

Câu 1. $\lim q^n$ bằng:

- A. $+\infty$ nếu $|q| \geq 1$. B. 0 nếu $|q| < 1$. C. 0 nếu $|q| > 1$. D. 0 nếu $|q| \leq 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim q^n = 0 \text{ nếu } |q| < 1.$$

Câu 2. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\lim c = c$ nếu c là hằng số. B. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ với k nguyên dương.
C. $\lim \frac{1}{n} = 0$. D. $\lim n^k = 0$ với k nguyên dương.

Lời giải

Chọn D

$$\lim n^k = +\infty \text{ với } k \text{ nguyên dương.}$$

Câu 3. Chọn khẳng định đúng:

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = a$. B. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = a$.
C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = a$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hàm số chứa căn bậc hai liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đa thức liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$.
C. Hàm số lượng giác liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$.
D. Hàm số phân thức liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^6 + 5x^5}$ bằng

- A. 0. B. -3. C. $-\frac{3}{5}$. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^6 + 5x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x^4} - \frac{3}{x^6}}{1 + \frac{5}{x}} = \frac{0}{1} = 0$$

Câu 6. Giới hạn của hàm số: $\lim_{x \rightarrow 1} (9 + x)$ bằng:

A. 10.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Có $\lim_{x \rightarrow 1} (9 + x) = 9 + 1 = 10$.

Câu 7. Biết dãy số (u_n) thỏa mãn $|u_n - 3| < \frac{1}{n^2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim u_n = 3$.

B. $\lim u_n = -3$.

C. $\lim u_n = 1$.

D. $\lim u_n = 2$.

Lời giải

Chọn A

Có $|u_n - 3| < \frac{1}{n^2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, mà $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$ nên theo nguyên lý kẹp, ta có $\lim (u_n - 3) = 0$
 $\Rightarrow \lim u_n = 3$.

Câu 8. Nếu $\lim u_n = 9$ thì $\lim \frac{2018}{\sqrt{u_n} + 7}$ bằng

A. 504,5.

B. 126,125.

C. 2018.

D. 224,2.

Lời giải

Chọn A

$\lim u_n = 9 \Rightarrow \lim \frac{2018}{\sqrt{u_n} + 7} = \lim \frac{2018}{\sqrt{9} + 7} = 504,5$.

Câu 9. Cho phương trình: $x^5 + x - 1 = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. (1) có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

B. (1) có nghiệm trên khoảng $(0; 1)$.

C. (1) có nghiệm trên $\mathbb{R}$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = x^5 + x - 1$, $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Có $f(-1) = -3$, $f(1) = 1 \Rightarrow f(-1)f(1) < 0$

Vậy (1) có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1; 1)$. Vậy D sai.

Câu 10. $\lim \frac{2 \cdot 3^n - 5^{n+1}}{2^n + 5^n}$ bằng:

A. $+\infty$.

B. 0.

C. 1.

D. -5.

Lời giải

Chọn D

$\lim \frac{2 \cdot 3^n - 5^{n+1}}{2^n + 5^n} = \lim \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n - 5}{\left(\frac{2}{5}\right)^n + 1} = -5$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 2$ khi m bằng:

A. -1.

B. -4.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

$$f(2) = m$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$ nếu $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 12. Câu nào **sai**

A. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $(a; b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc $(a; b)$.

B. Hàm số $f(x)$ có miền xác định $\mathbb{D}$, $a \in \mathbb{D}$. Hàm số liên tục tại $x = a$ nếu $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

C. Tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số liên tục tại một điểm là một hàm số liên tục tại điểm đó.

D. Các hàm số phân thức hữu tỉ liên tục trên từng khoảng của tập xác định.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 2}{x - 2}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.

B. Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -3 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -2$.

C. Hàm số $y = \sqrt{x^2 + 8}$ liên tục tại điểm $x = 1$.

D. Hàm số $y = \sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Nhận thấy các hàm số

☐ $y = \frac{x^2 - 5x + 2}{x - 2}$ có xác định trên $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$;

☐ $y = \sqrt{x^2 + 8}$ và $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ các hàm số này liên tục trên tập xác định $\Rightarrow$ nhận định **A**, **C**, **D** đúng.

Xét hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -3 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ có:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -4$$

$$f(-2) = -3 \neq \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} \Rightarrow \text{nhận định B sai.}$$

Câu 14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + n^2 - 3n + 1}{4n + 2}$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn D.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + n^2 - 3n + 1}{4n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(-1 + \frac{1}{n} - \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1 + \frac{1}{n} - \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^3}} = -\infty$$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x = 1$.

A. $a = 2$.

B. $a = -\frac{9}{2}$.

C. $a = \frac{3}{2}$.

D. $a = 0$.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-5)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-5}{x+1} = -2$$

$$f(1) = a + \frac{5}{2}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a + \frac{5}{2} = -2 \Leftrightarrow a = -\frac{9}{2}.$$

Câu 16. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} \cdot \sqrt[3]{1+bx} - 1}{x}$ theo a ; b

A. $\frac{a}{3} - \frac{b}{2}$.

B. $\frac{a}{2} + \frac{b}{3}$.

C. $\frac{a}{3} + \frac{b}{2}$.

D. $\frac{a}{2} - \frac{b}{3}$

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} \cdot \sqrt[3]{1+bx} - 1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} \cdot (\sqrt[3]{1+bx} - 1 + 1) - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} \cdot (\sqrt[3]{1+bx} - 1) + \sqrt{1+ax} - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} \cdot (\sqrt[3]{1+bx} - 1)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} \cdot (1+bx-1)}{x \left[(\sqrt[3]{1+bx})^2 + \sqrt[3]{1+bx} + 1 \right]} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+ax-1}{x(\sqrt{1+ax}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} \cdot b}{(\sqrt[3]{1+bx})^2 + \sqrt[3]{1+bx} + 1} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sqrt{1+ax} + 1} = \frac{b}{3} + \frac{a}{2}. \end{aligned}$$

Câu 17. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$ bằng:

A. Không tồn tại.

B. 4.

C. $+\infty$.

D. 0

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{-(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} [-(x + 2)] = -4.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|} \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$ nên $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$ không tồn tại.

Câu 18. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$ bằng:

A. $-\sqrt{2}$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$

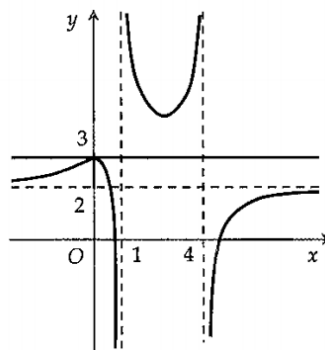
Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left[-\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] = -\sqrt{2}$$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:



A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$.

D.

$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = +\infty$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

Do đó $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$ sai.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x) \cdot g(x) + 4} - 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) \cdot g(x) - 5}{(x - 1)(\sqrt{f(x) \cdot g(x) + 4} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{f(x) \cdot [g(x) - 1]}{x - 1} + \frac{f(x) - 5}{x - 1}}{(\sqrt{f(x) \cdot g(x) + 4} + 3)} \\ &= \frac{f(1) \cdot 3 + 2}{\sqrt{f(1) \cdot g(1) + 4} + 3} = \frac{5 \cdot 3 + 2}{\sqrt{5 + 4} + 3} = \frac{17}{6}.\end{aligned}$$

Câu 24. Nếu phương trình: $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có nghiệm $x_0 \geq 1$ thì phương trình: $f(x) = 0$ với $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ cũng có nghiệm. Khi đó, mệnh đề nào sau đây **đúng**.

- A.** $f(\sqrt{x_0}) \cdot f(-\sqrt{x_0}) > 0$. **B.** $f(\sqrt{x_0}) \cdot f(-\sqrt{x_0}) = (x_0 - 1)(bx_0 + d)^2$.
C. $f(\sqrt{x_0}) \cdot f(-\sqrt{x_0}) = -(x_0 - 1)^2$. **D.** $f(\sqrt{x_0}) \cdot f(-\sqrt{x_0}) \leq 0$

Lời giải

Chọn D.

Ta có x_0 là nghiệm của phương trình $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$ nên

$$ax_0^2 + (b+c)x_0 + d + e = 0 \Leftrightarrow ax_0^2 + cx_0 + e = -(bx_0 + d).$$

$$\text{Xét } f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = ax^4 + cx^2 + e + x(bx^2 + d)$$

$$\text{Ta có: } f(\sqrt{x_0}) = ax_0^2 + cx_0 + e + \sqrt{x_0}(bx_0 + d) = \sqrt{x_0}(bx_0 + d) - (bx_0 + d) = (bx_0 + d)(\sqrt{x_0} - 1)$$

$$f(-\sqrt{x_0}) = ax_0^2 + cx_0 + e - \sqrt{x_0}(bx_0 + d) = -\sqrt{x_0}(bx_0 + d) - (bx_0 + d) = -(bx_0 + d)(\sqrt{x_0} + 1)$$

$$\text{Suy ra: } f(\sqrt{x_0}) \cdot f(-\sqrt{x_0}) = -(x_0 - 1)(bx_0 + d)^2$$

$$\text{Vì } x_0 \geq 1 \Rightarrow (x_0 - 1) \geq 0 \text{ nên } f(\sqrt{x_0}) \cdot f(-\sqrt{x_0}) \leq 0.$$

Câu 25. Một quả bóng tennis được thả từ độ cao $81(m)$. Mỗi lần chạm đất, quả bóng lại nảy lên hai phần ba độ cao của lần rơi trước. Tính tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa.

- A.** $524(m)$. **B.** $243(m)$. **C.** $405(m)$. **D.** $486(m)$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $h_1 = 81(m)$. Sau lần chạm đất đầu tiên, quả bóng nảy lên một độ cao $h_2 = \frac{2}{3}h_1$. Tiếp đó,

bóng rơi từ độ cao h_2 , chạm đất và nảy lên độ cao $h_3 = \frac{2}{3}h_2$ rồi rơi từ độ cao h_3 và cứ tiếp tục

như vậy. Sau lần chạm đất thứ n từ độ cao h_n , quả bóng nảy lên $h_{n+1} = \frac{2}{3}h_n, \dots$

Vậy tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa là $d = (h_1 + h_2 + \dots + h_n + \dots) + (h_2 + \dots + h_n + \dots) \Rightarrow d$ là tổng của hai cấp số nhân

lũy vô hạn có số hạng đầu, theo thứ tự là h_1, h_2 và có cùng công bội $q = \frac{2}{3}$. Suy ra:

$$d = \frac{h_1}{1 - \frac{2}{3}} + \frac{h_2}{1 - \frac{2}{3}} = 405(m).$$

----- HÉT -----