

ĐỀ THI THỬ

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và trục Oy.

Câu 2 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình: $2\sin 3x \sin x + 2\cos 2x + 1 = 0$.
b) Cho số phức z thỏa mãn $|z|^2 + \bar{z} = 3 + i$. Tìm z .

Câu 3 (1,0 điểm).

- a) Giải bất phương trình $\log_4 x \cdot \log_4 4x \geq 2$.
b) Trong đợt tuyển chọn và gọi công dân nhập ngũ năm 2016, xã A tuyển chọn được 10 người trong đó có một người tên Hùng và một người tên Dũng. Xã A cần chọn ra từ đó 6 người để thực hiện nghĩa vụ quân sự đợt này. Tính xác suất của biến cố 6 người được chọn trong 10 người này không có mặt đồng thời cả Hùng và Dũng.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 1 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) và tìm tọa độ tiếp điểm của (P) với (S).

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân $\int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x} dx$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, $AD = 3BC = 3\sqrt{3}a$, $AB = 2\sqrt{2}a$, tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính thể tích khối chóp S.ABCD và góc tạo bởi đường thẳng SA với mặt phẳng (SCD).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC với $H(0; -1)$, đường trung tuyến CM của tam giác CAH có phương trình $x + 3y - 1 = 0$, điểm B thuộc đường thẳng d: $x - y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết hoành độ điểm A nguyên.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2) + (x+y)(3xy+x-1) = -2 \\ 2(x^2+y^2) + 3x - y - 2 = 0 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho ba số thực x, y, z không âm thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{y+1}} + \frac{1}{\sqrt{z+1}}$.

HẾT

ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 2 điểm a) 1 điểm	Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C)	
	- TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ +) Giới hạn và tiệm cận : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị	0,25đ
	Ta có : $y' = -\frac{1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ (Hàm số không có cực trị)	0,25đ
	Vẽ đúng bảng biến thiên	0,25đ
	- Đồ thị : Vẽ đúng đồ thị	0,25đ
b) 1 điểm	Gọi A là giao điểm của đồ thị (C) và trục tung. Suy ra A(0;1)	0,25đ
	$y'(0) = -1$	0,25đ
	Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A(0;1) là $y = y'(0)(x - 0) + 1$	0,25đ
	$y = -x + 1$	0,25đ
Câu 2 1,0đ a) 0,5đ	a) Giải phương trình: $2\sin 3x \sin x + 2\cos 2x + 1 = 0$ (1).	
	$(1) \Leftrightarrow \cos 2x - \cos 4x + 2\cos 2x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow -2\cos^2 2x + 3\cos 2x + 2 = 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$	0,25đ
b)	$ z ^2 + \bar{z} = 3 + i$	

0,5đ	Gọi $z = x + yi$ ta được $x^2 + y^2 + x - yi = 3 + i$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + x = 3 \\ -y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ ta được $z = 1 - y$ và $z = -2 - i$	0,25đ
Câu 3 1,0đ a) 0,5đ	a) Giải bất phương trình $\log_4 x \cdot \log_4 4x \geq 2(1)$.	
	ĐK: $x > 0$ (1) $\Leftrightarrow \log_4 x(1 + \log_4 x) \geq 2 \Leftrightarrow \log_4^2 x + \log_4 x - 2 > 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x \geq 1 \\ \log_4 x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq \frac{1}{16} \end{cases}$	0,25đ
	Tập nghiệm bất phương trình $D = \left(0; \frac{1}{16}\right] \cup [1; +\infty)$	
b) 0,5đ	b) Trong đợt tuyển chọn và gọi công dân nhập ngũ năm 2016, xã A tuyển chọn được 10 người trong đó có một người tên Hùng và một người tên Dũng. Xã A cần chọn ra từ đó 6 người để thực hiện nghĩa vụ quân sự đợt này. Tính xác suất của biến cố 6 người được chọn trong 10 người này không có mặt đồng thời cả Hùng và Dũng.	
	Số phần tử của không gian mẫu là $C_{10}^6 = 210$	0,25đ
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố $C_{10}^6 - C_8^4 = 210 - 70 = 140$ Xác suất cần tính là $\frac{140}{210} = \frac{14}{21}$	0,25đ
Câu 4 1,0đ	Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 1 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) và tìm tọa độ tiếp điểm của (P) với (S).	
	Gọi R là bán kính của (S). Ta có $R = d(I; (P)) = \frac{ 2 + 2 - 6 - 1 }{3} = 1$	0,25đ
	(S): $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$	0,25đ

Câu 5 1,0đ	(P) có VTPT $\vec{n} = (2; -1; -2)$ Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) $d: \begin{cases} \text{qua } I(1; -2; 3) \\ VTCP \vec{n} = (2; -1; -2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$	0,25đ
	Gọi $H = (P) \cap (S)$. Ta có H thuộc d suy ra $H(1 + 2t; -2 - t; 3 - 2t)$ H thuộc (P) suy ra $2(1 + 2t) - (-2 - t) - 2(3 - 2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$ Ta được $H(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}; \frac{7}{3})$	0,25đ
	Tính tích phân $\int_1^e \frac{(x^2 + 1)\ln x}{x} dx$.	
	$\int_1^e \frac{(x^2 + 1)\ln x}{x} dx = \int_1^e x \ln x dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ $A = \int_1^e x \ln x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ v = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases} \Rightarrow A = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big _1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx$	0,25đ
	$A = \frac{e^2 + 1}{4}$	0,25đ
	$B = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx. \text{ Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}, x = 1 \Rightarrow t = 0, x = e \Rightarrow t = 1$ $B = \int_0^1 t dt = \frac{t^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	0,25đ
	$\int_1^e \frac{(x^2 + 1)\ln x}{x} dx = \frac{e^2 + 3}{4}$	0,25đ

Câu 6 1,0đ	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, $AD = 3BC = 3\sqrt{3}a$, $AB = 2\sqrt{2}a$, tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính thể tích khối chóp S.ABCD và góc tạo bởi đường thẳng SA với mặt phẳng (SCD).	
	Gọi H là trung điểm của AB $\left. \begin{array}{l} SH \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD), S_{ABCD} = 4\sqrt{6}a^2$	0,25đ
	$SH = a\sqrt{6}, V_{S.ABCD} = 8a^3$	0,25đ
	Hạ $HE \perp CD, E \in CD; HF \perp SE, F \in SE$ $HF \perp CD \Rightarrow HF \perp (SCD), HF = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$	0,25đ
	Hạ $AK \perp (SCD), K \in (SCD) \Rightarrow SK$ là hình chiếu vuông góc của SA trên (SCD) nên $(SA; (SCD)) = (SA; SK)$ $d(A; (SCD)) = \frac{3}{2} d(H(SCD)) = a\sqrt{6} \Rightarrow AK = a\sqrt{6}$ $(SA; (SCD)) = 60^\circ$	0,25đ
Câu 7 1,0đ	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC ...	
	Gọi $M(1-3m; m)$ suy ra $A(2-6m, 2m+1)$	0,25đ
	Gọi K là trung điểm của HB ta có $KM \parallel AB \Rightarrow KM \perp AC \Rightarrow M$ là trực tâm tam giác CAK. Gọi D là đối xứng của B qua A ta có $HD \parallel AK$ nên $HD \perp CM \Rightarrow HD: 3x - y - 1 = 0$	0,25đ
	$D(x; 3x-1)$ suy ra $B(4-12m-x; 4m-3x+3)$ do B thuộc d nên $x = 8m+2$ Hay $B(2-20m; -20m-3)$	0,25đ

	$\overrightarrow{HA}(2-6m; 2m+1), \overrightarrow{HB}(2-20m; -2-20m)$ Từ $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB} = 0$ và do x_A nguyên ta tìm được $m = 0$	
	A(2; 1), B(2; -3), C(-3; 2)	0,25đ
Câu 8 1,0đ	$\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2) + (x+y)(3xy+x-1) = -2 \\ 2(x^2+y^2) + 3x-y-2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)(2xy-x+y) = -4 \\ 2(x^2+y^2) + 3x-y-2 = 0 \end{cases}$	0,25đ
	$\begin{cases} (x+y)[(x+y)^2 - (x-y)^2 - 2(x-y)] = -8 \\ (x-y)^2 + 2(x-y) = 2 - (x+y) - (x+y)^2 \end{cases}$	0,25đ
	$\Rightarrow (x+y)[2(x+y)^2 + x+y-2] + 8 = 0 \Leftrightarrow x+y = -2 \Rightarrow \begin{cases} x-y = 0 \\ x-y = -2 \end{cases}$	0,25đ
	Nghiệm của hệ phương trình $(x; y) = (-1; -1), (-2; 0)$	0,25đ
Câu 9 1,0đ	Cho ba số thực x, y, z không âm thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{y+1}} + \frac{1}{\sqrt{z+1}}$	0,25đ
	$\text{Có } \left(\frac{1}{\sqrt{y+1}} + \frac{1}{\sqrt{z+1}} \right)^2 = \frac{y+z+2}{yz+y+z+1} + \frac{2}{\sqrt{yz+y+z+1}} \leq$ $\frac{y+z+2}{y+z+1} + \frac{2}{\sqrt{y+z+1}} = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{y+z+1}} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y+1}} + \frac{1}{\sqrt{z+1}} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{y+z+1}}$	0,25đ
	$(x+y+z)^2 \geq x^2 + y^2 + z^2 = 1 \Rightarrow y+z \geq 1-x$ $\Rightarrow P \leq f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{2-x}}, x \in [0; 1]$	0,25đ
	CM được $f(x)$ đồng biến trên $[0; 1]$ nên $f(x) \leq f(1) = 2 + \frac{1}{\sqrt{3}}$	0,25đ
	Giá trị lớn nhất của P bằng $2 + \frac{1}{\sqrt{3}}$ khi $y = z = 0, x = 1$	0,25đ

HẾT