

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:

Câu 1: Trong mặt phẳng phức, cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}(1 + i)$ là điểm nào sau đây ?

- A. $N(3; -1)$. B. $M(-1; -2)$. C. $P(-1; 3)$. D. $Q(1; 2)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp này ?

- A. C_6^2 . B. 6. C. A_6^2 . D. 24.

Câu 3: Cho khối cầu có thể tích là $\frac{500\pi}{3}$. Bán kính khối cầu đã cho bằng

- A. 5. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = (x - 5)^{\sqrt{5}} + \log_2(x - 1)$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; 5)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 5: Cho số phức $z = 3 + i$. Phần ảo của số phức $3z + 1 + 2i$ bằng

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng (Oxz) . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $|a| = 1$. B. $a + b + c = 1$. C. $|b| = 1$. D. $|c| = 1$.

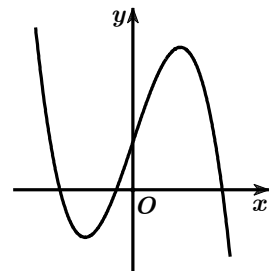
Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$?

- A. $M(1; 3; 6)$. B. $N(3; -1; 1)$. C. $P(-1; -3; -6)$. D. $Q(-1; 7; 11)$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?

- A. $y = x^3 - 2x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

- C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

**Câu 9:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		1		2		1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(0;1)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(1;+\infty)$. D. $(-1;1)$.

Câu 10: Phương trình $3^{2x+1} = 27$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$, $B(3;-6;3)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây ?

- A. $P(3;0;0)$. B. $N(3;-1;5)$. C. $M(0;-2;4)$. D. $Q(0;0;5)$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$		1		1	
	$-\infty$		0		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $4a^2$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $3a^3$. D. $4a^3$.

Câu 14: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho là

- A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $4\pi\sqrt{3}$. D. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-5)$ là

- A. $(-1;6)$. B. $\left(\frac{5}{2};6\right)$. C. $(-\infty;6)$. D. $(6;+\infty)$.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 7$ với mọi $n \geq 1$. Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là

- A. $u_n = 2n - 1$. B. $u_n = 5n - 4$. C. $u_n = 8n - 7$. D. $u_n = 7n - 6$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao có độ dài bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $6a^3$. D. $2a^3$.

Câu 18: Cho hình trụ có độ dài đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

- A. 5π . B. 24π . C. 15π . D. 30π .

Câu 19: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. B. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$.

C. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

D. $\int (2^x + e^x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + e^x + C$.

Câu 20: Với a, b là các số thực cùng dấu và khác 0, $\log_2(ab)$ bằng

A. $\log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2 a \cdot \log_2 b$.

C. $b \log_2 a$.

D. $\log_2 |a| + \log_2 |b|$.

Câu 21: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 g(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 [3f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

A. 8.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$ và $z = z_1 + 3z_2$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $\bar{z} = 5 + 6i$.

B. $\bar{z} = 5 - 6i$.

C. $\bar{z} = 2 - 6i$.

D. $\bar{z} = 3 + 4i$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1; -3; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; 0; 2)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; 0; -3)$.

D. $\vec{n}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 24: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$ là

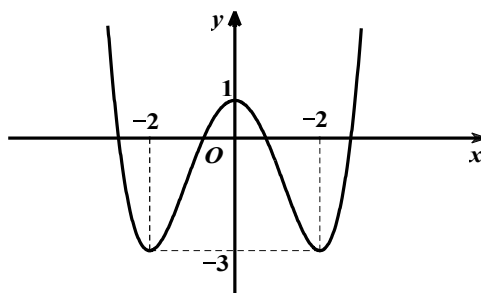
A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 25: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2020f(x) - 2019 = 0$ là

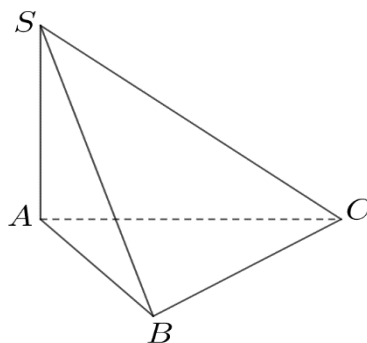
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a (minh họa như hình dưới). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x) = x^2(x-1)(x-3)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ là

A. $f(-2)$.

B. $f(0)$.

C. $f(1)$.

D. $f(3)$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0$ là

A. $[4; +\infty)$.

B. $(0; 2] \cup [4; +\infty)$.

C. $[2; 4]$.

D. $(0; 2]$.

Câu 29: Số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + x + 1$ và đường thẳng $y = 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; -3; -1)$ song song (α) và mặt phẳng (Oyz) là

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 31: Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$, nếu đặt $t = \sin x$ thì I bằng

- A. $\int_0^1 (t^2 - t^4) dt$. B. $\int_0^1 (1 - t^2) dt$. C. $2 \int_0^1 (1 - t^2) dt$. D. $\int_0^1 (t - t^3) dt$.

Câu 32: Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{9}$ và $\log_3 a = \frac{27}{b}$. Hiệu $b - a$ bằng

- A. 15. B. 27. C. 20. D. 24.

Câu 33: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$. B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.
C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx$. D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Cho biết $B(2; 3; 7)$, $D(4; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng (SAC) là

- A. $x + y - 2z + 9 = 0$. B. $x - y - 2z - 9 = 0$. C. $x - y - 2z + 9 = 0$. D. $x - y + 2z + 9 = 0$.

Câu 35: Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_2 \neq 0$; $z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{z_1}{z_1 + z_2} = 1 + \frac{2z_1}{z_2}$. Môđun của số phức

$\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 36: Hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $\left(-1; \frac{4}{3}\right)$?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 37: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $iz = 2(\bar{z} - 1 - i)$. Tổng $a + b$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 4. D. -2.

Câu 38: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AB = a\sqrt{3}$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. πa^2 . B. $\pi a^2 \sqrt{3}$. C. $4\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 39: Bộ Y tế phát đi một thông tin tuyên truyền về phòng chống dịch COVID-19. Thông tin này lan truyền đến người dân theo công thức $P(t) = \frac{1}{1 + ae^{-kt}}$, với $P(t)$ là tỉ lệ dân số nhận được thông tin vào

thời điểm t và a, k là các hằng số dương. Cho $a = 3$, $k = \frac{1}{2}$ với t đo bằng giờ. Hỏi cần phải ít nhất bao lâu để hơn 90% dân số nhận được thông tin ?

A. 5,5 giờ.

B. 8 giờ.

C. 6,6 giờ

D. 4,5 giờ.

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm

$(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng

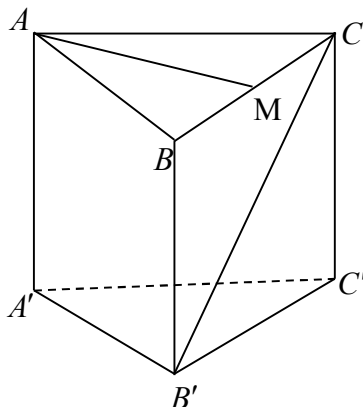
A. 7.

B. 4.

C. 6.

D. -5.

Câu 41: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B , $AB = AA' = 2a$, M là trung điểm BC (minh họa như hình dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng



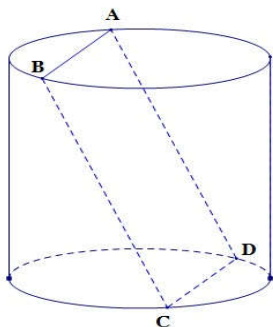
A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hình trụ có chiều cao bằng 5. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy của hình trụ theo hai dây cung AB , CD mà $AB = CD = 5$, diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 30 (minh họa như hình dưới). Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng



A. 15π .

B. 30π

C. 32π .

D. 18π .

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , cạnh $SB = SC = 1$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Gọi M, N là các điểm lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $SA = xSM$ ($x > 0$), $SB = 2SN$. Giá trị x bằng bao nhiêu để thể tích khối tứ diện $SCMN$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{32}$?

A. $\frac{5}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và là hàm số lẻ trên đoạn $[-2; 2]$. Biết rằng $\int_{-1}^0 f(x)dx = -1$, $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(-2x)dx = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

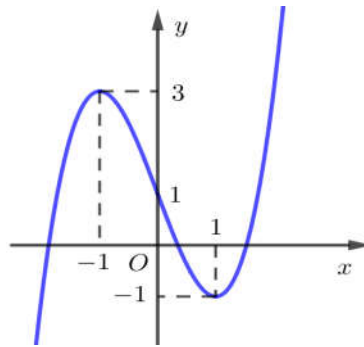
A. $\int_{-2}^2 f(x)dx = 2 \int_0^2 f(x)dx$.

B. $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx = -4$.

C. $\int_0^1 f(x)dx = -1$.

D. $\int_0^2 f(x)dx = -3$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x) - m + 2 = 2\sin x$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng



A. 4.

B. -1.

C. 3.

D. 2.

Câu 46: Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x^2} = b^{y^2} = (ab)^2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2\sqrt{2}x + y$ thuộc tập hợp nào dưới đây ?

A. $[10; 15)$.

B. $[6; 10)$.

C. $(1; 4)$.

D. $[4; 6)$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = |x^3 - 3x^2 + m|$. Có bao nhiêu số nguyên m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ không lớn hơn 2020 ?

A. 4045.

B. 4046.

C. 4044.

D. 4042.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^3 + x + 2$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f^3(x) + f(x) + m}\right) = -x^3 - x + 2$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$?

A. 1750.

B. 1748.

C. 1747.

D. 1746.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^3 - 2}{x^3 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng

A. $m \neq 2$ và $m \neq -\frac{1}{4}$.

B. $m \neq -\frac{1}{4}$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq 0$.

Câu 50: Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập hợp các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Tính xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $P = \frac{144}{136}$.

B. $P = \frac{7}{816}$.

C. $P = \frac{23}{136}$.

D. $P = \frac{21}{136}$.

----- HẾT -----

MÃ ĐỀ 001				
Câu 1	A		Câu 26	C
Câu 2	C		Câu 27	C
Câu 3	A		Câu 28	C
Câu 4	D		Câu 29	A
Câu 5	B		Câu 30	A
Câu 6	A		Câu 31	A
Câu 7	C		Câu 32	D
Câu 8	B		Câu 33	A
Câu 9	C		Câu 34	C
Câu 10	D		Câu 35	A
Câu 11	C		Câu 36	D
Câu 12	B		Câu 37	B
Câu 13	D		Câu 38	D
Câu 14	A		Câu 39	B
Câu 15	B		Câu 40	C
Câu 16	D		Câu 41	B
Câu 17	B		Câu 42	B
Câu 18	D		Câu 43	B
Câu 19	D		Câu 44	D
Câu 20	D		Câu 45	D
Câu 21	A		Câu 46	B
Câu 22	B		Câu 47	A
Câu 23	C		Câu 48	A
Câu 24	A		Câu 49	C
Câu 25	A		Câu 50	C

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong mặt phẳng phức, cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}(1+i)$ là điểm nào sau đây?

- A. $N(3; -1)$. B. $M(-1; -2)$. C. $P(-1; 3)$. D. $Q(1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\bar{z}(1+i) = (1-2i)(1+i) = 3-i$.

Suy ra điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}(1+i)$ là điểm $N(3; -1)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp này?

- A. C_6^2 . B. 6. C. A_6^2 . D. 24.

Lời giải

Chọn C

Số vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp trên là số cách chọn 2 điểm trong tổng số 6 điểm của tập hợp và có phân biệt điểm đầu và điểm cuối giữa 2 điểm được chọn.

Suy ra số vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp trên là A_6^2 .

Câu 3. Cho khối cầu có thể tích là $\frac{500\pi}{3}$. Bán kính khối cầu đã cho bằng

- A. 5. B. 6. C. 8. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi bán kính khối cầu là x với $x > 0$.

Khi đó, thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi x^3$.

Mà $V = \frac{500\pi}{3}$ nên $\frac{4}{3}\pi x^3 = \frac{500\pi}{3} \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (x-5)^{\sqrt{3}} + \log_2(x-1)$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; 5)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-5 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (5; +\infty)$.

Câu 5. Cho số phức $z = 3 + i$. Phần ảo của số phức $3z + 1 + 2i$ bằng

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3z + 1 + 2i = 3(3+i) + 1 + 2i = 9 + 3i + 1 + 2i = 10 + 5i$.

Vậy phần ảo của $3z + 1 + 2i$ bằng 5.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|a| = 1$. B. $a + b + c = 1$. C. $|b| = 1$. D. $|c| = 1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm I lên mặt phẳng $(Oxz) \Rightarrow H(a; 0; c)$.

Do đó bán kính của mặt cầu $R = IH = \sqrt{b^2} = 1 \Leftrightarrow |b| = 1$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$?
- A.** $M(1; 3; 6)$. **B.** $N(3; -1; 1)$. **C.** $P(-1; -3; -6)$. **D.** $Q(-1; 7; 11)$.

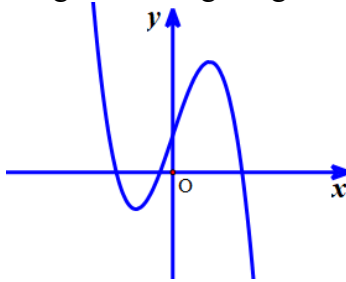
Lời giải

Chọn C

Điểm M, N và Q thuộc đường thẳng $d \Rightarrow$ loại A, B, D .

Điểm $P(-1; -3; -6) \notin d \Rightarrow$ chọn C .

- Câu 8.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 2x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm bậc ba $\Rightarrow C$ loại.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$, nên B đúng.

- Câu 9.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; 1)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- Câu 10.** Phương trình $3^{2x+1} = 27$ có nghiệm là

- A.** $x = \frac{5}{2}$. **B.** $x = \frac{3}{2}$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^{2x+1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 1$.

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$, $B(3; -6; 3)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây ?

- A.** $P(3; 0; 0)$. **B.** $N(3; -1; 5)$. **C.** $M(0; -2; 4)$. **D.** $Q(0; 0; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB : $I(1; -2; 4)$

Tọa độ hình chiếu của I mặt phẳng (Oyz) : $M(0; -2; 4)$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$		1		1	
	$-\infty$		0		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 2$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua 0 nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $4a^2$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3 .

B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn D

Khối lăng trụ đã cho có:

Diện tích đáy: $B = 4a^2$.

Khoảng cách giữa hai đáy bằng a , suy ra chiều cao $h = a$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ: $V = B.h = 4a^3$.

Câu 14. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. $4\pi\sqrt{3}$.

D. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón đã cho: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-5)$ là

A. $(-1; 6)$.

B. $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$.

C. $(-\infty; 6)$.

D. $(6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-5) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 > 0 \\ x+1 > 2x-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{5}{2}; 6\right).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left(\frac{5}{2}; 6\right)$.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 7$ với mọi $n \geq 1$. Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là

A. $u_n = 2n - 1$.

B. $u_n = 5n - 4$.

C. $u_n = 8n - 7$.

D. $u_n = 7n - 6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_{n+1} - u_n = 7$ với mọi $n \geq 1$.

Suy ra (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 7$.

Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (n-1)7 = 7n - 6$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao có độ dài bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $3a^3$. **B.** a^3 . **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} a^2 \cdot 3a = a^3$.

Câu 18. Cho hình trụ có độ dài đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

- A.** 5π . **B.** 24π . **C.** 15π . **D.** 30π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$.

Câu 19. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. **B.** $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$.
C. $\int \cos x dx = -\sin x + C$. **D.** $\int (2^x + e^x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + e^x + C$.

Lời giải

Chọn D

- Đáp án A sai vì $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$
- Đáp án B sai vì $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$
- Đáp án C sai vì $\int \cos x dx = \sin x + C$

Câu 20. Với a, b là các số thực cùng dấu và khác 0, $\log_2(ab)$ bằng

- A.** $\log_2 a + \log_2 b$. **B.** $\log_2 a \cdot \log_2 b$.
C. $b \log_2 a$. **D.** $\log_2 |a| + \log_2 |b|$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(ab) = \log_2|a| + \log_2|b|$.

Câu 21. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 g(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 [3f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 [3f(x) + 2g(x)] dx = \int_1^3 3f(x) dx + \int_1^3 2g(x) dx = 3 \int_1^3 f(x) dx + 2 \int_1^3 g(x) dx = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$ và $z = z_1 + 3z_2$. Khi đó số phức liên hợp của z là

- A.** $\bar{z} = 5 + 6i$. **B.** $\bar{z} = 5 - 6i$. **C.** $\bar{z} = 2 - 6i$. **D.** $\bar{z} = 3 + 4i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = z_1 + 3z_2 = 2 + 3i + 3(1 + i) = 2 + 3i + 3 + 3i = 5 + 6i$.

Suy ra số phức liên hợp của của z là $\bar{z} = 5 - 6i$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A.** $\vec{n}_1 = (1; -3; 2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (1; 0; 2)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; 0; -3)$. **D.** $\vec{n}_4 = (1; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3z + 2 = 0$ nên có một vector pháp tuyến có tọa độ $(1; 0; -3)$.

Câu 24. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = -1$ suy ra đường thẳng $y = -1$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

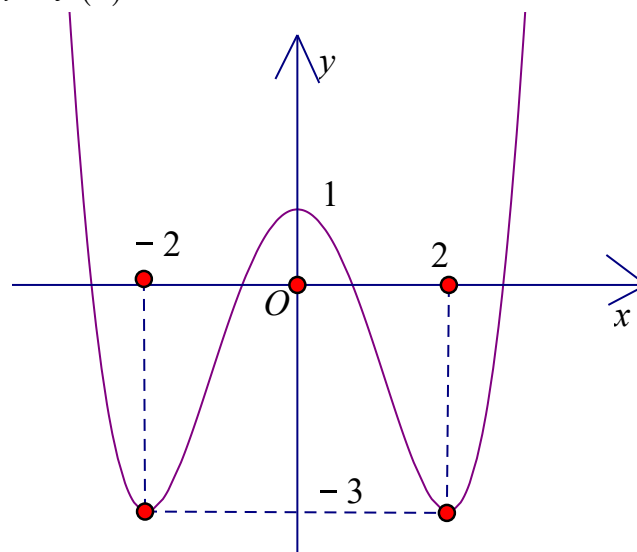
+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} = 1$ suy ra đường thẳng $y = 1$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = +\infty$ vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 + 1} = 1 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0 \\ x > 0 \text{ khi } x \rightarrow 0^+ \end{cases}$ suy ra đường thẳng $x = 0$ là một đường tiệm

cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.

Câu 25. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2020f(x) - 2019 = 0$ là

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2.

D. 1.

Lời giải

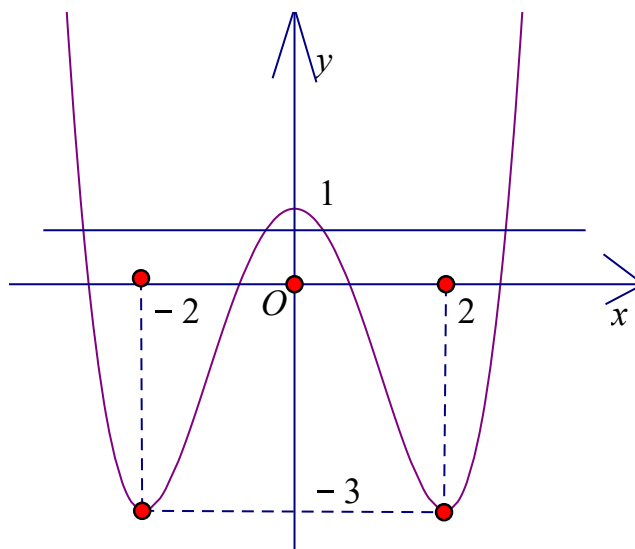
Chọn A

Ta có $2020f(x) - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2019}{2020} \quad (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng

$$y = \frac{2019}{2020}.$$

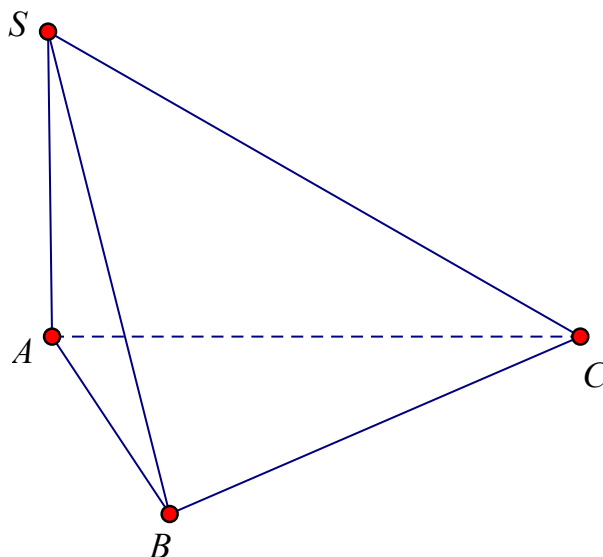
Mà $\frac{2019}{2020} \in (0;1)$ nên dựa vào đồ thị



ta thấy hai đồ thị có 4 giao điểm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a (minh họa như hình dưới). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. 90° .

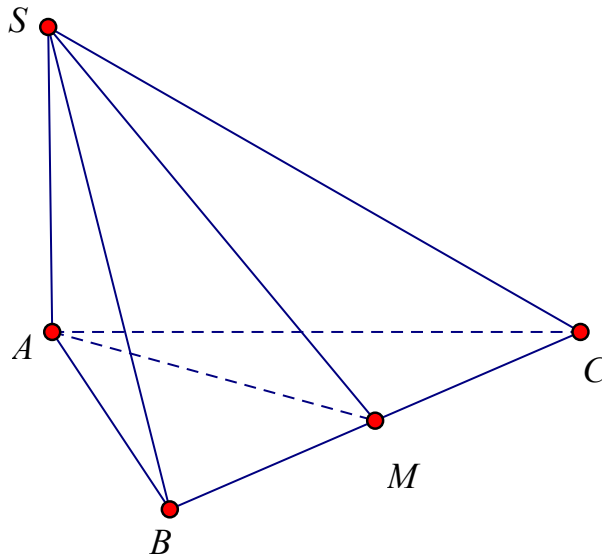
B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC .

ΔABC đều cạnh a nên $AM \perp BC$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ Hình chiếu của SM trên mặt phẳng (ABC) là AM .

Suy ra $SM \perp BC$ (theo định lý ba đường vuông góc).

Có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \subset (ABC), AM \perp BC \\ SM \subset (SBC), SM \perp BC \end{cases}$. Do đó góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa SM và

AM , hay là góc $\widehat{SMA}$ (do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AM \Rightarrow \Delta SAM$ vuông).

Xét tam giác SAM vuông tại A có $\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ$.

Vậy góc cần tìm là 45° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x) = x^2(x-1)(x-3)(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ là

A. $f(-2)$.

B. $f(0)$.

C. $f(1)$.

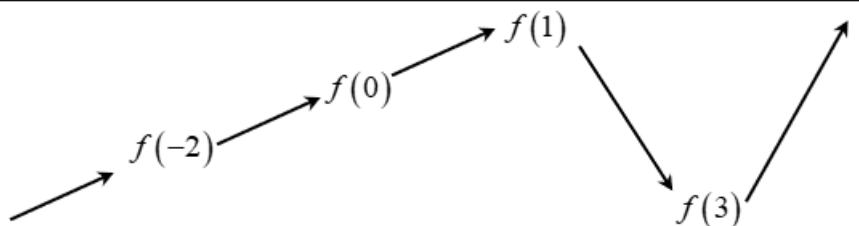
D. $f(3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2		0		1		3	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$										

Từ bảng biến thiên, ta được $\max_{[-2;3]} f(x) = f(1)$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0$ là

A. $[4; +\infty)$.

B. $(0; 2] \cup [4; +\infty)$.

C. $[2; 4]$.

D. $(0; 2]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$ (1).

Ta có: $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \log_2 x \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4$.

Kết hợp điều kiện (1), ta được tập nghiệm của bất phương trình là $[2; 4]$.

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + x + 1$ và đường thẳng $y = 1$ là.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^3 + x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + x + 1$ và đường thẳng $y = 1$ là 1.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; -3; -1)$ song song với (α) và mặt phẳng Oyz có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ có VTPT $\vec{n}_1(2; -1; 2)$.

Mặt phẳng Oyz có phương VTPT $\vec{n}_2(1; 0; 0)$.

Gọi $\vec{u}$ là VTCP của d suy ra $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (0; 2; 1)$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(2; -3; -1)$ có VTCP $\vec{u} = (0; 2; 1)$ nên PTTS của d là :

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Câu 31. Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$, nếu đặt $t = \sin x$ thì I bằng

A. $\int_0^1 (t^2 - t^4) dt$.

B. $\int_0^1 (1 - t^2) dt$.

C. $2 \int_0^1 (1 - t^2) dt$.

D. $\int_0^1 (t - t^3) dt$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^2 x \cdot \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 x) \cdot \sin^2 x \cdot \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x - \sin^4 x) \cos x dx$$

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^1 (t^2 - t^4) dt. \text{ Chọn đáp án A.}$$

Câu 32. Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{9}$ và $\log_3 a = \frac{27}{b}$. Hiệu $b - a$ bằng

B. 15.

B. 27.

C. 20.

D. 24.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_3 a \cdot \log_a b = \frac{27}{b} \cdot \frac{b}{9} = 3 \Leftrightarrow \log_3 b = 3 \Leftrightarrow b = 27.$$

$$\text{Lại có: } \log_3 a = \frac{27}{b} \Leftrightarrow \log_3 a = 1 \Leftrightarrow a = 3.$$

$$\text{Vậy } b - a = 24. \text{ Chọn đáp án D.}$$

Câu 33. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$

B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$

C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx.$

D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 + 3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích cần tìm } S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA và vuông góc với đáy. Cho biết $B(2; 3; 7), D(4; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng (SAC) là

A. $x + y - 2z + 9 = 0.$

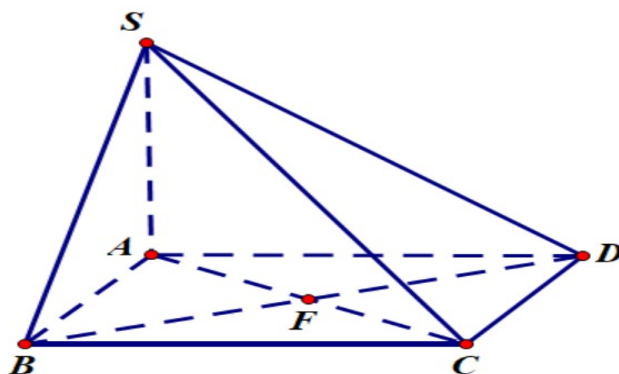
B. $x - y - 2z - 9 = 0.$

C. $x - y - 2z + 9 = 0.$

D. $x - y + 2z + 9 = 0.$

Lời giải

Chọn C



$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Gọi $F = AC \cap BD$.

Mặt phẳng (SAC) nhận $\overrightarrow{BD} = (2; -2; -4)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng (SAC) đi qua trung điểm $F(3; 2; 5)$ của đoạn thẳng BD .

Phương trình mặt phẳng $(SAC): 2(x-3) - 2(y-2) - 4(z-5) = 0 \Leftrightarrow x - y - 2z + 9 = 0$.

Câu 35. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_2 \neq 0$; $z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{z_1}{z_1 + z_2} = 1 + \frac{2z_1}{z_2}$. Môđun của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Do $z_2 \neq 0$; $z_1 + z_2 \neq 0$ ta có

$$\frac{z_1}{z_1 + z_2} = 1 + \frac{2z_1}{z_2} \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_2 + 2z_1^2 + z_2^2 + 2z_1 \cdot z_2 \Leftrightarrow 2z_1^2 + z_2^2 + 2z_1 \cdot z_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + 2\frac{z_1}{z_2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z_1}{z_2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \\ \frac{z_1}{z_2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 36. Hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $\left(-1; \frac{4}{3}\right)$?

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
y'		0	0		
		+	-	+	
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ có 1 điểm cực trị trên khoảng $\left(-1; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 37. Cho số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $iz = 2(\bar{z} - 1 - i)$. Tổng $a + b$ bằng

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

$$iz = 2(\bar{z} - 1 - i) \Leftrightarrow i(a + bi) = 2(a - bi - 1 - i) \Leftrightarrow -b + ai = (2a - 2) + (-2b - 2)i$$

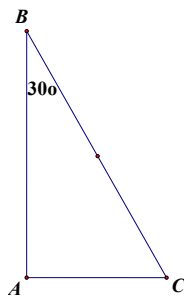
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -b = 2a - 2 \\ a = -2b - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ a + 2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow a + b = 0.$$

Câu 38. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AB = a\sqrt{3}$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A.** πa^2 . **B.** $\pi a^2 \sqrt{3}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Giải tam giác vuông ABC ta có: $BC = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = 2a$; $AC = BC \cdot \sin 30^\circ = a$.

Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón: $h = AB = a\sqrt{3}$; $r = AC = a$; $l = BC = 2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$ (đvdt).

- Câu 39.** Bộ Y tế phát đi một thông tin tuyên truyền về phòng chống dịch COVID-19. Thông tin này lan truyền đến người dân theo công thức $P(t) = \frac{1}{1 + ae^{-kt}}$, với $P(t)$ là tỉ lệ dân số nhận được thông tin vào thời điểm t và a, k là các hằng số dương. Cho $a = 3$, $k = \frac{1}{2}$ với t đo bằng giờ. Hỏi cần phải ít nhất bao lâu để hơn 90% dân số nhận được thông tin?
- A.** 5,5 giờ. **B.** 8 giờ. **C.** 6,6 giờ. **D.** 4,5 giờ.

Lời giải

Chọn C

Cho $a = 3$, $k = \frac{1}{2}$ thì $P(t) = \frac{1}{1 + 3e^{-\frac{1}{2}t}}$

Với $P(t) \geq 90\% \Leftrightarrow \frac{1}{1 + 3e^{-\frac{1}{2}t}} \geq \frac{90}{100} \Leftrightarrow t \geq -2\ln \frac{1}{27} \approx 6,6$ (giờ).

Vậy cần ít nhất 6,6 giờ để hơn 90% dân số nhận được thông tin.

- Câu 40.** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng
- A.** 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

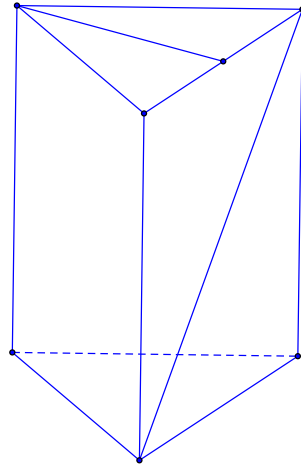
+ Ta có đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$, đường tiệm cận đứng là $x = \frac{-d}{c}$.

Theo bài ra, ta có: $\begin{cases} \frac{a}{c} = 3 \\ \frac{-d}{c} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3c \\ d = 2c \end{cases}$.

+ Điểm $(-1; 7)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ nên $\frac{-a+b}{-c+d} = 7 \Leftrightarrow \frac{-3c+b}{-c+2c} = 7 \Leftrightarrow b = 10c$.

Vậy $\frac{2a+3b+4c+d}{7c} = \frac{2 \cdot (3c) + 3 \cdot (10c) + 4c + 2c}{7c} = 6$.

Câu 41. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B , $AB = AA' = 2a$, M là trung điểm BC (minh họa như hình dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng



A. $\frac{a}{2}$.

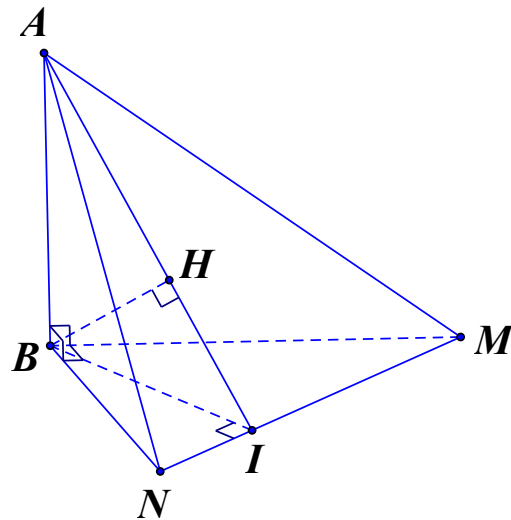
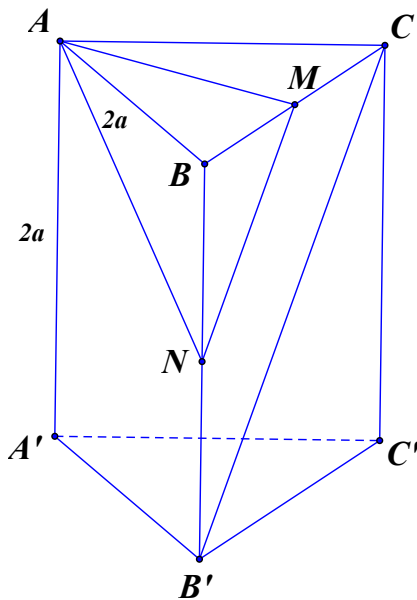
B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm $BB' \Rightarrow MN \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AMN)$.

Khi đó $d(AM, B'C) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN))$.

Ta có $BC \cap (AMN) = M$ và $MB = MC$ nên $d(C, (ABM)) = d(B, (ABM))$.

Gọi h là khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ABM) . Tứ diện $BAMN$ có BA, BM, BN đôi một

vuông góc nên: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2}$

$$AB = 2a = BC.$$

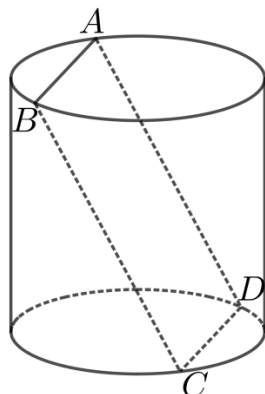
$$BN = \frac{1}{2}BB' = \frac{1}{2}AA' = \frac{2a}{2} = a.$$

$$BM = \frac{1}{2}BC = a.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h^2 = \frac{4a^2}{9} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng $\frac{2a}{3}$.

Câu 42. Cho hình trụ có chiều cao bằng 5. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy của hình trụ theo hai dây cung AB, CD mà $AB = CD = 5$, diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 30 (minh họa như hình dưới). Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng



A. 15π .

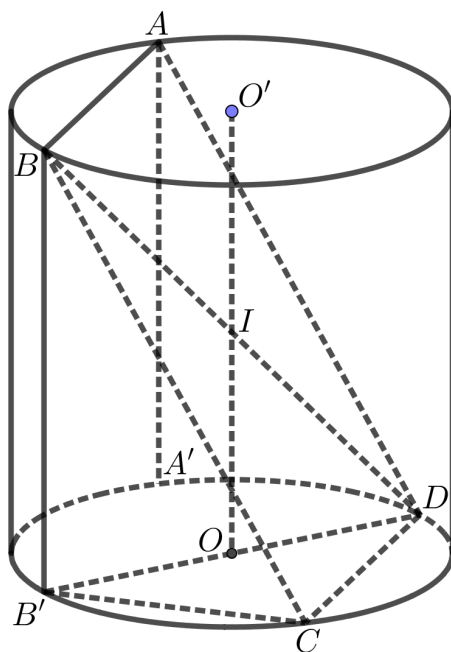
B. 30π .

C. 32π .

D. 18π .

Lời giải

Chọn B



Gọi O và O' lần lượt là tâm hai đáy.

A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B xuống đáy còn lại.

Ta có $A'B'CD$ là hình chữ nhật.

$$\text{Lại có } \begin{cases} CD \perp B'C \\ CD \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CD \perp (B'BC) \Rightarrow CD \perp BC.$$

Vậy $ABCD$ là hình chữ nhật.

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 30 \Leftrightarrow BC = 6.$$

$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{61}.$$

$$B'D = \sqrt{BD^2 - BB'^2} = 6 = 2R.$$

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 6\pi \cdot 5 = 30\pi.$$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , cạnh $SB = SC = 1$

$\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB sao cho

$SA = xSM$ ($x > 0$), $SB = 2SN$. Giá trị của x bằng bao nhiêu để thể tích khối tứ diện $SCMN$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{32}$

A. $\frac{5}{2}$.

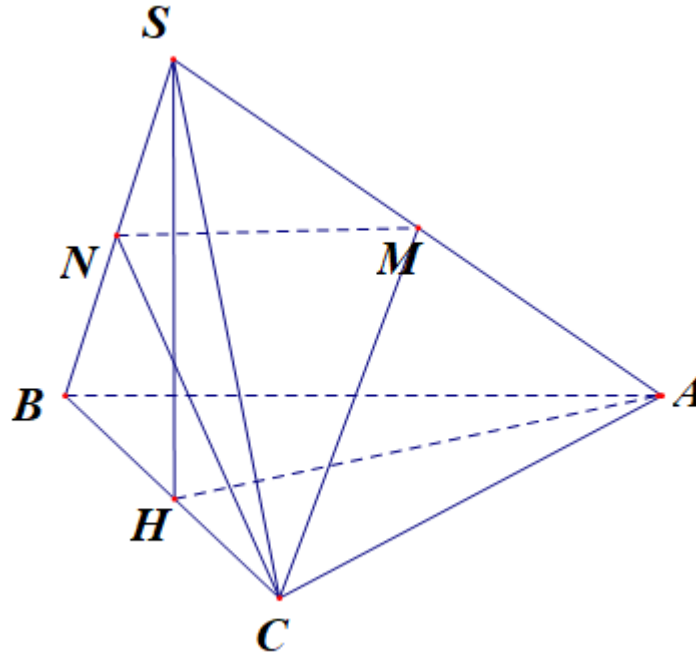
B. 2.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Vì mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , cạnh $SB = SC = 1$, nên gọi H là trung điểm của BC thì $SH \perp (ABC)$.

Từ giả thiết ta có $\Delta SBA = \Delta SCA \Rightarrow BA = CA \Rightarrow AH \perp BC$.

Đặt $SA = a$, ta có: $SA^2 = SH^2 + HA^2 = SH^2 + (AC^2 - HC^2)$.

Trong tam giác SAC có: $AC^2 = SA^2 + SC^2 - 2.SA.SC.\cos 60^\circ = a^2 + 1 - a$

Tam giác SBC đều cạnh bằng 1 nên $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy ta có: $a^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + a^2 + 1 - a - \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow HA = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

$$\frac{V_{S.CMN}}{V_{S.CAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2.$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và là hàm số lẻ trên đoạn $[-2; 2]$. Biết rằng $\int_{-1}^0 f(x) dx = -1$, $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(-2x) dx = 2$

.Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx$.

B. $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = -4$.

C. $\int_0^1 f(x) dx = -1$.

D. $\int_0^2 f(x) dx = -3$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Đặt } t = -x \Rightarrow \int_{-1}^0 f(x) dx = - \int_1^0 f(-t) dt = \int_0^1 -f(t) dt \text{ (vì } f(x) \text{ là hàm lẻ)}$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(t) dt = 1.$$

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^1 f(-2x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 -f(2x) dx = \frac{-1}{2} \int_1^2 f(t) dt$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2} \int_1^2 f(t) dt = 2 \Rightarrow \int_1^2 f(t) dt = -4.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 1 - 4 = -3.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x) - m + 2 = 2 \sin x$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4.**B.** -1.**C.** 3.**D.** 2.**Lời giải****Chọn D**

Đặt $t = \sin x$, với $x \in (0; \pi) \Rightarrow t \in (0; 1]$.

Ta được phương trình: $f(t) - 2t = m - 2 \Leftrightarrow f(t) = 2t + m - 2$ (1)

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = 2t + m - 2$ (r).

Gọi (p): $y = 2x + 1$ song song với đường thẳng (Δ): $y = 2t$ và đi qua điểm $A(0; 1)$.

Gọi $q: y = 2x - 3$ song song với đường thẳng $(\Delta): y = 2t$ và đi qua điểm $B(1; -1)$.

Đề phương trình $f(\sin x) - m + 2 = 2 \sin x$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ thì phương trình (1) phải có nghiệm $t \in (0; 1]$, suy ra đường thẳng r nằm trong miền nằm giữa hai đường thẳng q và p (có thể trùng lên q và bỏ p)

$$\Rightarrow -3 \leq m - 2 < 1 \Leftrightarrow -1 \leq m < 3 \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\} \Rightarrow S = \{-1; 0; 1; 2\}.$$

Do đó tổng các phần tử là: $-1 + 0 + 1 + 2 = 2$.

Câu 46. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x^2} = b^{y^2} = (ab)^2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2\sqrt{2}x + y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A. $[10; 15)$. B. $[6; 10)$. C. $(1; 4)$. D. $[4; 6)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } a^{x^2} = (ab)^2 \Rightarrow x^2 = \log_a (ab)^2 = 2(1 + \log_a b) \Rightarrow x = \sqrt{2 + 2 \log_a b}$$

$$b^{y^2} = (ab)^2 \Rightarrow y^2 = \log_b (ab)^2 = 2(1 + \log_b a) \Rightarrow y = \sqrt{2 + 2 \log_b a}$$

$$P = 2\sqrt{2}x + y = 4\sqrt{1 + \log_a b} + \sqrt{2 + 2 \log_b a}.$$

$$\text{Đặt } t = \log_a b \ (t > 0) \text{ ta được: } P = 4\sqrt{1+t} + \sqrt{2 + \frac{2}{t}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 4\sqrt{1+t} + \sqrt{2 + \frac{2}{t}}, \text{ với } t \in (0; +\infty).$$

$$f'(t) = \frac{2}{\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t^2 \sqrt{2 + \frac{2}{t}}}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t^2 \sqrt{2 + \frac{2}{t}}} = 0 \Leftrightarrow 2t^2 \sqrt{2 + \frac{2}{t}} = \sqrt{1+t}$$

$$\Leftrightarrow 4t^4 \left(2 + \frac{2}{t}\right) = 1+t \Leftrightarrow 8t^4 + 8t^3 - t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$.

t	0	$\frac{1}{2}$	
$f'(t)$		-	0
$f(t)$			+

$\searrow \quad \nearrow$
 $3\sqrt{6}$

$$\text{Từ bảng biến thiên suy ra } \min_{(0; +\infty)} P = \min_{(0; +\infty)} f(t) = 3\sqrt{6} \in [6; 10) \text{ khi } \begin{cases} \log_a b = \frac{1}{2} \\ x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b^2 \\ x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{6} \end{cases}.$$

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = |x^3 - 3x^2 + m|$. Có bao nhiêu số nguyên m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ không lớn hơn 2020?

- A. 4045. B. 4046. C. 4044. D. 4042.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Với } u = x^3 - 3x^2 + m \text{ có } u' = 3x^2 - 6x; u' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} \min_{[1;3]} u = \min \{u(1); u(3); u(2)\} = \min \{m-2; m; m-4\} = m-4 \\ \max_{[1;3]} u = \max \{u(1); u(3); u(2)\} = \max \{m-2; m; m-4\} = m \end{cases}$$

* Nếu $m-4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 4 \Rightarrow \min_{[1;3]} f(x) = m-4 \leq 2020 \Leftrightarrow m \leq 2024 \Rightarrow m \in \{4, \dots, 2024\}$.

* Nếu $m \leq 0 \Rightarrow \min_{[1;3]} f(x) = -m \leq 2020 \Leftrightarrow -2020 \leq m \Rightarrow m \in \{-2020; \dots; 0\}$.

* Nếu $0 < m < 4$ khi đó $\min_{[1;3]} u < 0; \max_{[1;3]} u > 0 \Rightarrow \min_{[1;3]} f(x) = 0$ (thỏa mãn).

Vậy $m \in \{-2020, \dots, 2024\}$ có tất cả 4045 số nguyên thỏa mãn.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^3 + x + 2$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$f\left(\sqrt[3]{f^3(x) + f(x) + m}\right) = -x^3 - x + 2 \text{ có nghiệm } x \in [-1; 2]?$$

A. 1750.

B. 1748.

C. 1747.

D. 1746.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t + 2$, ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số f đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f\left(\sqrt[3]{f^3(x) + f(x) + m}\right) = f(-x)$$

$$\Leftrightarrow -x = \sqrt[3]{f^3(x) + f(x) + m} \Leftrightarrow f^3(x) + f(x) + x^3 + m = 0 \quad (1)$$

Xét $h(x) = f^3(x) + f(x) + x^3 + m$ trên đoạn $[-1; 2]$.

$$\text{Ta có } h'(x) = 3f^2(x) \cdot f'(x) + f'(x) + 3x^2 = f'(x)[3f^2(x) + 1] + 3x^2.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in [-1; 2] \Rightarrow h'(x) > 0, \forall x \in [-1; 2].$$

$$\text{Hàm số } h(x) \text{ đồng biến trên } [-1; 2] \text{ nên } \min_{[-1; 2]} h(x) = h(-1) = m - 1, \max_{[-1; 2]} h(x) = h(2) = m + 1748.$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$\min_{[-1; 2]} h(x) \cdot \max_{[-1; 2]} h(x) \leq 0 \Leftrightarrow h(-1) \cdot h(2)$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(1748+m) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -1748 \leq m \leq 1.$$

Do m nguyên nên tập các giá trị m thỏa mãn là $S = \{-1748; -1747; \dots; 0; 1\}$.

Vậy có tất cả 1750 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^3 - 2}{x^3 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng.

A. $m \neq 2$ và $m \neq -\frac{1}{4}$.

B. $m \neq -\frac{1}{4}$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}. \text{ Vì vậy đồ thị hàm số } y = \frac{mx^3 - 2}{x^3 - 3x + 2} \text{ có đúng hai tiệm cận đứng}$$

khi và chỉ khi $mx^3 - 2 = 0$ không nhận $x = -2$ và $x = 1$ làm nghiệm.

$$\text{Do đó } \begin{cases} m \cdot 1^3 - 2 \neq 0 \\ m \cdot (-2)^3 - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -\frac{1}{4} \end{cases}.$$

Câu 50. Cho một đa giác đều 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

$$\text{A. } P = \frac{144}{136}.$$

$$\text{B. } P = \frac{7}{816}.$$

$$\text{C. } P = \frac{23}{136}.$$

$$\text{D. } P = \frac{21}{136}.$$

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(X) = C_{18}^3$.

Ký hiệu đa giác là $A_1 A_2 \dots A_{18}$ nội tiếp đường tròn (O) , xét đường kính $A_1 A_{10}$ khi đó số tam giác cân có đỉnh cân là A_1 hoặc A_{10} là $2 \times 8 = 16$ (tam giác cân); Mà có tất cả là 9 đường kính do vậy số tam giác cân có các đỉnh là đỉnh của đa giác là $9 \times 16 = 144$ (tam giác cân).

Ta lại có số tam giác đều có các đỉnh là đỉnh của đa giác đều 18 đỉnh là 6.

Vậy xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác

$$\text{đều là } P = \frac{144 - 6}{C_{18}^3} = \frac{23}{136}.$$

----- **HẾT** -----