

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \ln(3x - x^2)$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \left(\frac{\cos x}{\cos x + 1} + x \right) dx$

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $2^{x^2-x} + 2^{3+x-x^2} = 6; x \in R$

b) Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2iz + 3 = 0$. Tính $A = |z_1^2|$

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$

b) Cho đa giác lồi 12 cạnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác được chọn không có cạnh nào là cạnh của đa giác.

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(3;5;1)$, $N(-3;-1;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{6}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng MN; chứng tỏ M, N và đường thẳng d đồng phẳng và tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng MN với đường thẳng d.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $SA \perp (ABC)$. Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a và cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC), biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AB = 3AM$. Đường tròn tâm $I(1;-1)$ đường kính CM cắt BM tại D. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết đường thẳng BC đi qua điểm $N(8;-4)$, phương trình đường thẳng $CD: x - 3y - 6 = 0$ và điểm C có hoành độ dương.

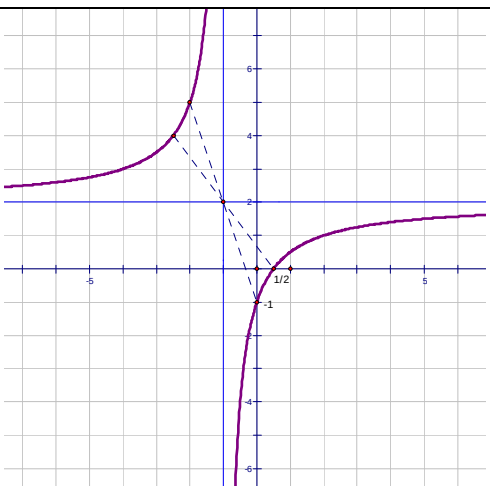
Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x + \sqrt{4+x^2})(y + \sqrt{1+y^2}) = 2 \\ x\sqrt{6x-2xy+1} = 10xy + 6x + 1 \end{cases}; x, y \in R$$

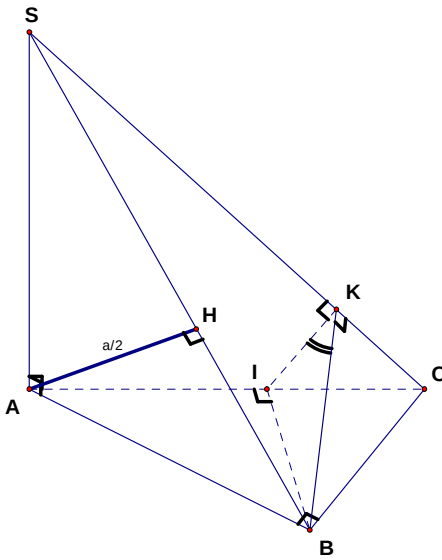
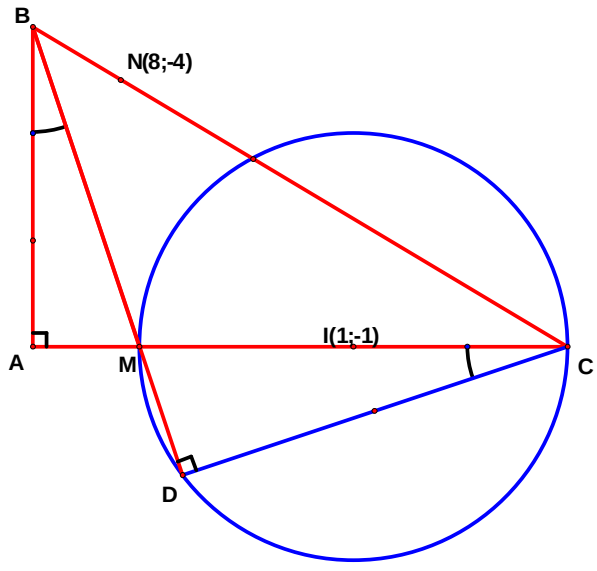
Câu 10 (1,0 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 4y^2 + 2x + 1} + 3x(3x - 4y) + \frac{20y^2 - 9y + 42}{5}$$

== HẾT ==

ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung	Điểm
1	$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}; y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$: 0,25 Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Hàm số không có cực trị. $\lim_{x \rightarrow \mp\infty} y = 2$, TCN $y=2$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$, TCĐ $x=-1$: 0,25 - BBT : 0,25 	0,25
2	$f(x)$ xác định và liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$; $f'(x) = \frac{3-2x}{3x-x^2}$ - Với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ - Có $f\left(\frac{1}{2}\right) = \ln \frac{5}{4}$; $f\left(\frac{3}{2}\right) = \ln \frac{9}{4}$; $f(2) = \ln 2$ - GTLN và GTNN của $f(x)$ trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ lần lượt là $\ln \frac{9}{4}$ và $\ln \frac{5}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25
3	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos^2 x \cdot \sin x}{\cos x + 1} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin 2x dx = I_1 + I_2$ - Đặt $t = \cos x + 1 \Rightarrow dt = -\sin x dx$; $x = 0 \rightarrow t = 2$; $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = 1$. $I_1 = \int_1^2 \frac{2(t-1)^2}{t} dt$ $I_1 = 2 \int_1^2 \left(t - 2 + \frac{1}{t}\right) dt = 2\left(\frac{1}{2}t^2 - 2t + \ln t \right)\Big _1^2 = -1 + 2 \ln 2$ - Đặt $u = x$; $dv = \sin 2x dx \Rightarrow du = dx$; $v = -\frac{1}{2} \cos 2x$. $I_2 = -\frac{1}{2} x \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx$ $I_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$ và $I = -1 + \frac{\pi}{4} + 2 \ln 2$	0,25 0,25 0,25 0,25
4a	- Đặt $t = 2^{x^2-x}, t > 0$; đưa về $t + \frac{8}{t} = 6$. Giải được $t = 2; t = 4$ - Suy ra $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$; $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ và $x = -1; x = 2$	0,25 0,25
4b	- Giải được $z_1 = 3i; z_2 = -i$ - Tính $A = (3i)^2 = -9 = 9$	0,25 0,25
5a	- Biến đổi $P = -\cos 2\alpha - 1 + \sin 2\alpha$. Tính được $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$ và $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ - Tính được $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$ và $P = \frac{2}{5}$	0,25 0,25

5b	- Số tam giác được tạo thành là C_{12}^3. Suy ra KGM có số phần tử là $\Omega = 220$ - Gọi A là biến cố "Tam giác được chọn không có cạnh nào là cạnh của đa giác" Số tam giác có đúng 2 cạnh là cạnh của đa giác là 12, số tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của đa giác là $12 \cdot (12-4) = 96$. Suy ra, tập kết quả thuận lợi cho biến cố A có số phần tử là $\Omega_A = 220 - (12 + 96) = 112$. Do đó $P(A) = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$	0,25 0,25
6	- MN đi qua M và có VTCP là $\overrightarrow{MN} = (-6; -6; 3) = -3(2; 2; -1)$ $MN: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-1}{-1}$ - d qua $M_0(2; 0; -3)$ và $\overrightarrow{u_d} = (-3; 1; 6)$. Có $\overrightarrow{M_0M} = (1; 5; 4)$; $[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{MN}}] = (-13; 9; -8)$ và $[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{MN}}] \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$ - Tìm được giao điểm $A(-1; 1; 3)$	0,25 0,25 0,25 0,25
7	 - Vì $(SAB) \perp (SAC)$ nên kẻ $AH \perp SB$ Suy ra $AH = \frac{a}{2}$. Tính được $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ - Tính được $BC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ và $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{18}$ - Kẻ $BI \perp AC$; kẻ $IK \perp SC$ Suy ra góc giữa 2 mặt là $\widehat{IKB}$ - Tính được $BI = \frac{a}{2}$; $BK = \frac{2a\sqrt{15}}{15}$; $IK = \frac{a\sqrt{15}}{30}$; $\cos \widehat{IKB} = \frac{1}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25
8	 - Tính được $\cos \widehat{ABM} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ C/m được tứ giác ABCD nội tiếp Suy ra $\cos \widehat{ACD} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ - Viết ptđt AC đi qua I và tạo với CD một góc φ, $\cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}}$ Gọi $\overrightarrow{n_{AC}} = (a; b)$, $(a^2 + b^2 > 0)$ là VTPT Có $\cos \varphi = \frac{ a - 3b }{\sqrt{10} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}$ Suy ra $8a^2 + 6ab = 0$ Cho $b = 0 \Rightarrow a = 0$ (loại) Cho $b = 1 \Rightarrow a = 0 \vee a = -\frac{3}{4}$	0,25
	C là giao điểm của AC và CD + $a = 0$: $AC: y+1=0$. Tìm được $C(3; -1)$	0,25

