AMS

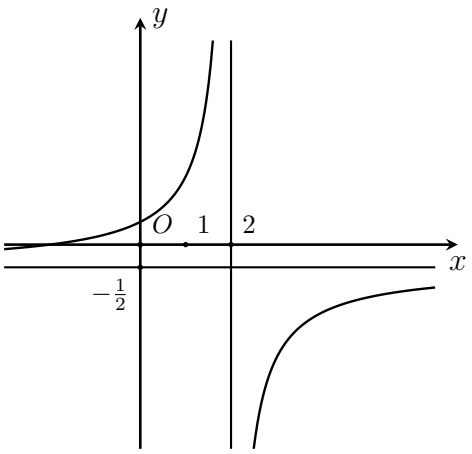
1 Đề kiểm trắc nghiệm chương I - Giải tích 12, học kỳ I, năm học 2018 - 2019, THPT chuyên Vinh

Câu 1. Cho hàm số $y=(x+2)\left(x^2-3x+3\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.
B. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.
C. (C) không cắt trục hoành.
D. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây

A. $y=\dfrac{x+2}{-2x+4}$.
B. $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$.
C. $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$.
D. $y=\dfrac{-x+3}{2x-4}$.



Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x+2)^3(2x-3)$. Tìm số điểm cực trị của $y=f(x)$.

A. 0.
B. 3.
C. 2.
D. 1.

Câu 4. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$.

A. $m=-1$.
B. $m=\dfrac{1}{2}$.
C. $m=1$.
D. $m=2$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3,2)$, $\lim\limits_{x\to-3^+}f(x)=-5$, $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=3$ và có bảng biến thiên như sau

x	-3		-1		1		2
y'	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖
y	‖ -5	↗	0	↘	-2	↗	3 ‖

Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3;2)$.
B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

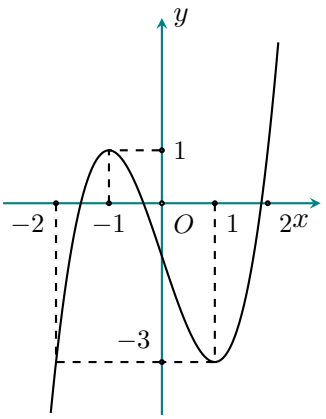
C. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3;2)$ bằng 0.

Câu 6. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B**. $(-1;2)$. **C**. $(-1;1)$. **D**. $(-2;1)$.



Câu 7. Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Câu 8. Gọi M, N là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-8x^2+3$. Độ dài đoạn MN bằng

A. 10. **B**. 6. **C**. 8. **D**. 4.

Câu 9. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ là

A. 0. **B**. 2. **C**. 1. **D**. 3.

Câu 10. Bảng biến thiên trong hình bên là của hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y=\dfrac{-x-3}{x-1}$. **B**. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **D**. $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-1

Câu 11. Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị

A. $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x-1$. **B**. $y=\sqrt{x}$.

C. $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D**. $y=x^4-2x^2+3$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$. **B**. $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. **C**. $y=\sqrt{x^2-3}$. **D**. $y=\dfrac{2x^2+1}{x}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$.

A. $y=-x+2$. **B**. $y=-3x+4$. **C**. $y=-3x+3$. **D**. $y=2x-1$.

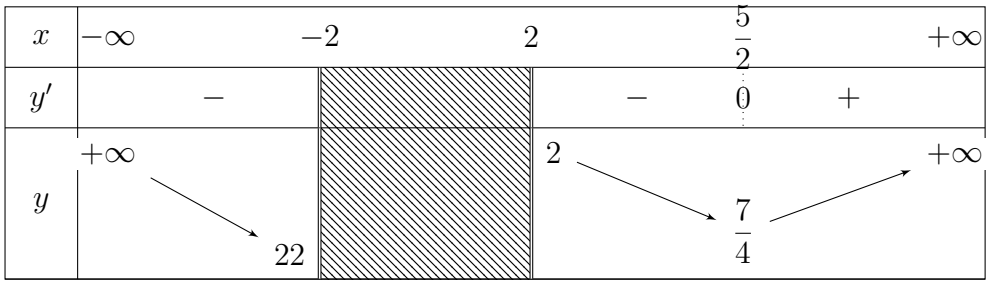
Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. -5. **B**. $-\dfrac{1}{3}$. **C**. $\dfrac{1}{3}$. **D**. 5.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $0<m<4$. **B**. $1<m\leq 5$. **C**. $1<m<5$. **D**. $1\leq m<5$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Tập hợp các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $[22;+\infty)$. **B**. $\left(\dfrac{7}{4};2\right]\cup(22;+\infty)$.

C. $\left(\dfrac{7}{4};+\infty\right)$. **D**. $\left(\dfrac{7}{4};2\right)\cup(22;+\infty)$.

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, hãy tìm mệnh đề sai.

A. Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có ba điểm cực trị.

B. Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+1}$ có hai cực trị.

C. Hàm số $y=x^3+x+2$ không có cực trị.

D. Hàm số $y=2x^3+3x^2-1$ có hai điểm cực trị.

Câu 18. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}}{x^2+x}$ là

A. 1. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 0.

Câu 19. Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y=4x^3-3x$ với đường thẳng $y=-x+2$.

A. $I(2;1)$. **B**. $I(2;2)$. **C**. $I(1;2)$. **D**. $I(1;1)$.

Câu 20. Cho hàm số $y=2x^4-8x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành?

A. 1. **B**. 2. **C**. 3. **D**. 0.

Câu 21. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B**. $-\dfrac{5}{2}$. **C**. 2. **D**. 1.

Câu 22. Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng 120 cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

A. $40\sqrt{3}$ cm. **B**. $40\sqrt{2}$ cm. **C**. 80 cm. **D**. 40 cm.

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng

A. -4. **B**. -6. **C**. 5. **D**. -5.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$. **B**. $f(x)$ có giá trị cực đại là -3.

C. $M(0; 1)$ là điểm cực tiểu. **D**. $M(-2; -2)$ là điểm cực đại.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = x^2(x^2 - 3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x$ tại bao nhiêu điểm?

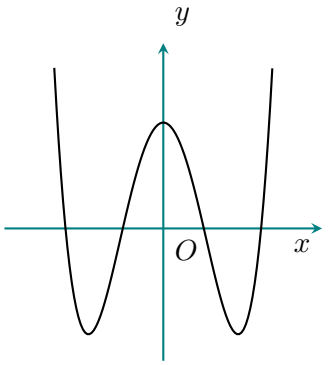
A. 0. **B**. 2. **C**. 3. **D**. 1.

Câu 26. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B**. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$. **D**. $a > 0, b > 0, c > 0$.



Câu 27. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên $[1; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

A. -2. **B**. 0. **C**. -4. **D**. 2.

Câu 28. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

B. Hàm số có 2 điểm cực trị.

C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 29. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{3 - 2x - 3x^2}$.

A. $x = 1$ và $x = \dfrac{3}{5}$. **B**. $x = \dfrac{3}{5}$. **C**. $x = -1$ và $x = \dfrac{3}{5}$. **D**. $x = -1$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 31. Biết rằng hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 3$. Hiệu $a - 2b$ có giá trị là

A. 5. **B**. 4. **C**. 0. **D**. 1.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $3|f(x)| - 7 = 0$.

A. 4. **B**. 5. **C**. 6. **D**. 0.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$. Tính giá trị $T = M + m$.

A. 2. **B**. 3. **C**. 0. **D**. 4.

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại $x = 3$.

A. $f(3) = 81$. **B**. $f(3) = 29$. **C**. $f(3) = 27$. **D**. $f(3) = -29$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B**. $m = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **C**. $m = 1$. **D**. $m = -1$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m sao cho hàm số $y = -x^4 + (2m-3)x^2 + m$ nghịch biến trên đoạn $[1;2]$?

A. 2. **B**. Vô số. **C**. 3. **D**. 4.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham sôgs m để hàm số $y = \dfrac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left[0; \dfrac{\pi}{6}\right]$?

A. 1. **B**. 0. **C**. 2. **D**. Vô số.

Câu 38. Hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+2}$ thỏa mãn $\min\limits_{x\in[0;3]} y + \max\limits_{x\in[0;3]} y = \dfrac{7}{6}$. Hỏi giá trị m thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

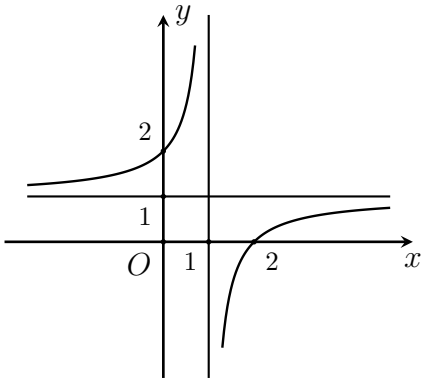
A. $(0;2)$. **B**. $(-\infty;-1)$. **C**. $(2;+\infty)$. **D**. $(0;2)$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(|x|) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$ và $m > 1$. **B**. $m \geq 2$ và $m \leq 1$.

C. $m < 1$ và $m > 2$. **D**. $0 < m < 1$.



Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

A. 6. **B**. 0. **C**. 4. **D**. 3.

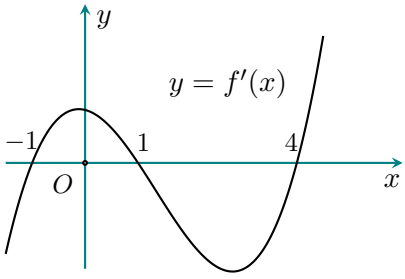
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị thực âm của m để phương trình $\sqrt{m + \sqrt{m + x^2}} = x^2$ có đúng 2 nghiệm thực?

A. 1. **B**. 3. **C**. Vô số. **D**. 2.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến?

A. 5. **B**. 3. **C**. 4. **D**. 2.



Câu 43. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x - y)^2$ là

A. $\max P = 16$. **B**. $\max P = 12$. **C**. $\max P = 4$. **D**. $\max P = 8$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \dfrac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2; 0)$. **B**. $(0; 3)$.

C. $(-4; -2)$. **D**. $(2; 4)$.

x	-1		1		3
$f'(x)$	2	↘	-1	↗	4

Câu 45. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 + 3x^2 - 72x + 90| + m$ trên đoạn $[-5; 5]$ là 2018. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $1600 < m < 1700$. **B**. $m = 400$. **C**. $m < 1618$. **D**. $1500 < m < 1600$.

Câu 46. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Đường thẳng đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng k. Xác định k để đường thẳng đó cắt đồ thị tại ba điểm khác nhau.

A. $1 < k < 9$. **B**. $1 < k \neq 9$. **C**. $0 < k < 1$. **D**. $k > 0$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn $a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $a > 0$ và thỏa mãn $\begin{cases} d > 2019 \\ 8a + 4b + 2c + d - 2019 < 0 \end{cases}$. Số cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2019|$ bằng

A. 3. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 5.

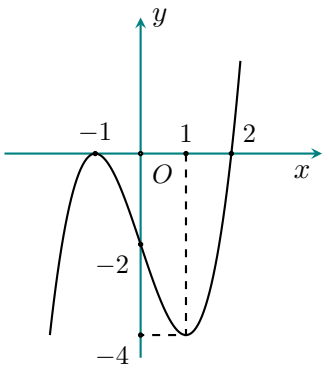
Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $\frac{5}{4} < m < 2$. **B**. $-\frac{5}{4} < m < 2$. **C**. $-2 < m < \frac{5}{4}$. **D**. $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$.

Câu 49. Xét đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3ax + b$ với a, b là các số thực. Gọi M, N là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại hai điểm có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng MN bằng 1, giá trị nhỏ nhất của $a^2 + b^2$ bằng

A. $\frac{6}{5}$. **B**. $\frac{4}{3}$. **C**. $\frac{3}{2}$. **D**. $\frac{7}{6}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

LaTeX hóa:Nguyễn Bình Nguyên & Bùi Quốc Hoàn

1 Đề kiểm trắc nghiệm chương I - Giải tích 12, học kỳ I, năm học 2018 - 2019, THPT chuyên Vinh

Câu 1. Cho hàm số $y=(x+2)\left(x^2-3x+3\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.
B. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.
C. (C) không cắt trục hoành.
D. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

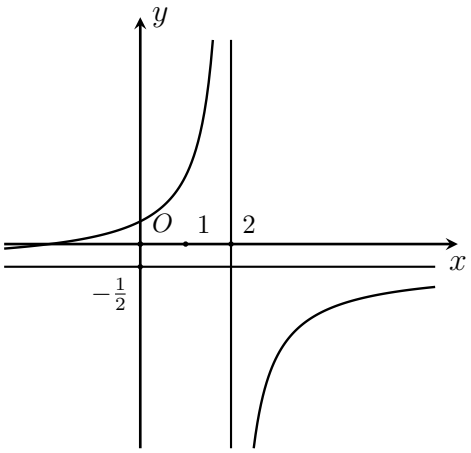
Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox ta có $(x+2)(x^2-3x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x^2-3x+3=0, \text{ Vô nghiệm} \end{array}\right.$. Suy ra đồ thị (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây

A. $y=\dfrac{x+2}{-2x+4}$.
B. $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$.
C. $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$.
D. $y=\dfrac{-x+3}{2x-4}$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị ta có tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=-\dfrac{1}{2}$. Loại các hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$, $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$.

Mặt khác giao của đồ thị với trục Ox: $y=0$ tại điểm $A=(a,0)$ với $a<0$, từ đó ta chọn hàm số $y=\dfrac{x+2}{-2x+4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x+2)^3(2x-3)$. Tìm số điểm cực trị của $y=f(x)$.

A. 0.
B. 3.
C. 2.
D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 (x+2)^3 (2x-3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \text{ (nghiệm kép, loại)} \\ x = -2 \\ x = \dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$.

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$.

A. $m = -1$. **B**. $m = \dfrac{1}{2}$. **C**. $m = 1$. **D**. $m = 2$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có phương trình $4 = \dfrac{2 - 6m + 4}{-m + 2} \Leftrightarrow -4m + 8 = 6 - 6m \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3, 2)$, $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = -5$, $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 3$ và có bảng biến thiên như sau

x	-3		-1		1		2
y'	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖
y	‖ -5	↗	0	↘	-2	↗	3 ‖

Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3; 2)$.

B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

C. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3; 2)$ bằng 0.

Lời giải.

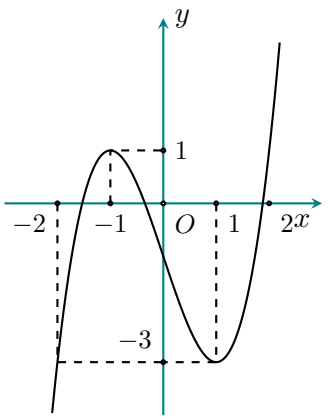
Từ giả thiết và bảng biến thiên ta có $-5 < y < 3$ với mọi $x \in (-3; 2)$ và $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = -5$, $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 3$. Suy ra hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3; 2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B**. $(-1;2)$. **C**. $(-1;1)$. **D**. $(-2;1)$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$. Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Gọi M, N là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-8x^2+3$. Độ dài đoạn MN bằng

A. 10. **B**. 6. **C**. 8. **D**. 4.

Lời giải.

Ta có đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểuM, N. Khi đó $MN=2\sqrt{\dfrac{-b}{2a}}=2\cdot 4=8$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ là

A. 0. **B**. 2. **C**. 1. **D**. 3.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận: một tiệm cận đứng là $x=-1$ và một tiệm cận ngang là $y=-1$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Bảng biến thiên trong hình bên

là của hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y=\dfrac{-x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	$\|\|$	$-$
y	$-1 \searrow -\infty$	$\|\|$	$+\infty \searrow -1$

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên: Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$. Loại hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Suy ra ta chọn hàm số $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị

A. $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x-1$. **B.** $y=\sqrt{x}$.

C. $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=x^4-2x^2+3$.

Lời giải.

- Xét hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x-1$ có $y'=x^2-2x+3>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$, nên hàm số không có cực trị.
- Xét hàm số $y=\sqrt{x}$ có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=0$ vô nghiệm. Nên hàm số không có cực trị.
- Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ có $y'=\dfrac{-5}{(x-2)^2}=0$ vô nghiệm, nên hàm số không có cực trị.
- Xét hàm số $y=x^4-2x^2+3$ có $y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$, hàm số có ba cực trị.

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-3}$. **D.** $y=\dfrac{2x^2+1}{x}$.

Lời giải.

- Xét hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$ có tập xác định $\mathscr{D}=[3;+\infty)$, dễ thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang bên phải là $y=0$.
- Xét hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$ có tập xác định $\mathscr{D}=[-3;3]\setminus\{0\}$, nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- Xét hàm số $y=\sqrt{x^2-3}$ có tập xác định $\mathscr{D}=\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$, do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

- Xét hàm số $y=\dfrac{2x^2+1}{x}$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$, do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án A ☐

Câu 13. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$.

A. $y=-x+2$. **B.** $y=-3x+4$. **C.** $y=-3x+3$. **D.** $y=2x-1$.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-6x$ suy ra $y'(1)=-3$, $y(1)=1$ nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=-3(x-1)+1=-3x+4$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. -5. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 5.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0$ với mọi $x\in[0;2]$ nên hàm số nghịch biến trên đoạn $[0;2]$. Từ đó $\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(0)=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $0<m<4$. **B.** $1<m\leq 5$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1\leq m<5$.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\y=4\end{array}\right.$. Suy ra giá trị cực đại của hàm số $y=4$, giá trị cực tiểu của hàm số $y=0$.

Để đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$0<m-1<4\Leftrightarrow 1<m<5.$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-2		2		$\dfrac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	‖		‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	‖		2	↘	$\dfrac{7}{4}$	↗	$+\infty$
			22						

Tập hợp các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $[22;+\infty)$.

B. $\left(\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$.

C. $\left(\frac{7}{4};+\infty\right)$.

D. $\left(\frac{7}{4};2\right)\cup(22;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt, suy ra $m\geq 22$ hoặc $\frac{7}{4}<m\leq 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, hãy tìm mệnh đề sai.

A. Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có ba điểm cực trị.

B. Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+1}$ có hai cực trị.

C. Hàm số $y=x^3+x+2$ không có cực trị.

D. Hàm số $y=2x^3+3x^2-1$ có hai điểm cực trị.

Lời giải.

Xét hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có $y'=4x^3+4x=4x(x^2+1)=0\Leftrightarrow x=0$ nên hàm số có một điểm cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải.

Ta có tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=[-9;-1)\cup(-1;0)\cup(0;+\infty)$.

Mà $\lim\limits_{x\to 0} y=\dfrac{1}{6}$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y=-\infty$. Suy ra $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y=4x^3-3x$ với đường thẳng $y=-x+2$.

A. $I(2;1)$. **B.** $I(2;2)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(1;1)$.

Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$4x^3-3x=-x+2\Leftrightarrow 4x^3-2x-2=0\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=1 \\ 4x^2+4x+2=0, \text{ vô nghiệm}\end{bmatrix} \Rightarrow y=1\Rightarrow (1;1).$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho hàm số $y=2x^4-8x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^3 - 16x$. Do tiếp tuyến song song trục hoành suy ra

$$k = f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y = 0 \\ y = -8 \\ y = -8. \end{bmatrix}$$

Suy ra ta có các tiếp tuyến là $y = 0 \cdot (x - 0) + 0 = 0$, loại do trùng trục Ox; $y = -8$ nhận.

Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \dfrac{2x + 4}{x - 1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{5}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x + 4}{x - 1} = x + 1 \Leftrightarrow 2x + 4 = x^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{6} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{6}.$$

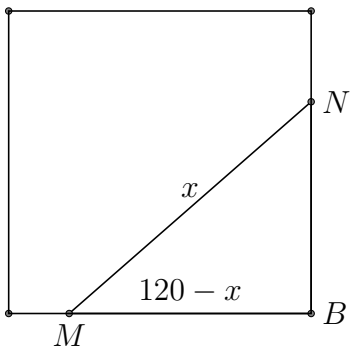
Suy ra $M(1 + \sqrt{6}; 2 + \sqrt{6})$, $N(1 - \sqrt{6}; 2 - \sqrt{6})$. Suy ra hoành độ trung điểm I của MN là $x_I = 1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng 120 cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

A. $40\sqrt{3}$ cm. **B.** $40\sqrt{2}$ cm. **C.** 80 cm. **D.** 40 cm.

Lời giải.



Đặt cạnh huyền cần tìm là x, suy ra cạnh góc vuông thứ nhất $MB = 120 - x$. Ta có điều kiện

$$MB < MN \Rightarrow 120 = MB + MN < 2MN = 2x \Rightarrow 60 < x < 120.$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go suy ra $NB^2 = x^2 - 120^2 + 240x - x^2 = 240x - 14400$. Suy ra diện tích tam giác vuông cần tìm là $S_{\triangle MBN} = \dfrac{1}{2}(120 - x) \cdot \sqrt{240x - 14400}$.

Xét hàm số $y=(120-x)\cdot\sqrt{240x-14400}=2\sqrt{30}\sqrt{2x-120}\cdot\sqrt{120-x}\cdot\sqrt{120-x}$.

Suy ra

$$y^2=120\cdot(2x-120)\cdot(120-x)\cdot(120-x)\le 120\cdot\left(\frac{2x-120+120-x+120-x}{3}\right)^3=120\cdot 40^3$$

$\Rightarrow y\le 1600\sqrt{3}\Rightarrow \max S=800\sqrt{3}$. Đạt được khi $2x-120=120-x\Leftrightarrow x=80$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -6. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải.

Ta có $y'=1-\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{x^2-4}{x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2.\end{array}\right.$

Tính $y(-3)=-2-\dfrac{4}{3}=-\dfrac{10}{3}$, $y(-1)=-4$, $y(-2)=-3$.

Vậy $\min\limits_{x\in[-3;-1]} f(x)=-4$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$. **B.** $f(x)$ có giá trị cực đại là -3.

C. $M(0;1)$ là điểm cực tiểu. **D.** $M(-2;-2)$ là điểm cực đại.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\\y=-3.\end{array}\right.$

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1}\Rightarrow y''=\dfrac{2}{(x+1)^3}$. Từ đó ta có $\left[\begin{array}{l}y''(0)=2>0\\y''(-2)=-2<0\end{array}\right.$. Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu $y=1$; Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$, giá trị cực đại $y=-3$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=x^2(x^2-3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y=2x$ tại bao nhiêu điểm?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2$ tiếp xúc $y=2x$ tại điểm x_0 thì x_0 là nghiệm của hệ phương trình sau

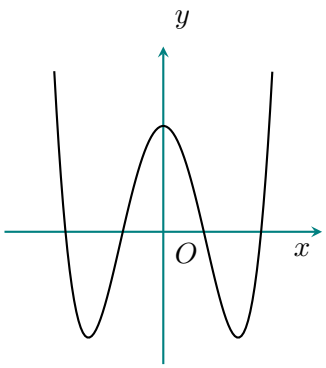
$$\begin{cases}x^4-3x^2=2x\\4x^3-6x=2\end{cases}\Rightarrow x^4-3x^2=4x^4-6x^2\Rightarrow 3x^4-3x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1.\end{array}\right.$$

Thử lại ta nhận được $x=-1$. Vậy đồ thị hàm số $y=x^2(x^2-3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y=2x$ tại 1 điểm.

Chọn đáp án D ☐

Câu 26. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$.

Do đồ thị giao với trục tung tại điểm phía trên trục hoành suy ra $c > 0$.

Do dạng của đồ thị suy ra $a > 0$.

Mặt khác xét $y' = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow 2x\left(2ax^2 + b\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \quad (*) \end{array}\right.$

Do hàm số có 3 cực trị suy ra phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

Vì $a > 0$ nên để $(*)$ có nghiệm thỏa mãn bài toán suy ra $b < 0$.

Vậy $a > 0$, $b < 0$ và $c > 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 27. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên $[1; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên $[1; 2]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Dễ thấy $y' \leq 0\ \forall x \in [1; 2]$. Do đó hàm số nghịch biến trên $[1; 2]$.

Nên $m = \min\limits_{x\in[1;2]} y = y(2) = -3$ và $M = \max\limits_{x\in[1;2]} y = y(-1) = -1$.

Vậy $M + m = -4$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

B. Hàm số có 2 điểm cực trị.

C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số có 1 điểm cực trị.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 2x$.

Xét $y' = 0$ suy ra

$$4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x\left(2x^2 - 1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{3 - 2x - 5x^2}$.

A. $x = 1$ và $x = \dfrac{3}{5}$. **B.** $x = \dfrac{3}{5}$. **C.** $x = -1$ và $x = \dfrac{3}{5}$. **D.** $x = -1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-1, \dfrac{3}{5}\right\}$.

Ta có

$$\lim_{x \to -1^+} y = \lim_{x \to -1^+} \frac{x^2 - 1}{3 - 2x - 5x^2} = \lim_{x \to -1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(3-5x)(x+1)} = \lim_{x \to -1^+} \frac{x-1}{3-5x} = -\frac{1}{4}.$$

và

$$\lim_{x \to -1^-} y = \lim_{x \to -1^-} \frac{x^2 - 1}{3 - 2x - 5x^2} = \lim_{x \to -1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(3-5x)(x+1)} = \lim_{x \to -1^-} \frac{x-1}{3-5x} = -\frac{1}{4}.$$

Do đó $x = -1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác $\lim\limits_{x \to \frac{3}{5}^-} y = \lim\limits_{x \to \frac{3}{5}^-} \dfrac{x^2 - 1}{3 - 2x - 5x^2} = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số đường tiệm cận đứng là $x = \dfrac{3}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải.

Do giả thiết $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 31. Biết rằng hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 3$. Hiệu $a - 2b$ có giá trị là

A. 5. **B**. 4. **C**. 0. **D**. 1.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra $b \neq 0$.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{2}{b}\right\}$.

Ta xét

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{a+\dfrac{1}{x}}{b-\dfrac{2}{x}} = \frac{a}{b}$$

và

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{a+\dfrac{1}{x}}{b-\dfrac{2}{x}} = \frac{a}{b}.$$

Suy ra đồ thị hàm số đường tiệm cận ngang là $y = \dfrac{a}{b}$.

Do giả thiết suy ra $\dfrac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 3b$.

Khi đó hàm số trở thành $y = \dfrac{3bx+1}{bx-2}$.

Mà $\lim\limits_{x\to\frac{2}{b}^+} y = \lim\limits_{x\to\frac{2}{b}^+} \dfrac{3bx+1}{bx-2} = \infty$.

Do đó $x = \dfrac{2}{b}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Từ giả thiết suy ra $\dfrac{2}{b} = 2 \Leftrightarrow b = 1$ nên $a = 3$.

Vậy $a - 2b = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $3|f(x)| - 7 = 0$.

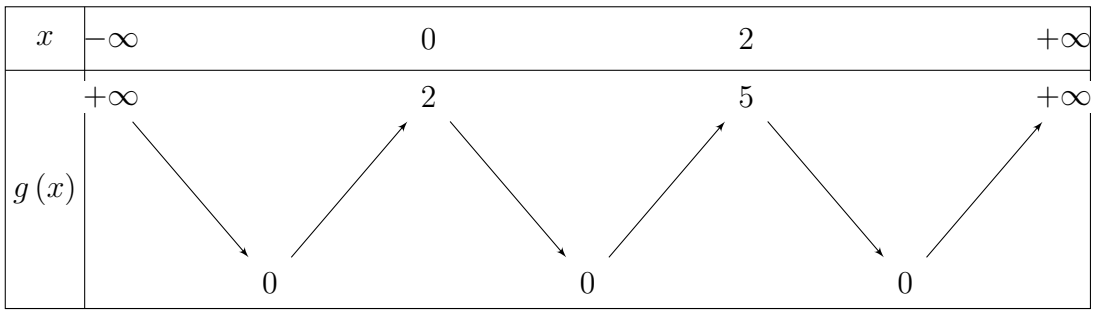
A. 4. **B**. 5. **C**. 6. **D**. 0.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Lời giải.

Ta có $3|f(x)| - 7 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \dfrac{7}{3}$.

Xét $g(x) = |f(x)|$, do giả thiết suy ra bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án A □

Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$. Tính giá trị $T = M + m$.

A. 2. **B**. 3. **C**. 0. **D**. 4.

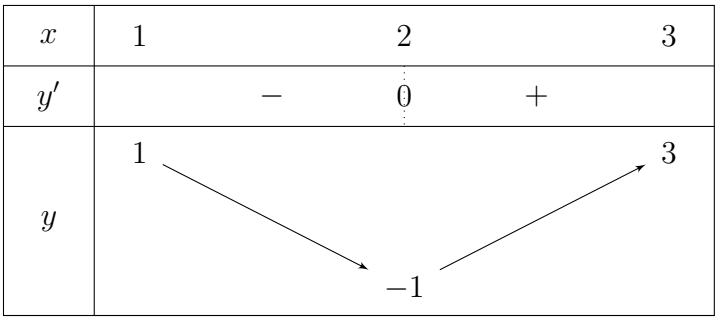
Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên đoạn $[1;3]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Xét $y' = 0$ suy ra $3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên suy ra $M = 3$ và $m = -1$ nên $T = M + m = 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại $x = 3$.

A. $f(3) = 81$. **B**. $f(3) = 29$. **C**. $f(3) = 27$. **D**. $f(3) = -29$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Do giả thiết $f(1) = -3 \Leftrightarrow 1 + a + b + c = -3 \Leftrightarrow a + b + c = -4 \quad (1)$.

Mà $f(0) = 2 \Leftrightarrow c = 2 \quad (2)$.

Mặt khác $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Do hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ suy ra $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 2a + b + 3 = 0 \Leftrightarrow 2a + b = -3 \quad (3)$.

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình
$\begin{cases} a+b=-6 \\ 2a+b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-6 \\ a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-9 \\ a=3 \end{cases}$.
Khi đó hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+2$.

Thử lại dễ thấy hàm số có cực tiểu tại điểm $x=1$.

Vậy hàm số thỏa mãn bài toán nên $f(3)=29$.

Chọn đáp án B □

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3+4mx$.

Xét $y'=0$ suy ra $4x^3+4mx=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2+m\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2+m=0 \quad (*) \end{cases}$.

Để hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0. Suy ra $m>0$.

Khi đó $x^2+m=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{-m} \\ x=\sqrt{-m} \end{cases}$.

- Khi $x=0$ suy ra $y=1$;
- Khi $x=\sqrt{-m}$ suy ra $y=1-m^2$.
- Khi $x=-\sqrt{-m}$ suy ra $y=1-m^2$.

Giả sử điểm $A(0;1)$; $B\left(-\sqrt{-m};1-m^2\right)$ và $C\left(\sqrt{-m};1-m^2\right)$.

Ta có $AB=AC=\sqrt{m^4-m}$ và $BC=\sqrt{-4m}$.

Để thỏa mãn bài toán khi tam giác ABC vuông tại A, khi đó

$$\begin{aligned} AB^2+AC^2=BC^2 &\Leftrightarrow 2\left(m^4-m\right)=-4m \\ &\Leftrightarrow m^4+m=0 \Leftrightarrow m\left(m^3+1\right)=0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m^3+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-1 \end{cases} \end{aligned}$$

So sánh với điều kiện suy ra $m=-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m sao cho hàm số $y=-x^4+(2m-3)x^2+m$ nghịch biến trên đoạn $[1;2]$?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -4x^3 + 2(2m-3)x$.

Để thỏa mãn bài toán khi $y' \le 0,\ \forall x \in [1;2] \Leftrightarrow -4x^3 + 2(2m-3)x \le 0,\ \forall x \in [1;2] \quad (*)$.

Mà

$$\begin{aligned}(*) &\Leftrightarrow -4x^2 + 4m - 6 \le 0,\ \forall x \in [1;2]\\ &\Leftrightarrow m \le x^2 + \frac{3}{2},\ \forall x \in [1;2]\\ &\Leftrightarrow m \le \min_{x\in[1;2]}\left(x^2 + \frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2}\end{aligned}$$

Do m là số nguyên không âm suy ra $m = 0$, $m = 1$ và $m = 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \dfrac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{6}\right)$?

A. 1. **B**. 0. **C**. 2. **D**. Vô số.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \dfrac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Ta có $y = \dfrac{m - \sin x}{\cos^2 x} \Leftrightarrow y = \dfrac{m - \sin x}{1 - \sin^2 x}$.

Đặt $t = \sin x$, do trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ hàm số đồng biến.

Nên $0 < x < \dfrac{\pi}{6}$ suy ra $0 < t < \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $y = \dfrac{m - t}{1 - t^2}$ với $0 < t < \dfrac{1}{2}$.

Bài toán trở thành tìm m sao cho $f(t) = \dfrac{m - t}{1 - t^2}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{-(1-t^2) + 2t(m-t)}{(1-t^2)^2} = \dfrac{-t^2 + 2mt - 1}{(1-t^2)^2}$.

Để thỏa mãn bài toán khi $f'(t) \le 0,\ \forall t \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right)$ suy ra $-t^2 + 2mt - 1 \le 0,\ \forall t \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right)$.

Xét $t \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right)$ ta có $t > 0$ nên

$-t^2 + 2mt - 1 \le 0 \Leftrightarrow 2mt \le t^2 + 1 \Leftrightarrow m \le \dfrac{t^2+1}{2t}$.

Xét hàm số $g(t) = \dfrac{t^2+1}{2t}$ trên $\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $g'(t) = \dfrac{4t^2 - 2(t^2+1)}{4t^2} = \dfrac{2t^2 - 2}{4t^2}$.

Dễ thấy $g'(t) < 0\, \forall t \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right)$.

Mà $\lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{t^2+1}{2t} = +\infty$.

Ta có bảng biến thiên

x	0		$\frac{1}{2}$
y'	‖	$-$	
y	‖ $+\infty$	$\searrow$	$\frac{5}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \leq \dfrac{5}{4}$. Do giả thiết suy ra $m = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+2}$ thỏa mãn $\min\limits_{x\in[0;3]} y + \max\limits_{x\in[0;3]} y = \dfrac{7}{6}$. Hỏi giá trị m thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải.

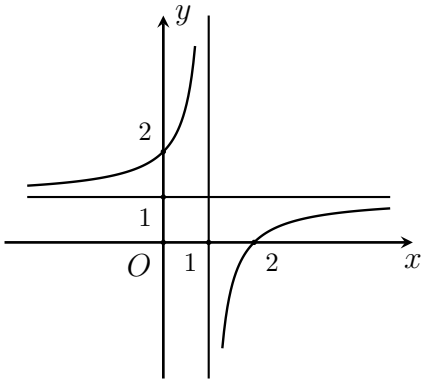
Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Dễ thấy hàm số liên tục trên đoạn $[0;3]$ và đạo hàm của hàm số không đổi dấu trên $[0;3]$ nên

$$\begin{aligned}\min_{x\in[0;3]} y + \max_{x\in[0;3]} y = \frac{7}{6} &\Leftrightarrow y(0) + y(3) = \frac{7}{6}\\ &\Leftrightarrow -\frac{m}{2} + \frac{3-m}{5} = \frac{7}{6}\\ &\Leftrightarrow \frac{6-7m}{5} = \frac{7}{3}\\ &\Leftrightarrow 18 - 21m = 35 \Leftrightarrow m = \frac{17}{21}\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(|x|) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

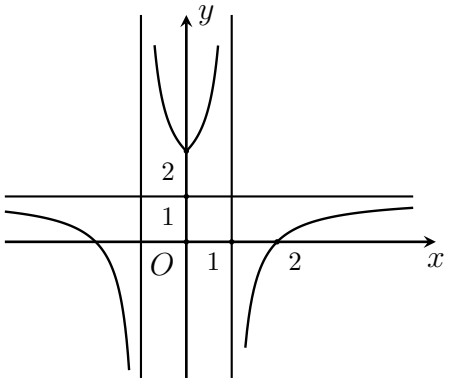


A. $0 < m < 1$ và $m > 1$. **B.** $m \geq 2$ và $m \leq 1$.

C. $m < 1$ và $m > 2$. **D.** $0 < m < 1$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$. Dựa vào đồ thị để phương trình $f(|x|) = m$ có hai nghiệm phân biệt khi $m > 2$ và $m < 1$.



Chọn đáp án C ☐

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

A. 6. **B**. 0. **C**. 4. **D**. 3.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Lời giải.

Ta có $2|f(x)| - 1 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \dfrac{1}{2}$.

Xét $g(x) = |f(x)|$, do giả thiết suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án A ☐

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị thực âm của m để phương trình $\sqrt{m + \sqrt{m + x^2}} = x^2$ có đúng 2 nghiệm thực?

A. 1. **B**. 3. **C**. Vô số. **D**. 2.

Lời giải.

Đặt $y = \sqrt{m + x^2}$, điều kiện $y \geq 0$.

Ta suy ra $y^2 = m + x^2 \Leftrightarrow m = y^2 - x^2 \quad (1)$.

Từ phương trình ta có $\sqrt{m + y} = x^2 \Leftrightarrow m + y = x^4 \Leftrightarrow m = x^4 - y \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $x^4 - y = y^2 - x^2 \Leftrightarrow x^4 + x^2 = y^2 + y \quad (*)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2t + 1$.

Dễ thấy $f'(t) > 0$ với mọi $t \in [0; +\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f(x^2) = f(y) \Leftrightarrow x^2 = y$.

Thay vào (2) ta có $m = x^4 - x^2 \quad (3)$.

Để thỏa mãn bài toán khi phương trình (3) có hai nghiệm.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - x^2$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = 4x^3 - 2x$.

Xét $g'(x) = 0$ suy ra $4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$.

Mà

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} (x^4 - x^2) = \lim_{x\to+\infty} x^4\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = +\infty.$$

và

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^4 - x^2) = \lim_{x\to-\infty} x^4\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = +\infty.$$

Ta có bảng biến thiên

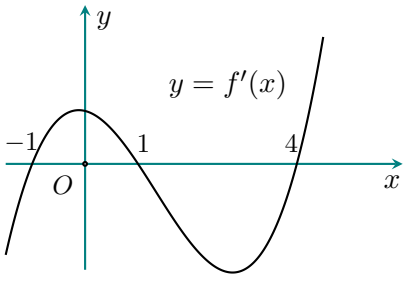
x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$			
$g(x)$	$+\infty$	↗	$-\frac{1}{4}$	↘	0	↗	$-\frac{1}{4}$	↘	$+\infty$

Do giả thiết suy ra $m = -\dfrac{1}{4}$ phương trình có đúng hai nghiệm.

Chọn đáp án (A) □

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến?

A. 5. **B**. 3. **C**. 4. **D**. 2.



Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x^2)$ ta có $y' = 2x \cdot f'(x^2)$.

Xét $y' = 0$ suy ra $2x \cdot f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{array}\right.$.

Do giả thiết suy ra $x^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$ và $x^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $y'=2x\cdot f'\left(x^2\right)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$; $(-1;0)$ và $(1;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2+2xy+3y^2=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(x-y)^2$ là

A. $\max P=16$. **B**. $\max P=12$. **C**. $\max P=4$. **D**. $\max P=8$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{P}{4}=\dfrac{(x-y)^2}{x^2+2xy+3y^2}=\dfrac{x^2-2xy+y^2}{x^2+2xy+3y^2}$.

- Nếu $y=0$ từ giả thiết suy ra $x^2=4$ khi đó $\dfrac{P}{4}=1\Leftrightarrow P=4$.

- Nếu $y\neq 0$ thì $\dfrac{P}{4}=\dfrac{\dfrac{x^2}{y^2}-2\dfrac{x}{y}+1}{\dfrac{x^2}{y^2}+2\dfrac{x}{y}+3}$.

Đặt $t=\dfrac{x}{y}$ suy ra $\dfrac{P}{4}=\dfrac{t^2-2t+1}{t^2+2t+3}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2-2t+1}{t^2+2t+3}$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{(2t-2)\left(t^2+2t+3\right)-(2t+2)\left(t^2-2t+1\right)}{\left(t^2+2t+3\right)^2}=\dfrac{4t^2+4t-8}{\left(t^2+2t+3\right)^2}$.

Xét $f'(t)=0$ suy ra $4t^2+4t-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2 \end{array}\right.$.

Mà

$$\lim_{t\to+\infty} f(t)=\lim_{t\to+\infty}\frac{t^2-2t+1}{t^2+2t+3}=\lim_{t\to+\infty}\frac{1-\dfrac{2}{t}+\dfrac{1}{t^2}}{1+\dfrac{2}{t}+\dfrac{3}{t^2}}=1.$$

và

$$\lim_{t\to-\infty} f(t)=\lim_{t\to-\infty}\frac{t^2-2t+1}{t^2+2t+3}=\lim_{t\to-\infty}\frac{1-\dfrac{2}{t}+\dfrac{1}{t^2}}{1+\dfrac{2}{t}+\dfrac{3}{t^2}}=1.$$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	1	↗	3	↘	0	↗	1

Chọn đáp án B □

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\max f(t) = 3$ khi $t = -2$. Do đó $\max P = 12$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng

x	-1		0		1		2		3
$f'(x)$	3	↘	1	↘	-1	↗	2	↗	4

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$.

C. $(-4;-2)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$.

Ta có $y' = -\frac{1}{2} \cdot f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1$.

Để hàm số nghịch biến khi $-\frac{1}{2} \cdot f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1 < 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $2 < 1 - \frac{x}{2} < 3 \Leftrightarrow -2 < \frac{x}{2} < -1 \Leftrightarrow -4 < x < -2$.

Chọn đáp án C □

Câu 45. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 + 3x^2 - 72x + 90| + m$ trên đoạn $[-5;5]$ là 2018. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $1600 < m < 1700$. **B.** $m = 400$. **C.** $m < 1618$. **D.** $1500 < m < 1600$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^3 + 3x^2 - 72x + 90$ trên đoạn $[-5;5]$.

Ta có $g'(x) = 3x^2 + 6x - 72$.

Xét $g'(x) = 0$ suy ra $3x^2 + 6x - 72 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -6 \end{array}\right.$.

Ta có $g(-5) = 400$; $g(5) = -70$ và $g(4) = -86$.

Suy ra $\max\limits_{x\in[-5;5]} |g(x)| = |g(-5)| = 400$. Do đó $\max\limits_{x\in[-5;5]} f(x) = m + 400$.

Để thỏa mãn bài toán khi $m + 400 = 2018 \Leftrightarrow m = 1618$.

Chọn đáp án A □

Câu 46. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Đường thẳng đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng k. Xác định k để đường thẳng đó cắt đồ thị tại ba điểm khác nhau.

A. $1 < k < 9$. **B**. $0 < k \neq 9$. **C**. $0 < k < 1$. **D**. $k > 0$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng k.

Khi đó phương trình d: $y = k(x+3) + 2$.

Xét phương trình tương giao

$$\begin{aligned} x^3 + 3x^2 + 1 = k(x+3) + 2 &\Leftrightarrow x^2(x=3) - k(x+3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)\left(x^2 - k\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+3=0 \\ x^2-k=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=-3 \\ x^2-k=0 \end{bmatrix} \quad (*) \end{aligned}$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -3. Suy ra $0 < k \neq 9$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn $a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $a > 0$ và thỏa mãn $\begin{cases} d > 2019 \\ 8a + 4b + 2c + d - 2019 < 0 \end{cases}$.

Số cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2019|$ bằng

A. 3. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 5.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2019$ là hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$.

Do $g(0) = f(0) - 2019 = d - 2019 > 0$.

Mặt khác $g(2) = f(3) - 2019 = 8a + 4b + 2c + d - 2019 < 0$. Ta suy ra hàm số $g(x) = f(x) - 2019$ không thể luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Nên hàm số $g(x) = f(x) - 2019$ luôn có hai điểm cực trị.

Mà $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - 2019] = +\infty$.

và $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - 2019] = -\infty$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(x_1)$	↘	$g(x_2)$	↗	$+\infty$

Do hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ nên tồn tại $\alpha < 0$ sao cho $g(\alpha) < 0$.

Khi đó $g(0) \cdot g(\alpha) < 0$ nên tồn tại $\beta_1 \in (0, \alpha)$ là nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

Tương tự, vì $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ nên tồn tại $\beta > 0$ sao cho $g(\beta) > 0$.

Khi đó $g(2)\cdot g(\beta)<0$ nên tồn tại $\beta_2\in(2,\beta)$ là nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

Do giả thiết ta có $g(0)\cdot g(2)<0$ nên tồn tại $\beta_3\in(0,2)$ là nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

Dễ thấy các khoảng $(0,2)$, $(0,\alpha)$ và $(2,\beta)$ là khác khoảng rời nhau. Do đó các giá trị β_1, β_2, β_3 là phân biệt.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=|g(x)|$ là

x	$-\infty$		β_1		x_1		β_3		x_2		β_2		$+\infty$
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$g(x_1)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$g(x_2)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $y=|f(x)-2019|$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án (D) □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^3-(2m-1)x^2+(2-m)x+2$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $\dfrac{5}{4}<m<2$. **B.** $-\dfrac{5}{4}<m<2$. **C.** $-2<m<\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{4}\le m\le 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x)=x^3-(2m-1)x^2+(2-m)x+2$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-2(2m-1)x+(2-m)$.

Xét $f'(x)=0$ suy ra $3x^2-2(2m-1)x+(2-m)=0\quad(*)$.

Do đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ đối xứng nhau qua trục tung. Do đó để thỏa mãn bài toán khi đồ hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị có hoành độ dương.

Để thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Do đó

$$\begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2m-1)^2-3(2-m)>0\\ 2m-1>0\\ 2-m>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4m^2-m-5>0\\ 2m-1>0\\ 2-m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>\dfrac{5}{4}\end{array}\right.\\ m>\dfrac{1}{2}\\ m<2\end{cases}\Leftrightarrow\frac{5}{4}<m<2$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 49. Xét đồ thị (C) của hàm số $y=x^3+3ax+b$ với a, b là các số thực. Gọi M, N là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại hai điểm có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng MN bằng 1, giá trị nhỏ nhất của a^2+b^2 bằng

A. $\dfrac{6}{5}$. **B**. $\dfrac{4}{3}$. **C**. $\dfrac{3}{2}$. **D**. $\dfrac{7}{6}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + 3ax + b$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 3a$.

Giả sử $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ là các điểm trên đồ thị (C) thỏa mãn bài toán.

Do giả thiết suy ra $\begin{cases} 3x_1^2 + 3a = 3 \\ 3x_2^2 + 3a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 = 1 - a \\ x_2^2 = 1 - a \end{cases}$ $(*)$

Mà $y_1 = x_1^3 + 3ax_1 + b = x_1(x_1^2 + 3a) + b$.

Từ $(*)$ ta suy ra $y_1 = x_1(1 - a + 3a) + b = (1 + 2a)x_1 + b$.

Tương tự $y_2 = (1 + 2a)x_2 + b$.

Vậy đường thẳng đi qua hai điểm M, N là $y = (1 + 2a)x + b \Leftrightarrow (1 + 2a)x - y + b = 0$.

Khi đó

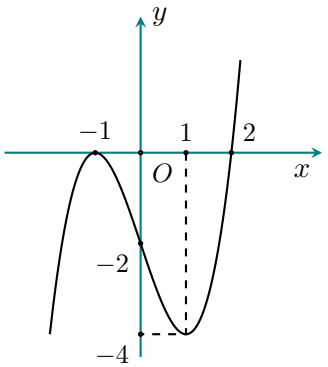
$$\begin{aligned} \mathrm{d}(O, MN) = 1 &\Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{(1+2a)^2 + 1}} = 1 \\ &\Leftrightarrow |b| = \sqrt{(1+2a)^2 + 1} \Leftrightarrow b^2 = (1+2a)^2 + 1 \end{aligned}$$

Do đó $a^2 + b^2 = a^2 + (1 + 2a)^2 + 1 = 5a^2 + 4a + 2 = 5\left(a + \dfrac{2}{5}\right)^2 + \dfrac{6}{5} \geq \dfrac{6}{5}$ $\forall a \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $a^2 + b^2$ bằng $\dfrac{6}{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.



Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ ta có $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

Xét $g'(x) = 0$ suy ra $2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{array}\right.$.

Do giả thiết suy ra $x^2 - 2 = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$ và $x^2 - 2 = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án Ⓒ □

ĐÁP ÁN

1 D	**6** A	**11** D	**16** B	**21** D	**26** B	**31** D	**36** B	**41** A	**46** B
2 A	**7** C	**12** A	**17** A	**22** C	**27** C	**32** A	**37** A	**42** B	**47** D
3 C	**8** C	**13** B	**18** A	**23** A	**28** C	**33** A	**38** A	**43** B	**48** A
4 A	**9** B	**14** C	**19** D	**24** D	**29** B	**34** B	**39** C	**44** C	**49** A
5 D	**10** D	**15** C	**20** A	**25** D	**30** D	**35** D	**40** A	**45** A	**50** C