

Đề gồm có 01 trang

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1.(2,0 điểm) Giải các bất phương trình sau đây.

a) $(2x+1)^2 - 17x < 3x(x-2) + 9.$

b) $|x^2 - 3x + 2| \leq x - 2.$

c) $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} \leq x + 1.$

d) $\frac{x^2 - 2x}{x+1} \sqrt{9 - x^2} \leq 0.$

Câu 2.(1,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x^2+2019} - \frac{2020}{\sqrt{(m-3)x^2+2(m-3)x+7-m}}$.

Tìm m để hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .

Câu 3. (1,5 điểm) Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $\cos(2\alpha - \frac{\pi}{3}), \sin \frac{5\alpha}{2}$.

Câu 4. (1,0 điểm) Chứng minh rằng $\frac{2 \tan x - \sin 2x}{(\sin x + \cos x)^2 - 1} = \tan^2 x$.

Câu 5.(3,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(3;0), B(-2;1), C(4;1)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường cao AH của ΔABC .

b) Viết phương trình đường tròn tâm B và tiếp xúc với AC .

c) Tìm tọa độ điểm M thuộc cạnh BC sao cho $S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} S_{\Delta MAB}$.

Câu 6. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $(x-3)\sqrt{1+x} - x\sqrt{4-x} = 2x^2 - 6x - 3$.

b) Chứng minh rằng ΔABC cân nếu $a \sin(B-C) + b \sin(C-A) = 0$.

===== HẾT =====

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Nội dung	Điểm
1(2đ)	a) $(2x+1)^2 - 17x < 3x(x-2) + 9 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 8 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 8$. $S = (-1; 8)$.	0,5
	b) $ x^2 - 3x + 2 \leq x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 \leq 0 \\ x^2 - 2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x \leq 0 \Leftrightarrow x = 2. \\ x \geq 2 \end{cases}$ $S = \{2\}$.	0,5
	c) $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} \leq x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 \leq (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2}, x \geq 1 \\ x \geq -1 \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$. $S = \left[0; \frac{1}{2}\right] \cup [1; 5]$.	0,5
	d) Đk $-3 \leq x \leq 3, x \neq -1$. $\frac{x^2 - 2x}{x + 1} \sqrt{9 - x^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{9 - x^2} = 0 \\ \frac{x^2 - 2x}{x + 1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ \begin{cases} 0 \leq x \leq 2. \\ x < -1 \end{cases} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện ta được $S = \{3\} \cup [-3; -1) \cup [0; 2]$.	0,5
2 (1đ)	Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x^2+2019} - \frac{2020}{\sqrt{(m-3)x^2+2(m-3)x+7-m}}$. ĐK để hàm số có nghĩa là $(m-3)x^2 + 2(m-3)x + 7 - m \geq 0$. Để hs có TXĐ là \mathbb{R} thì $(m-3)x^2 + 2(m-3)x + 7 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. TH1: $m = 3$ ta có $4 \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Chọn $m = 3$. TH2: $\begin{cases} m-3 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m^2 - 8m + 15 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 5$. Vậy $3 \leq m < 5$ là các giá trị cần tìm.	1,0
3 (1,5đ)	Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right), \sin \frac{5\alpha}{2}$. Có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$. Ta có $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{-7}{25}, \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{24}{25}$. Vậy $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \cos 2\alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin 2\alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{-7 + 24\sqrt{3}}{50}$.	1,0

	<p>Ta có $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{4}{5}, 0 < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.</p> <p>Vậy $\sin \frac{5\alpha}{2} = \sin(2\alpha + \frac{\alpha}{2}) = \sin 2\alpha \cos \frac{\alpha}{2} + \cos 2\alpha \sin \frac{\alpha}{2}$</p> $= \frac{24}{25} \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{-7}{25} \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{41\sqrt{5}}{125}$	0,5
4 (1đ)	$VT = \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x} - 2 \sin x \cos x}{2 \sin x \cos x} = \frac{2 \sin x \left(\frac{1}{\cos x} - \cos x \right)}{2 \sin x \cos x}$ $= \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x = VP.$	1,0
5 (3đ)	<p>a) Vì $AH \perp BC$ nên $\vec{n} = \vec{BC} = (6; 0)$.</p> <p>$\Rightarrow$ Phương trình đường cao $AH: 6(x-3) + 0(y-0) = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0$.</p>	1,0
	<p>b) Có AC: $x - y - 3 = 0$. Bán kính đường tròn $R = d(B, AC) = 3\sqrt{2}$.</p> <p>Phương trình đường tròn $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 18$.</p>	1,0
	<p>c) Ta có</p> $S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} S_{\Delta MAB} \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(A, BC) \cdot BC = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} d(A, BC) \cdot MB \Leftrightarrow BC = \frac{3}{2} MB$ <p>$\Rightarrow \vec{BM} = \frac{2}{3} \vec{BC} = (4; 0) \Rightarrow M(2; 1)$.</p>	1,0
6(1,5đ)	<p>a) Giải phương trình $(x-3)\sqrt{1+x} - x\sqrt{4-x} = 2x^2 - 6x - 3$ (1).</p> <p>Điều kiện $-1 \leq x \leq 4$.</p> <p>Phương trình (1) $\Leftrightarrow (x-3)(\sqrt{1+x}-1) - x(\sqrt{4-x}-1) = 2x^2 - 6x$</p> $(x-3) \frac{x}{\sqrt{1+x}+1} - x \frac{3-x}{\sqrt{4-x}+1} = 2x^2 - 6x$ $\Leftrightarrow x(x-3) \left(\frac{1}{\sqrt{1+x}+1} + \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} - 2 \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-3) = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} + \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} = 2 \end{cases} \quad (2)$ <p>TH1: $x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$ (Thỏa mãn điều kiện).</p> <p>TH2: Với điều kiện $-1 \leq x \leq 4$ ta có</p> $\begin{cases} \sqrt{1+x}+1 \geq 1 \\ \sqrt{4-x}+1 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} \leq 1 \\ \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} + \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} \leq 2. \quad \text{Dấu "="}$ <p>không xảy ra nên phương trình (2) vô nghiệm.</p> <p>Vậy $S = \{0, 3\}$.</p>	0,75

<p>b) Chứng minh rằng ΔABC cân nếu $a \sin(B - C) + b \sin(C - A) = 0$ (1).</p> <p>Ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R$ nên</p> <p>(1) $\Leftrightarrow \sin A \cdot \sin(B - C) + \sin B \sin(C - A) = 0$ $\Leftrightarrow \sin A \sin B \cdot \cos C - \sin A \cdot \cos B \cdot \sin C$ $\quad + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos A - \sin B \cdot \cos C \cdot \sin A = 0$ $\Leftrightarrow \sin C \cdot \sin(B - A) = 0.$</p> <p>Do C là góc trong tam giác nên $\sin C > 0$. Do đó $\sin(B - A) = 0 \Rightarrow B = A$. Vậy tam giác ABC cân tại C.</p>	<p>0,75</p>
--	--------------------

Lưu ý: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.