

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 003

Câu 1: Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V = 4\pi R^2$. C. $V = 4\pi R^3$. D. $V = \frac{3}{4}\pi R^3$.

Câu 2: Cho a là số thực dương và m, n là các số thực tùy ý. Trong các tính chất sau, tính chất nào đúng ?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$ B. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$ C. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ D. $a^m + a^n = a^{m \cdot n}$

Câu 3: Cho số thực dương a . Sau khi rút gọn, biểu thức $P = \sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ có dạng

- A. $\sqrt{a^3}$ B. $\sqrt[3]{a}$ C. $\sqrt{a}$ D. a

Câu 4: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm phân biệt của phương trình nào sau đây ?

- A. $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ B. $f(x) + g(x) = 0$ C. $f(x) - g(x) = 0$ D. $f(x) \cdot g(x) = 0$

Câu 5: Số điểm chung giữa mặt cầu và mặt phẳng không thể là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào sau đây luôn nằm dưới trục hoành?

- A. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$ B. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$
C. $y = -x^3 - 2x^2 + x - 1$ D. $y = x^4 + 3x^2 - 1$

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây :

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus 3$
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$

Câu 8: Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. a^3 . B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $\frac{1}{2}a^3$.

Câu 9: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng $3a$ là

- A. $27a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $9a^3$.

Câu 10: Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $b = 0$ B. $b \neq 0$ C. $b < 0$ D. $b > 0$

Câu 11: Nếu $a^{\frac{13}{7}} < a^{\frac{15}{8}}$ và $\log_b \sqrt{2} + \sqrt{5} > \log_b 2 + \sqrt{3}$ thì

- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$ B. $0 < a < 1, b > 1$ C. $a > 1, 0 < b < 1$ D. $a > 1, b > 1$

Câu 12: Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

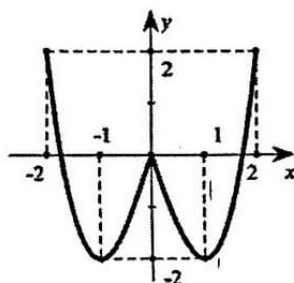
- A. $V = \frac{1}{2} Bh$ B. $V = \frac{1}{6} Bh$ C. $V = Bh$ D. $V = \frac{1}{3} Bh$

Câu 13: Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$ B. $y = \frac{-x+1}{x-2}$ C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$ D. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\max_{[-2;2]} f(x) = f(2)$ B. $\min_{[-2;2]} f(x) = f(1)$
C. $\max_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$ D. $\min_{[-2;2]} f(x) = f(0)$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

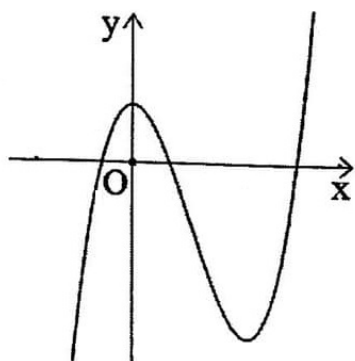
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; 4)$

Câu 16: Số cạnh của một hình tứ diện là

- A. 9 B. 8 C. 4 D. 6

Câu 17: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$ C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Câu 18: Cho số thực $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y, (\forall x, y > 0)$ B. $\log_a x^n = n \log_a x, (x > 0, n \neq 0)$
C. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$ D. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x \in \mathbb{R}$

Câu 19: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy và $SA = AB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $18a^3$. B. $36a^3$. C. $108a^3$. D. $72a^3$.

Câu 20: Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$.

- A. $y = 3$ B. $x = -1$ C. $x = 3$ D. $y = 2$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 22: Nếu tứ diện có chiều cao giảm 3 lần và cạnh đáy tăng 3 lần thì thể tích của nó

- A. Tăng 3 lần. B. Tăng 6 lần. C. Giảm 3 lần. D. Không thay đổi.

Câu 23: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{mx+5}{x-m}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $-1 \leq m \leq 1$ B. $0 < m < 1$ C. $0 < m \leq 2$ D. $-1 < m < 0$

Câu 24: Xét khẳng định: "Với mọi số thực a và hai số hữu tỉ r, s , ta có $(a^r)^s = a^{rs}$. Với điều kiện nào trong các điều kiện sau thì khẳng định trên đúng?

- A. $a < 1$ B. a bất kì C. $a > 0$ D. $a \neq 0$

Câu 25: Đồ thị của hai hàm số $y = 4x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 3 B. 1 C. 4 D. 2

Câu 26: Cho đường cong C có phương trình $y = \frac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của C với trục

tung. Tiếp tuyến của C tại M có phương trình là

- A. $y = x - 2$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = -2x - 1$ D. $y = 2x - 1$

Câu 27: Cho $0 < a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$ và $\log_a b = -2$, $\log_a c = 5$. Giá trị của $\log_a \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}}$ là

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. $-\frac{3}{5}$

Câu 28: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ là

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 29: Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều tạo thành

- A. Lăng trụ tam giác đều. B. Bát diện đều.
C. Hình lục giác đều. D. Hình lập phương.

Câu 30: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$.

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

- A. $m \geq -1$ B. $m > 1$ C. $m \geq 1$ D. $m > -1$

Câu 32: Cho mặt cầu S $I; R$ và điểm A nằm ngoài mặt cầu. Qua A kẻ đường thẳng cắt S tại hai điểm phân biệt B, C . Tích $AB \cdot AC$ bằng

- A. $IA^2 - R^2$. B. RIA . C. $IA^2 + R^2$. D. $2RIA$.

Câu 33: Giả sử các biểu thức chứa logarit đều có nghĩa. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$. B. Cả 3 đáp án A, B, C đều đúng.
C. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$. D. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

Câu 34: Gọi A là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ thì A có tọa độ là

- A. $A(-1; -6)$ B. $A(0; -1)$ C. $A(1; -2)$ D. $A(2; 3)$

Câu 35: Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm mặt cầu ngoại tiếp là điểm I . Mệnh đề nào sau đây là đúng.

- A. Luôn tồn tại tâm I , nhưng vị trí I phụ thuộc vào kích thước của hình hộp.
B. I là trung điểm $A'C$.
C. Không tồn tại tâm I .
D. I là tâm đáy $ABCD$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ B. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ C. $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$ D. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-3)x^2 + 3m-5$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

- A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m > 3 \end{cases}$ B. $m \leq 0$ C. $0 \leq m \leq 3$ D. $m > 3$

Câu 38: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $1 > a \geq b > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau $T = \log_a^2 b + \log_{a,b} a^{36}$.

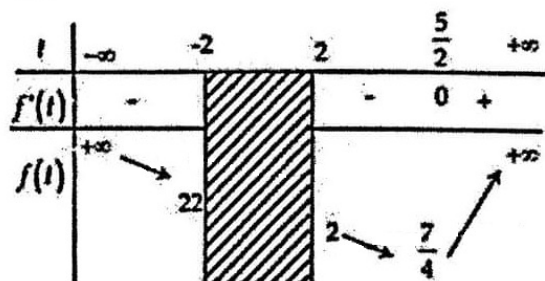
- A. $T_{\min} = -\frac{2279}{16}$ B. $T_{\min} = 13$ C. $T_{\min} = 16$ D. $T_{\min} = 19$

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1} + 2021}{\sqrt{x^2 - 2mx + m + 2}}$ có

đúng ba đường tiệm cận?

- A. $2 < m \leq 3$ B. $2 < m < 3$
C. $2 \leq m \leq 3$ D. $m > 2$ hoặc $m < -1$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên mỗi nửa khoảng $-\infty; -2]$ và $[2; +\infty$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.



Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $\left[\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$ B. $\left[\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$ C. $[22; +\infty)$ D. $\left[\frac{7}{4}; +\infty\right)$

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a, AC = 3a, AD = 4a, BAC = CAD = DAB = 60^\circ$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $4\sqrt{2}a^3$ B. $\sqrt{2}a^3$ C. $3\sqrt{2}a^3$ D. $2\sqrt{2}a^3$

Câu 42: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp một tứ diện đều cạnh a bằng

- A. $\frac{3\pi a^2}{2}$ B. $\frac{12\pi a^2}{11}$ C. $\frac{2\pi a^2}{3}$ D. $\frac{11\pi a^2}{12}$

Câu 43: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành.

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Câu 44: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên bằng $4a$ và tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{1}{2}a^3$.

B. $\frac{3}{2}a^3$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 45: Cho đồ thị $C_m: y = x^3 - 2x^2 + 1 - mx + m$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để C_m cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$.

A. $m \neq 0$

B. $m \in (0, 2)$

C. $m = 2$

D. $m > -\frac{1}{4}$ và $m \neq 0$

Câu 46: Tìm m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 15 - 3m^2x^2 - 6mx + 10 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. $2 < m \leq \frac{5}{2}$.

B. $\frac{11}{5} < m < 4$.

C. $\frac{7}{5} \leq m < 3$.

D. $0 < m < \frac{9}{4}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Trên các đoạn SA, SB, SC, SD lấy lần lượt các điểm E, F, G, H thỏa mãn $\frac{SE}{SA} = \frac{SG}{SC} = \frac{1}{3}, \frac{SF}{SB} = \frac{SH}{SD} = \frac{2}{3}$. Tỷ số thể tích khối $EFGH$ với khối $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{2}{27}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Câu 48: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{1+x} = \sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

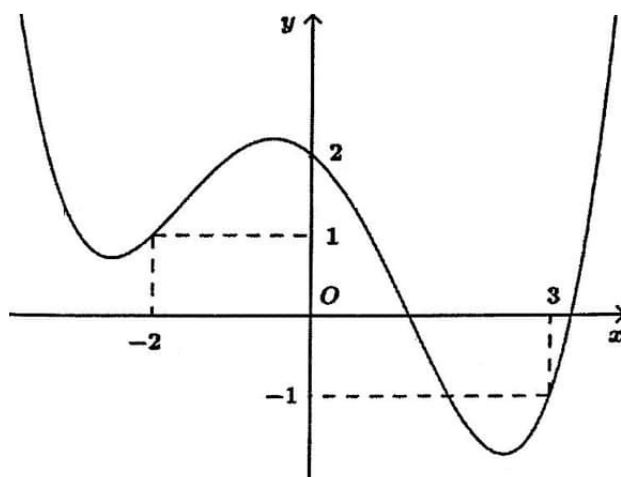
A. $m \in \left(5; \frac{23}{4}\right) \cup 6$

B. $m \in [5; 6]$

C. $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right) \cup 6$

D. $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right]$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x+1) + \frac{x^3}{3} - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$ B. $(-1; 2)$ C. $(0; 4)$ D. $(1; 5)$

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 1$ với m, n là các tham số thực thỏa mãn $m + n > 0$ và $7 + 2m + n < 0$. Tìm số cực trị của hàm số $y = |f(x)|$.

- A. 9 B. 5 C. 11 D. 2

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1-A	2-C	3-C	4-C	5-C	6-B	7-C	8-A	9-A	10-C
11-C	12-D	13-C	14-D	15-C	16-D	17-D	18-B	19-B	20-A
21-D	22-A	23-C	24-C	25-A	26-D	27-B	28-B	29-B	30-C
31-D	32-A	33-C	34-B	35-B	36-D	37-D	38-C	39-A	40-A
41-D	42-A	43-B	44-D	45-B	46-A	47-A	48-B	49-B	50-C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A.

Câu 2: Chọn C.

Theo tính chất lũy thừa với số thực:

Cho a là số thực dương và m, n là các số thực tùy ý ta có: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Câu 3: Chọn C.

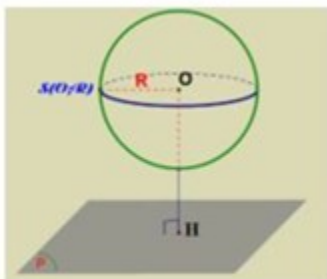
$$\text{Ta có: } \sqrt[3]{a\sqrt{a}} = \left(a \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

Câu 4: Chọn C.

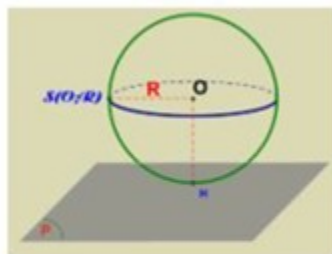
Số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$.

Câu 5: Chọn C.

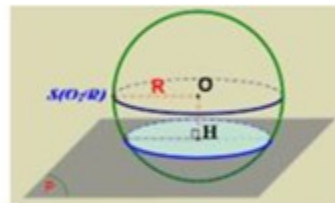
Mặt cầu và mặt phẳng có 3 vị trí tương đối:



Không có điểm chung
tuyến chung (vô số điểm chung)



Có một điểm chung



Hoặc có một đường tròn giao

Câu 6: Chọn B.

Ta có $y = -x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ nằm dưới trục hoành.

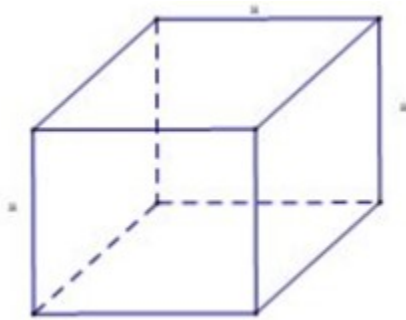
Câu 7: Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có $f'(x) = \frac{-7}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 8: Chọn A.



Ta có thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh bằng a là: $a \cdot a^2 = a^3$.

Câu 9: Chọn A.

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng $3a$ là $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Câu 10: Chọn C.

Ta có: $y' = 4x^3 + 2bx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x(2x^2 + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2} \end{cases}$$

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow -\frac{b}{2} > 0 \Leftrightarrow b < 0$.

Câu 11: Chọn C.

Ta có $\frac{13}{17} < \frac{15}{18}$ và $a^{\frac{13}{17}} < a^{\frac{15}{18}}$ nên $a > 1, \sqrt{2} + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{3}$ và $\log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5}) > \log_b(2 + \sqrt{3})$ nên $0 < b < 1$.

Câu 12: Chọn D.

Câu 13: Chọn C.

Từ BBT

Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ loại A, B.

$y' > 0, \forall x \neq -1$ nên chọn C.

Câu 14: Chọn D.

Từ đồ thị

$$\max_{[-2;2]} f(x) = f(2) = f(-2) = 2$$

$$\min_{[-2;2]} f(x) = f(1) = f(-1) = -2$$

Đáp án SAI nên chọn D.

Câu 15: Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 16: Chọn D.

Số cạnh của một hình tứ diện là 6.

Câu 17: Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$ do đó loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đã cho có một điểm cực đại nằm trên trục tung và một điểm cực tiểu nằm bên phải trục tung. Do đó phương trình $y' = 0$ có một nghiệm $x_1 = 0$ và một nghiệm $x_2 > 0$.

$$\text{Xét đáp án B: } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \text{ (loại).}$$

$$\text{Xét đáp án D: } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 18: Chọn B.

Với số thực $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có.

$$+) \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, (\forall x, y > 0).$$

$$+) \log_a x^n = n \log_a x, (x > 0, n \neq 0).$$

$$+) \log_a 1 = 0 \text{ và } \log_a a = 1.$$

$$+) \log_a x \text{ có nghĩa với } x > 0.$$

$$\text{Vậy mệnh đề đúng là: } \log_a x^n = n \log_a x, (x > 0, n \neq 0).$$

Câu 19: Chọn B.

Có ABC vuông cân tại B suy ra $AB = BC = 6a$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} 6a \cdot 6a \cdot 6a = 36a^3.$$

Câu 20: Chọn A.

Có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{x+1} = 3$ suy ra phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 3$.

Câu 21: Chọn D.

Quan sát bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, x = 2$ nên số đếm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là 2.

Câu 22: Chọn A.

Gọi V, V', S, S', h, h' lần lượt là thể tích, diện tích đáy và chiều cao của khối tứ diện trước và sau khi thay đổi.

Theo tính chất của tam giác đồng dạng thì $S' = 9S$.

Theo bài ra thì $h' = \frac{1}{3}h$.

Thể tích của khối tứ diện sau khi thay đổi là $V' = \frac{1}{3}S'.h' = \frac{1}{3}.9S.\frac{1}{3}h = 3V$.

Vậy thể tích của khối tứ diện tăng lên 3 lần.

Câu 23: Chọn C.

Ta có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}; y' = \frac{-m^2-5}{(x-m)^2} < 0, \forall x \neq m$.

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 khi

$$\begin{cases} m \notin [0;1] \\ y(1) = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \\ \frac{m+5}{1-m} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \\ m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 24: Chọn C.

Do $s, r \notin \mathbb{Z}$ nên $a > 0$

Câu 25: Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $4x^4 - 2x^2 + 1 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow 4x^4 - 3x^2 - x = 0$

$$\Leftrightarrow x(4x^3 - 3x - 1) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(4x^2 + 4x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ 4x^2 + 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Số điểm chung của hai đồ thị là 3.

Câu 26: Chọn D.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$\text{Giả sử } (C) \cap (Oy) = M(x_0; y_0) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

Ta có $y'(0) = 2$. Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; -1)$ là $y = 2x - 1$.

Câu 27: Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_a \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}} = \log_a \frac{a.b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{3}}} = \log_a a + \frac{1}{2}\log_a b - \frac{1}{3}\log_a c = 1 - 1 - \frac{5}{3} = -\frac{5}{3}.$$

Câu 28: Chọn B.

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}.$$

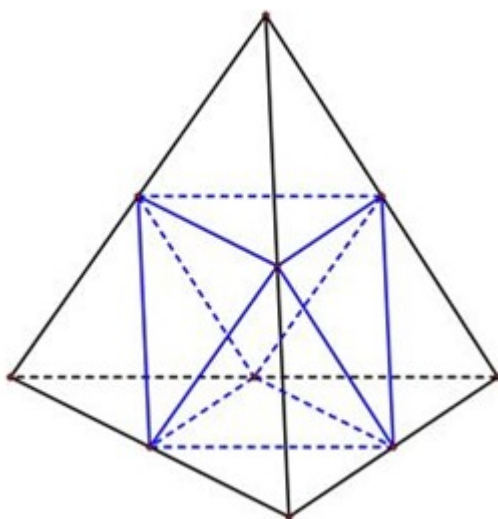
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2 - 1} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x}{x^2 - 1} = +\infty \Rightarrow x = -1 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Câu 29: Chọn B.



Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều tạo thành một bát diện đều.

Câu 30: Chọn C.

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 4)$ nên $4 = \frac{2-6m+4}{-m+2} \Leftrightarrow m = -1$.

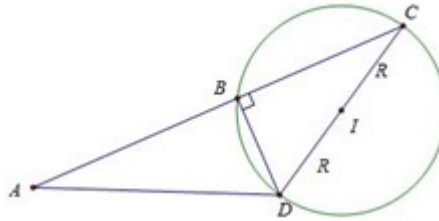
Câu 31: Chọn D.

+ Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

+ Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì:

$$y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow y' = \frac{1+m}{(x+1)^2} > 0 \Leftrightarrow 1+m > 0 \Leftrightarrow m > -1.$$

Câu 32: Chọn A.



+ Gọi D là điểm đối xứng của C qua I . ta suy ra $BD \perp AC$

+ Ta có

$$\begin{aligned} AB \cdot AC &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{ID}) \cdot (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}) \\ &= (\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IC}) \cdot (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}) = AI^2 - IC^2 = AI^2 - R^2. \end{aligned}$$

Câu 33: Chọn C.

Ta có $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ khi $a > 1$. Do đó phương án A sai.

Mặt khác $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$ khi $0 < a < 1$. Do đó phương án D sai.

Hơn nữa $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = a, \forall a \neq 1, b > 0, c > 0$. Do đó chọn C.

Câu 34: Chọn B.

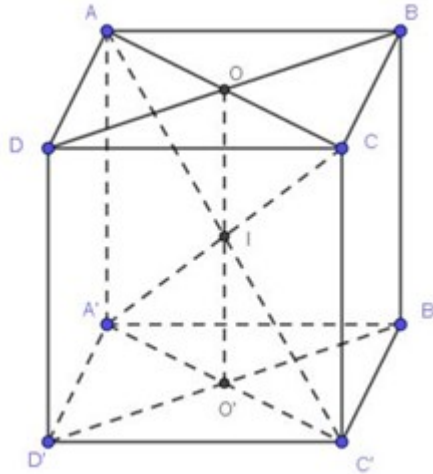
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 6x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên điểm $A(0; -1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 35: Chọn B.



Để xác định mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật, ta xác định tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy (là giao điểm của hai đường chéo).

Khi đó I là trung điểm của đoạn nối 2 tâm và cũng là trung điểm của $A'C'$.

Câu 36: Chọn D.

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x \leq -3 \\ -2 \leq 1-2x \leq 1 \\ 1-2x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -1 \end{cases}$$

Vì hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(0; \frac{3}{2})$, $(2; +\infty)$.

Câu 37: Chọn D.

Trường hợp 1. Với $m = 0$ ta có $y = -3x^2 - 5$

$$y' = -6x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		-5		$-\infty$

$\Rightarrow m = 0$ là giá trị không thỏa mãn

Trường hợp 2. Với $m \neq 0$. khi đó hàm số đã cho là hàm trùng phương.

Hàm số đã cho chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m(m-3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3$.

Vậy $m \geq 3$.

Câu 38: Chọn C.

Ta có $T = \log_a^2 b + \log_{ab} a^{36}$

$$= \log_a^2 b + 36 \cdot \frac{1}{\log_a ab}$$

$$= \log_a^2 b + \frac{36}{1 + \log_a b}$$

Đặt $t = \log_a b$

Vì $0 < b \leq a < 1$ nên $\log_a b \geq \log_a a \Rightarrow t \geq 1$.

Xét hàm $f(t) = t^2 + \frac{36}{1+t}$ trên $[1; +\infty)$

$$f'(t) = 2t - \frac{36}{(t+1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Bảng biến thiên

t	1	2	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$		16	

Từ bảng biến thiên ta có $T_{\min} = 16$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow b = a^2$.

Câu 39: Chọn A.

Ta có $\exists \lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1} + 2021}{\sqrt{x^2 - 2mx + m + 2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} + \frac{2021}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2m}{x} + \frac{m+2}{x^2}}} = 0$.

Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang có phương trình $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận thì phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt $x_1 > x_2 \geq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \geq 0 \\ x_1 - 1 + x_2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2) > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 \geq 0 \\ x_1 + x_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2) > 0 \\ m+2-2m+1 \geq 0 \\ 2m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

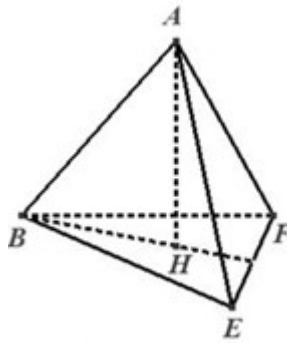
Vậy các giá trị $2 < m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} m \geq 2 \\ \frac{7}{4} < m \leq 2 \end{cases}$.

Vậy $m \in \left(\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$ thì phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 41: Chọn D.



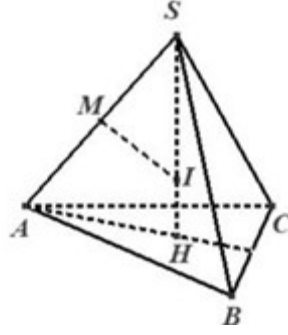
Trên các cạnh AC, AD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = AF = 2a \Rightarrow ABEF$ là tứ diện đều cạnh $2a$.

Gọi H là trọng tâm của $\triangle BEF \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

$$\Rightarrow V_{ABEF} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BEF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$$

$$V_1 \frac{V_{ABCD}}{V_{ABEF}} = \frac{AB}{AB} \cdot \frac{AC}{AE} \cdot \frac{AD}{AF} = \frac{3}{2} \cdot A = 3 \Rightarrow V_{ABCD} = 2\sqrt{2}a^3.$$

Câu 42: Chọn A.



Xét tứ diện đều $S.ABC$. Gọi H là trọng tâm của ΔABC , M là trung điểm của SA , I là giao điểm của SH và mặt phẳng trung trực của $SA \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow R = SI = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{3a}{2\sqrt{6}}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu là } 4\pi \cdot \left(\frac{3a}{2\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{3\pi a^2}{2}.$$

Câu 43: Chọn B.

Gọi $M\left(x; \frac{x+2}{x-1}\right)$, với $x \neq 1$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} d(M; Oy) = |x| \\ d(M; Ox) = \left|\frac{x+2}{x-1}\right|. \end{cases}$$

$$\text{Theo giả thiết } d(M; Oy) = 2d(M; Ox) \Leftrightarrow |x| = 2\left|\frac{x+2}{x-1}\right|.$$

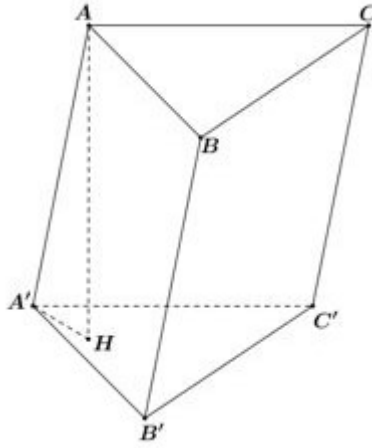
$$\text{TH1: } x = 2 \cdot \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow x^2 - x = 2x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Do đó } M\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \text{ hoặc } M(4; 2).$$

$$\text{TH2: } -x = 2 \cdot \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow -x^2 + x = 2x + 4 \Leftrightarrow x^2 + x + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán nên chọn đáp án B.

Câu 44: Chọn D.



Tam giác $A'B'C'$ là tam giác đều cạnh a nên $S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(A'B'C')$.

Ta có góc giữa AA' và $(A'B'C')$ là $\widehat{AA'H} = 30^\circ$, suy ra $AH = AA' \cdot \sin 30^\circ = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AH \cdot S_{\Delta A'B'C'} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ nên chọn đáp án D.

Câu 45: Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Giả sử $x_3 = 1$ thì yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt khác 1 và thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 1-1-m \neq 0 \\ (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4m > 0 \\ m \neq 0 \\ 1^2 + 2m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 1$.

Câu 46: Chọn A.

Phương trình đã cho tương đương với

$$(x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8) - (m^3x^3 + 2m^2x^2 + 3mx + 1) + (3x^2 - 3mx + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2)^3 - (mx + 1)^3 + 3(x^2 - mx + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - mx + 1) \left[(x^2 + 2)^2 + (x^2 + 2)(mx + 1) + (mx + 1)^2 + 3 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0 \quad (\forall a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0, \forall a, b).$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = m \quad (\text{Do } x = 0 \text{ không thỏa mãn phương trình này}).$$

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Ta có:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin \left(\frac{1}{2}; 2\right) \\ x = 1 \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \end{cases}$$

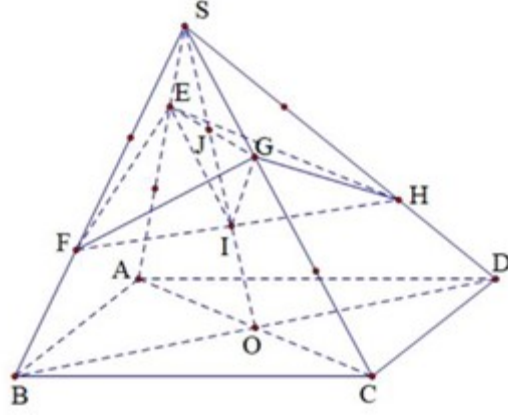
Ta có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$	1	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$

Từ bảng biến thiên trên suy ra để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thỏa mãn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ thì $2 < m \leq \frac{5}{2}$.

Vậy tất cả các giá trị cần tìm của m là $2 < m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 47: Chọn A.



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Trong (SBD) gọi $I = FH \cap SO \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Trong (SAC) gọi $J = EG \cap SO \Rightarrow \frac{SJ}{SO} = \frac{1}{3}$.

$$\frac{V_{SEJF}}{V_{SAON}} = \frac{SE}{SA} \cdot \frac{SJ}{SO} \cdot \frac{SF}{SB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{27}.$$

$$\Rightarrow V_{SEJF} = \frac{2}{27} V_{SAOB} = \frac{2}{27} \cdot \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{1}{54} V_{S.ABCD}$$

$$\frac{V_{SEIF}}{V_{SAOB}} = \frac{SE}{SA} \cdot \frac{SI}{SO} \cdot \frac{SF}{SB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}.$$

$$\Rightarrow V_{SEIF} = \frac{4}{27} V_{SAOB} = \frac{4}{27} \cdot \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{1}{27} V_{S.ABCD}.$$

$$V_{F.EIJ} = V_{S.EIJ} - V_{SEJF} = \frac{1}{27} V_{S.ABCD} - \frac{1}{54} V_{S.ABCD} = \frac{1}{54} V_{S.ABCD}$$

Chứng minh tương tự ta có:

$$V_{F.IJG} = V_{H.IJG} = V_{H.IJE} = \frac{1}{54} V_{S.ABCD}.$$

$$V_{EFGH} = V_{F.EIJ} + V_{F.IJG} + V_{H.IJG} + V_{H.IJE} = \frac{4}{54} V_{S.ABCD} = \frac{2}{27} V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{EFGH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2}{27}.$$

Câu 48: Chọn B.

$$\sqrt{2-x} + \sqrt{1+x} = \sqrt{m+x-x^2} \quad (1)$$

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 2$.

Phương trình trở thành: $2 - x + 1 + x + 2\sqrt{2 + x - x^2} = m + x - x^2$.

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2 + x - x^2} = (2 + x - x^2) + m - 5$$

Đặt $t = \sqrt{2 + x - x^2}$.

Xét hàm số $f(x) = 2 + x - x^2$ trên $[-1; 2]$.

$$f'(x) = -2x + 1.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{4}.$$

Bảng biến thiên:

x	-1	$\frac{1}{2}$	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\nearrow \frac{9}{4}$	$\searrow 0$
t	0	$\nearrow \frac{3}{2}$	$\searrow 0$

$$\text{Vậy } t \in \left[0; \frac{3}{2}\right].$$

Phương trình trở thành:

$$m = -t^2 + 2t + 5(2) \text{ với } t \in \left[0; \frac{3}{2}\right].$$

Xét hàm số $g(x) = -t^2 + 2t + 5$.

$$g'(t) = -2t + 2.$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow f(1) = 6.$$

$$g(0) = 5; g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{23}{4}.$$

Bảng biến thiên:

t	0	1	$\frac{3}{2}$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	5	6	$\frac{23}{4}$

Cứ 1 nghiệm $t \in \left[0; \frac{3}{2}\right)$ thì tồn tại 2 nghiệm $x \in [-1; 2]$.

Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 1 nghiệm $t \in \left[0; \frac{3}{2}\right)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$.

Câu 49: Chọn B.

Ta có $g'(x) = f'(x+1) + x^2 - 3$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x+1) = 3 - x^2$

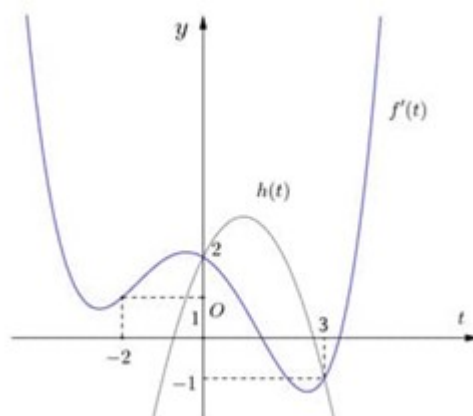
Đặt $t = x+1$

Suy ra $f'(t) = -t^2 + 2t + 2$

Gọi $h(t) = -t^2 + 2t + 2 \Rightarrow g'(t) = f'(t) - h(t)$

Đồ thị $y = h(t)$ có đỉnh $I(1; 3); t = 3 \Rightarrow h(3) = -1; t = 0 \Rightarrow h(0) = 2$

Sau khi vẽ $h(t) = -t^2 + 2t + 2$ ta được hình vẽ bên



Hàm số nghịch biến khi $g'(t) \leq 0 \Leftrightarrow f'(t) - h(t) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 3$

Suy ra $0 \leq x+1 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Vậy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Câu 50: Chọn C.

$$\text{Giả thiết } \begin{cases} f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 1 \\ m+n > 0 \\ 7+2(2m+n) < 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} f(0) = -2 \\ f(1) = m+n > 0 \\ f(2) = 7+2(2m+n) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{cases}$$

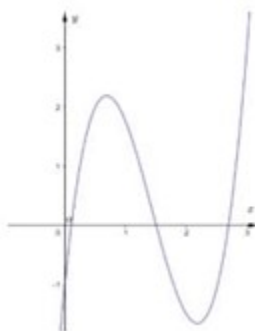
$$\Rightarrow \begin{cases} f(0) \cdot f(1) < 0 \\ f(1) \cdot f(2) < 0 \\ f(2) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{cases} \quad (\text{với lại } f(x) \text{ liên tục trên } \mathbb{R})$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ có 3 nghiệm lần lượt là $x_1 \in (0; 1)$, $x_2 \in (1; 2)$, $x_3 \in (2; +\infty)$

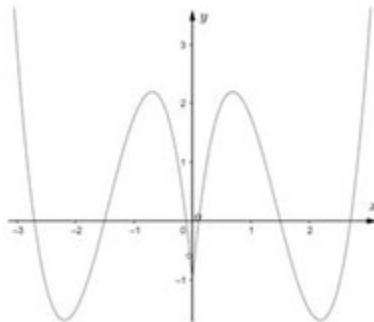
(do $f(x)$ là đa thức bậc ba nên có tối đa 3 nghiệm.)

Như vậy đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị đều nằm bên phải trục tung.

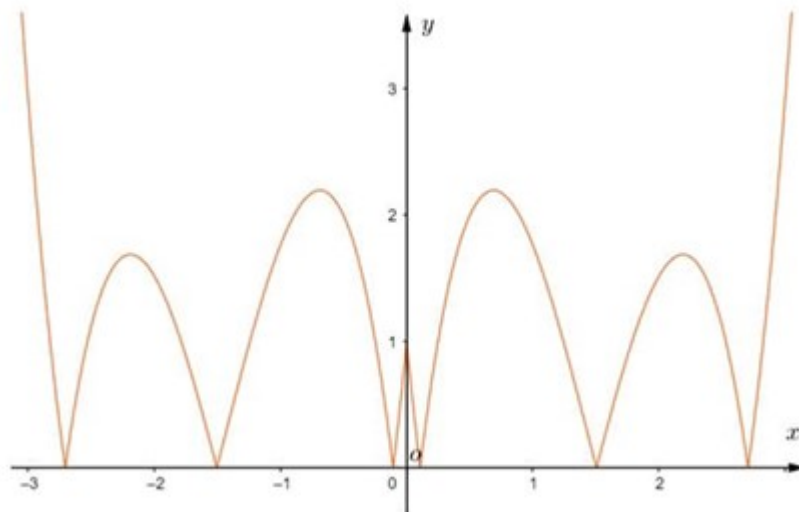
Ta phác họa đồ thị $y = f(x)$ như sau



Từ đó suy ra đồ thị $y = f(|x|)$ như hình bên dưới



Cuối cùng, đồ thị của hàm số $y = |f(|x|)|$ như sau



Kết luận, đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có 11 điểm cực trị.