

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3mx + 1$, trong đó m là tham số. Tìm các giá trị của m để hàm số đạt cực trị tại $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 = 3x_2$.

Câu 3 (1,0 điểm) a. Giải phương trình $\cos 2x - 2\sin x \cos 2x + 2\sin x - 1 = 0$

b. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)(1 + i) + \bar{z} = 4 - 2i$. Tính môđun của z .

Câu 4 (1,0 điểm) a. Giải phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}^2 x + 5\log_{32} x = \log_2 x^2 + 1$

b. Một lớp học có 27 học sinh nữ và 21 học sinh nam. Cô giáo chọn ra 5 học sinh để lập một tổ ca chào mừng ngày sinh nhật Bác. Tính xác suất để trong tổ ca đó có ít nhất một học sinh nữ.

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x - \cos^3 x}{\cos^2 x} dx$

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB. Viết phương trình phẳng (α) biết (α) song song với (P) và $d(A, (\alpha)) = 2d(B, (\alpha))$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và $\widehat{SAD} = 90^\circ$. Gọi I là trung điểm của SD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ACI) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ biết BD có phương trình: $2x - 3y + 4 = 0$, điểm G thuộc cạnh BD sao cho $BD = 4BG$. Gọi M là điểm đối xứng với A qua G . Hạ $MH \perp BC$, $MK \perp CD$. Biết $H(10; 6)$, $K(13; 4)$ và đỉnh B có tọa độ là các số tự nhiên chẵn. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 4\sqrt{1+2x^2y} - 1 = 3x + 2\sqrt{1-2x^2y} + \sqrt{1-x^2} \\ 2x^3y - x^2 = \sqrt{x^4+x^2} - 2x^3y\sqrt{4y^2+1} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $y + z = x(y^2 + z^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+z)^2} + \frac{4}{(1+x)(1+y)(1+z)}$

-----HẾT-----

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:

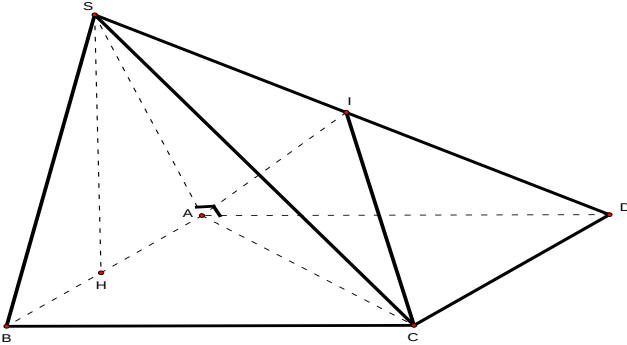
Số báo danh: Phòng thi:

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Lưu ý: + Hs làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa. + Điểm của bài thi giữ nguyên .

Câu	Nội dung	Điểm																		
Câu 1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) 1) Tập xác định : $D = \mathbb{R}$ 2) Sự biến thiên: a, Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																		
	b, Bảng biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	+	y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
	y'	-	0	+	0	+														
	y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$														
Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = y(0) = -3$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = y(\pm 1) = -4$.	0,25																			
3) Đồ thị: Đồ thị (C) của hàm số nhận Oy làm trục đối xứng, giao với Ox tại 2 điểm $(\pm \sqrt{3}; 0)$.	0,25																			
Câu 2 (1,0 điểm)	$y' = \dots\dots$ Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow m > -1$	0.25																		
	Theo Viet ta có $x_1 + x_2 = 2$	0.25																		
	Tìm được $x_2 = \frac{1}{2}$	0.25																		
	Thay vào phương trình $y' = 0$, tìm được $m = -\frac{3}{4}$ (tm).	0.25																		
Câu 3 (1,0 điểm)	(1) $\Leftrightarrow \cos 2x(1 - 2 \sin x) - (1 - 2 \sin x) = 0 \Leftrightarrow (\cos 2x - 1)(1 - 2 \sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x - 1 = 0 \\ 1 - 2 \sin x = 0 \end{cases}$	0.25																		
	Khi $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0.25																		
a.	Khi $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$																			
b.	Đặt $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ khi đó $\bar{z} = a - bi$. Theo bài ra ta có $(2 - i)(1 + i) + a - bi = 4 - 2i \Leftrightarrow a + 3 + (1 - b)i = 4 - 2i$	0,25																		

	$\Leftrightarrow \begin{cases} a+3=4 \\ 1-b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}.$ Do đó $z=1+3i$, suy ra $ z =\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x > 0$. Phương trình đã cho biến đổi thành: $2\log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$	0,25
	a. $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ (thỏa mãn đk).}$	0,25
b.	Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong số 48 học sinh có: $C_{48}^5 = 1712304$	0.25
	Gọi A là biến cố "chọn 5 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nữ" thì $\bar{A}$ là biến cố "chọn 5 học sinh mà trong đó không có học sinh nữ". Ta có số kết quả thuận lợi cho $\bar{A}$ là: $C_{21}^5 = 20349 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_{21}^5}{C_{48}^5} = \frac{20349}{1712304}$ $\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{20349}{1712304} = \frac{1691955}{1712304}$	0.25
Câu 5	Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x - \cos^3 x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$	0,25
	• Tính $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$	0,25
	• Tính $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$ Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx = du \\ v = \tan x \end{cases}$ $\Rightarrow I_2 = (x \cdot \tan x) \Big _0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + (\ln \cos x) \Big _0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \ln \frac{1}{2}.$	0,25
	Vậy: $I = I_2 - I_1 = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \ln \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}.$	0,25
Câu 6	$\overrightarrow{AB}(-3; 2; 1)$ là một vtcp của đt AB.	0,25
	PTts của AB đi qua A là: $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$	0,25
	Theo giả thiết $(\alpha) // (P)$ do đó mặt phẳng (α) có pt: $2x + y + 2z + d = 0$ ($d \neq -1$) Theo giả thiết $d(A, (\alpha)) = 2d(B, (\alpha)) \Leftrightarrow \frac{ 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 + d }{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 2 \frac{ 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + d }{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}}$	0,25

	$\Leftrightarrow \frac{ 5+d }{3} = 2 \frac{ 3+d }{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 5+d = 2(3+d) \\ 5+d = -2(3+d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \text{ (loại)} \\ d = -\frac{11}{3} \text{ (tm)} \end{cases}$ Với $d = -\frac{11}{3}$ suy ra pt mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z - \frac{11}{3} = 0$.	0,25
	 Do $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp AB \Rightarrow AD \perp (SAB) \\ SA \cap AB \end{cases}$ Gọi H là trung điểm của AB thì $AD \perp SH$ Mà $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Mà $\triangle SAB$ đều nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25
Câu 7	Lại có $S_{ABCD} = a^2$ Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$	0,25
	Do đó $d(I; (ACD)) = \frac{1}{2} d(S; (ABCD)) = \frac{1}{2} SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ Suy ra $V_{ACDI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvtt)	0,25
	Xét tam giác BCH vuông tại B nên $CH^2 = CB^2 + BH^2 = \frac{5a^2}{4}$ Tam giác SHC vuông tại H nên $SC^2 = SH^2 + HC^2 = 2a^2$ Tương tự $SD^2 = SC^2 = 2a^2$ Tam giác SCD có CI là đường trung tuyến nên $CI^2 = \frac{1}{2}(SC^2 + CD^2) - \frac{1}{4}SD^2 = a^2$ Xét tam giác AIC có $AI = \frac{a}{\sqrt{2}}; AC = a\sqrt{2}; CI = a$ nên $\cos A = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow \sin \widehat{IAC} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ nên $S_{AIC} = \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{a^2\sqrt{7}}{8}$. Suy ra $d(D; (ACI)) = \frac{3V_{ACDI}}{S_{ACI}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.	0,25
Câu 8	+Ta chứng minh G, H, K thẳng hàng. Gọi E, F, là tâm của các hình chữ nhật $ABCD, MHCK$. Ta có G là trung điểm của BE nên $MBAE$ là hình bình hành. Vậy $ME = AB = 2HE$ do đó H là trung điểm EM. Khi đó GH và FH là đường trung bình của các tam giác $\triangle MAE, MCE$. Suy ra: $GH \parallel AC, HF \parallel AC$. Do đó G, H, K thẳng hàng.	0,25

	Với $a=2-b \Leftrightarrow a+b=2 \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2 \Leftrightarrow x = 0$ (loại) Với $2a = b \Leftrightarrow 2\sqrt{1+x} = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \Rightarrow y = -\frac{5}{6}$ Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = \left(-\frac{3}{5}; -\frac{5}{6}\right), (0; \forall y)$	0,25												
Câu 10	Ta có $(y+z)^2 \leq 2(y^2 + z^2) \Leftrightarrow x(y+z)^2 \leq 2x(y^2 + z^2) = 2(y+z) \quad (1)$ $\Rightarrow y+z \leq \frac{2}{x}$	0,25												
	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $P \geq \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2}{(1+y)(1+z)} + \frac{4}{(1+y)(1+z)(1+x)}$ Mặt khác: $(1+y)(1+z) \leq \frac{(2+y+z)^2}{4} \leq \frac{1}{4} \left(2 + \frac{2}{x}\right)^2 = \frac{(1+x)^2}{x^2}$ $\Rightarrow P \leq \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2x^2}{(1+x)^2} + \frac{4x^2}{(1+x)^3} = \frac{2x^3 + 6x^2 + x + 1}{(1+x)^3}$	0,25												
	Xét hàm số $f(x) = \frac{2x^3 + 6x^2 + x + 1}{(1+x)^3} \Rightarrow f'(x) = \frac{10x-2}{(1+x)^4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$ BBT: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{1}{5}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>1</td><td>$\frac{91}{108}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table> Từ bảng biến thiên ta có: $P \geq f(x) \geq f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{91}{108}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{91}{108}$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = z = 5 \end{cases}$	x	0	$\frac{1}{5}$	$+\infty$	f'(x)	-	0	+	f(x)	1	$\frac{91}{108}$	$+\infty$	0,5
	x	0	$\frac{1}{5}$	$+\infty$										
f'(x)	-	0	+											
f(x)	1	$\frac{91}{108}$	$+\infty$											