

Họ và tên học sinh:.....Lớp:

Câu 1: Khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

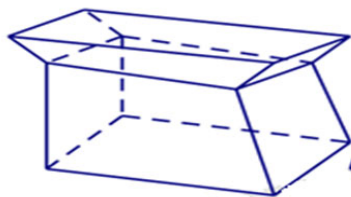
Câu 2: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết $SC = a\sqrt{3}$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

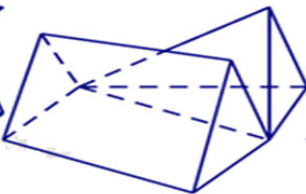
Câu 3: Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

- A. 7. B. 3. C. 6. D. 9.

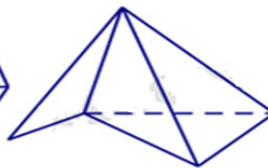
Câu 4: Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



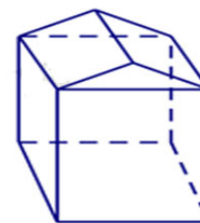
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tất cả các cạnh đều bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của A' xuống $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AB . Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 7: Số mặt đối xứng của hình chóp tứ giác đều là

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. a^3 .

Câu 9: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $AC = 2AB = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 10: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là

- A. 12. B. 30. C. 20. D. 16.

Câu 11: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối chóp tứ giác đều.

B. Khối bát diện đều.

C. Khối tứ diện đều.

D. Khối lập phương.

Câu 12: Kim tự tháp Kê - ốp ở Ai cập được xây dựng khoảng năm 2500 trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao $147m$, cạnh đáy là $230m$. Thể tích của nó bằng

A. $2592100 m^3$.

B. $2592100 cm^3$.

C. $7776350 m^3$.

D. $388150 m^3$.

Câu 13: Tổng diện tích các mặt của hình tứ diện đều cạnh a bằng

A. $4\sqrt{3}a^2$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

C. $2\sqrt{3}a^2$.

D. $\sqrt{3}a^2$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = AD = a$, M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

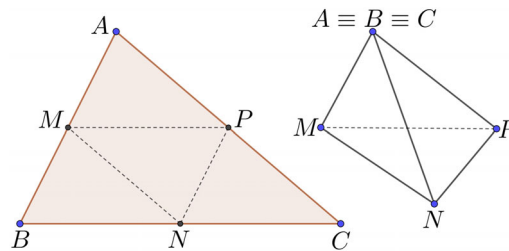
A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{18}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 15: Cho một mảnh giấy có hình dạng là tam giác nhọn ABC có $AB = 10$ cm, $BC = 16$ cm, $AC = 14$ cm. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Người ta gấp mảnh giấy theo các đường MN, NP, PM sau đó dán trùng các cặp cạnh: AM và BM ; BN và CN ; CP và AP (các điểm A, B, C trùng nhau) để tạo thành một tứ diện (xem hình vẽ).



Thể tích của khối tứ diện nêu trên là

A. $\frac{20\sqrt{11}}{3} cm^3$.

B. $\frac{10\sqrt{11}}{3} cm^3$.

C. $\frac{280}{3} cm^3$.

D. $\frac{160\sqrt{11}}{3} cm^3$.

Câu 16: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a\sqrt{3}$, $AB = a$, SA vuông góc với đáy, $SA = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Khối tứ diện đều thuộc loại

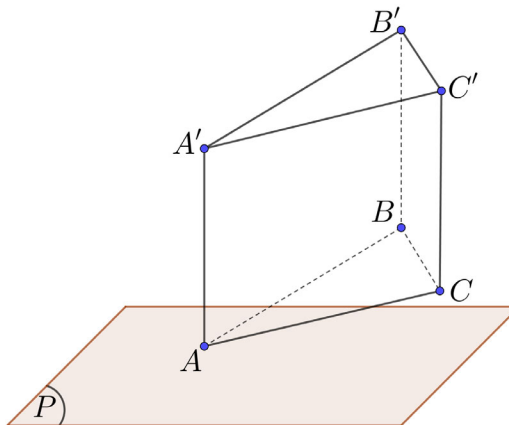
A. $\{3;4\}$.

B. $\{4;3\}$.

C. $\{3;3\}$.

D. $\{3;5\}$.

Câu 18: Có một khối gỗ có hình dạng là khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khi đặt khối gỗ sao cho các cạnh bên vuông góc với mặt bàn (P) , điểm $A \in (P)$ thì đoạn BC ở phía trên mặt bàn (P) và song song với mặt bàn (xem hình vẽ).



Biết $AA' = 100$ cm, $AB = AC = 40$ cm, $BC = 30$ cm, $\widehat{A'AB} = 60^\circ$. Người ta cắt, gọt khối gỗ trên bằng các mặt phẳng vuông góc với các cạnh bên để thu được một lăng trụ đứng tam giác. Thể tích lớn nhất của khối lăng trụ tạo thành gần với số nào sau đây nhất?

- A. 37470 cm³. B. 35470 cm³. C. 36470 cm³. D. 38470 cm³.

Câu 19: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Điểm P thuộc cạnh AA' , Q thuộc cạnh BB' sao cho $\frac{PA}{PA'} = \frac{QB'}{QB} = \frac{1}{4}$ và R là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích khối chóp $R.ABQP$ theo V là

- A. $\frac{4}{3}V$. B. $\frac{2}{3}V$. C. $\frac{1}{2}V$. D. $\frac{1}{3}V$.

Câu 20: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S , mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$, điểm N là trung điểm cạnh SB . Khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{2}{3}a$. B. $\frac{4}{3}a$. C. $\frac{8}{3}a$. D. $\frac{3}{4}a$.

Câu 21: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $CB = \sqrt{2}a$. Biết rằng góc giữa $B'C$ và AC' bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $2a^3$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. a^3 .

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Điểm P là trung điểm của SC . Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Giá trị nhỏ nhất của V_1 bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. a^3 .

Câu 23: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Thể tích khối chóp $B.ACC'A'$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Một mặt phẳng (α) bất kì cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD và đoạn SO lần lượt tại các điểm M, N, P, Q, I . Chọn đẳng thức đúng?

- A. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SP} = \frac{1}{SN} + \frac{1}{SQ}$. B. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SP} + \frac{1}{SN} + \frac{1}{SQ} = \frac{4}{SI}$.
C. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SN} = \frac{1}{SP} + \frac{1}{SQ}$. D. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SQ} = \frac{1}{SN} + \frac{1}{SP}$.

Câu 25: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Một mặt phẳng (α) qua đường thẳng $A'B'$ và trọng tâm tam giác ABC , chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh

C và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Khi đó tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{10}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{8}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{10}{17}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{19}$.

----- HẾT -----

Câu 1: Khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

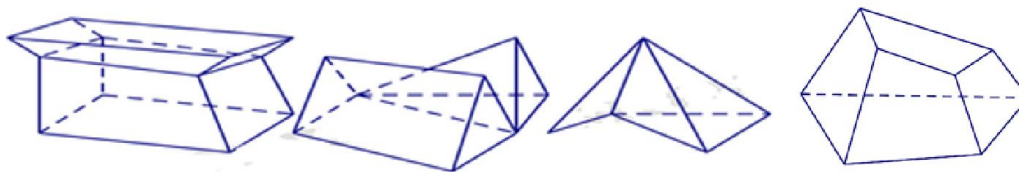
Câu 2: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết $SC = a\sqrt{3}$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 3: Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

- A. 7. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 4: Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 6: Số mặt đối xứng của hình chóp tứ giác đều là

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. a^3 .

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $AC = 2AB = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 9: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là

- A. 12. B. 30. C. 20. D. 16.

Câu 10: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối chóp tứ giác đều.

B. Khối bát diện đều.

C. Khối tứ diện đều.

D. Khối lập phương.

Câu 11: Kim tự tháp Kê - ốp ở Ai cập được xây dựng khoảng năm 2500 trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147 m , cạnh đáy là 230 m . Thể tích của nó bằng

A. 2592100 m^3 .

B. 2592100 cm^3 .

C. 7776350 m^3 .

D. 388150 m^3 .

Câu 12: Tổng diện tích các mặt của hình tứ diện đều cạnh a bằng

A. $4\sqrt{3}a^2$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

C. $2\sqrt{3}a^2$.

D. $\sqrt{3}a^2$.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = AD = a$, M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

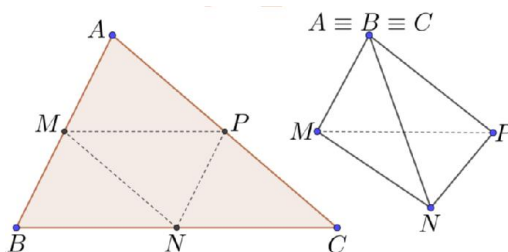
A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{18}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 14: Cho một mảnh giấy có hình dạng là tam giác nhọn ABC có $AB = 10\text{ cm}$, $BC = 16\text{ cm}$, $AC = 14\text{ cm}$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Người ta gấp mảnh giấy theo các đường MN, NP, PM sau đó dán trùng các cặp cạnh: AM và BM ; BN và CN ; CP và AP (các điểm A, B, C trùng nhau) để tạo thành một tứ diện (xem hình vẽ).



Thể tích của khối tứ diện nêu trên là

A. $\frac{20\sqrt{11}}{3}\text{ cm}^3$.

B. $\frac{10\sqrt{11}}{3}\text{ cm}^3$.

C. $\frac{280}{3}\text{ cm}^3$.

D. $\frac{160\sqrt{11}}{3}\text{ cm}^3$.

Câu 15: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a\sqrt{3}$, $AB = a$, SA vuông góc với đáy, $SA = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16: Khối tứ diện đều thuộc loại

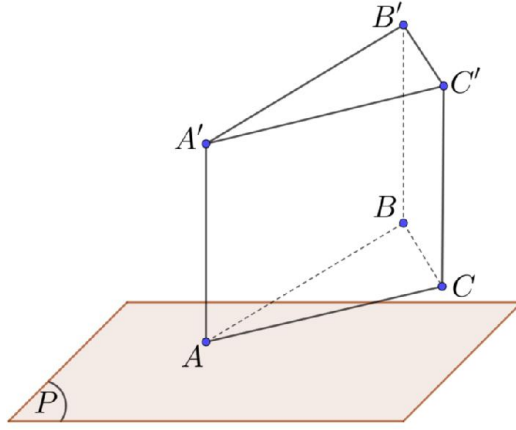
A. $\{3;4\}$.

B. $\{4;3\}$.

C. $\{3;3\}$.

D. $\{3;5\}$.

Câu 17: Có một khối gỗ có hình dạng là khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khi đặt khối gỗ sao cho các cạnh bên vuông góc với mặt bàn (P), điểm $A \in (P)$ thì đoạn BC ở phía trên mặt bàn (P) và song song với mặt bàn (xem hình vẽ).



Biết $AA' = 100$ cm, $AB = AC = 40$ cm, $BC = 30$ cm, $\widehat{A'AB} = 60^\circ$. Người ta cắt, gọt khối gỗ trên bằng các mặt phẳng vuông góc với các cạnh bên để thu được một lăng trụ đứng tam giác. Thể tích lớn nhất của khối lăng trụ đứng tạo thành gần với số nào sau đây nhất?

- A. 37470 cm^3 . B. 35470 cm^3 . C. 36470 cm^3 . D. 38470 cm^3 .

Câu 18: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Điểm P thuộc cạnh AA' , Q thuộc cạnh BB' sao cho $\frac{PA}{PA'} = \frac{QB'}{QB} = \frac{1}{4}$ và R là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích khối chóp $R.ABQP$ theo V là:

- A. $\frac{4}{3}V$. B. $\frac{2}{3}V$. C. $\frac{1}{2}V$. D. $\frac{1}{3}V$.

Câu 19: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S , mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$, điểm N là trung điểm của cạnh SB . Khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{2}{3}a$. B. $\frac{4}{3}a$. C. $\frac{8}{3}a$. D. $\frac{3}{4}a$.

Câu 20: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $CB = \sqrt{2}a$. Biết rằng góc giữa $B'C$ và AC' bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $2a^3$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. a^3 .

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Điểm P là trung điểm của SC . Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Giá trị nhỏ nhất của V_1 bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. a^3 .

Câu 22: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Thể tích khối chóp $B.ACC'A'$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 23: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Thể tích khối chóp $B.ACC'A'$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Một mặt phẳng (α) bất kì cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD và đoạn SO lần lượt tại các điểm M, N, P, Q, I . Chọn đẳng thức đúng?

- A. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SP} = \frac{1}{SN} + \frac{1}{SQ}$. B. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SP} + \frac{1}{SN} + \frac{1}{SQ} = \frac{4}{SI}$.
C. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SN} = \frac{1}{SP} + \frac{1}{SQ}$. D. $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SQ} = \frac{1}{SN} + \frac{1}{SP}$.

Câu 25: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Một mặt phẳng (α) qua đường thẳng $A'B'$ và trọng tâm tam giác ABC , chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh C và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Khi đó tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{10}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{8}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{10}{17}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{19}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.D	4.B	5.A	6.B	7.C	8.C	9.C	10.D
11.A	12.D	13.B	14.A	15.B	16.C	17.A	18.D	19.A	20.C
21.A	22.B	23.A	24.A	25.B					

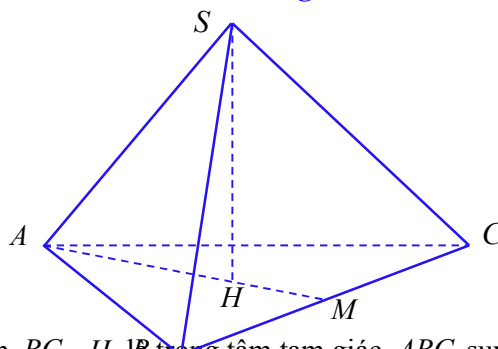
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta gọi M là trung điểm BC , H là trọng tâm tam giác ABC suy ra H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) . Ta có diện tích đáy khối chóp là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $AH = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ suy ra $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{\frac{8}{3}}$.

Do đó $V_{SABC} = \frac{1}{3} SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{\frac{8}{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết $SC = a\sqrt{3}$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

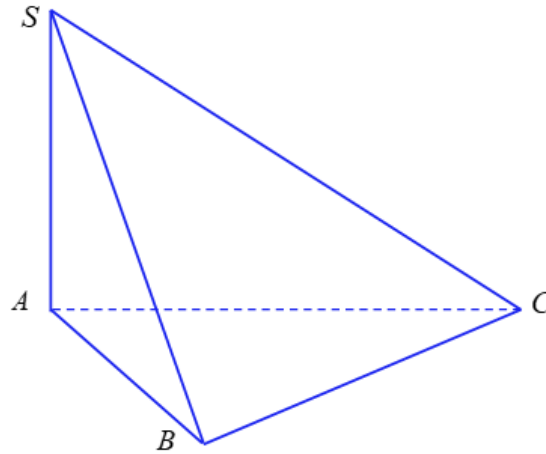
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có diện tích đáy khối chóp $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vì mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $\Rightarrow SA \perp (ABC)$ suy ra SA là đường cao của khối chóp và $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$.

Do đó $V_{SABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 3. Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

A. 7.

B. 3.

C. 6.

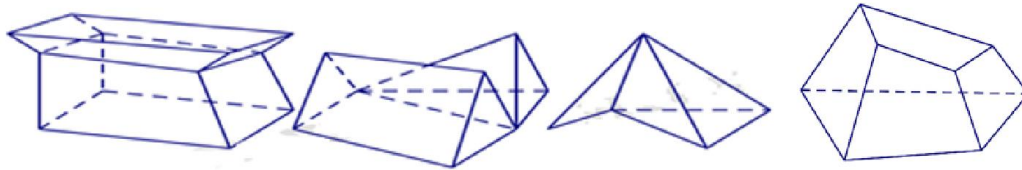
D. 9.

Lời giải

Chọn D

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại	Số MPĐX
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3,3\}$	6
Khối lập phương		8	12	6	$\{4,3\}$	9
Bát diện đều		6	12	8	$\{3,4\}$	9
Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5,3\}$	15
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3,5\}$	15

Câu 4. Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Quan sát bốn hình trên ta thấy chỉ có một hình thứ tư từ trái qua là hình đa diện lồi vì lấy bất kỳ hai điểm nào thì đoạn thẳng nối hai điểm đó nằm trong khối đa diện.

Vậy chỉ có một đa diện lồi.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

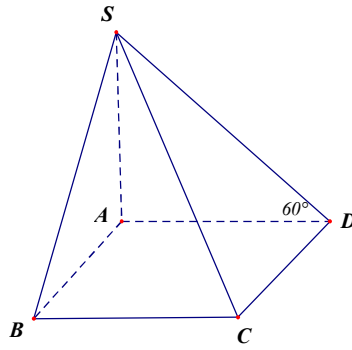
B. a^3 .

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



AD là hình chiếu vuông góc của SD lên mặt phẳng $(ABCD)$

$$\Rightarrow \left(\overline{SD}, (\overline{ABCD}) \right) = \left(\overline{SD}, \overline{AD} \right) = \widehat{SDA} = 60^\circ.$$

$$SA = AD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích là } V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

Câu 6. Số mặt đối xứng của hình chóp tứ giác đều là

A. 2.

B. 4.

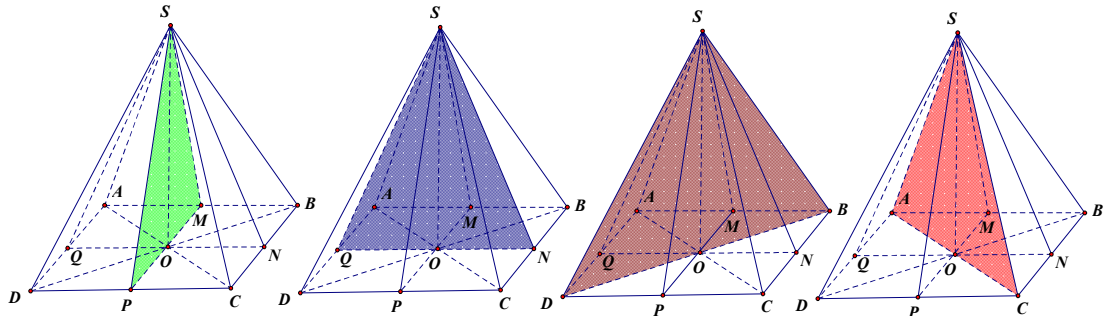
C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Hình chóp tứ giác đều có bốn mặt phẳng đối xứng.



Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

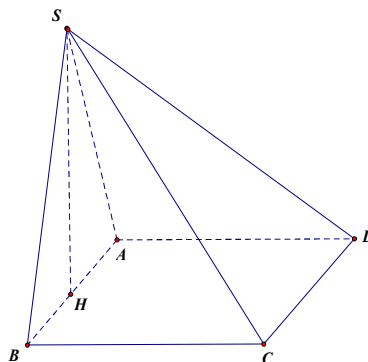
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C



Kẻ $SH \perp AB, H \in AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$, H là trung điểm của AB .

$$SH^2 = SA^2 - AH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $AC = 2AB = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

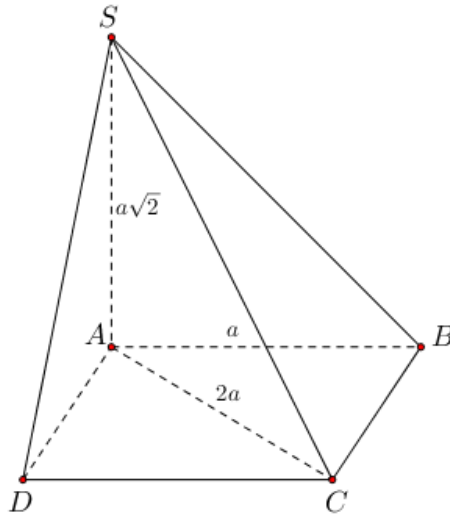
B. $a^3\sqrt{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } AC = 2AB = 2a \Leftrightarrow \begin{cases} AC = 2a \\ AB = a \end{cases} \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = AB \cdot BC = a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 9. Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là

A. 12.

B. 30.

C. 20.

D. 16.

Lời giải

Chọn C

Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là 20 đỉnh.

Câu 10. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối chóp tứ giác đều.

B. Khối bát diện đều.

C. Khối tứ diện đều. D. Khối lập phương.

Lời giải

Chọn D

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối đa diện đều mà mỗi mặt là một đa giác đều có 4 cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 cạnh $\Rightarrow$ chọn **D**.

Câu 11. Kim tự tháp Kê - ốp ở Ai cập được xây dựng khoảng năm 2500 trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147 m , cạnh đáy là 230 m . Thể tích của nó bằng

A. 2592100 m^3 . B. 2592100 cm^3 . C. 7776350 m^3 . D. 388150 m^3 .

Lời giải

Chọn A

Giả sử kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $SO = 147\text{ m}$, cạnh đáy là $AB = 230\text{ m}$

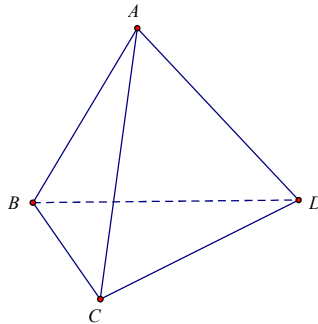
$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} B.h = \frac{1}{3} SO.AB^2 = \frac{1}{3} .147.230^2 = 2592100\text{ m}^3 \Rightarrow \text{chọn } \mathbf{A}.$$

Câu 12. Tổng diện tích các mặt của hình tứ diện đều cạnh a bằng

A. $4\sqrt{3}a^2$. B. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$. C. $2\sqrt{3}a^2$. D. $\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Chọn D



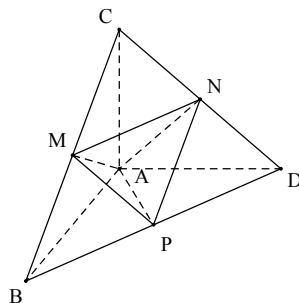
$$S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD} + S_{\triangle ABD} = 4S_{\triangle ABC} = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = AD = a$, M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3}{24}$. C. $\frac{a^3}{18}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

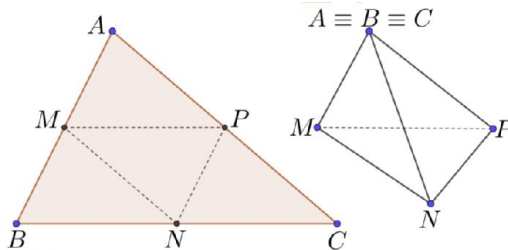


$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} a^3.$$

$$\triangle MNP \sim \triangle DBC \text{ (do } \frac{MN}{DB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PM}{CD} = \frac{1}{2} \text{)} \text{ theo tỉ số đồng dạng là } k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{DBC}} = k^2 = \frac{1}{4}.$$

$$V_{S.MNP} = \frac{S_{MNP}}{S_{DBC}} V_{A.BCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} a^3 = \frac{a^3}{24}.$$

Câu 14. Cho một mảnh giấy có hình dạng là tam giác nhọn ABC có $AB = 10$ cm, $BC = 16$ cm, $AC = 14$ cm. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Người ta gấp mảnh giấy theo các đường MN, NP, PM sau đó dán trùng các cặp cạnh: AM và BM ; BN và CN ; CP và AP (các điểm A, B, C trùng nhau) để tạo thành một tứ diện (xem hình vẽ).



Thể tích của khối tứ diện nêu trên là

A. $\frac{20\sqrt{11}}{3} \text{ cm}^3.$

B. $\frac{10\sqrt{11}}{3} \text{ cm}^3.$

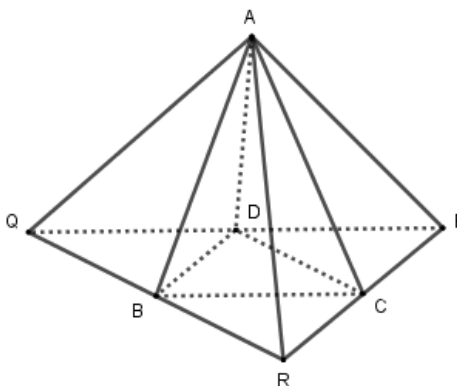
C. $\frac{280}{3} \text{ cm}^3.$

D. $\frac{160\sqrt{11}}{3} \text{ cm}^3.$

Lời giải

Chọn A

Xét bài toán: Cho tứ diện $ABCD$, có $AB = CD = a$; $AD = BC = b$; $AC = BD = c$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$



Dựng tứ diện $APRQ$ sao cho B, C, D lần lượt là trung điểm của đoạn QR, RP, PQ .

Ta có: $CD = AB = \frac{1}{2}QR \Rightarrow \Delta AQR$ vuông tại A $\Rightarrow AQ^2 + AR^2 = 4a^2$.

Tương tự, ΔARP vuông tại A $\Rightarrow AR^2 + AP^2 = 4b^2$;

ΔAPQ vuông tại A $\Rightarrow AP^2 + AQ^2 = 4c^2$.

$$\text{Xét } \begin{cases} AQ^2 + AR^2 = 4a^2 \\ AR^2 + AP^2 = 4b^2 \\ AP^2 + AQ^2 = 4c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AQ^2 = 2(a^2 - b^2 + c^2) \\ AR^2 = 2(a^2 + b^2 - c^2) \\ AP^2 = 2(-a^2 + b^2 + c^2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AQ = \sqrt{2(a^2 - b^2 + c^2)} \\ AR = \sqrt{2(a^2 + b^2 - c^2)} \\ AP = \sqrt{2(-a^2 + b^2 + c^2)} \end{cases}$$

Ta có: $\Delta BCD = \Delta CBR = \Delta QDB = \Delta PDC \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{4}V_{AQR} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} AP \cdot AQ \cdot AR$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$$

Áp dụng, ta có: $AM = NP = 5cm$; $AN = MP = 8cm$; $AP = MN = 7cm$.

$$\Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)} = \frac{20\sqrt{11}}{3}.$$

Câu 15. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a\sqrt{3}$, $AB = a$, SA vuông góc với đáy, $SA = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

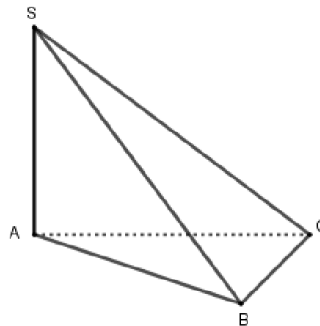
A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Chọn B

$$\text{Ta có: } B = S_{\Delta BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do } SA \perp (ABC) \Rightarrow h = SA = 2a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = a^3.$$

Câu 16. Khối tứ diện đều thuộc loại

A. $\{3;4\}$.

B. $\{4;3\}$.

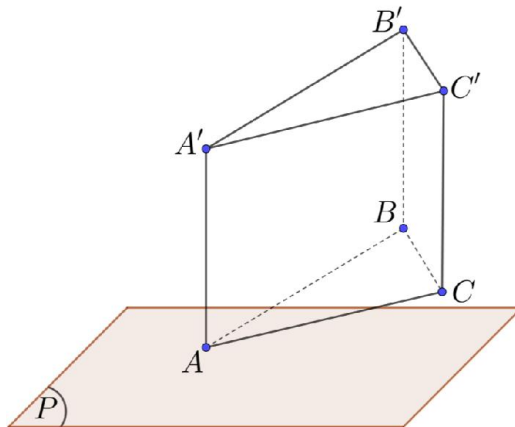
C. $\{3;3\}$.

D. $\{3;5\}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 17. Có một khối gỗ có hình dạng là khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khi đặt khối gỗ sao cho các cạnh bên vuông góc với mặt bàn (P) , điểm $A \in (P)$ thì đoạn BC ở phía trên mặt bàn (P) và song song với mặt bàn (xem hình vẽ).



Biết $AA' = 100$ cm, $AB = AC = 40$ cm, $BC = 30$ cm, $\widehat{A'AB} = 60^\circ$. Người ta cắt, gọt khối gỗ trên bằng các mặt phẳng vuông góc với các cạnh bên để thu được một lăng trụ đứng tam giác. Thể tích lớn nhất của khối lăng trụ đứng tạo thành gần với số nào sau đây nhất?

A. 37470 cm³.

B. 35470 cm³.

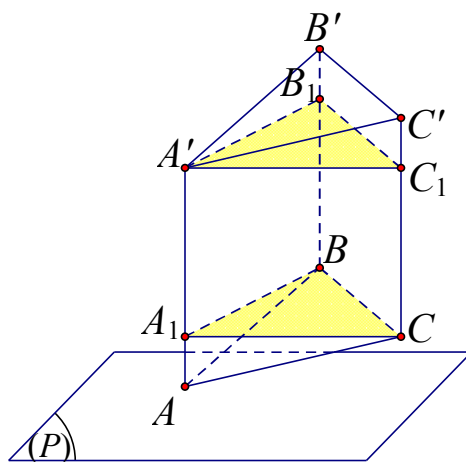
C. 36470 cm³.

D. 38470 cm³.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ đứng sau khi cắt, gọt lớn nhất khi ta cắt bởi các mặt phẳng qua A' , B và vuông góc với AA' , cắt BB' , CC' , AA' tại B_1 , C_1 , A_1 .



Các tam giác A_1AB và A_1AC là các tam giác vuông bằng nhau.

Ta có: $A_1B = A_1C = AB \cdot \sin \widehat{A'AB} = 40 \cdot \sin 60^\circ = 20\sqrt{3}$ (cm)

$AA_1 = AB \cdot \cos 60^\circ = 20$ (cm).

Chiều cao khối lăng trụ (sau khi cắt, gọt): $h = AA' - AA_1 = 100 - 20 = 80$ (cm).

Diện tích đáy lăng trụ (sau khi cắt, gọt): $S = S_{\Delta A_1BC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 75\sqrt{39}$.

Thể tích khối lăng trụ đứng: $V = Sh = 80.75\sqrt{39} = 6000\sqrt{39} \approx 37469,98799 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Điểm P thuộc cạnh AA' , Q thuộc cạnh BB' sao cho $\frac{PA}{PA'} = \frac{QB'}{QB} = \frac{1}{4}$ và R là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích khối chóp $R.ABQP$ theo

V là:

A. $\frac{4}{3}V$.

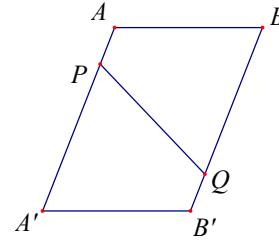
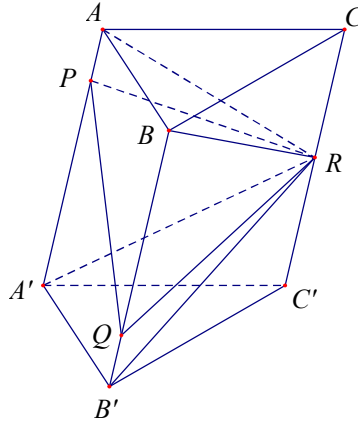
B. $\frac{2}{3}V$.

C. $\frac{1}{2}V$.

D. $\frac{1}{3}V$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{R.ABA'B'} = V - V_{ABCR} - V_{RA'B'C'}$.

$$\text{Có } V_{RAB} = V_{RA'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot V = \frac{1}{6}V \Rightarrow V_{R.ABA'B'} = \frac{2}{3}V.$$

Để dàng chứng minh được $ABQP$ và $A'B'QP$ là hai tứ giác bằng nhau.

$$\Rightarrow S_{ABQP} = S_{A'B'QP} \Rightarrow V_{R.ABQP} = V_{R.A'B'QP} \text{ (2 khối chóp có cùng chiều cao, cùng diện tích đáy)}$$

$$\Rightarrow V_{R.ABQP} = V_{R.A'B'QP} = \frac{1}{2}V_{R.ABA'B'} = \frac{1}{3}V.$$

Câu 19. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S , mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

$\frac{4a^3}{3}$, điểm N là trung điểm của cạnh SB . Khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{2}{3}a$.

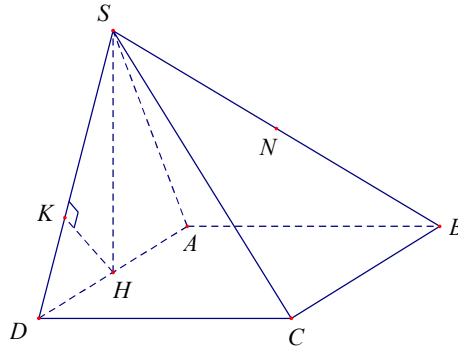
B. $\frac{4}{3}a$.

C. $\frac{8}{3}a$.

D. $\frac{3}{4}a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AD . Vì $\triangle SAD$ cân tại $S \Rightarrow SH \perp AD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3}$$

Câu 20. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $CB = \sqrt{2}a$. Biết rằng góc giữa $B'C$ và AC' bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a^3$.

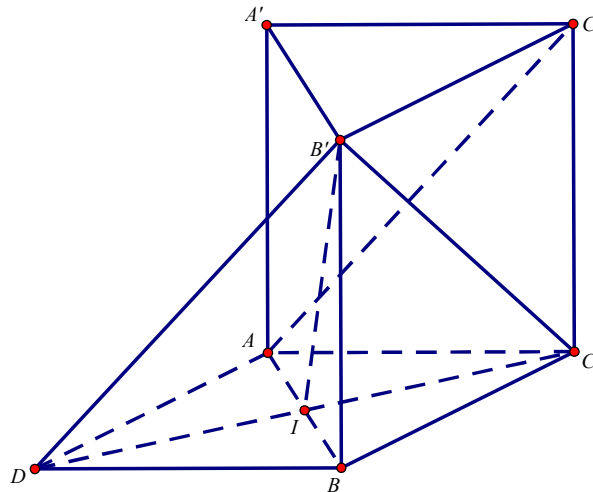
B. $2a^3$.

C. $\sqrt{2}a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (ABC) , lấy điểm D sao cho $ACBD$ là hình vuông. Khi đó ta có $ADB'C'$ là hình bình hành $\Rightarrow AC' \parallel DB' \Rightarrow$ góc giữa $B'C$ và AC' bằng góc giữa $B'C$ và DB' .

Xét hai tam giác vuông $\triangle B'BC$, $\triangle B'BD$ ta có BB' chung và $BD = BC$ suy ra $\triangle B'BC = \triangle B'BD$

Suy ra $\triangle B'DC$ là tam giác cân tại B' .

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại C , $BC = a\sqrt{2}$ suy ra $AC = a\sqrt{2}$ và $AB = 2a$, $IA = IB = a$, $DC = 2a$

Trường hợp 1: $\widehat{DB'C} = 120^\circ$

Khi đó $B'I = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} < IB = a$ (vô lý)

Trường hợp 2: $\widehat{DB'C} = 60^\circ$ khi đó $\triangle B'DC$ đều cạnh $2a$.

Khi đó ta có $B'I = a\sqrt{3}$, $BB' = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

Thể tích lăng trụ đã cho $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2 a\sqrt{2} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Điểm P là trung điểm của SC . Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Giá trị nhỏ nhất của V_1 bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$.

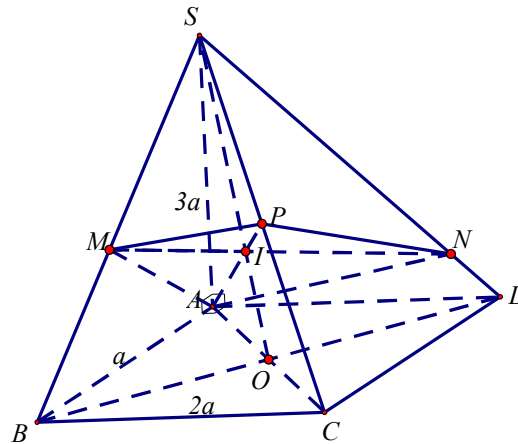
B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. $\frac{4}{3}a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn A



Cách xác định mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB , SD như hình vẽ. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm AP và MN .

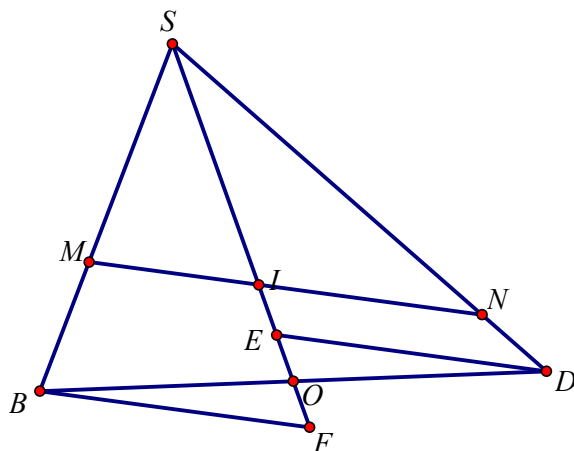
Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}AS.AB.AD = \frac{1}{3}.3a.a.2a = 2a^3$,

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có

$$\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA.SM.SP}{SA.SB.SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SC}, \quad \frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA.SN.SP}{SA.SD.SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SN}{SD}$$

Suy ra $V_{S.AMP} = \frac{SM}{4SB}V_{S.ABCD}$, $V_{S.ANP} = \frac{SN}{4SD}V_{S.ABCD}$. Khi đó

$$V_1 = V_{S.AMP} + V_{S.ANP} = \left(\frac{SM}{SB} + \frac{SN}{SD} \right) \cdot \frac{a^3}{2}$$



Ta có I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$

Từ B, D lần lượt kẻ các đường thẳng song song với MN cắt SO tại E, F . Khi đó hai tam giác $\triangle OED = \triangle OFB$ (g.c.g) suy ra $OE = OF$

Ta có $\frac{SB}{SM} = \frac{SF}{SI} = \frac{SO + OF}{SI}$; $\frac{SD}{SN} = \frac{SE}{SI} = \frac{SO - OE}{SI}$

Từ đó suy ra $\frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = \frac{2SO}{SI} = 3$ suy ra $\frac{SM}{SB} + \frac{SN}{SD} \geq \frac{4}{\frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN}} = \frac{4}{3}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} \Rightarrow MN \parallel BD.$$

Vậy $V_1 = \left(\frac{SM}{SB} + \frac{SN}{SD} \right) \cdot \frac{a^3}{2} \geq \frac{4}{3} \cdot \frac{a^3}{2} = \frac{2}{3} a^3$. Giá trị nhỏ nhất của V_1 bằng $\frac{2}{3} a^3$.

Câu 22. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Thể tích khối chóp $B.ACC'A'$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

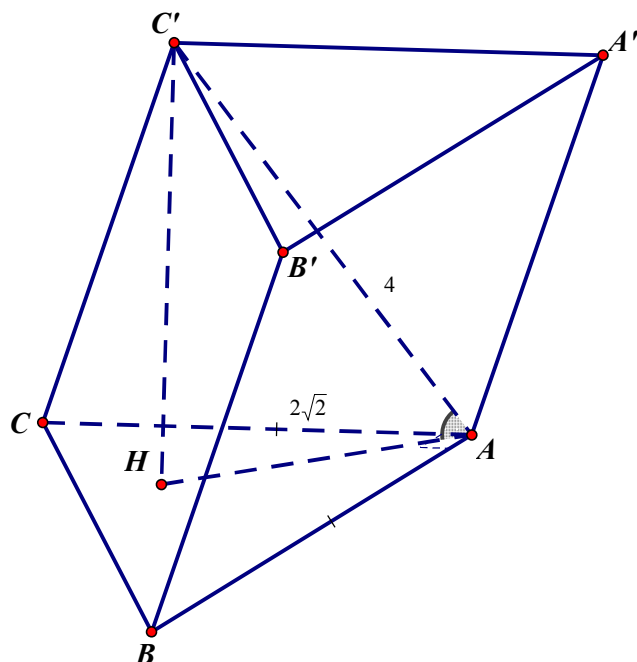
B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi hình chiếu vuông góc của C' lên (ABC) là H .

Suy ra $(AC', (ABC)) = (AC', AH) = \widehat{HAC'} = 60^\circ$.

Trong $\Delta HAC'$ vuông tại H và $\widehat{HAC'} = 60^\circ$ suy ra $C'H = \frac{AC'}{2} \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

Diện tích ΔABC là: $S_{ABC} = \frac{AC^2}{2} = 4$.

Thể tích của hình chóp $B.ACC'A'$ là $V_{B.ACC'A'} = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{3} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Câu 23. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Thể tích khối chóp $B.ACC'A'$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

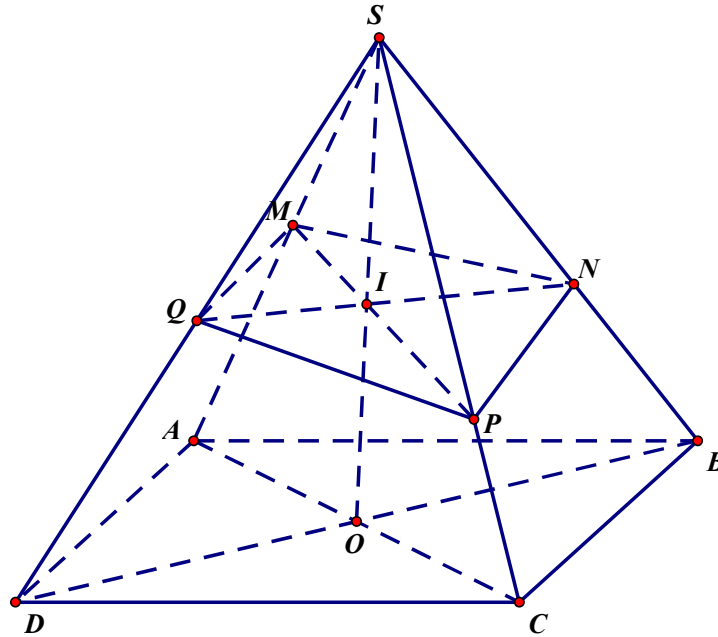
B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Theo công thức tính tỉ lệ thể tích ta có: $\frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = \frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ} \cdot (*)$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên ta có $SA = SB = SC = SD$.

Do đó $\frac{1}{SM} + \frac{1}{SP} = \frac{1}{SN} + \frac{1}{SQ}$.

Chú ý: trong bài tập trên, thầy đã sử dụng công thức tỉ lệ thể tích của hình chóp tứ giác có đáy là hình bình hành, khi tiến hành giải tự luận, các em cần chứng minh công thức (*) trước khi sử dụng.

Câu 25. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Một mặt phẳng (α) qua đường thẳng $A'B'$ và trọng tâm tam giác ABC , chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh C và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Khi đó tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{10}$.

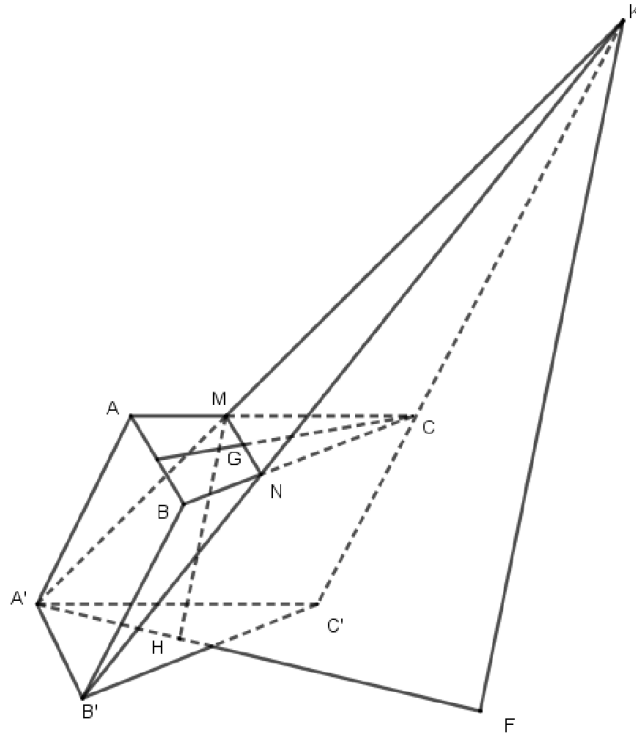
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{8}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{10}{17}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{19}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} G \in (\alpha) \cap (ABC) \\ AB // A'B' \\ A'B' \subset (\alpha) \\ AB \subset (ABC) \\ (\alpha) \cap (ABC) = MN \end{array} \right\} \Rightarrow MN // AB.$$

Gọi $A'M \cap B'N \cap CC' = K$.

Gọi H, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, K trên mp (ABC) .

Xét:

Tam giác ABC , ta có: $MN // AB \Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$;

Tam giác $KA'B'$, ta có: $MN // A'B' \Rightarrow \frac{KM}{KA'} = \frac{KN}{KB'} = \frac{MN}{A'B'} = \frac{2}{3}$ vì $A'B' // AB, A'B' = AB$;

Tam giác $KA'C'$, ta có: $CM // A'C' \Rightarrow \frac{KM}{KA'} = \frac{KC}{KC'} = \frac{CM}{A'C'} = \frac{2}{3}$ vì $A'C' // AC, A'C' = AC$;

Tam giác $KA'F$, ta có: $MH // KF \Rightarrow \frac{A'M}{A'K} = \frac{A'H}{A'F} = \frac{MH}{KF} = \frac{1}{3} \Rightarrow KF = 3MH$.

Ta có:

$$\frac{V_{K.MNC}}{V_{K.A'B'C'}} = \frac{KM}{KA'} \cdot \frac{KN}{KB'} \cdot \frac{KC}{KC'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}.$$

$$\Rightarrow V_{K.MNC} = \frac{8}{27} \cdot V_{K.A'B'C'}.$$

Gọi $V_{ABC.A'B'C'} = V$.

Mặt khác, ta có: $V_{K.A'B'C'} = \frac{1}{3}.KF.S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3}.3.MH.S_{\Delta A'B'C'} = V$

$$\Rightarrow V_{K.MNC} = \frac{8}{27}.V \Rightarrow V_1 = V - \frac{8}{27}.V = \frac{19}{27}.V.$$

$$\text{Do đó, } V_2 = V - V_1 = V - \frac{19}{27}.V = \frac{8}{27}.V.$$

$$\text{Vậy, ta có: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{8}.$$