

TRƯỜNG THPT NGHI XUÂN

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020



Bài thi: TOÁN

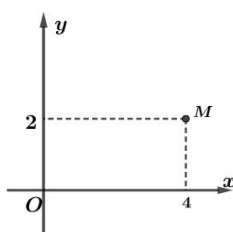
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 06 trang - 50 câu trắc nghiệm

MÃ ĐỀ: 101

Họ và tên: SBD:

- Câu 1:** Số cách sắp xếp 6 bạn học sinh vào 6 ghế kê thành hàng ngang là
A. 60. **B.** 120. **C.** 12. **D.** 720.
- Câu 2:** Diện tích mặt cầu có bán kính $r = 3$ là
A. 36π . **B.** 18π . **C.** 9π . **D.** 6π .
- Câu 3:** Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức nào dưới đây?

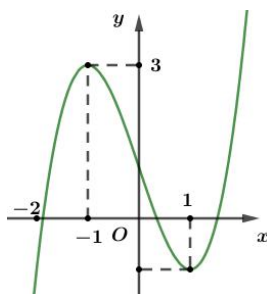


- A.** $z = 2 - 4i$. **B.** $z = 4 - 2i$. **C.** $z = 4 + 2i$. **D.** $z = 2 + 4i$.
- Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

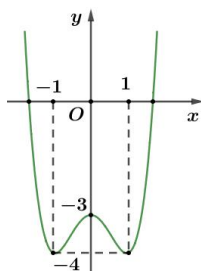
Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.
- Câu 5:** Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \cos x$?
A. $f(x) = -\cos x$. **B.** $f(x) = -\sin x$. **C.** $f(x) = \cos x$. **D.** $f(x) = \sin x$.
- Câu 6:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$, $u_3 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -2.
- Câu 7:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên?



- A.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = -x^3 - 3x - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 9: Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 3i$ lần lượt là

- A. 1 và i . B. 3 và 1. C. 1 và 3. D. 1 và $3i$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \geq 3$ là

- A. $(-\infty; 8)$. B. $(-\infty; 8]$. C. $[8; +\infty)$. D. $(8; +\infty)$.

Câu 11: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a, 2a, 3a$ bằng

- A. $6a^3$. B. $36a^3$. C. $5a^3$. D. $2a^3$.

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{5}$ và độ dài đường sinh $l = 6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

- A. $12\sqrt{5}\pi$. B. 20π . C. $10\sqrt{5}\pi$. D. $6\sqrt{5}\pi$.

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 4 + 6i$ Tính $z = z_1 - z_2$.

- A. $z = 2 + 9i$. B. $z = 2 - 9i$. C. $z = -2 + 9i$. D. $z = -2 - 9i$.

Câu 14: Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $y = -1; x = 2$. B. $y = 1; x = 2$. C. $y = 1; x = -2$. D. $y = -1; x = -2$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 8]$, thỏa mãn $\int_0^8 f(x) dx = 9$ và $\int_0^5 f(x) dx = 6$. Tính

$$\int_5^8 f(x) dx.$$

- A. $I = 4$. B. $I = -3$. C. $I = 15$. D. $I = 3$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d

- A. $\vec{u}_2 = (-2; -3; -4)$. B. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; -3; 4)$. D. $\vec{u}_4 = (-2; 3; 4)$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2-x)$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (α) ?

- A. $M(3;0;-1)$. B. $Q(0;3;1)$. C. $P(3;0;1)$. D. $N(3;1;0)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 16$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

- A. $I(-1;-2;-5), R=4$. B. $I(1;-2;-5), R=4$. C. $I(1;-2;5), R=4$. D. $I(1;-2;5), R=16$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $2^{x+2} = 16$ là

- A. $x=2$. B. $x=4$. C. $x=1$. D. $x=3$.

Câu 22: Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_a a$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -3 . D. 3 .

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-2;1)$ và $\vec{v} = (-2;1;1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 24: Thể tích của khối cầu có bán kính a là

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $4\pi a^2$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-2		$+\infty$

The diagram shows a phase line with points $-\infty$, -1 , 1 , and $+\infty$ on the x -axis. The y -axis has points $-\infty$, 2 , -2 , and $+\infty$. The segments of the y -axis are labeled with signs: $+$ for $y < -2$, 0 for $-2 < y < 2$, $-$ for $2 < y < +\infty$, and $+$ for $y > +\infty$. Arrows on the y -axis indicate the direction of flow: an arrow points up from $-\infty$ to 2 , an arrow points down from 2 to -2 , and an arrow points up from -2 to $+\infty$.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 2 .

Câu 26: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 2, x = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_2^5 e^x dx$. B. $S = \pi \int_2^5 e^{2x} dx$. C. $S = \int_2^5 e^{2x} dx$. D. $S = \int_2^5 e^x dx$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-2t \\ z = 2+t \end{cases}$,

$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $(\alpha): x + 3y + 5z - 13 = 0$.

B. $(\alpha): x + 2y + z - 13 = 0$.

C. $(\alpha): 3x + y + z + 13 = 0$.

D. $(\alpha): x + 3y - 5z - 13 = 0$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = 16$.

B. $|z| = 4$.

C. $|z| = \sqrt{17}$.

D. $|z| = \sqrt{17}$.

Câu 29: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB' và BC'

A. $-\frac{1}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{16}{9}\right)^{x^2-2x-1}$ là

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $(-\infty; 0] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

D. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 31: Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2+1} dx$ bằng cách đặt $t = x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2} \int_2^5 \sqrt{t} dt$.

B. $I = \int_2^5 \sqrt{t} dt$.

C. $I = 2 \int_2^5 \sqrt{t} dt$.

D. $I = 2 \int_0^8 \sqrt{t} dt$.

Câu 32: Cho a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x = 2 \log_{\sqrt{5}} a + 3 \log_{\frac{1}{5}} b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = \frac{a^4}{b}$.

B. $x = 4a - 3b$.

C. $x = \frac{a^4}{b^3}$.

D. $x = a^4 - b^3$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; -4; 5)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình đường thẳng AB ?

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 - 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -4 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$

Câu 36: Một hình trụ có chiều cao bằng 3 lần bán kính đáy, biết rằng thể tích của khối trụ đó bằng 3π đơn vị thể tích. Diện tích của thiết diện qua trục của hình trụ bằng

- A. 3. B. $6\sqrt[3]{9}$. C. $3\sqrt[3]{9}$. D. 6.

Câu 37: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. -6. B. $\sqrt{10}$. C. 4. D. 10.

Câu 38: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 39: Biết $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 5$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{13}{2}$. D. $P = \frac{16}{3}$.

Câu 40: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trung điểm I của AB . Gọi K là trung điểm BC . Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(A'KD)$.

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{19}$. B. $\frac{3a\sqrt{38}}{19}$. C. $\frac{4\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{2}a}{8}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 2020$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 11. B. 20. C. 21. D. 10.

Câu 42: Ông Bốn gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,9% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Bốn gửi vào ngân hàng để sau 2 năm số tiền lãi đủ để mua một chiếc xe máy có giá trị 32 triệu đồng.

- A. 224 triệu đồng. B. 252 triệu đồng. C. 242 triệu đồng. D. 225 triệu đồng.

Câu 43: Ba bạn Tuấn, An, Bình mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{1079}{4913}$. B. $\frac{1637}{4913}$. C. $\frac{23}{68}$. D. $\frac{1728}{4913}$.

Câu 44: Một cái cốc hình trụ có bán kính đáy là $2cm$, chiều cao $20cm$. Trong cốc đang có một lượng nước, khoảng cách giữa đáy cốc và mặt nước là $12cm$. Ta lần lượt thả vào cốc những viên bi hình cầu có bán kính $0,7cm$. Để nước dâng lên cao thêm $2cm$ thì cần thả vào cốc ít nhất bao nhiêu viên bi?

- A. 20 viên bi. B. 19 viên bi. C. 18 viên bi. D. 17 viên bi.

Câu 45: Cho các số thực dương x và y thỏa mãn $5 + 9.3^{x^2-2y} = (5 + 9^{x^2-2y}).7^{2y-x^2+2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x+2y+11}{x}$.

- A. $P = 6$. B. $P = 9$. C. $P = 7$. D. $P = 8$.

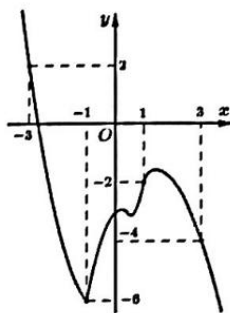
Câu 46: Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 3SM, SN = 2NB, (\alpha)$ là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó, (H_1) chứa điểm $S, (H_2)$ chứa điểm $A; V_1$ và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1 + 2V_2}$.

- A. $\frac{47}{119}$. B. $\frac{35}{90}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{35}{45}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right) + bx \sin^{2020} x + 3$ với a, b là các số thực và $f(2^{\log 3}) = 9$. Tính $f(-3^{\log 2})$.

- A. $f(-3^{\log 2}) = 3$. B. $f(-3^{\log 2}) = -3$. C. $f(-3^{\log 2}) = 2$. D. $f(-3^{\log 2}) = -2$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



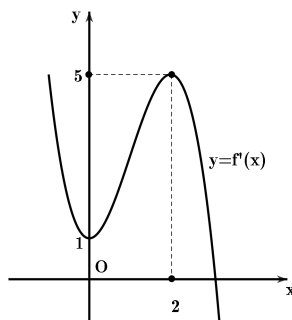
Hỏi hàm số $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-3; 1)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m để hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m \right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 20. Tổng các phân tử của S là

- A. -195. B. 195. C. 210. D. -210.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Bất phương trình $f(x) > m + x^3 - 3x^2 + 8x$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$ khi và chỉ khi

- A. $m < f(0)$. B. $m < f(3) - 24$. C. $m \leq f(0)$. D. $m \leq f(3) - 24$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.B	5.B	6.A	7.D	8.B	9.C	10.C
11.A	12.D	13.D	14.B	15.D	16.D	17.A	18.C	19.C	20.C
21.A	22.A	23.A	24.B	25.D	26.D	27.A	28.D	29.C	30.C
31.B	32.C	33.D	34.B	35.B	36.D	37.D	38.A	39.D	40.B
41.A	42.D	43.B	44.C	45.B	46.A	47.B	48.B	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số cách sắp xếp 6 bạn học sinh vào 6 ghế kê thành hàng ngang là

- A. 60. B. 120. C. 12. D. 720.

Lời giải

Chọn D

Số cách sắp xếp 6 bạn học sinh vào 6 ghế kê thành hàng ngang là $P_6 = 6! = 720$ cách.

Câu 2: Diện tích mặt cầu có bán kính $r = 3$ là

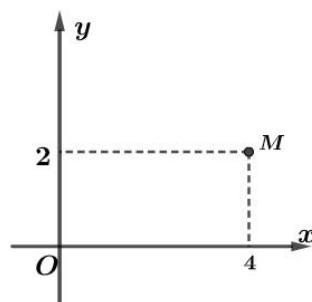
- A. 36π . B. 18π . C. 9π . D. 6π .

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 36\pi$.

Câu 3: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức nào dưới đây?



- A. $z = 2 - 4i$. B. $z = 4 - 2i$. C. $z = 4 + 2i$. D. $z = 2 + 4i$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $M(4;2)$ biểu diễn cho số phức $z = 4 + 2i$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) - 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \cos x$?

- A. $f(x) = -\cos x$. B. $f(x) = -\sin x$. C. $f(x) = \cos x$. D. $f(x) = \sin x$.

Lời giải

Chọn B

$F(x) = \cos x$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên $f(x) = F'(x) = -\sin x$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$, $u_3 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 2. B. 4. C. -4. D. -2.

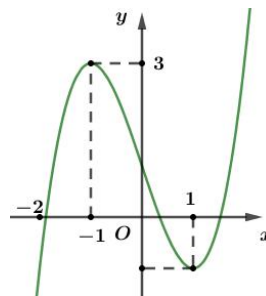
Lời giải

Chọn A

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Từ } u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow d = \frac{u_3 - u_1}{2} = 2.$$

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 - 3x - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

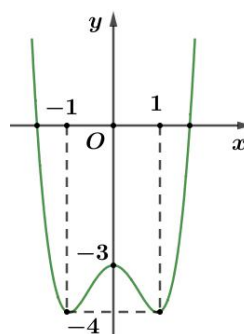
Lời giải

Chọn D

Từ hình dáng đồ thị suy ra hàm số là hàm bậc ba với hệ số của x^3 dương.

Mặt khác, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương, đối chiếu các đáp án suy ra hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 9: Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 3i$ lần lượt là

A. 1 và i .

B. 3 và 1.

C. 1 và 3.

D. 1 và $3i$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa số phức, suy ra phần thực và phần ảo của z lần lượt là 1 và 3.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \geq 3$ là

A. $(-\infty; 8)$.

B. $(-\infty; 8]$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(8; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$

Ta có $\log_2 x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 8$.

Câu 11: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a, 2a, 3a$ bằng

A. $6a^3$.

B. $36a^3$.

C. $5a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn A

$V = a.2a.3a = 6a^3$.

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{5}$ và độ dài đường sinh $l = 6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $12\sqrt{5}\pi$.

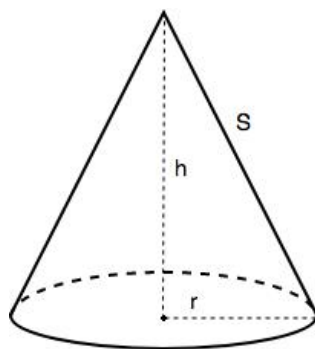
B. 20π .

C. $10\sqrt{5}\pi$.

D. $6\sqrt{5}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \sqrt{5} \cdot 6 = 6\sqrt{5}\pi$.

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 4 + 6i$. Tính $z = z_1 - z_2$.

- A. $z = 2 + 9i$. B. $z = 2 - 9i$. C. $z = -2 + 9i$. D. $z = -2 - 9i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1 + z_2 = (2 - 3i) - (4 + 6i) = -2 - 9i$.

Câu 14: Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $y = -1; x = 2$. B. $y = 1; x = 2$. C. $y = 1; x = -2$. D. $y = -1; x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x-2} = 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 8]$, thỏa mãn $\int_0^8 f(x) dx = 9$ và $\int_0^5 f(x) dx = 6$. Tính

$$\int_5^8 f(x) dx.$$

- A. $I = 4$. B. $I = -3$. C. $I = 15$. D. $I = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^5 f(x) dx + \int_5^8 f(x) dx = \int_0^8 f(x) dx$$

$$\Rightarrow \int_5^8 f(x) dx = \int_0^8 f(x) dx - \int_0^5 f(x) dx = 9 - 6 = 3.$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d

- A. $\vec{u}_2 = (-2; -3; -4)$. B. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; -3; 4)$. D. $\vec{u}_4 = (-2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$ nên một vector chỉ phương của d là $\vec{u}_4 = (-2; 3; 4)$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2-x)$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy $D = (-\infty; 2)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (α) ?

- A. $M(3; 0; -1)$. B. $Q(0; 3; 1)$. C. $P(3; 0; 1)$. D. $N(3; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3 + 2 \cdot 0 - 4 \cdot 1 + 1 = 0$ (đúng) $\Rightarrow P(3; 0; 1) \in (\alpha)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 16$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

- A. $I(-1; -2; -5), R = 4$. B. $I(1; -2; -5), R = 4$. C. $I(1; -2; 5), R = 4$. D. $I(1; -2; 5), R = 16$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 16$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 5)$ và bán kính $R = 4$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $2^{x+2} = 16$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{x+2} = 16 \Leftrightarrow x + 2 = \log_2 16 \Leftrightarrow x + 2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 22: Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -3 . D. 3 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng

A. $\frac{2\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{5\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1(-2) + (-2)1 + 1 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$. Suy ra $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 24: Thể tích của khối cầu có bán kính a là

A. $2\pi a^2$.

B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi a^3}{3}$ (đvtt).

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

A. -2 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2 .

Câu 26: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_2^5 e^x dx$.

B. $S = \pi \int_2^5 e^{2x} dx$.

C. $S = \int_2^5 e^{2x} dx$.

D. $S = \int_2^5 e^x dx$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S = \int_2^5 e^x dx = \int_2^5 e^x dx$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $(\alpha): x + 3y + 5z - 13 = 0$.

B. $(\alpha): x + 2y + z - 13 = 0$.

C. $(\alpha): 3x + y + z + 13 = 0$.

D. $(\alpha): x + 3y - 5z - 13 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $A \notin d_1; A \notin d_2$ do đó tồn tại mặt phẳng (α) .

Ta có $\vec{u}_1 = (1; -2; 1); \vec{u}_2 = (2; 1; -1)$ lần lượt là VTCP của d_1, d_2 . Suy ra $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 3; 5)$ là VTPT của (α) .

Vậy $(\alpha): x + 3y + 5z - 13 = 0$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = 16$.

B. $|z| = 4$.

C. $|z| = \sqrt{17}$.

D. $|z| = \sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{17}$.

Câu 29: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB' và BC'

A. $-\frac{1}{4}$.

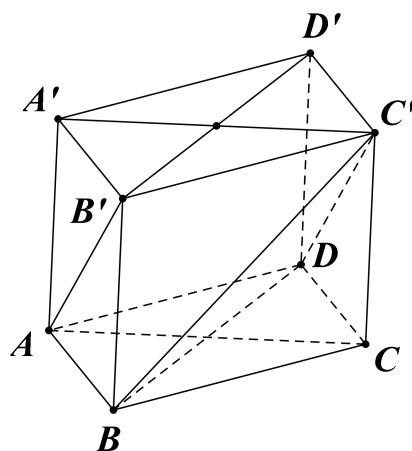
B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta dựng hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$

Ta có $DC' \parallel AB' \Rightarrow \widehat{(AB', BC')} = \widehat{(BC', DC')}$.

Xét tam giác $BC'D$. Ta có $BC' = DC' = a\sqrt{2}; BD = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow \cos \widehat{BC'D} = \frac{BC'^2 + DC'^2 - BD^2}{2 \cdot BC' \cdot DC'} = \frac{1}{4}$. Vậy cosin của góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng $\frac{1}{4}$..

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{16}{9}\right)^{x^2-2x-1}$ là

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.. B. $(-\infty; 0] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.
 C. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$. D. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{16}{9}\right)^{x^2-2x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{3}{4}\right)^{-2x^2+4x+2} \Leftrightarrow x+2 \leq -2x^2+4x+2$
 $\Leftrightarrow 2x^2-3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{3}{2}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 31: Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2+1} dx$ bằng cách đặt $t = x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_2^5 \sqrt{t} dt$. B. $I = \int_2^5 \sqrt{t} dt$. C. $I = 2 \int_2^5 \sqrt{t} dt$. D. $I = 2 \int_0^8 \sqrt{t} dt$.

Lời giải

Chọn B

$t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 2$; $x = 2 \Rightarrow t = 5$.

Vậy $I = \int_2^5 \sqrt{t} dt$.

Câu 32: Cho a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x = 2 \log_{\sqrt{5}} a + 3 \log_{\frac{1}{5}} b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = \frac{a^4}{b}$. B. $x = 4a - 3b$. C. $x = \frac{a^4}{b^3}$. D. $x = a^4 - b^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_5 x = 2 \log_{\sqrt{5}} a + 3 \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow \log_5 x = 4 \log_5 a - 3 \log_5 b \Leftrightarrow \log_5 x = \log_5 \frac{a^4}{b^3} \Leftrightarrow x = \frac{a^4}{b^3}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 8. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 0] \\ x = 1 \notin [-2; 0] \end{cases}$.

$$y(-2) = 0; y(-1) = 4; y(0) = 2.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-2; 0]} y = y(-1) = 4.$$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; -4; 5)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình đường thẳng AB ?

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 - 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -4 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng AB đi qua $A(1; 2; 3)$, có vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (2; -6; 2)$ có phương trình tham

$$\text{số là: } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Ta thấy đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ ở phương án C đi qua $M(1; -4; 1)$.

Thay tọa độ $M(1; -4; 1)$ vào phương trình đường thẳng AB ta có:

$$\begin{cases} 1 = 1 + 2t \\ -4 = 2 - 6t \\ 1 = 3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow M \notin AB.$$

Vậy $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ không phải là phương trình đường thẳng AB .

Câu 36: Một hình trụ có chiều cao bằng 3 lần bán kính đáy, biết rằng thể tích của khối trụ đó bằng 3π đơn vị thể tích. Diện tích của thiết diện qua trục của hình trụ bằng

- A. 3. B. $6\sqrt{9}$. C. $3\sqrt{9}$. D. 6.

Lời giải

Chọn D

Do hình trụ bán kính đáy r , chiều cao $h = 3r$ và thể tích 3π nên ta có:

$$\pi r^2 h = 3\pi \Leftrightarrow \pi r^2 \cdot 3r = 3\pi \Leftrightarrow r^3 = 1 \Leftrightarrow r = 1 \Rightarrow h = 3.$$

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước là $2r$ và h nên diện tích thiết diện là: $S = 2r \cdot h = 6$.

Câu 37: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. -6. B. $\sqrt{10}$. C. 4. D. 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$.

Khi đó: $|z_1|^2 + |z_2|^2 = |-1 + 2i|^2 + |-1 - 2i|^2 = 10$.

Câu 38: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là: $x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ có một giao điểm là $A(0;1)$.

Câu 39: Biết $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 5$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{13}{2}$. D. $P = \frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} = \int_1^3 (\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) dx = \left[\frac{2}{3} \sqrt{(x+1)^3} + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \right]_1^3 = 2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{2} + \frac{14}{3}.$

Khi đó $\begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{4}{3} \\ c=\frac{14}{3} \end{cases} \Rightarrow P=a+b+c=\frac{16}{3}..$

Câu 40: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trung điểm I của AB . Gọi K là trung điểm BC . Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(A'KD)$.

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{19}.$

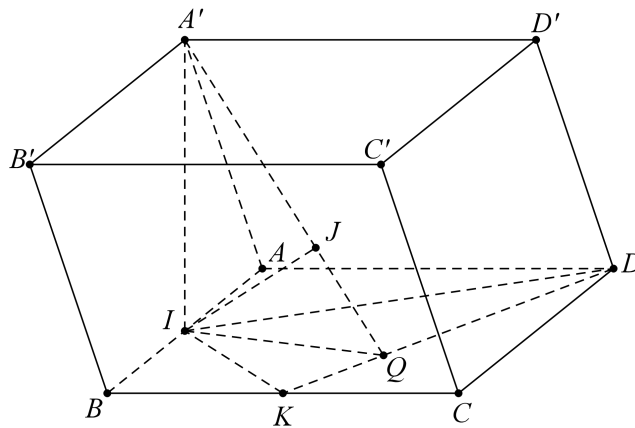
B. $\frac{3a\sqrt{38}}{19}.$

C. $\frac{4\sqrt{2}a}{3}.$

D. $\frac{3\sqrt{2}a}{8}.$

Lời giải

Chọn B



Gọi Q và J lần lượt là hình chiếu của I lên KD và $A'Q$, ta có $IJ \perp (A'KD)$.

Khi đó $d(I; (A'KD)) = IJ = \frac{A'I \cdot IQ}{\sqrt{A'I^2 + IQ^2}}$

Ta có $A'I = \sqrt{AA'^2 - AI^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2};$

$IQ = \frac{2S_{IKD}}{KD} = \frac{2(S_{ABCD} - S_{IAD} - S_{IKB} - S_{CKD})}{\sqrt{CD^2 + CK^2}} = \frac{2(2a \cdot 2a - \frac{1}{2}2a \cdot a - \frac{1}{2}a \cdot a - \frac{1}{2}2a \cdot a)}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{3a\sqrt{5}}{5};$

Vậy $d(I; (A'KD)) = \frac{A'I \cdot IQ}{\sqrt{A'I^2 + IQ^2}} = \frac{3a\sqrt{38}}{19}.$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 2020$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 11.

B. 20.

C. 21.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 2020$, ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3m$.

Yêu cầu đề bài khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \leq -x^2 + 2x, \forall x \in (1; 2)$

Xét hàm số $g(x) = -x^2 + 2x$ trên khoảng $(1; 2)$, ta có $g'(x) = -2x + 2 < 0, \forall x \in (1; 2)$.

Do đó, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Vậy $m \leq g(x), \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \leq g(2) = 0$.

Mà $m \in [-10; 10] \cap \mathbb{Z}$ nên có tất cả 11 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 42: Ông Bốn gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,9% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Bốn gửi vào ngân hàng để sau 2 năm số tiền lãi đủ để mua một chiếc xe máy có giá trị 32 triệu đồng.

A. 224 triệu đồng. B. 252 triệu đồng. C. 242 triệu đồng. D. 225 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi ông Bốn nhận được sau hai năm là $T = x(1 + 0,069)^2 = (1,069)^2 \cdot x$ (triệu đồng).

Số tiền lãi sau 2 năm sẽ là $L = T - x = [(1,069)^2 - 1] \cdot x$ (triệu đồng).

Theo giả thiết, ta có:

$$L = 32 \Leftrightarrow [(1,069)^2 - 1] \cdot x = 32 \Leftrightarrow x = \frac{32}{(1,069)^2 - 1} \approx 224,15 \text{ (triệu đồng)}.$$

Do đó, số tiền tối thiểu ông Bốn gửi vào ngân hàng là 225 (triệu đồng).

Câu 43: Ba bạn Tuấn, An, Bình mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1079}{4913}$. B. $\frac{1637}{4913}$. C. $\frac{23}{68}$. D. $\frac{1728}{4913}$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi bạn có 17 cách viết nên số phân tử không gian mẫu là 17^3 .

Các số tự nhiên từ 1 đến 17 chia thành 3 nhóm:

Nhóm I gồm các số tự nhiên chia hết cho 3 gồm 5 số.

Nhóm II gồm các số tự nhiên chia cho 3 dư 1 gồm 6 số.

Nhóm III gồm các số tự nhiên chia cho 3 dư 2 gồm 6 số.

Để ba số có tổng chia hết cho 3 thì xảy ra các trường hợp sau:

Cả ba bạn viết được số thuộc nhóm I có 5^3 cách.

Cả ba bạn viết được số thuộc nhóm II có 6^3 cách.

Cả ba bạn viết được một số thuộc nhóm III có 6^3 cách.

Mỗi bạn viết được một số thuộc một nhóm có $3! \cdot (5.6.6)$.

Vậy có tất cả $5^3 + 6^3 + 6^3 + 3! \cdot (5.6.6) = 1637$ kết quả thuận lợi cho biến cố cần tính xác suất.

Xác suất cần tìm bằng $\frac{1637}{17^3} = \frac{1637}{4913}$.

Câu 44: Một cái cốc hình trụ có bán kính đáy là 2cm , chiều cao 20cm . Trong cốc đang có một lượng nước, khoảng cách giữa đáy cốc và mặt nước là 12cm . Ta lần lượt thả vào cốc những viên bi hình cầu có bán kính $0,7\text{cm}$. Để nước dâng lên cao thêm 2cm thì cần thả vào cốc ít nhất bao nhiêu viên bi?

A. 20 viên bi.

B. 19 viên bi.

C. 18 viên bi.

D. 17 viên bi.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của mực nước dâng lên là: $\pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi (\text{cm}^3)$

Thể tích của một viên bi là: $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0.7^3 = \frac{343}{750}\pi (\text{cm}^3)$

Ta có: $\frac{8\pi}{\frac{343}{750}\pi} \approx 17,49 \Rightarrow$ Số viên bi ít nhất mà quạ phải thả vào là: 18 viên.

Bình luận: Đề bài phải thêm chữ “hơn” trong câu hỏi: **Để nước dâng lên cao thêm 2cm thì cần thả vào cốc ít nhất bao nhiêu viên bi?** Thành **Để nước dâng lên cao thêm hơn 2cm thì cần thả vào cốc ít nhất bao nhiêu viên bi?** Thì mới ra đáp án 18 viên bi được.

Câu 45: Cho các số thực dương x và y thỏa mãn $5 + 9.3^{x^2-2y} = (5 + 9^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $P = \frac{x+2y+11}{x}$.

A. $P = 6..$

B. $P = 9..$

C. $P = 7..$

D. $P = 8.$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = x^2 - 2y$. Phương trình đã cho trở thành:

$$5 + 9.3^t = (5 + 9^t) \cdot 49.7^{-t} \Leftrightarrow 5.7^t + 9.3^t \cdot 7^{-t} - 49.5 - 49.9^t = 0$$

$$\Leftrightarrow 5.(7^t - 49) + 9.9^t \left(\left(\frac{7}{3} \right)^t - \frac{49}{9} \right) = 0 \quad (1)$$

Nhận xét:

$t = 2$ là nghiệm của (1)

$t > 2 \Rightarrow 7^t - 49 > 0$ và $9.9^t \left(\left(\frac{7}{3} \right)^t - \frac{49}{9} \right) > 0 \Rightarrow VT > 0$: Phương trình vô nghiệm

$t < 2 \Rightarrow 7^t - 49 < 0$ và $9.9^t \left(\left(\frac{7}{3} \right)^t - \frac{49}{9} \right) < 0 \Rightarrow VT < 0$: Phương trình vô nghiệm

Vậy (1) có nghiệm duy nhất là $t = 2 \Rightarrow x^2 - 2y = 2 \Leftrightarrow 2y = x^2 - 2$

Khi đó, $P = \frac{x+2y+11}{x} = \frac{x+x^2-2+11}{x} = x + \frac{9}{x} + 1 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{9}{x}} + 1 = 7, (x > 0)$

$\Rightarrow \min P = 9$ khi và chỉ khi $x = 4, y = 7$.

Câu 46: Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 3SM, SN = 2NB, (\alpha)$ là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó, (H_1) chứa điểm $S, (H_2)$ chứa điểm $A; V_1$ và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1 + 2V_2}$.

A. $\frac{47}{119}$.

B. $\frac{35}{90}$.

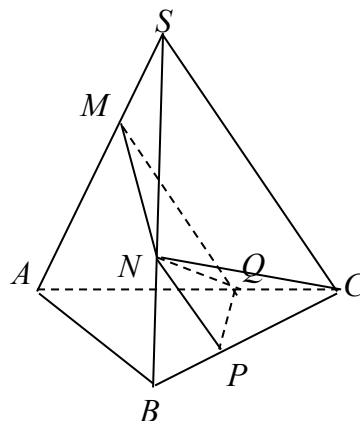
C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{35}{45}$.

Lời giải

Chọn A

Kẻ $NP // SC (P \in BC)$, kẻ $MQ // SC (Q \in SC)$.



Khi đó, mặt phẳng (α) cắt hình chóp theo thiết diện là $MNPQ$.

Vì $NP // SC \Rightarrow \frac{CP}{CB} = \frac{2}{3}; MQ // SC \Rightarrow \frac{CQ}{CA} = \frac{1}{4}$.

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta CPQ}}{S_{\Delta CBA}} = \frac{CP}{CB} \cdot \frac{CQ}{CA} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow S_{\Delta CPQ} = \frac{1}{6} S_{\Delta ABC}$$

$$\text{Và } d(N; (ABC)) = \frac{1}{3} d(S; (ABC)) \Rightarrow V_{N.CPQ} = \frac{1}{18} V_{S.ABC} = \frac{V}{18}.$$

$$\text{Lại có } \frac{S_{\Delta AMQ}}{S_{\Delta ASC}} = \frac{AM}{SA} \cdot \frac{AQ}{AC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \Rightarrow S_{SMQC} = \frac{7}{16} S_{\Delta SAC}.$$

$$\text{Và } d(N; (SAC)) = \frac{2}{3} d(B; (SAC)) \Rightarrow V_{N.SMQC} = \frac{7}{24} V.$$

$$\text{Do đó } V_1 = V_{SCMNPQ} = V_{N.CPQ} + V_{N.SMQC} = \frac{V}{18} + \frac{7V}{24} = \frac{25V}{72} \Rightarrow V_2 = \frac{47V}{72}.$$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{V_2}{V_1 + 2V_2} = \frac{\frac{47V}{72}}{\frac{25V}{72} + 2 \cdot \frac{47V}{72}} = \frac{47}{119}.$$

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} (x + \sqrt{x^2 + 1}) + bx \sin^{2020} x + 3$ với a, b là các số thực và $f(2^{\log 3}) = 9$. Tính $f(-3^{\log 2})$.

A. $f(-3^{\log 2}) = 3$. **B.** $f(-3^{\log 2}) = -3$. **C.** $f(-3^{\log 2}) = 2$. **D.** $f(-3^{\log 2}) = -2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(-x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} (-x + \sqrt{(-x)^2 + 1}) - bx \sin^{2020} (-x) + 3$$

$$\Rightarrow f(-x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} (-x + \sqrt{x^2 + 1}) - bx \sin^{2020} x + 3.$$

Do đó

$$f(x) + f(-x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} (x + \sqrt{x^2 + 1}) + bx \sin^{2020} x + 3 + (a^2 + 1) \ln^{2019} (-x + \sqrt{x^2 + 1}) - bx \sin^{2020} x + 3$$

$$\Leftrightarrow f(x) + f(-x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} (x + \sqrt{x^2 + 1}) + (a^2 + 1) \ln^{2019} \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) + f(-x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} (x + \sqrt{x^2 + 1}) - (a^2 + 1) \ln^{2019} (x + \sqrt{x^2 + 1}) + 6$$

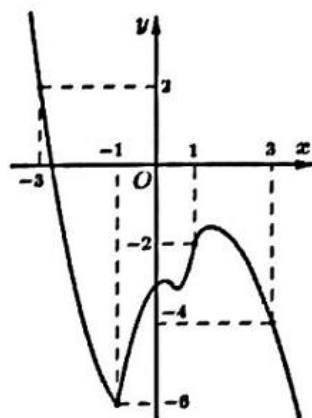
$$\Leftrightarrow f(x) + f(-x) = 6.$$

Suy ra

$$f(2^{\log 3}) + f(-2^{\log 3}) = 6 \Leftrightarrow f(2^{\log 3}) + f(-3^{\log 2}) = 6 \Leftrightarrow f(-3^{\log 2}) = 6 - f(2^{\log 3})$$

$$\Leftrightarrow f(-3^{\log 2}) = 6 - 9 \Leftrightarrow f(-3^{\log 2}) = -3.$$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hỏi hàm số $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-3;1)$.

B. $(1;3)$.

C. $(-\infty;3)$.

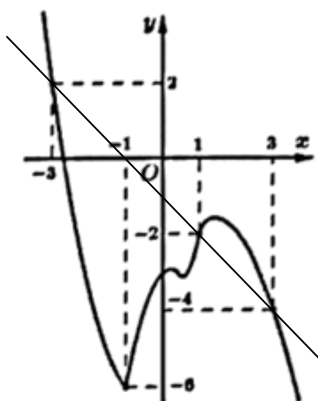
D. $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2 \Rightarrow g'(x) = 2f'(x) + 2(x+1)$.

Suy ra $g'(x) > 0 \Leftrightarrow 2f'(x) + 2(x+1) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > -x-1$.



Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra hàm số $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m để hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m \right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 20. Tổng các phân tử của S là

A. -195 .

B. 195.

C. 210.

D. -210 .

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $u(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m \Rightarrow u'(x) = x^3 - 19x + 30 \Rightarrow u'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	0	2	3	$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$u(x)$			m	$m+26$		

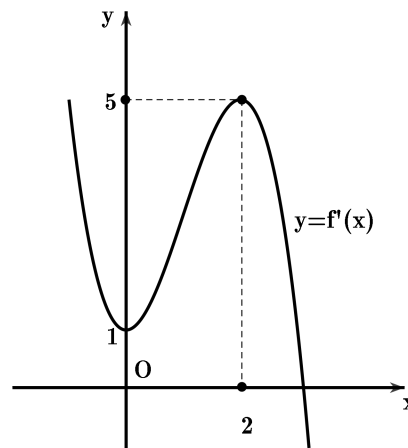
Suy ra $\max_{[0;2]} u(x) = m + 26$; $\min_{[0;2]} u(x) = m$.

Do đó $\max_{[0;2]} y = \max_{[0;2]} |u(x)| = \max \{|m|; |m+26|\}$.

Vậy $\Rightarrow \begin{cases} |m| \leq 20 \\ |m+26| \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -20 \leq m \leq 20 \\ -20 \leq m+26 \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -20 \leq m \leq 20 \\ -46 \leq m \leq -6 \end{cases} \Leftrightarrow -20 \leq m \leq -6$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in S = \{-20; -19; \dots; -6\}$. Tổng các phân tử của S là -195 .

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Bất phương trình $f(x) > m + x^3 - 3x^2 + 8x$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$ khi và chỉ khi

- A.** $m < f(0)$. **B.** $m < f(3) - 24$. **C.** $m \leq f(0)$. **D.** $m \leq f(3) - 24$.

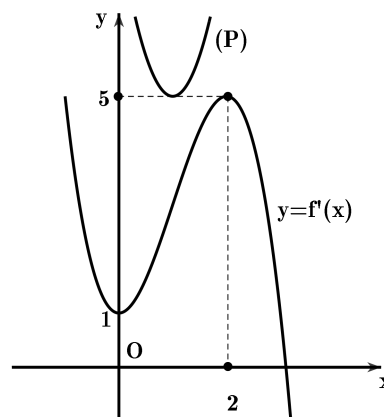
Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) > m + x^3 - 3x^2 + 8x \Leftrightarrow m < f(x) - x^3 + 3x^2 - 8x$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x^3 + 3x^2 - 8x$ có

$g'(x) = f'(x) - 3x^2 + 6x - 8$ $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - 3x^2 + 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 8$.



Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và parabol $(P): y = 3x^2 - 6x + 8$ suy ra $f'(x) < 3x^2 - 6x + 8$ với mọi $x \in (0; 3)$.

Suy ra $g'(x) = f'(x) - 3x^2 + 6x - 8 < 0, \forall x \in (0; 3)$

x	0	3
$g'(x)$	–	
$g(x)$	$f(0)$	$f(3) - 24$

Vậy bất phương trình $f(x) > m + x^3 - 3x^2 + 8x$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$ khi và chỉ khi $m \leq f(3) - 24$.

----- HẾT -----