

MỤC LỤC

Bài 1: MẶT NÓN TRÒN XOAY.....	2
☑ DẠNG 1: DẠNG CƠ BẢN (CHO CÁC THÔNG SỐ r, h, l).....	2
☑ DẠNG 2: THIẾT DIỆN QUA TRỤC SO.....	3
☑ DẠNG 3: KHỐI NÓN SINH BỞI TAM GIÁC QUAY QUANH CÁC TRỤC.....	6
☑ DẠNG 4: BÀI TOÁN THIẾT DIỆN QUA ĐỈNH VÀ MỐI LIÊN HỆ VỚI GÓC HOẶC KHOẢNG CÁCH.	9
Bài 2: MẶT TRỤ TRÒN XOAY	13
☑ DẠNG 1: DẠNG CƠ BẢN (CHO CÁC THÔNG SỐ r, l, h).....	13
☑ DẠNG 2: SỰ TẠO THÀNH MẶT TRỤ TRÒN XOAY	15
☑ DẠNG 3: SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA HÌNH TRỤ VÀ MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG.	17
BẢNG ĐÁP ÁN	20
Bài 3: MẶT CẦU – KHỐI CẦU.....	21
☑ DẠNG 1: CÔNG THỨC LÝ THUYẾT CƠ BẢN.....	21
☑ DẠNG 2: KHỐI CẦU NGOẠI TIẾP KHỐI ĐA DIỆN	23
Bài 4: BÀI TOÁN NỘI TIẾP - NGOẠI TIẾP	32
☑ DẠNG 1: NÓN NỘI TIẾP, NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP, TRỤ, CẦU.	32
☑ DẠNG 2_ NÓN NỘI TIẾP, NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP, TRỤ, CẦU.....	35

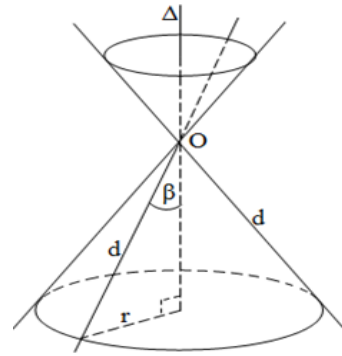
Bài 1: MẶT NÓN TRÒN XOAY

☑ DẠNG 1: DẠNG CƠ BẢN (CHO CÁC THÔNG SỐ r, h, l).

PHƯƠNG PHÁP:

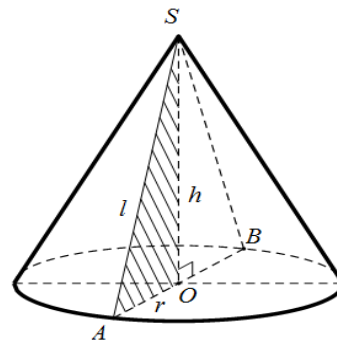
①. Các thông số:

- ◆ r là bán kính.
- ◆ l là đường sinh
- ◆ h là chiều cao.
- ◆ Góc giữa l và h



②. Công thức tính toán:

- ◆ Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$
- ◆ Chu vi đáy: $CV_d = 2\pi r$
- ◆ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$
- ◆ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$
- ◆ Thể tích khối nón: $V_{nón} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



👉 A_VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Cho hình nón có bán kính đáy và đường cao lần lượt là $r = 3\text{cm}, h = 4\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Lời giải

Ta có

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\text{cm})$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi (\text{cm}^2).$$

Ví dụ 2. Cho khối nón có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là $r = 3\text{cm}, l = 5\text{cm}$. Tính thể tích khối nón.

Lời giải

Ta có

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi (\text{cm}^3).$$

Ví dụ 3. Cho hình nón có đường cao bằng $2a$ và đường sinh bằng $a\sqrt{5}$. Tính diện tích toàn phần của hình nón.

Lời giải

Ta có

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (2a)^2} = a$$

$$\Rightarrow S_{TP} = \pi r l + \pi r^2 = \pi \cdot a \cdot a \sqrt{5} + \pi \cdot a^2 = \pi a^2 (\sqrt{5} + 1).$$

👉 B_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

- Câu 1.** Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón bằng:
- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{xq} = \pi r h$. C. $S_{xq} = 2\pi r l$. D. $S_{xq} = \pi r^2 h$.
- Câu 2.** Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón bằng:
- A. $S_{tp} = \pi r h + \pi r^2$. B. $S_{tp} = 2\pi r l + 2\pi r^2$. C. $S_{tp} = \pi r l + 2\pi r^2$. D. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$.
- Câu 3.** Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Thể tích của khối nón bằng:
- A. $V = \pi r^2 h$. B. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. C. $V = \pi r^2 l$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 l$.
- Câu 4.** Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng?
- A. $r^2 = h^2 + l^2$. B. $l^2 = h^2 + r^2$. C. $\frac{1}{l^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{r^2}$. D. $l^2 = h r$.
- Câu 5.** Một hình nón có đường sinh l gấp đôi bán kính r của mặt đáy. Diện tích xung quanh của hình nón là:
- A. $S_{xq} = 2\pi r^2$. B. $S_{xq} = 2\pi r l$. C. $S_{xq} = \frac{1}{2} \pi r^2$. D. $S_{xq} = \frac{1}{2} \pi r l$.
- Câu 6.** Một khối nón có đường cao a (cm), bán kính r (cm) thì có thể tích bằng:
- A. $V_{nón} = \frac{1}{3} \pi r a$. B. $V_{nón} = \frac{1}{3} \pi r^3$. C. $V_{nón} = \frac{1}{3} \pi r^2 a$. D. $V_{nón} = \frac{1}{3} \pi a^2 r$.
- Câu 7.** Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng:
- A. 2. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 1.
- Câu 8.** Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi \text{ cm}^2$ và bán kính đáy $r = \frac{1}{2} \text{ cm}$. Khi đó độ dài đường sinh của khối nón là:
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.
- Câu 9.** Thể tích của khối nón sẽ thay đổi như thế nào nếu tăng độ dài bán kính đáy lên hai lần mà vẫn giữ nguyên chiều cao của khối nón?
- A. Tăng 4 lần. B. Giảm 2 lần. C. Tăng 2 lần. D. Không đổi.
- Câu 10.** Hình nón có diện tích xung quanh bằng 24π và bán kính đường tròn đáy bằng 3. Chiều cao khối nón là:
- A. 8. B. $\sqrt{89}$. C. 3. D. $\sqrt{55}$.

☑ DẠNG 2: THIẾT DIỆN QUA TRỤC SO

PHƯƠNG PHÁP:

①. Thiết diện qua trục là tam giác vuông cân SAB	
<ul style="list-style-type: none"> ◆ $\begin{cases} l = r\sqrt{2} \\ h = r \end{cases}$ ◆ $S_{xq} = \pi r^2 \sqrt{2}$ ◆ $S_{tp} = \pi r^2 \sqrt{2} + \pi r^2 = \pi r^2 (\sqrt{2} + 1)$ ◆ Diện tích thiết diện bằng $S_{TD} = r^2 = h^2$ ◆ Thể tích $V = \frac{1}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi h^3$ 	
②. Thiết diện qua trục là tam giác đều SAB	
<ul style="list-style-type: none"> ◆ $\begin{cases} l = 2r \\ h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ ◆ $S_{xq} = 2\pi r^2$ ◆ $S_{tp} = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$ ◆ Diện tích thiết diện: $S_{TD} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = r^2 \sqrt{3}$ ◆ Thể tích: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{l^3 \sqrt{3}}{24}$ 	

↳ A_VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón đó.

Lời giải

Ta có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh bằng $2a$ nên $l = 2r = 2a \Rightarrow l = 2a; r = a$.

$$S_{xq} = \pi r l = 2\pi a^2.$$

$$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = 3\pi a^2.$$

Ví dụ 2. Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích của khối nón đó.

Lời giải

Ta có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh bằng a nên $l = 2r = a \Rightarrow l = a; r = \frac{a}{2}$.

$$\Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Ví dụ 3. Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân cạnh có cạnh huyền bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, diện tích thiết diện và thể tích của khối nón đó.

Lời giải

Ta có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$ nên

$$2r = 2a \Rightarrow r = h = a.$$

$$S_{xq} = \pi r^2 \sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}$$

$$S_{tp} = \pi r^2 \sqrt{2} + \pi r^2 = \pi a^2 (\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{Diện tích thiết diện bằng } S_{TD} = r^2 = a^2$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi a^3.$$

↪ B_BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 11. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác vuông có cạnh huyền là $2a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón đó là

A. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $2\pi a^3 \sqrt{2}$.

Câu 12. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài $2a$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 13. Cho hình nón tròn xoay có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón lần lượt là

A. $S_{xq} = \pi a^2$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{24} a^3$. B. $S_{xq} = 2\pi a^2$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{12} a^3$.
C. $S_{xq} = 3\pi a^2$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{4} a^3$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{8} a^3$.

Câu 14. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính thể tích V của khối nón được tạo nên bởi hình nón đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{10}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

Câu 15. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối nón theo a .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 16. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Một hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh bằng a . Tính diện tích S_{tp} toàn phần của hình nón đó:

A. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 8)}{2}$. B. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 1)}{2}$.

D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 4)}{2}$.

Câu 18. Cho hình nón đỉnh S biết rằng nếu cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$.

C. $S_{xq} = \pi a^2$.

D. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 19. Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$.

B. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

Câu 20. Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC . Tính diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay sinh ra khi cho ΔABC quay quanh AI một góc 360° .

A. $(2\sqrt{2} + 1)\pi a^2$.

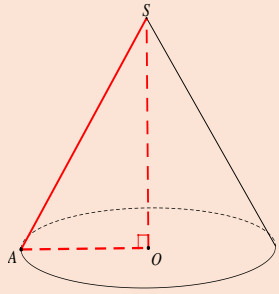
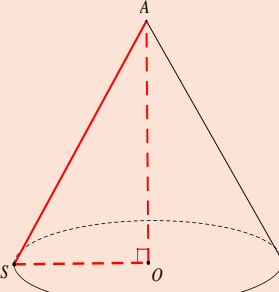
B. $\frac{(2\sqrt{2} + 1)\pi a^2}{2}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{(\sqrt{2} + 1)\pi a^2}{2}$.

☑ DẠNG 3: KHỐI NÓN SINH BỞI TAM GIÁC QUAY QUANH CÁC TRỤC.

PHƯƠNG PHÁP:

<p>①. Quay tam giác SOA vuông tại O quanh trục SO</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ $r = OA$ là bán kính. ◆ $h = SO$ là chiều cao. ◆ $l = SA$ là đường sinh 	
<p>②. Quay tam giác SOA vuông tại O quanh trục OA</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ $r = SO$ là bán kính. ◆ $h = OA$ là chiều cao. ◆ $l = SA$ là đường sinh 	

👉 A - VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , đường cao AH . Tính diện tích xung quanh của hình nón được tạo thành khi quay tam giác ABC quanh AH .

Lời giải

Khi quay tam giác ABC quanh AH ta được một hình nón có:
Trục là AH .

Bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$.

Đường sinh $l = AB = AC = a$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2}{2}.$$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC vuông tại C có các cạnh $AC = 2a; BC = a$. Tính thể tích của khối nón được tạo thành khi quay tam giác ABC quanh AC

Lời giải

Khi quay tam giác ABC quanh AC ta được một hình nón có:

Trục là AC nên $h = AC = 2a$.

Bán kính đáy $r = BC = a$.

Suy ra thể tích của khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2\pi a^3}{3}.$$

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC vuông tại C có các cạnh $AC = 2a; BC = a$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác ABC quanh AB .

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB , ta có:

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{\sqrt{AC^2 + BC^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$$

Khi quay tam giác ABC quanh AC ta được một vật thể tròn xoay gồm 2 hình nón có:

Hình nón thứ 1 có trục là AH nên

$$h_1 = AH \text{ \& } r_1 = CH$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot CH^2 \cdot AH \quad (1)$$

Hình nón thứ 2 có trục là BH nên

$$h_2 = BH \text{ \& } r_2 = CH$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot CH^2 \cdot BH \quad (2)$$

Suy ra thể tích của vật thể tròn xoay là

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot CH^2 \cdot (AH + BH) = \frac{1}{3} \pi \cdot CH^2 \cdot AB \\ &= \frac{4\pi a^3 \sqrt{5}}{15}. \end{aligned}$$

↪ B – BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $SC = a\sqrt{6}$. Khi tam giác SAC quay quanh cạnh SA thì đường gấp khúc SAC tạo thành một hình nón tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay đó là

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3 \pi \sqrt{2}}{3}$.

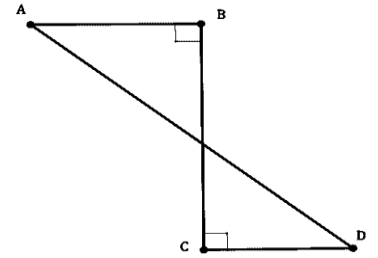
C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 22. Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $\frac{1}{2}\pi a^2$. D. $\frac{3}{4}\pi a^2$

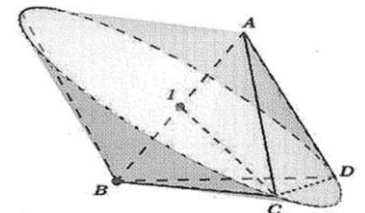
Câu 23. Hình $ABCD$ khi quay quanh BC thì tạo ra
 A. Một hình trụ. B. Một hình nón.
 C. Một hình nón cụt. D. Hai hình nón.



Câu 24. Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh b khi quay xung quang trục AA' . Diện tích S là
 A. πb^2 . B. $\pi b^2\sqrt{2}$.
 C. $\pi b^2\sqrt{3}$. D. $\pi b^2\sqrt{6}$.

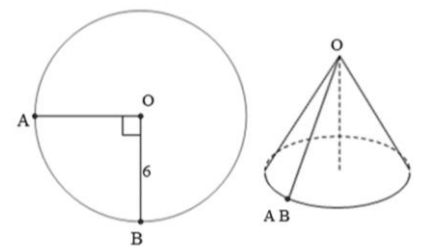
Câu 25. Trong không gian, cho tam giác ABC cân tại A , $AB = a\sqrt{10}$, $BC = 2a$. Gọi H là trung điểm của BC . Tính thể tích V của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH .
 A. $V = 2\pi a^3$. B. $V = 3\pi a^3$. C. $V = 9\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 26. Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành?
 A. Một. B. Hai.
 C. Ba. D. Không có hình nón nào.



Câu 27. Cho hình tròn có bán kính là 6. Cắt bỏ $\frac{1}{4}$ hình tròn giữa hai bán kính OA, OB rồi ghép hai bán kính đó lại sao cho thành một hình nón (như hình vẽ). Thể tích khối nón tương ứng đó là

- A. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{9\pi\sqrt{7}}{8}$.
 C. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{9\pi\sqrt{7}}{2}$.



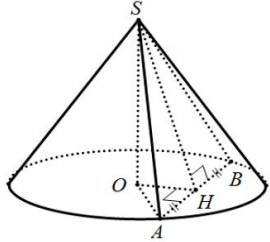
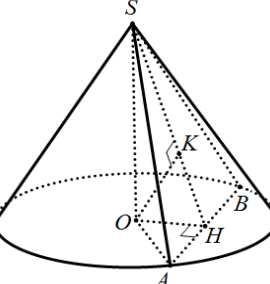
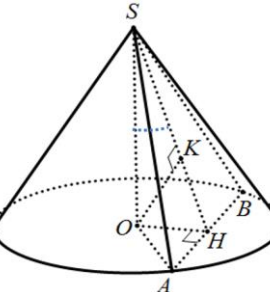
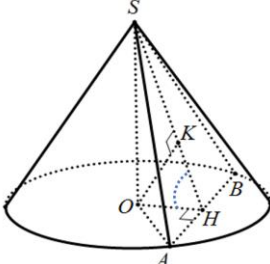
Câu 28. Cho một hình cầu bán kính 5 cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường kính 4 cm. Tính thể tích của khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm hình cầu đã cho. (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).
 A. 50,24 (ml). B. 19,19 (ml). C. 12,56 (ml). D. 76,74 (ml).

Câu 29. Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA . Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN , tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng
 A. $V = 8\pi$. B. $V = 6\pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 2\pi$.

Câu 30. Cho một hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a$, $CD = 4a$, cạnh bên $AD = BC = 3a$. Hãy tính thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình thang đó khi quay quanh trục đối xứng của nó.
 A. $\frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{56a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{14a^3}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{28a^3\sqrt{2}}{3}$.

☑ DẠNG 4: BÀI TOÁN THIẾT DIỆN QUA ĐỈNH VÀ MỐI LIÊN HỆ VỚI GÓC HOẶC KHOẢNG CÁCH.

PHƯƠNG PHÁP:

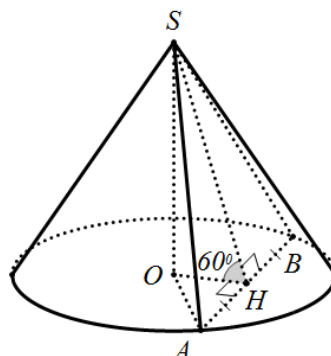
<p>①. Thiết diện qua đỉnh của hình nón: $mp(P)$ đi qua đỉnh của hình nón và cắt mặt nón theo 2 đường sinh \Rightarrow Thiết diện cũng là tam giác cân SAB.</p>	
<p>②. Khoảng cách từ tâm của đáy O đến thiết diện: + Casio: $d(O; (SAB)) = OK$ $\Rightarrow OK = \sqrt{\frac{1}{1:SO^2 + 1:OH^2}}$</p>	
<p>③. Góc giữa SO và thiết diện SAB: $(SO; (SAB)) = SOH$ $\Rightarrow \tan SOH = \frac{OH}{SO}$</p>	
<p>④. Góc giữa (SAB) và đáy: $(SAB; (OAB)) = SHO$ $\Rightarrow \tan SHO = \frac{SO}{OH}$</p>	

👉 A - VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh S tạo với đáy góc 60° là tam giác đều cạnh bằng $4cm$. Thể tích của khối nón đó là

- A. $9\pi cm^3$. B. $4\sqrt{3}\pi cm^3$. C. $3\pi cm^3$. D. $7\pi cm^3$

Lời giải



Gọi thiết diện qua đỉnh là ΔSAB , tâm đường tròn đáy là O .

$$\text{Góc giữa } (SAB) \text{ và đáy: } \begin{cases} (O) \cap (SAB) = AB \\ (O): OH \perp AB = H (HA = HB). \\ (SAB): SH \perp AB = H \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } ((SAB); (O)) = (OH; SH) = SHO = 60^\circ$$

$$\text{Giả thiết cho } \Delta SAB \text{ đều cạnh } 4\text{cm} \Rightarrow SH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\Delta SOH: \sin 60^\circ = \frac{SO}{SH} \Rightarrow SO = \sin 60^\circ \cdot SH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3; OH = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta OAH: OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{7}$$

$$V = \frac{1}{3} h \cdot \pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \pi (OA)^2 = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \pi (\sqrt{7})^2 = 7\pi \text{ cm}^3.$$

↪ B – BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 31. Cho hình nón có độ dài đường cao là $2a$, bán kính đường tròn đáy là $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối nón.

- A. $4\pi a^3$. B. $\frac{2}{3}\pi a^3$. C. πa^3 . D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 32. Cho hình nón có độ dài đường sinh là $5\sqrt{2}$, bán kính đường tròn đáy là $3\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. 30π . B. $15\sqrt{2}\pi$. C. 20π . D. 10π .

Câu 33. Cho hình nón có độ dài đường cao là $a\sqrt{3}$, bán kính đường tròn đáy là a . Tính diện tích toàn phần của hình nón.

- A. $5\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 34. Cho hình nón có đáy là đường tròn có đường kính 10. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 là

- A. 8π . B. 24π . C. $\frac{200\pi}{9}$. D. 96π .

Câu 35. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10, mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một đường tròn có bán kính bằng 6, khoảng cách giữa mặt phẳng này với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Chiều cao của hình nón (N) là

- A. 12,5. B. 10. C. 8,5. D. 7,5.

Câu 36. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh $2a$. Tính diện tích của thiết diện

- A. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\sqrt{3}a^2$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. Một hình nón có chiều cao bằng a . Thiết diện qua trục là một tam giác vuông. Tính diện tích toàn phần của hình nón

- A. $(\sqrt{2}+1)\pi a^2$. B. $\sqrt{2}\pi a^2$. C. $(\sqrt{2}+2)\pi a^2$. D. $(\sqrt{2}-1)\pi a^2$.

Câu 38. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền $2a$. Thể tích của khối nón bằng

A. πa^3 . B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 39. Một hình nón có đường sinh là l , thiết diện qua trục là một tam giác vuông. Tính thể tích của khối nón

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi l^2$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi l^2$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}\pi l^2$. D. $\frac{\sqrt{2}}{12}\pi l^2$.

Câu 40. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. C. $2\pi a^2$. D. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 41. Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác ABC đều có cạnh bằng a , biết B, C thuộc đường tròn đáy. Thể tích của khối nón là:

A. $a^3\pi\sqrt{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. C. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{3\pi a^2}{8}$.

Câu 42. Thiết diện qua trục của một hình nón tròn xoay là một tam giác vuông cân có diện tích bằng $2a^2$. Khi đó thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 43. Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a . Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác có góc ở đỉnh bằng 120° . Gọi V là thể tích khối nón. Khi đó V bằng

A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 44. Khối nón có chiều cao bằng $3a$. Thiết diện song song và cách mặt đáy một đoạn bằng a , có diện tích bằng $\frac{64}{9}\pi a^2$. Khi đó, thể tích của khối nón là

A. $16\pi a^3$. B. $\frac{25}{3}\pi a^3$. C. $48\pi a^3$. D. $\frac{16}{3}\pi a^3$.

Câu 45. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh $2a$, diện tích xung quanh là S_1 và mặt cầu có đường kính bằng chiều cao hình nón, có diện tích S_2 . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $2S_2 = 3S_1$. B. $S_1 = 4S_2$. C. $S_2 = 2S_1$. D. $S_1 = S_2$.

Câu 46. Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều là

A. 8π . B. 9π . C. 10π . D. 12π .

Câu 47. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° . Diện tích của thiết diện qua đỉnh bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. C. $2a^2$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 48. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $3cm$ và có đường sinh $l = 5cm$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh và tạo với trục một góc 30° . Diện tích thiết diện là

A. $\frac{8\sqrt{11}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{11}}{3}$. D. $\frac{11\sqrt{11}}{3}$.

Câu 49. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P)

A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$. D. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 50. Cho hình nón S , đường cao SO . Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\angle SAO = 30^\circ, \angle SAB = 60^\circ$. Tính diện tích xung quanh hình nón.

A. $S_{xq} = \frac{3\pi a^2}{2}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$. D. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.B	5.A	6.C	7.A	8.B	9.A	10.D
11.A	12.C	13.A	14.B	15.A	16.A	17.C	18.B	19.B	20.D
21.A	22.C	23.D	24.D	25.D	26.B	27.A	28.B	29.A	30.A
31.D	32.A	33.C	34.A	35.A	36.B	37.A	38.C	39.D	40.A
41.C	42.B	43.C	44.A	45.A	46.D	47.B	48.A	49.D	50.D

Bài 2: MẶT TRỤ TRÒN XOAY

☑ DẠNG 1: DẠNG CƠ BẢN (CHO CÁC THÔNG SỐ r, l, h)

PHƯƠNG PHÁP:

A- Các thông số:

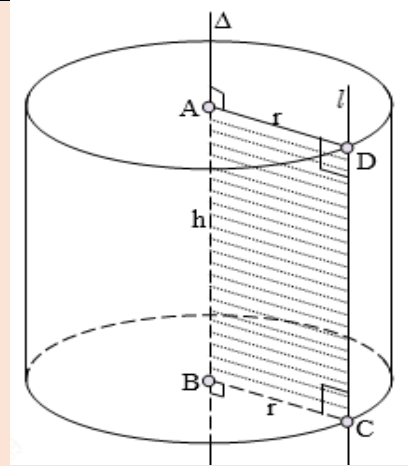
r là bán kính đáy

$h = AB$ là chiều cao của trụ

$l = h = CD$ là đường sinh của trụ

B- Công thức tính toán:

①. Diện tích đáy:	$S_{\bar{n}} = \pi r^2$
②. Chu vi đáy:	$CV_d = 2\pi r$
③. Diện tích xung quanh:	$S_{xq} = 2\pi r l$
④. Diện tích toàn phần:	$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\bar{n}}$
⑤. Thể tích khối nón:	$V_{Tru} = \pi r^2 h$



↪ A. VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5(\text{cm})$, chiều cao $h = 7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ này là:

- A. $35\pi(\text{cm}^2)$. B. $70\pi(\text{cm}^2)$. C. $\frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $\frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn B

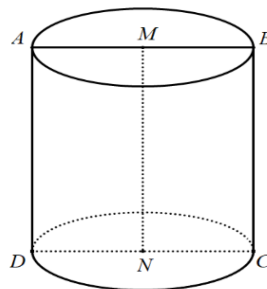
Ta có: $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi(\text{cm}^2)$.

Ví dụ 2. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $8(\text{cm})$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình vuông $ABCD$ xung quanh MN . Diện tích xung quanh của hình trụ tạo thành là:

- A. $64\pi(\text{cm}^2)$. B. $32\pi(\text{cm}^2)$. C. $96\pi(\text{cm}^2)$. D. $126\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn A



Quay hình vuông $ABCD$ xung quanh MN ta được hình trụ như hình vẽ.

Khi đó $r = \frac{AB}{2} = 4; h = AD = 8 \Rightarrow S_{xq} = C_d \cdot h = 2\pi r h = 64\pi(\text{cm}^2)$.

Ví dụ 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và góc $BDC = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD . Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là

A. $\sqrt{3}\pi a^2$.

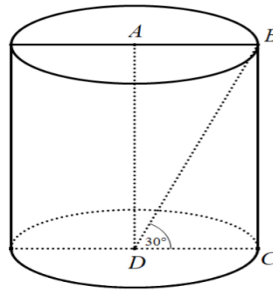
B. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$.

D. πa^2

Lời giải

Chọn C



Khi quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD ta được hình trụ như hình vẽ. Ta có:

$$r = AB = a; h = BC = CD \tan 30^\circ.$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = \frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}.$$

Ví dụ 4. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích khối trụ tương ứng bằng

A. 2π .

B. π .

C. 3π .

D. $\frac{\pi}{4}$

Lời giải

Chọn A

Chiều cao bằng đường kính đáy nên $h = 2r$

$$S_{xq} = 4\pi = 2\pi rh = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2$$

$$\Leftrightarrow r^2 = 1 \Leftrightarrow r = 1 \Rightarrow h = 2$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} h = 2 \\ r = 1 \end{cases} \Rightarrow V = \pi r^2 h = 2\pi.$$

👉 B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

A. $S_{xq} = \pi rh$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = 2\pi r^2 h$.

D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 2. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{tp} là diện tích toàn phần của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

A. $S_{tp} = \pi rl$.

B. $S_{tp} = \pi rl + 2\pi r$.

C. $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$.

D. $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2$.

Câu 3. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu $V_{(T)}$ là thể tích khối trụ (T). Công thức nào sau đây là đúng?

A. $V_{(T)} = \frac{1}{3}\pi rh$.

B. $V_{(T)} = \pi r^2 h$.

C. $V_{(N)} = \pi rl^2$.

D. $V_{(N)} = 2\pi r^2 h$.

Câu 4. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

A. $6\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

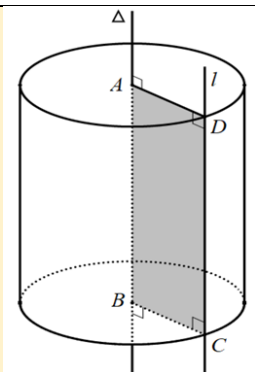
C. $4\pi a^2$.

D. $5\pi a^2$.

- Câu 5.** Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3(\text{cm})$, $AD = 5(\text{cm})$. Thể tích khối trụ hình thành được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đoạn AB bằng:
- A. $25\pi(\text{cm}^3)$. B. $75\pi(\text{cm}^3)$. C. $50\pi(\text{cm}^3)$. D. $45\pi(\text{cm}^3)$.
- Câu 6.** Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ. Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau.
- A. $4S_1 = 3S_2$. B. $3S_1 = 2S_2$. C. $2S_1 = S_2$. D. $2S_1 = 3S_2$.
- Câu 7.** Một hình trụ (T) có diện tích toàn phần là $120\pi(\text{cm}^2)$ và có bán kính đáy bằng $6(\text{cm})$. Chiều cao của (T) là
- A. $6(\text{cm})$. B. $5(\text{cm})$. C. $4(\text{cm})$. D. $3(\text{cm})$.
- Câu 8.** Một khối trụ (T) có thể tích bằng $81\pi(\text{cm}^3)$ và có đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Độ dài đường sinh của (T) là
- A. $12(\text{cm})$. B. $3(\text{cm})$. C. $6(\text{cm})$. D. $9(\text{cm})$.
- Câu 9.** Khối trụ có chiều cao $h = 3(\text{cm})$ và bán kính đáy $r = 2(\text{cm})$ thì có thể tích bằng
- A. $12\pi(\text{cm}^3)$. B. $4\pi(\text{cm}^3)$. C. $6\pi(\text{cm}^3)$. D. $12\pi(\text{cm}^3)$.
- Câu 10.** Một hình trụ có diện tích đáy bằng $4\pi(\text{m}^2)$. Khoảng cách giữa trục và đường sinh của mặt xung quanh hình trụ đó bằng
- A. $4(\text{m})$. B. $3(\text{m})$. C. $2(\text{m})$. D. $1(\text{m})$

☑ DẠNG 2: SỰ TẠO THÀNH MẶT TRỤ TRÒN XOAY

☒ LÝ THUYẾT CẦN NẮM:

<p>Nắm chắc sự tạo thành mặt trụ, hình trụ, khối trụ.</p> <p>Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình, hình đó được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.</p> <p>Đường thẳng AB được gọi là trục.</p> <p>Đoạn thẳng CD được gọi là độ dài đường sinh.</p> <p>Độ dài đoạn thẳng $AB = CD = h$ được gọi là chiều cao của hình trụ.</p> <p>Hình tròn tâm A, bán kính $r = AD$ và hình tròn tâm B, bán kính $r = BC$ được gọi là 2 đáy của hình trụ.</p>	
---	---

☞ A – VÍ DỤ MINH HỌA:

- Ví dụ 1.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ cạnh $AB = 6$, $AD = 4$ quay quanh AB ta được hình trụ có diện tích xung quanh bằng:
- A. $S_{xq} = 8\pi$. B. $S_{xq} = 48\pi$. C. $S_{xq} = 50\pi$. D. $S_{xq} = 32\pi$.

Lời giải

Chọn D

$$AB = 6 = h, AD = 4 = R \rightarrow S_{xq} = 2.\pi.4.6 = 48\pi .$$

Ví dụ 2. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó

- A. $S_{tp} = 4\pi$. B. $S_{tp} = 2\pi$. C. $S_{tp} = 6\pi$. D. $S_{tp} = 10\pi$.

Lời giải

Chọn A

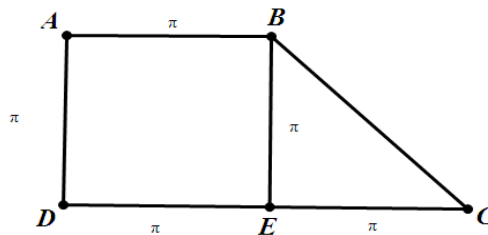
$$AB = 1 = h, R = \frac{AD}{2} = 1 \rightarrow S_{tp} = 2\pi.1.1 + 2\pi.1^2 = 4\pi .$$

Ví dụ 3. Một hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AD = \pi$, đáy nhỏ $AB = \pi$, đáy lớn $CD = 2\pi$. Cho hình thang quay quanh CD , ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $V = 2\pi^4$. B. $V = \frac{4}{3}\pi^4$. C. $V = \frac{4}{3}\pi^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi^2$.

Lời giải

Chọn B



Khi quay hình thang quanh CD ta được khối tròn xoay gồm 2 phần, V_1 là khối trụ có bán kính đáy $AD = \pi$ và chiều cao $AB = \pi$ nên $V_1 = \pi.\pi^2.\pi = \pi^4$ và khối trụ V_2 là khối nón có đáy

$$BE = \pi \text{ và đường cao } EC = \pi \text{ nên } V_2 = \frac{1}{3}.\pi.\pi^2.\pi = \frac{1}{3}\pi^4 .$$

Vậy $V = \frac{4}{3}\pi^4$

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 11. Cho mặt phẳng (P) và một điểm cố định trên mặt phẳng (P) . Gọi d là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cách I một hằng k không đổi. Tập hợp các đường thẳng d là

- A. một mặt phẳng. B. một mặt cầu. C. một mặt trụ. D. một mặt nón.

Câu 12. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. Hình trụ luôn chứa một đường tròn. B. Hình nón luôn chứa một đường tròn.
C. Hình trụ luôn chứa một đường thẳng. D. Mặt trụ luôn chứa một đường thẳng.

Câu 13. Cho hai điểm A, B cố định. Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho diện tích tam giác MAB không đổi là

- A. mặt nón tròn xoay. B. mặt trụ tròn xoay.
C. mặt cầu. D. hai đường thẳng song song.

Câu 14. Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\angle ACB = 45^\circ$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là :

- A. $S_{tp} = 16\pi a^2$. B. $S_{tp} = 10\pi a^2$. C. $S_{tp} = 12\pi a^2$. D. $S_{tp} = 8\pi a^2$.

Câu 15. Trong không gian cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của DC và AB . Khi quay hình vuông đó xung quanh trục HK ta được một hình trụ tròn xoay (H). Gọi S_{xq}, V lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay (H) và khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ (H). Tỉ số $\frac{V}{S_{xq}}$ bằng

- A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = nAD$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ một vòng quanh cạnh CD ta được khối trụ có diện tích toàn phần là S_1 , khi quay hình chữ nhật $ABCD$ một vòng quanh cạnh AD ta được khối trụ có diện tích toàn phần là S_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $nS_1 = S_2$. B. $S_1 = nS_2$. C. $S_1 = (n+1)S_2$. D. $S_2 = (n+1)S_1$.

Câu 17. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và góc $BDC = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD . Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là:

- A. $\sqrt{3}\pi a^2$. B. $2\sqrt{3}\pi a^2$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 18. Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3(\text{cm})$, $AD = 5(\text{cm})$. Thể tích khối trụ hình thành được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đoạn AB bằng:

- A. $25\pi(\text{cm}^3)$. B. $75\pi(\text{cm}^3)$. C. $50\pi(\text{cm}^3)$. D. $45\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 19. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh MN thành một hình trụ. Gọi (S) là mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình trụ, ta có bán kính của mặt cầu (S) là

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $a\sqrt{6}$.

Câu 20. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục AB ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 12\pi$. B. $S_{tp} = 5\pi$. C. $S_{tp} = 6\pi$. D. $S_{tp} = 8\pi$.

☑ DẠNG 3: SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA HÌNH TRỤ VÀ MẶT PHẶNG, ĐƯỜNG THẲNG.

☒. LÝ THUYẾT CẦN NẮM:

<p>①. Thiết diện qua trục là: Hình chữ nhật Hình vuông</p> <p>②. Biết xác định góc giữa đường thẳng và trục của hình trụ</p>	
--	--

↪ A – VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $a = 2(\text{cm})$ có thể tích là

- A. πcm^3 . B. $2\pi \text{cm}^3$. C. $3\pi \text{cm}^3$. D. $4\pi \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện qua trục của khối trụ là hình vuông $ABCD$ như hình vẽ. Hình vuông cạnh $a = 2(\text{cm})$ nên

$$AB = 2r = 2 \Rightarrow r = 1(\text{cm})$$

$$AD = h = 2(\text{cm}) \Rightarrow V = \pi r^2 h = 2\pi(\text{cm}^3).$$

Ví dụ 2. Cho hình trụ có trục OO' , thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của trụ cắt bởi (P)

- A. $a^2\sqrt{3}$. B. a^2 . C. $2a^2\sqrt{3}$. D. πa^2 .

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) song song với trục nên cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có một kích

thước là $2a$. Kích thước còn lại là $2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$, trong đó $r = a$ bán kính

đáy và $d = \frac{a}{2}$ là khoảng cách từ trục đến mặt phẳng (P) .

Diện tích thiết diện là $2a^2\sqrt{3}$.

Ví dụ 3. Cho hình trụ có các đường tròn đáy là (O) và (O') , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Các điểm A, B lần lượt thuộc các đường tròn đáy (O) và (O') sao cho $AB = \sqrt{3}a$. Thể tích của khối tứ diện $ABOO'$ là :

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn C

Tam giác $AA'B$ vuông tại A' suy ra $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra tam giác $O'A'B$ vuông tại O' . Suy ra BO' vuông góc với $O'A$

Suy ra BO' vuông góc với (AOO') .

$$V_{ABOO'} = \frac{1}{3} BO' \cdot S_{AOO'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

↪ B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 21. Tính thể tích V của khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $a = 4(\text{cm})$

- A. $V = 8\pi(\text{cm}^3)$. B. $V = 4\pi(\text{cm}^3)$. C. $V = 16\pi(\text{cm}^3)$. D. $V = 2\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 22. Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 23. Một hình trụ (T) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh S_{xq} khối trụ.

- A. $S_{xq} = 4\pi R^2$. B. $S_{xq} = \pi R^2$. C. $S_{xq} = 2\pi R^2$. D. $S_{xq} = \frac{4\pi R^2}{3}$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ theo bán kính đáy R .

- A. $S_{tp} = 2\pi R^2$. B. $S_{tp} = 4\pi R^2$. C. $S_{tp} = 6\pi R^2$. D. $S_{tp} = 3\pi R^2$.

Câu 25. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có chu vi là $8a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó

- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $4a^2$.

Câu 26. Một hình trụ có bán kính đáy là $4(\text{cm})$ và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đó.

- A. $V = 32\pi(\text{cm}^3)$. B. $V = 64\pi(\text{cm}^3)$. C. $V = 128\pi(\text{cm}^3)$. D. $V = 256\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 27. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích khối trụ tương ứng bằng

- A. 2π . B. π . C. 3π . D. 4π .

Câu 28. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. 12π . B. 10π . C. 8π . D. 6π .

Câu 29. Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm , chiều cao bằng $6(\text{cm})$. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng bao nhiêu?

- A. $5(\text{cm})$. B. $8(\text{cm})$. C. $6(\text{cm})$. D. $10(\text{cm})$.

Câu 30. Mặt phẳng đi qua trục của một hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh $4R$. Diện tích toàn phần của hình trụ là

- A. $24\pi R^2$. B. $20\pi R^2$. C. $16\pi R^2$. D. $4\pi R^2$.

Câu 31. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi của thiết diện qua trục bằng $12a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $6\pi a^3$. C. $5\pi a^3$. D. πa^3 .

Câu 32. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $30(\text{cm}^2)$ và chu vi bằng $26(\text{cm})$. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của (T) là:

- A. $\frac{69\pi}{2}(\text{cm}^2)$. B. $69\pi(\text{cm}^2)$. C. $23\pi(\text{cm}^2)$. D. $\frac{23\pi}{2}(\text{cm}^2)$.

Câu 33. Tính thể tích của khối trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng $6\pi(\text{cm})$ và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $10(\text{cm})$.

- A. $48\pi(\text{cm}^3)$. B. $24\pi(\text{cm}^3)$. C. $72\pi(\text{cm}^3)$. D. $18\pi\sqrt{3472\pi}(\text{cm}^3)$.

- Câu 34.** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó thể tích khối trụ tương ứng bằng:
- A. 2π . B. 4π . C. $\frac{\pi}{2}$. D. π .
- Câu 35.** Cho hình trụ có chiều cao $h=2$, bán kính đáy $r=3$. Một mặt phẳng (P) không vuông góc với đáy của hình trụ, lần lượt cắt hai đáy theo đoạn giao tuyến AB và CD sao cho $ABCD$ là hình vuông. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.
- A. $S=12\pi$. B. $S=12$. C. $S=20$. D. $S=20\pi$.
- Câu 36.** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $AC=a\sqrt{2}$, $DCA=30^\circ$. Tính theo a thể tích khối trụ
- A. $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$. D. $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$.
- Câu 37.** Cho một khối trụ có chiều cao bằng 8(cm), bán kính đường tròn đáy bằng 6(cm). Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 4(cm). Diện tích của thiết diện được tạo thành là
- A. $32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$. B. $16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$. C. $32\sqrt{5}(\text{cm}^2)$. D. $16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$.
- Câu 38.** Hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. $4\pi a^3$. B. $3\pi a^3$. C. πa^3 . D. $5\pi a^3$.
- Câu 39.** Thiết diện qua trục của hình trụ tròn xoay là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay có đường tròn đáy là đáy của hình trụ và đỉnh là tâm của đường tròn đáy còn lại của hình trụ.
- A. $V=\frac{1}{3}\pi a^3$. B. $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. C. $V=\pi a^3$. D. $V=\frac{4}{3}\pi a^3$.
- Câu 40.** Một hình trụ có bán kính 5(cm) và chiều cao 7(cm). Cắt hình trụ bằng mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục 3(cm). Diện tích thiết diện tạo bởi hình trụ và mặt phẳng (P) bằng:
- A. $112(\text{cm}^2)$. B. $28(\text{cm}^2)$. C. $54(\text{cm}^2)$. D. $56(\text{cm}^2)$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.A	5.B	6.B	7.C	8.D	9.A	10.C
11.C	12.C	13.B	14.C	15.A	16.A	17.C	18.B	19.C	20.A
21.C	22.D	23.A	24.C	25.B	26.D	27.A	28.D	29.D	30.A
31.A	32.A	33.C	34.A	35.C	36.C	37.C	38.A	39.B	40.D

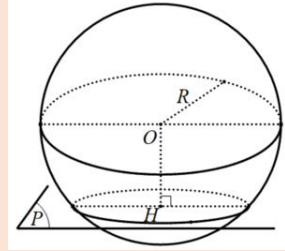
BÀI 3: MẶT CẦU – KHỐI CẦU

DẠNG 1: CÔNG THỨC LÝ THUYẾT CƠ BẢN.

PHƯƠNG PHÁP:

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.



A. VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Cho hình cầu có bán kính R . Khi đó thể tích khối cầu là

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $\frac{2}{3}\pi R^3$. C. $\frac{1}{3}\pi R^3$. D. $4\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Từ công thức tính thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Ví dụ 2. Diện tích mặt cầu có bán kính R là

- A. $4\pi R^2$. B. $4\pi R^3$. C. $\frac{4}{3}\pi R^2$. D. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S = 4\pi R^2$.

Ví dụ 3. Mặt cầu có bán kính a có diện tích bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi a^2$. B. πa^2 . C. $4\pi a^2$. D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Ví dụ 4. Khối cầu thể tích bằng 36π . Bán kính của khối cầu là

- A. $R = 3$. B. $R = \sqrt[3]{9}$. C. $R = 9$. D. $R = \sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3$.

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

- A. $\frac{32\pi a^3}{3}$. B. $6\pi a^3$. C. $16\pi a^2$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 2. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

- A. Vô số. B. 2. C. 4. D. 1.

- Câu 3.** Tính bán kính R của khối cầu có thể tích là $V = \frac{256\pi}{3} (cm^3)$.
- A. $R = 3 (cm)$. B. $R = 6 (cm)$. C. $R = 4 (cm)$. D. $R = 9 (cm)$.
- Câu 4.** Bán kính R của khối cầu có thể tích $V = \frac{32\pi a^3}{3}$ là
- A. $R = 2a$. B. $R = 2\sqrt{2}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\sqrt[3]{7}a$.
- Câu 5.** Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng
- A. 4. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.
- Câu 6.** Cho mặt cầu có diện tích là $64\pi (cm^2)$. Bán kính mặt cầu là
- A. $R = 6 (cm)$. B. $R = 3\sqrt{2} (cm)$. C. $R = 4 (cm)$. D. $R = 3 (cm)$.
- Câu 7.** Cho mặt cầu có diện tích là $72\pi (cm^2)$. Bán kính mặt cầu là
- A. $R = 6 (cm)$. B. $R = 3\sqrt{2} (cm)$. C. $R = \sqrt{6} (cm)$. D. $R = 3 (cm)$.
- Câu 8.** Cho mặt cầu có diện tích bằng $120\pi (cm^2)$. Bán kính R của khối cầu bằng:
- A. $R = \sqrt{26} (cm)$. B. $R = 3\sqrt{2} (cm)$. C. $R = \sqrt{30} (cm)$. D. $R = 3 (cm)$.
- Câu 9.** Một mặt cầu có diện tích 36π thì bán kính mặt cầu bằng
- A. 3. B. $3\sqrt{2}$. C. 6. D. 4.
- Câu 10.** Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 11.** Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là
- A. $R = 2$. B. $R = 32$. C. $R = 4$. D. $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 12.** Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi (cm^2)$ thì có bán kính là
- A. 3cm. B. $\sqrt{5}cm$. C. 4cm. D. 5cm.
- Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a\sqrt{2}$.
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:
- A. $3a$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

- Câu 15.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $R = a$. B. $R = 3a$. C. $R = 4a$. D. $R = 2a$.
- Câu 16.** Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.
- Câu 17.** Một khối cầu có thể tích bằng 4π . Nếu tăng bán kính của khối cầu đó gấp 3 lần thì thể tích của khối cầu mới bằng bao nhiêu bằng
- A. $V = 108\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 64\pi$.
- Câu 18.** Một mặt cầu (S) cắt mặt phẳng kính của nó theo đường tròn có bán kính là 5. Diện tích mặt cầu (S) là
- A. 100π . B. $\frac{500\pi}{3}$. C. 20π . D. 10π .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.A	5.D	6.C	7.B	8.C	9.A	10.A
11.A	12.D	13.C	14.D	15.D	16.C	17.A	18.A		

☑ DẠNG 2: KHỐI CẦU NGOẠI TIẾP KHỐI ĐA DIỆN

A - LÝ THUYẾT CẦN NẮM:

Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện:

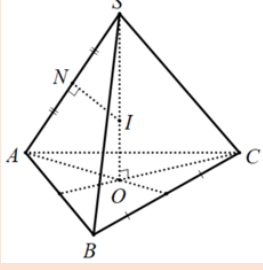
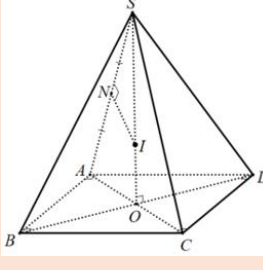
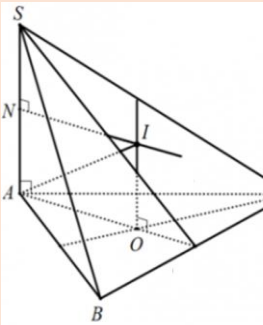
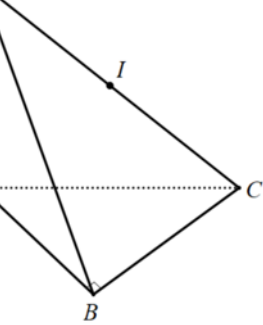
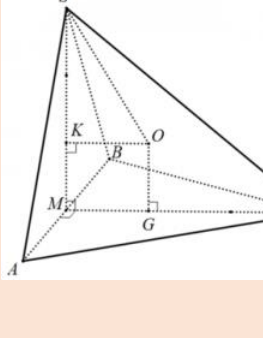
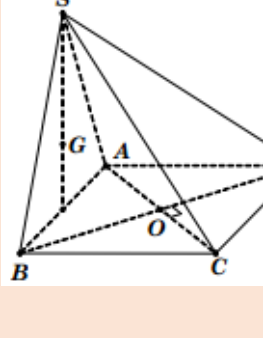
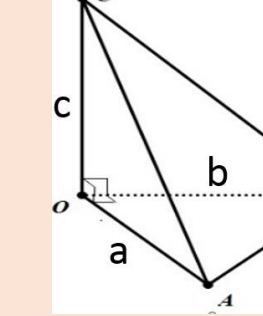
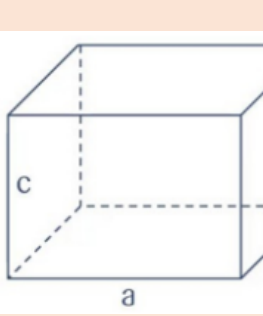
Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện là mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của khối đa diện, nên có

- ♦ Tâm I của mặt cầu là điểm cách đều các đỉnh của khối đa diện
- ♦ Bán kính của mặt cầu bằng khoảng cách từ tâm đến một đỉnh bất kì của khối đa diện

B - PHƯƠNG PHÁP (Phương pháp chung xác định mặt cầu ngoại tiếp khối chóp và lăng trụ).

- ♦ Xác định O là tâm đường tròn nội tiếp đáy
- ♦ Dựng đường thẳng d qua O và vuông góc với đáy, đường thẳng này gọi là trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy
- ♦ Ta sử dụng 1 trong 3 phương án sau:
 - Trong mặt phẳng chứa cạnh bên và d , dựng đường thẳng trung trực của cạnh bên, cắt d tại I , khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp cần tìm.
 - Dựng mặt phẳng trung trực của cạnh bên, cắt d tại I , khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp cần tìm.
 - Dựng trục đường tròn của mặt bên, cắt d tại I (nếu có thể), khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp cần tìm.

C- CÔNG THỨC NHANH:

<p>①. Hình chóp đều</p> <p>Gọi h là chiều cao của hình chóp, a là độ dài cạnh bên của hình chóp. Ta có:</p> $R = \frac{a^2}{2h}$		
<p>②. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy: Gọi h, r là chiều cao và bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy. Ta có</p> $R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2}.$ <p>☒. Đặc biệt: $R = \frac{SC}{2}.$</p>		
<p>③. Hình chóp có mặt bên vuông góc với đáy: Gọi R_b, R_d là bán kính đường tròn ngoại tiếp mặt bên và mặt đáy, k là độ dài giao tuyến mặt bên đó và đáy. Ta có:</p> $R = \sqrt{R_b^2 + R_d^2 - \left(\frac{k}{2}\right)^2}.$		
<p>④. Tứ diện có ba cạnh đôi một vuông góc, hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là a, b, c:</p> <p>Ta có $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$</p>		

A – VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{SC}{2} = a$.

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tại, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

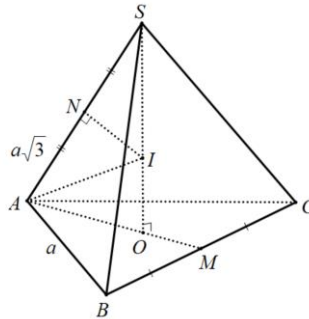
Bán kính mặt cầu là $R = \frac{SC}{2} = a$.

Ví dụ 3. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải

Chọn D



$$SA = a\sqrt{3} \text{ và } AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \quad SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3};$$

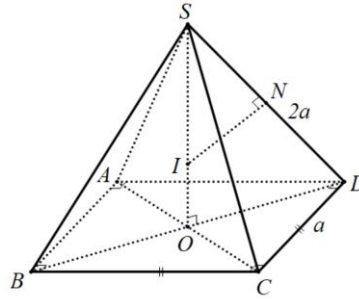
$$\text{Áp dụng công thức: } R = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{(a\sqrt{3})^2}{2 \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3}} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}.$$

Ví dụ 4. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$.

- A. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$. B. $\frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{2a\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải

Chọn A



$$SA = 2a; SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

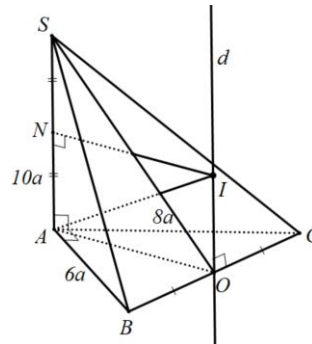
$$\text{Áp dụng công thức: } R = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{(2a)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2}} = \frac{2a\sqrt{14}}{7}.$$

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy, ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = 6a$, $AC = 8a$, $SA = 10a$. Tìm bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $5a\sqrt{2}$. B. $5a\sqrt{5}$. C. $10a\sqrt{2}$. D. $2a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: tam giác ABC vuông tại A nên $R_d = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2}}{2} = 5a$.

Đường cao $h = SA = 10a$.

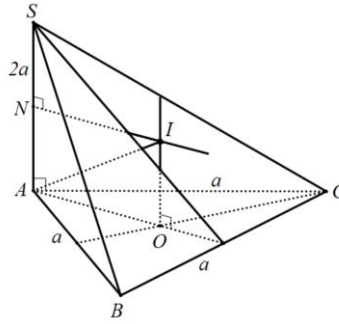
$$\text{Áp dụng công thức ta có: } R = \sqrt{(5a)^2 + \left(\frac{10a}{2}\right)^2} = 5a\sqrt{2}.$$

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy, ABC là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = 2a$. Tìm bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{39}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{19}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tam giác ABC đều cạnh a nên $R_d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Đường cao $h = SA = 2a$.

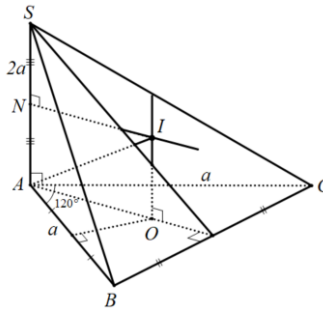
Áp dụng công thức ta có: $R = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a}{2}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy, ABC là tam giác cân tại A và $AB = a$, $BAC = 120^\circ$, $SA = 2a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. a . B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải:

Chọn B



Ta có: $BC = a\sqrt{3} \Rightarrow R_d = \frac{BC}{2\sin 120^\circ} = a$ và $h = SA = 2a$.

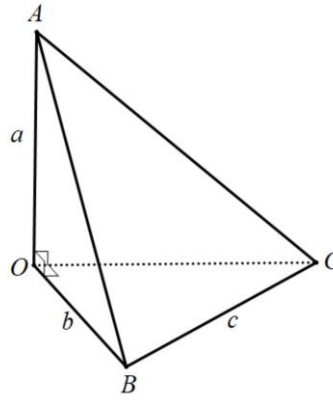
Áp dụng công thức ta có: $R = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$.

Ví dụ 8. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết rằng $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

- A. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. D. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Lời giải:

Chọn C



Ta có: $AO \perp (OBC)$ nên áp dụng công thức ta có:

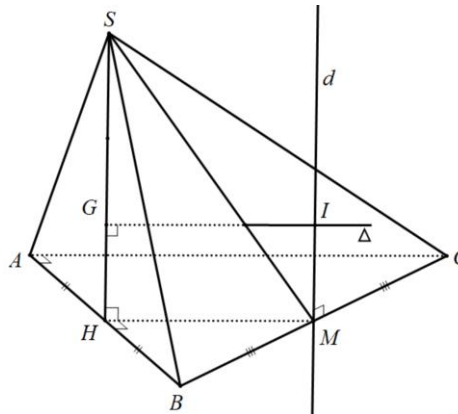
$$R = \sqrt{R_d^2 + \frac{OA^2}{4}} = \sqrt{\frac{BC^2}{4} + \frac{OA^2}{4}} = \sqrt{\frac{OA^2 + OB^2}{4} + \frac{OC^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}.$$

Ví dụ 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Mặt bên $(SAB) \perp (ABC)$ và ΔSAB đều cạnh bằng 1. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{3\sqrt{21}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



$$\partial = AB = 1, R_b = \frac{\sqrt{3}}{3}, R_d = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

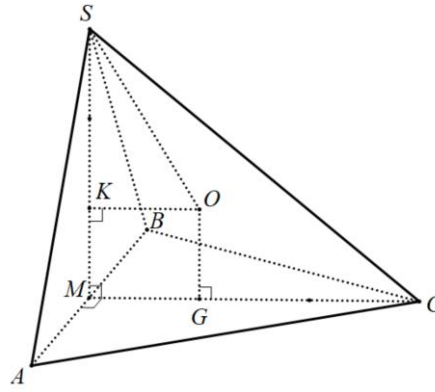
Áp dụng công thức: $R = \sqrt{R_d^2 + R_b^2 - \frac{\partial^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \frac{1^2}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{6}.$

Ví dụ 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{5\pi}{3}$. B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Lời giải

Chọn D



$$R_d = CG = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}; R_b = SK = \frac{SA\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \partial = AB = 1.$$

Áp dụng công thức: $R = \sqrt{R_d^2 + R_b^2 - \frac{\partial^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$

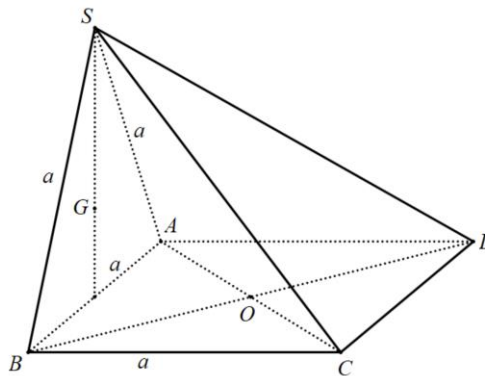
Vậy thể tích khối cầu cần tìm là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$

Ví dụ 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A.** $V = \frac{\sqrt{5}\pi}{13}.$ **B.** $V = \frac{3\sqrt{15}\pi}{11}.$ **C.** $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}.$ **D.** $V = \frac{\sqrt{21}\pi}{6}.$

Lời giải

Chọn D



Ta có: Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy $R_d = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp mặt bên $R_b = SG = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Cạnh chung của mặt bên (SAB) và mặt đáy là $\partial = AB = a.$

Vậy bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$

B - BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng

A. $\frac{32\pi a^3}{81}$. B. $\frac{32\pi a^3}{77}$. C. $\frac{64\pi a^3}{77}$. D. $\frac{72\pi a^3}{39}$.

Câu 2. Cho mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thức là a, b, c có bán kính là

A. $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $R = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
 C. $R = \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$. D. $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là điểm I với

A. I là trung điểm của đoạn thẳng SD . B. I là trung điểm của đoạn thẳng AC .
 C. I là trung điểm của đoạn thẳng SC . D. I là trung điểm của đoạn thẳng SB .

Câu 4. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $V = 3\pi a^3\sqrt{6}$. B. $V = \pi a^3\sqrt{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 5. Cho khối lập phương có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó.

A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$.

Câu 6. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng 1.

A. 2π . B. π . C. 3π . D. 4π .

Câu 7. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng 8

A. $S = 192\pi$. B. $S = 48\pi$. C. $S = 256\pi$. D. $S = 64\pi$.

Câu 8. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đều có tất cả các cạnh đều bằng a .

A. $\frac{7\pi a^2}{5}$. B. $\frac{7\pi a^2}{3}$. C. $\frac{7\pi a^2}{6}$. D. $\frac{3\pi a^2}{7}$.

Câu 9. Tập hợp tâm của mặt cầu đi qua 3 điểm không thẳng hàng là

A. một mặt phẳng. B. một mặt cầu. C. một mặt trụ. D. một đường thẳng.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8\pi a^2}{3}$. B. $\frac{5\pi a^2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}\pi a^2}{3}$. D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB = a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 12. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối lập phương có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $V = \frac{9}{2}\pi a^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. C. $V = 4\pi a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{4}{81}\pi a^3$.

- Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.
- A. $8\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. $2a^2$. D. $a^2\sqrt{2}$.
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 2, AC = 4, SA = \sqrt{5}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ có bán kính là
- A. $R = \frac{25}{2}$. B. $R = \frac{5}{2}$. C. $R = 5$. D. $R = \frac{10}{3}$.
- Câu 15.** Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh bằng 2, hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 16.** Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a, 2a, 2a$ là
- A. $36\pi a^3$. B. $\frac{27\pi a^3}{2}$. C. $\frac{9\pi a^3}{2}$. D. $\frac{9\pi a^3}{8}$.
- Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = 3a, AD = 4a$. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $10\pi a^2$. B. $20\pi a^2$. C. $50\pi a^2$. D. $100\pi a^2$.
- Câu 18.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3a, AD = 4a, SA$ vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a .
- A. $10a$. B. $5a$. C. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$. D. $5a\sqrt{3}$.
- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .
- A. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. B. $\frac{4\pi a^2}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^2}{9}$.
- Câu 20.** Cho hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng
- A. $6\pi a^2$. B. $9\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.B	5.A	6.C	7.A	8.B	9.D	10.A
11.B	12.A	13.B	14.B	15.C	16.D	17.B	18.B	19.B	20.A

BÀI 4: BÀI TOÁN NỘI TIẾP - NGOẠI TIẾP

☑ DẠNG 1: NÓN NỘI TIẾP, NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP, TRỤ, CẦU.

PHƯƠNG PHÁP:

Nắm vững các khái niệm về nón ngoại, nội tiếp chóp, trụ, cầu để xác định đúng các yếu tố đặc trưng của nón.

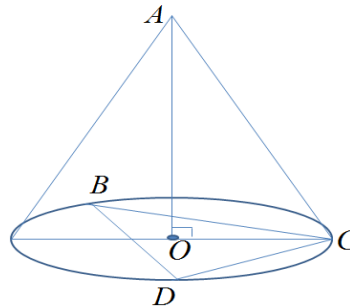
A_VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a , có diện tích xung quanh là

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình nón ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a như hình vẽ trên. Ta có:

$$\text{Bán kính đáy } R = OC = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Độ dài đường sinh $l = AC = a$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón

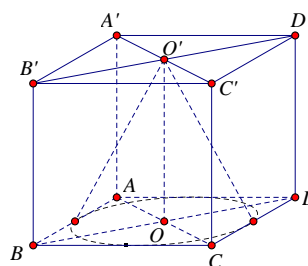
$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}.$$

Ví dụ 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{4}$. B. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{2}$. C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{5}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Hình nón có bán kính là $r = \frac{3}{2}$; chiều cao $h = 3$.

Suy ra đường sinh là

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

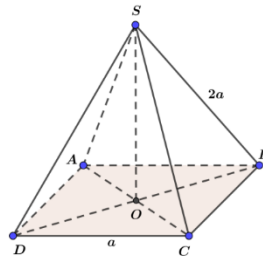
Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{4}$.

Ví dụ 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy có độ dài a , cạnh bên có độ dài $2a$. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là S và đường tròn đáy là đường tròn đi qua các điểm A, B, C, D . Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $\pi a^2 \sqrt{2}$. B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Hình nón (N) có bán kính đáy là $r = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, đường sinh $l = 2a$.

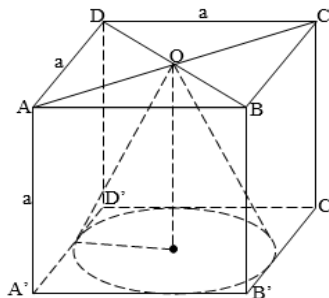
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi a^2 \sqrt{2}$.

Ví dụ 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đó bằng $\frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{b} + c)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b > 1$. Tính bc .

- A. $bc = 7$. B. $bc = 15$. C. $bc = 8$. D. $bc = 5$.

Lời giải

Chọn D



Hình nón có đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ có cạnh là a nên đáy của hình nón là hình tròn có bán kính $r = \frac{a}{2}$.

Hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ nên chiều cao của hình nón bằng độ dài cạnh của hình vuông. Suy ra: $h = a$.

Khi đó: độ dài đường sinh của hình nón là: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_{tp} = \pi r(r+l) = \pi \frac{a}{2} \left(\frac{a}{2} + \frac{a\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{\pi a^2}{4} (1+\sqrt{5})$.

Suy ra: $b = 5; c = 1 \Rightarrow bc = 5$.

B_BÀI TẬP RÈN LUYỆN

- Câu 1.** Hình nón ngoại tiếp hình chóp tam giác đều cạnh a có bán kính đáy bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 2.** Trong các hình chóp sau đây, hình chóp nào luôn có mặt nón nội tiếp
- A. hình chóp tam giác. B. hình chóp tứ giác.
C. hình chóp ngũ giác. D. Hình chóp lục giác.
- Câu 3.** Trong tất cả các hình nón nội tiếp mặt cầu đường kính $R=10$, hình chóp có bán kính đáy lớn nhất có đường cao bằng
- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.
- Câu 4.** Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có cạnh đáy bằng $2a$, góc ở đỉnh 90° có bán kính bằng
- A. $2a$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. a .
- Câu 5.** Một hình nón có độ dài đường sinh là 5, bán kính đáy là 4. Hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình nón có thể tích là
- A. 16. B. 20. C. 64. D. 32.
- Câu 6.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng R , góc ở đỉnh là 60° . Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\frac{R}{2}$ nội tiếp trong hình nón. Thể tích của khối trụ là:
- A. $\frac{R^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{R^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{R^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{R^3}{8}$.
- Câu 7.** Cho hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $4cm$, đáy là hình vuông cạnh $3\sqrt{2}cm$. Diện tích xung quanh của hình nón là
- A. $12\pi(cm^2)$. B. $15\pi(cm^2)$. C. $20\pi(cm^2)$. D. $30\pi(cm^2)$.
- Câu 8.** Cho hình nón ngoại tiếp hình chóp lục giác đều có cạnh bên bằng $9cm$, cạnh đáy bằng $8cm$. Thể tích của khối nón là:
- A. $72\pi(cm^3)$. B. $64\sqrt{17}\pi(cm^3)$. C. $\frac{64\sqrt{17}\pi}{3}(cm^3)$. D. $\frac{72\pi}{3}(cm^3)$.
- Câu 9.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng a , thể tích của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp $ABCD$ bằng
- A. $\frac{\pi a^3}{4}$. B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. $\frac{\pi a^3}{9}$.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S với đáy là hình tròn nội tiếp $ABCD$ là

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{4}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{6}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{8}$

BẢNG ĐÁP ÁN

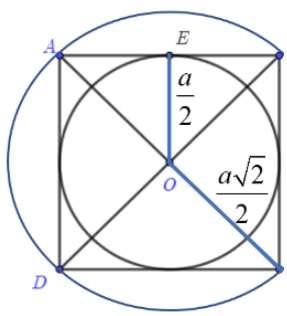
1.C	2.A	3.B	4.D	5.D	6.B	7.B	8.C	9.C	10.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

☑ DẠNG 2_ NÓN NỘI TIẾP, NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP, TRỤ, CẦU.

PHƯƠNG PHÁP

Hình trụ ngoại tiếp hình lập phương cạnh a có bán kính đáy là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hình trụ nội tiếp hình lập phương cạnh a có bán kính đáy là $\frac{a}{2}$.



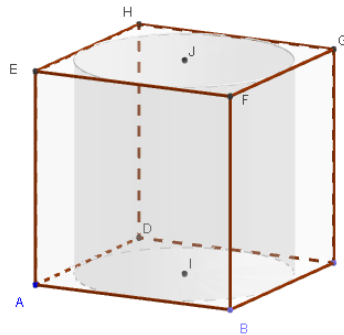
A_VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Thể tích của khối trụ bằng:

- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $h = a$

Đáy là hình tròn nội tiếp hình lập phương cạnh a nên có $r = \frac{a}{2}$

Khi đó $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{4}$.

Ví dụ 2. Cho một hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. Biết mặt phẳng $(AB'C')$ hợp với mặt đáy $(A'B'C')$ một góc bằng 45° . Cho một hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (hình trụ có các đường tròn đáy ngoại tiếp các mặt của hình lăng trụ). Tính diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích khối trụ.

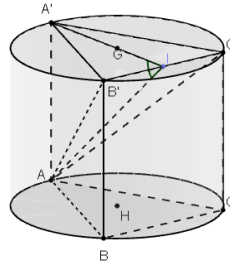
A. $S = \pi a^2, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

B. $S = \frac{\pi a^2}{2}, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $S = \pi a^2, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{18}$.

D. $S = \frac{\pi a^2}{2}, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{18}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm $B'C'$. Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $AI \perp B'C'$ và $A'I \perp B'C'$. Do đó góc giữa $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ là $\angle AIA' = 45^\circ$. Suy ra $\triangle AA'I$ vuông cân tại A' nên

$$AA' = A'I = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra: $r = \frac{2}{3} A'I = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Do đó diện tích xung quanh: $S = 2\pi rh = 2\pi \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \pi a^2$

Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Ví dụ 3. Cho một hình nón đỉnh S , mặt đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 6$ (cm) và có thiết diện qua trục là tam giác đều. Cho một hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; r)$ và $(I; r)$, có thiết diện qua trục là hình vuông, biết đường tròn $(O; r)$ nằm trên mặt đáy của hình nón, đường tròn $(I; r)$ nằm trên mặt xung quanh của hình nón (I thuộc đoạn SO). Tính thể tích khối trụ.

A. $432\pi(26\sqrt{3} - 45)(\text{cm}^3)$.

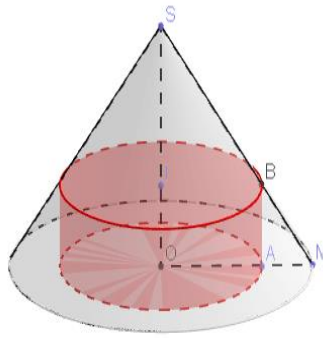
B. $1296\pi(26\sqrt{3} - 45)(\text{cm}^3)$.

C. $1296\pi(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^3)$.

D. $432\pi(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn B



Hình nón có bán kính đường tròn đáy $R = 6(\text{cm})$ và có thiết diện qua trục là tam giác đều nên có

$$SM = 2R = 12\text{cm}$$

$$SO = \frac{SM\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\text{cm}.$$

Đặt $SI = x$, vì $BI \parallel AO$ nên ta có:

$$\frac{BI}{OM} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow \frac{r}{6} = \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{x}{\sqrt{3}}.$$

Chiều cao của hình trụ là: $h = OI = SO - SI = 6\sqrt{3} - x$

Do đó, thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông khi và chỉ khi:

$$h = 2r \Leftrightarrow 6\sqrt{3} - x = \frac{2x}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{18}{2 + \sqrt{3}} = 18(2 - \sqrt{3})$$

Khi đó:

$$h = 6\sqrt{3} - x = 12(2\sqrt{3} - 3), r = \frac{h}{2} = 6(2\sqrt{3} - 3)$$

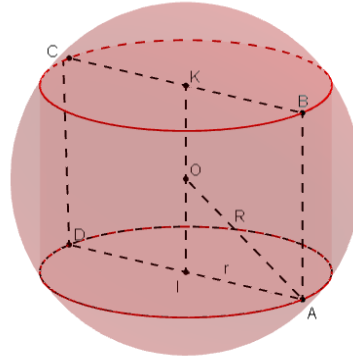
$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot [6(2\sqrt{3} - 3)]^2 \cdot 12(2\sqrt{3} - 3) = 1296\pi(26\sqrt{3} - 45)(\text{cm}^3).$$

Ví dụ 4. Cho hình trụ nội tiếp mặt cầu tâm O , biết thiết diện qua trục là hình vuông và diện tích mặt cầu bằng $72\pi(\text{cm}^2)$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A.** $12\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $16\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $18\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $36\pi(\text{cm}^2)$

Lời giải

Chọn D



Ta có diện tích của mặt cầu là: $S_{mc} = 4\pi R^2 = 72\pi (\text{cm}^2) \Rightarrow R = 3\sqrt{2} (\text{cm})$

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên $h = 2r$.

Nên: $R = r\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow r = 3 (\text{cm})$

Do đó diện tích xung quanh hình trụ là: $S = 2\pi rh = 36\pi (\text{cm}^2)$.

B_BÀI TẬP RÈN LUYỆN

- Câu 1.** Khối trụ ngoại tiếp khối lập phương cạnh a có thể tích là
 A. $a^3\pi$. B. $\frac{a^3\pi}{4}$. C. $\frac{a^3\pi}{3}$. D. $\frac{a^3\pi}{2}$.
- Câu 2.** Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp trong hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ của hình lập phương cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ đó là
 A. $\frac{2}{3}a^3\pi$. B. $4a^3\pi$. C. $\frac{4}{3}a^3\pi$. D. $2a^3\pi$.
- Câu 3.** Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn **nội tiếp** hai đáy của hình lập phương cạnh a . Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng
 A. $\frac{\pi a^2}{2}$. B. πa^2 . C. $2\pi a^2$. D. πa^3 .
- Câu 4.** Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2R$. Tỷ số thể tích hình cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình trụ là
 A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 5.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Khối trụ (T) có hai đáy là hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác đáy ABC và $A'B'C'$, biết tỷ số giữa bán kính đáy của hình trụ và chiều cao của hình trụ là $\frac{1}{3}$. Tính theo a thể tích khối trụ (T) .
 A. $\frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\pi a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.
- Câu 6.** Một hình tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Xét hình trụ có một đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng chiều cao hình tứ diện. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 7. Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. 1. B. 2. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 8. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r . Gọi O, O' là tâm của hai đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

- A. Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.
 B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.
 C. Thể tích khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích khối trụ.
 D. Thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ.

Câu 9. Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao nội tiếp trong mặt cầu bán kính R . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $2\pi R^2 \sqrt{2}$. B. $\pi R^2 \sqrt{2}$. C. $2\pi R^2$. D. πR^2 .

Câu 10. Một hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $2a$ nội tiếp trong một hình trụ. Tính diện tích toàn phần (Kí hiệu S_{tp}) của hình trụ.

A. $S_{tp} = 6\pi a^2$. B. $S_{tp} = 3\pi a^2$.
 C. $S_{tp} = \pi a^2 (1 + 2\sqrt{2})$. D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (1 + 2\sqrt{2})}{2}$.

Câu 11. Cho lăng trụ lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh đáy bằng a . Các mặt bên là hình chữ nhật có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ là

A. $2\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $6\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.

Câu 12. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy lần lượt là $(O), (O')$. Một khối nón có đỉnh là O và đáy là hình tròn (O') có thể tích bằng a^3 . Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = 2a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 6a^3$.

Câu 13. Một hình tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Xét hình trụ có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và có chiều cao bằng chiều cao hình tứ diện. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Cho một hình nón có góc ở đỉnh bằng 90° và bán kính đáy bằng 4. Khối trụ (H) có một đáy thuộc đáy của hình nón và đường tròn đáy của mặt đáy còn lại thuộc mặt xung quanh của hình nón. Biết chiều cao của (H) bằng 1. Tính thể tích của (H).

- A. $V_{(H)} = 18\pi$. B. $V_{(H)} = 6\pi$. C. $V_{(H)} = 9\pi$. D. $V_{(H)} = 3\pi$.

Câu 15. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a\sqrt{3}$. Thể tích của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này là

- A. $6\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $2\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3	4.A	5.A	6.C	7.A	8.C	9.C	10.A
11.B	12.B	13.B	14.C	15.A					