a+2}$.

B. $\frac{2+a}{1+2a}$.

C. $\frac{a-2}{2a+1}$.

D. $\frac{a+2}{2a-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{18} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 18} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3)}{\log_2 (3^2 \cdot 2)} = \frac{2 + \log_2 3}{2 \log_2 3 + 1} = \frac{2+a}{2a+1}$

Câu 33: Nếu $\int_0^2 [4x+1-2f(x)]dx = 5$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 5.

B. -5.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^2 [4x+1-2f(x)]dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^2 (4x+1)dx - 2\int_0^2 f(x)dx = 5 \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = \frac{5}{2}$$

Câu 34: Cho hai số phức z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $|w + z_1 + z_2| = 2$ là một đường tròn có tâm

- A. $I(0;2)$. B. $I(0;-2)$. C. $I(2;0)$. D. $I(-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{3}i \\ z = -1 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow |w + z_1 + z_2| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 2| = 2 \Leftrightarrow |x - 2 + yi| = 2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 = 2.$$

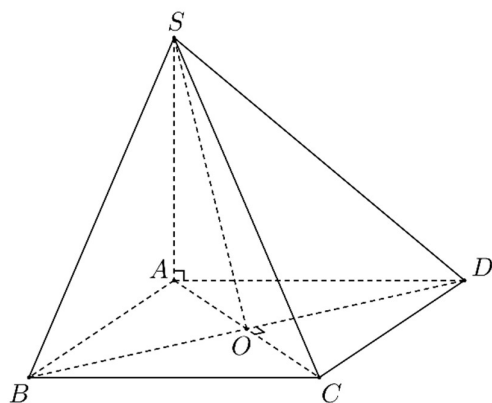
Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn có tâm $I(2;0)$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó $AO = DO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp (SAC) \text{ tại } O.$$

Mà $SD \cap (SAC) = \{S\}$ nên SO là hình chiếu của SD lên mặt phẳng (SAC) .

$$\text{Suy ra } (\widehat{SD, (SAC)}) = (\widehat{SD, SO}) = \widehat{DSO}.$$

$$\text{Tam giác } SAO \text{ vuông tại } A \text{ có } SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Tam giác SOD vuông tại O có $\tan \widehat{DSO} = \frac{OD}{SO} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{DSO} = 30^\circ$.

Vậy $\widehat{(SD, (SAC))} = \widehat{DSO} = 30^\circ$.

Câu 36: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{\sqrt{15}a}{5}$.

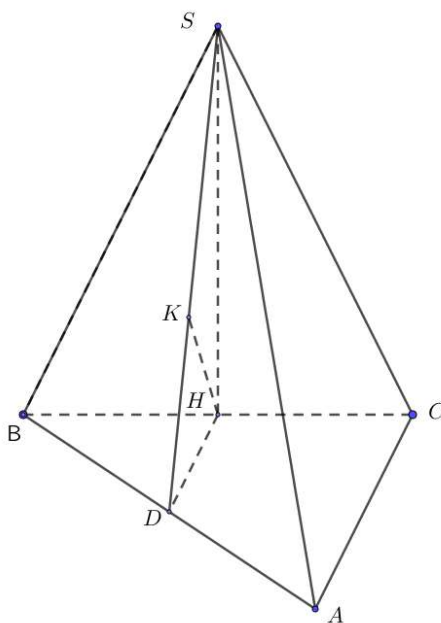
B. $\frac{2\sqrt{15}a}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC mà tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $\Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$. Tam giác SBC đều nên $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Gọi D là trung điểm của AB khi đó HD là đường trung bình của tam giác ABC .

Suy ra $HD \perp AB, HD = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Dựng $HK \perp SD$

Ta có $HD \perp AB, SH \perp AB \Rightarrow AB \perp (SHD) \Rightarrow HK \perp AB$. Lại có $HK \perp SD$ nên $HK \perp (SAB)$

Vậy khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB) là HK .

Ta có: $d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB)) = 2HK = \frac{2a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(1;2;3)$ và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

C. $(P): 2x + 3y + 6z - 26 = 0$.

D. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi giao điểm của mặt phẳng (P) và các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt là:

$$A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$$

Phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên ta có } \begin{cases} \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \\ \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(2+m)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0 \text{ là phương trình của một mặt cầu?}$$

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Phương trình một mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Từ phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(2+m)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ (1) đã cho ta có:

$$a = -2 - m, b = 0, c = m - 1, d = 3m^2 - 5.$$

Do đó để phương trình (1) là phương trình một mặt cầu khi và chỉ khi:

$$(2+m)^2 + (m-1)^2 - 3m^2 + 5 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 10 > 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

m là số nguyên nên $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m .

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$y=f(x)$	$+\infty$			0			$-\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(f(\cos 3x)) - m - 1 = 0$ có năm nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$2f(f(\cos 3x)) - m - 1 = 0 \Leftrightarrow f(f(\cos 3x)) = \frac{m+1}{2}.$$

$$t = \cos 3x, x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{Đặt } t' = -3 \sin 3x, t' = 0 \Rightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}$$

$$\text{Do } x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right] \text{ nên } x = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi, x = \frac{4\pi}{3}$$

Ta có bảng

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$
$t = \cos 3x$	1	0	-1	0	1	0
$f(t)$	-1	0	-1	0	-1	0
$f(f(t))$	0	0	0	0	0	0

Dựa vào bảng biến thiên thì để phương trình có 5 nghiệm phân biệt thì

$$\begin{cases} \frac{m+1}{2} = 0 \\ \frac{m+1}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Câu 40: Trong vật lý, sự phóng xạ của chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong

đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm $t = 0$); T là chu kỳ bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ biến thành chất khác). Chu kỳ bán rã của Carbon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được một mẫu đồ cổ một lượng Carbon và xác định được nó mất khoảng 25 % lượng các bon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó bao nhiêu tuổi?

A. 2400 năm.

B. 2300 năm.

C. 2387 năm.

D. 2378 năm.

Lời giải

Chọn D

Khối lượng chất Các bon còn lại so với ban đầu là: $m(t) = \left(1 - \frac{1}{4}\right)m_0$.

$$\text{Ta có } \frac{3}{4}m_0 = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow t = 5730 \cdot \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 2378$$

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x + a & \text{khi } x \geq 0 \\ bx + 5 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ (a, b là các tham số thực). Tích

phân $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(2 \cos x + 1) \sin x dx$ bằng

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{-16}{3}$.

C. $\frac{32}{3}$.

D. $\frac{-32}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ liên tục tại $x = 0$ và có đạo hàm tại $x = 0$.

$f(x)$ liên tục tại $x = 0$ nên

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x^2 + 3x + a) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (bx + 5) = a \Leftrightarrow a = 5.$$

$f(x)$ có đạo hàm $x = 0$ nên $f'(0^+) = f'(0^-) = f'(0) \Leftrightarrow 3 = b$.

$$I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(2 \cos x + 1) \sin x dx$$

Đặt $t = 2 \cos x + 1 \Rightarrow dt = -2 \sin x dx$.

Đổi cận

x	$\frac{\pi}{2}$	π
t	1	-1

$$\text{Ta có. } I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \left[\int_{-1}^0 (3t + 5) dt + \int_0^1 (2t^2 + 3t + 5) dt \right] = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}.$$

Câu 42: Biết rằng trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1| \leq 1$ và

$\left| z + \frac{1}{2}i \right| \leq \left| z + \frac{1}{2} \right|$ là một hình phẳng (H). Diện tích của (H) bằng:

A. $\frac{\pi - 2}{4}$.

B. $\frac{\pi - 1}{4}$.

C. $\frac{\pi - 2}{2}$.

D. $\frac{\pi - 1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

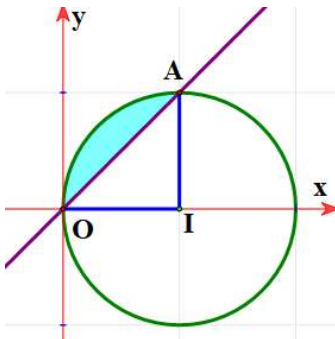
Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$|z-1| \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 \leq 1.$$

$$\left| z + \frac{1}{2}i \right| \leq \left| z + \frac{1}{2} \right| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2} \leq \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2} \Leftrightarrow y - x \geq 0$$

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z. Sử dụng đồ thị, ta thấy M thuộc miền được tô đậm sau:



$$S_H = S_q - S_{\Delta OIA} = \frac{1}{4}\pi \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{\pi - 2}{4}$$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt phẳng (SBC) và (ABC) vuông góc với nhau, các cạnh $AB = AC = SA = SB = 2a$. Tìm độ dài cạnh SC , biết khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3 .

A. $a\sqrt{3}$

B. $a\sqrt{2}$

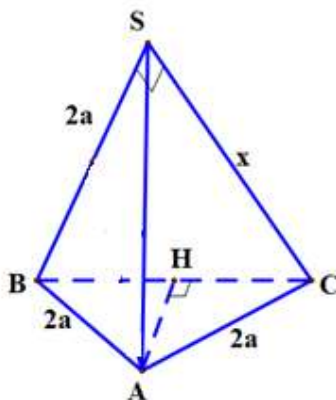
C. $2a\sqrt{3}$

D. $a\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $SC = x$



Gọi H là trung điểm của $SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$

Có $AS = AB = AC = 2a$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC , suy ra $SC \perp SB$

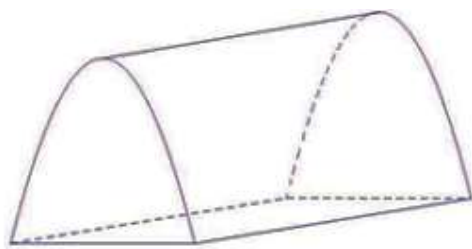
Xét tam giác vuông SBC có $BC = \sqrt{4a^2 - x^2}$

Xét tam giác vuông ABH có $AH = \sqrt{3a^2 - \frac{x^2}{4}}$.

$$\text{Lại có } V_{S.ABC} = a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \sqrt{3a^2 - \frac{x^2}{4}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot x = a^3 \Leftrightarrow \left(3a^2 - \frac{x^2}{4}\right) x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow \left(3a^2 - \frac{x^2}{4}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = a\sqrt{6}.$$

Câu 44: Để chuẩn bị CSVC phục vụ công tác phòng chống Covid -19, các chiến sĩ ở chốt kiểm soát dự định dựng một cái lều trại có dạng như hình vẽ. Biết rằng mặt trước và mặt sau của trại là hai parabol bằng nhau, nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và cùng vuông góc với mặt nền. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước chiều rộng là $4m$ (lối vào lều), chiều dài là $6m$, đỉnh parabol cách nền $3m$. Tính thể tích phần không gian bên trong lều trại.



A. $32 (m^3)$.

B. $36 (m^3)$.

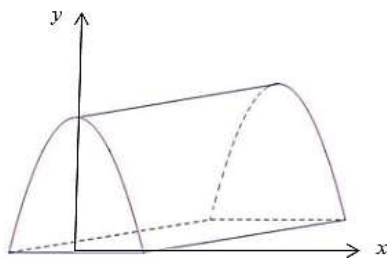
C. $48 (m^3)$.

D. $64 (m^3)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ có đỉnh $C(0;3)$, đi qua hai điểm $A(-2;0)$ và $B(2;0)$ nên

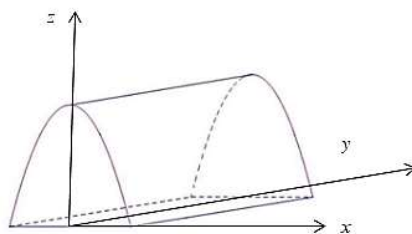
$$\text{có hệ phương trình } \begin{cases} 0.a + 0.b + c = 3 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}.$$

Suy ra $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$.

Diện tích mặt trước của lều trại là

$$S = \int_{-2}^2 \left(3 - \frac{3}{4}x^2 \right) dx = 8 (m^2).$$

+) Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Khi đó thể tích phần không gian bên trong lều trại là $V = \int_0^6 8dx = 48 \text{ (m}^3\text{)}$.

Nhận xét.

Ta có thể dùng công thức tính nhanh

Diện tích phần gạch sọc là: $S = \frac{2}{3}ah$, với a là đáy, h là chiều cao.

Có $S = \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 8 \text{ (m}^2\text{)}$; $h = 3 \text{ (m)}$.

Coi khối cần tính như khối trụ thì khối có thể tích là $V = 8 \cdot 6 = 48 \text{ (m}^3\text{)}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ và điểm $A(1;0;2)$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = a + bt \\ z = c + dt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Tính tổng } S = a + 2b + 3c + 4d.$$

A. -4.

B. -2.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{PTTS } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Gọi $B = \Delta \cap d \Rightarrow B(1+t; t; -1+2t)$, $\overrightarrow{AB} = (t; t; -3+2t)$.

Vì $d \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow 1 \cdot t + 1 \cdot t + 2(-3+2t) = 0 \Rightarrow t = 1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = a + bt \\ z = c + dt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \quad (2)$$

$$\text{Từ (1); (2)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{1} = \frac{b}{1} = \frac{d}{-1} \\ 1 = 3 + 2t \\ 0 = a + bt \\ 2 = c + dt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ d = -2 \\ a = 2 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } S = a + 2b + 3c + 4d = 2 + 2.2 + 3.0 + 4.(-2) = -2..$$

Câu 46: Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow 0$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$

Hàm số $y = \frac{f(-x^2 + 2x) + 2021}{f(-x^2 + 2x)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } f(-x^2 + 2x) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x \neq 0 \\ -x^2 + 2x \neq a < -1. \\ -x^2 + 2x \neq b > 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \frac{[f(-x^2 + 2x) + 2021]' \cdot f(-x^2 + 2x) - [f(-x^2 + 2x)]' \cdot [f(-x^2 + 2x) + 2021]}{[f(-x^2 + 2x)]^2} \\ &= \frac{-2021(-2x + 2)f'(-x^2 + 2x)}{[f(-x^2 + 2x)]^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 2 = 0 \\ f'(-x^2 + 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ -x^2 + 2x = -1 \\ -x^2 + 2x = 0 \\ -x^2 + 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện, ta nhận được các nghiệm thực phân biệt $x = 1$ (bội ba); $x = 1 + \sqrt{2}$ (đơn) và $x = 1 - \sqrt{2}$ (đơn).

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[0; 2021]$ sao cho phương trình sau có nghiệm:

$$\ln^3(x+m) + m^3 + 3e^x \ln(x+m)^m = e^{3x}.$$

A. 4042.

B. 2019.

C. 2022.

D. 2021.

Lời giải

Chọn D

Đk $x+m > 0$

$$\ln^3(x+m) + m^3 + 3e^x \ln(x+m)^m = e^{3x} \Leftrightarrow \left(\frac{\ln(x+m)}{e^x} \right)^3 + \left(\frac{m}{e^x} \right)^3 + 3 \frac{m}{e^x} \cdot \frac{\ln(x+m)}{e^x} - 1 = 0$$

$$\text{Đặt } u = \frac{\ln(x+m)}{e^x}; v = \frac{m}{e^x} \geq 0 (m \in [0; 2021])$$

$$pt \Rightarrow u^3 + v^3 + 3uv - 1 = 0 \Leftrightarrow (u+v)^3 - 3uv(u+v) + 3uv - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (u+v-1)((u+v)^2 + (u+v) + 1) - 3uv(u+v-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (u+v-1)(u^2 + v^2 + u + v - uv + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (u+v-1) \left(\left(\frac{u}{2} - v \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}u}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{2}{3} + v \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow u+v=1 \left(\text{Do } \left(\frac{u}{2} - v \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}u}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{2}{3} + v > 0 \right)$$

$$\text{Với } u+v=1 \Rightarrow \frac{\ln(x+m)}{e^x} + \frac{m}{e^x} = 1 \Leftrightarrow \ln(x+m) + m = e^x \Leftrightarrow \ln(x+m) + x + m = e^x + x$$

$$\Leftrightarrow e^{\ln(x+m)} + \ln(x+m) = e^x + x$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = e^t + t \Rightarrow f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t$$

$$\Rightarrow \ln(x+m) = x \Leftrightarrow x+m = e^x \Leftrightarrow m = e^x - x$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = e^x - x \Rightarrow h'(x) = e^x - 1 \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

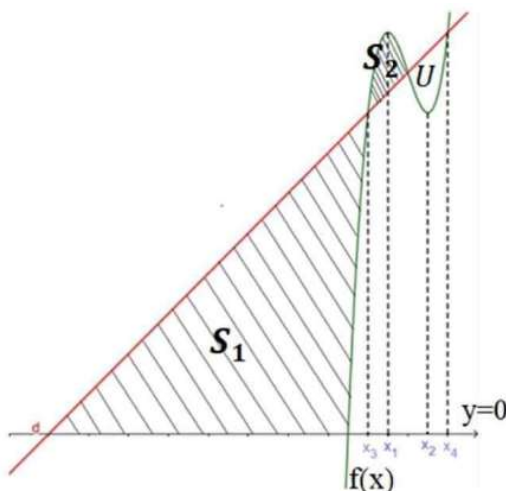
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Phương trình ban đầu có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq 1$

Vì $m \in \mathbb{Z} \cap [0; 2021]$ nên $m \in \{1; 2; \dots; 2021\}$.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) là đường cong như hình dưới. Biết $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa $x_2 = x_1 + 2$ và $4f(x_1) = 5f(x_2)$. Đường thẳng d qua điểm uốn U của (C) và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất cắt (C) tại hai điểm khác U có hoành độ x_3, x_4 thỏa mãn $x_4 - x_3 = 4$. Gọi S_1, S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 32.

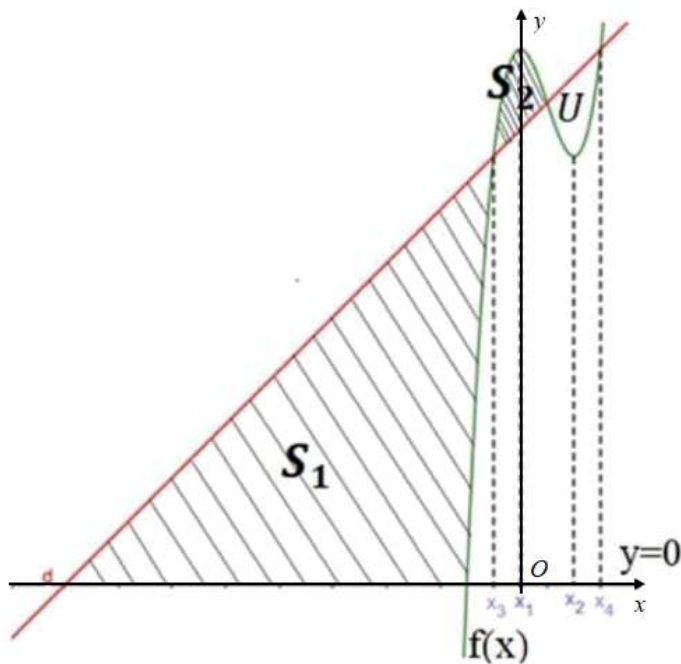
B. 31.

C. 30.

D. 29.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Ta có: $f'(x) = ax(x-2) = a(x^2 - 2x)$ (với $a > 0$)

$$\Rightarrow f(x) = a\left(\frac{x^3}{3} - x^2\right) + C$$

$$\text{Theo đề bài: } 4f(x_1) = 5f(x_2) \Leftrightarrow 4f(0) = 5f(2) \Leftrightarrow 4C = 5\left(\frac{-4a}{3} + C\right) \Rightarrow C = \frac{20a}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a}{3}x^3 - ax^2 + \frac{20a}{3}$$

$$\Rightarrow U(1; 6a)$$

Gọi phương trình đường thẳng $d: y = x + 6a - 1$.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (C) \text{ và } d \text{ là: } \frac{a}{3}x^3 - ax^2 + \frac{20a}{3} = x + 6a - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{3}x^3 - ax^2 - x + \frac{2a}{3} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ ax^2 - 2ax - 2a - 3 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C) cắt d tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ -3a - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a^2 + 3a > 0 \\ a \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -1 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow a > 0 \quad (*)$$

$$\text{Theo đề bài: } \begin{cases} x_3 + x_4 = 2 \\ x_4 - x_3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = -1 \\ x_4 = 3 \end{cases}$$

Với $x = -1$, ta có: $a = 3$ (thỏa $(*)$)

$$\Rightarrow (C): f(x) = x^3 - 3x^2 + 20 \text{ và } d: y = x + 17$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 20 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ và } f(-1) = 16.$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 16 - \int_{-2}^{-1} (x^3 - 3x^2 + 20) dx = \frac{475}{4}$$

$$S_2 = \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 + 20 - x - 17) dx = 4$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{475}{16} = 29,6875.$$

Vậy tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ gần nhất với giá trị 30.

Câu 49: Cho các số phức z, w thỏa mãn $\frac{2(z+2-i)}{(z+\bar{z})i+2}$ là số thực và $|w+2i| = |w+2|$. Giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = |w+2+i| + |w-z|$ là

A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

+ Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) thì

$$\frac{2(z+2-i)}{(z+\bar{z})i+2} = \frac{2(x+2+(y-1)i)}{2xi+2} = \frac{x+2+(y-1)i}{xi+1} = \frac{[(x+2)+(y-1)i] \cdot (1-xi)}{x^2+1}.$$

Vì $\frac{2(z+2-i)}{(z+\bar{z})i+2}$ là số thực nên $(y-1) \cdot 1 - x(x+2) = 0 \Leftrightarrow y = (x+1)^2$, tức là các điểm biểu

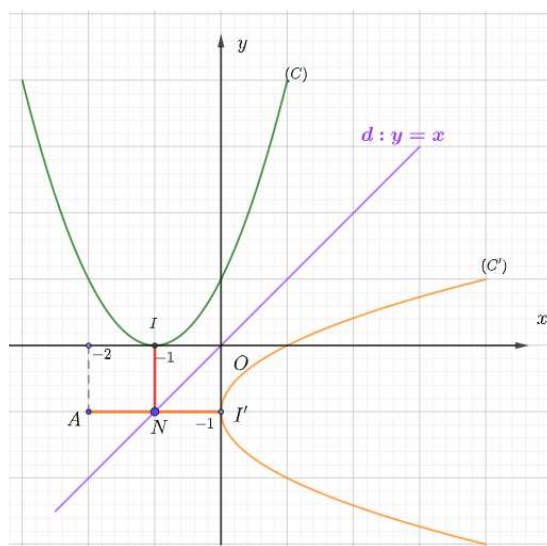
diễn cho các số phức z thỏa mãn điều kiện bài toán, nằm trên parabol $y = (x+1)^2$.

+ Gọi $w = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, $|w+2i| = |w+2| \Leftrightarrow a^2 + (b+2)^2 = (a+2)^2 + b^2 \Leftrightarrow b = a$. Tức là các điểm biểu diễn cho số phức w thuộc đường thẳng $d: y = x$.

+ Gọi $A(-2; -1)$ và M, N là các điểm biểu diễn cho các số phức z, w thì

$$P = |w+2+i| + |w-z| = MA + MN \text{ với } M \in (C): y = (x+1)^2, N \in d: y = x.$$

$$\text{Gọi } (C') = D_d((C))$$



Khi đó $P = NA + MN = NA + M'N \geq AM' \geq AI'$ với $I'(0; -1) = D_d(I)$ với $I(-1; 0)$ là đỉnh của parabol (C) . Khi đó $P_{\min} = 2$ xảy ra khi $w = -1 - i; z = -1$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) nhận hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): 2x+y-z+1=0$ làm các mặt phẳng đối xứng. Gốc tọa độ O nằm ngoài mặt cầu, đồng thời khoảng cách từ O đến một điểm M nằm trên mặt cầu có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là 12 và 6. Biết tâm mặt cầu là điểm $I(a; b; c)$ với $a < 0$, tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = -3$.

B. $T = -1$.

C. $T = 3$.

D. $T = 5$.

Lời giải

Chọn D

+) Giả sử (S) có tâm $I(a; b; c)$ (với $a < 0$) và bán kính R .

+) $(P), (Q)$ là hai mặt phẳng đối xứng của mặt cầu (S) nên $I \in (P)$ và $I \in (Q)$. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c-1=0 \\ 2a+b-1+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-2a \end{cases} \text{ suy ra } I(a; -2a; 1)$$

+) Do O nằm ngoài mặt cầu (S) và M là điểm tùy ý trên mặt cầu (S) nên:

$$OM_{\min} = OI - R; OM_{\max} = OI + R.$$

+) Từ giả thiết đề bài ta có: $OM_{\min} + OM_{\max} = 2OI = 6 + 12 \Rightarrow OI = 9$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (-2a)^2 + 1} = 9 \Leftrightarrow 5a^2 + 1 = 81 \Leftrightarrow a = \pm 4$$

Đối chiếu điều kiện $a < 0$ ta được $I(-4; 8; 1)$. Vậy $T = a + b + c = -4 + 8 + 1 = 5$.