

Câu 1 (5 điểm). Cho phương trình: $\cos^2 x - 2\cos x + m = 0$ (1), (với m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = -3$.

b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm x thuộc đoạn $[0; \pi/2]$.

Câu 2 (5 điểm).

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C), biết tiếp tuyến tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

b) Cho đa giác đều 18 cạnh. Nối tất cả các đỉnh với nhau. Chọn hai tam giác trong số các tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh. Tính xác suất để chọn được hai tam giác có cùng chu vi.

Câu 3 (5 điểm).

a) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{5}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n^2 - u_n + 2 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*). \text{ Tìm } \lim \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{u_k} \right).$$

b) Một người tham gia chương trình bảo hiểm An sinh xã hội của công ty Bảo Việt với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm người đó đóng vào công ty là 12 triệu đồng với lãi suất hàng năm không đổi là 6%/năm. Hỏi sau đúng 18 năm kể từ ngày đóng, người đó thu về được tất cả bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hai chữ số phân thập phân).

Câu 4 (4 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi N là trung điểm của BC.

a) Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SD và AN.

b) Gọi H, K là hai điểm lần lượt thuộc các đường thẳng SB và DN sao cho $HK \perp SB$, $HK \perp DN$. Tính độ dài đoạn HK theo a .

Câu 5 (1 điểm). Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{2(x^2 + 6xy)}{2xy + 2y^2 + 1}$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

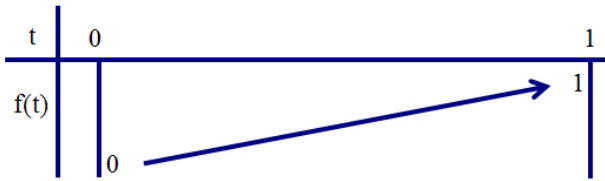
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký giám thị coi thi số 1: Chữ ký giám thị coi thi số 2:

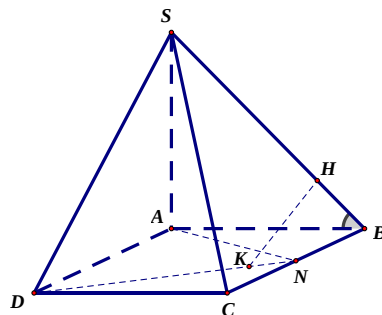
I. Hướng dẫn chung

1. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
2. Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong Ban chấm thi.
3. Thang điểm được tính đến 0,25. Sau khi cộng điểm toàn bài, không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (5 điểm)	a) Với $m = -3$, phương trình có dạng: $\cos^2 x - 2\cos x - 3 = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \text{ (N)} \\ \cos x = 3 \text{ (L)} \end{cases}$	0.5
	Với $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$	0.5
	Vậy phương trình có họ nghiệm là: $x = \pi + k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$	0.5
	b) Đặt $t = \cos x, x \in [0; \pi/2] \Rightarrow t \in [0; 1].$	0.5
	Khi đó phương trình đã cho $\Leftrightarrow m = -t^2 + 2t, t \in [0; 1] \text{ (*)}.$	0.5
	Xét hàm số: $f(t) = -t^2 + 2t, t \in [0; 1].$ 	1.0
	Để phương trình đã cho có nghiệm $x \in [0; \pi/2] \Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm $t \in [0; 1] \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$. Vậy $m \in [0; 1].$	1.0
Câu 2 (5 điểm)	a) Tam giác OAB vuông cân tại O , suy ra hệ số góc tiếp tuyến bằng ± 1 .	1.0
	Gọi toạ độ tiếp điểm là $(x_0; y_0)$, ta có: $\frac{-1}{(2x_0 + 3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2 \text{ hoặc } x_0 = -1.$	1.0
	• $x_0 = -1, y_0 = 1$; phương trình tiếp tuyến $y = -x$ (loại). (vì qua gốc toạ độ O).	0.5
	• $x_0 = -2, y_0 = 0$; phương trình tiếp tuyến $y = -x - 2$ (thỏa mãn). Vậy, tiếp tuyến cần tìm: $y = -x - 2$.	0.5
	a) Gọi A là biến cố: “Chọn hai tam giác trong số các tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh”. Giả sử đa giác đều đã cho nội tiếp đường tròn (C) . Vì tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh của đa giác đều nên tam giác vuông đó có cạnh huyền là đường chéo của đường tròn (C) .	0.5
	Suy ra số tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh của đa giác đều là: $9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow n(\Omega) = C_{144}^2$	0.5
	Vì hai tam giác vuông bất kì trong 144 tam giác vuông luôn có cạnh huyền bằng nhau nên hai tam giác này có cùng chu vi khi và chỉ khi chúng là hai tam giác bằng nhau. Trong 144 tam giác vuông này chia đều thành 4 nhóm tam giác bằng nhau có chu vi của mỗi tam giác ở hai nhóm khác nhau là khác nhau $\Rightarrow n(A) = 4C_{36}^2$.	0.5
	$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4C_{36}^2}{C_{144}^2} = \frac{35}{143}$	0.5

Câu 3 (5 điểm)	a) Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}(u_n^2 - 4u_n + 4) \geq 0, \forall n \Rightarrow$ Dãy không giảm. Nếu có số M: $u_n \leq M$ với mọi n, thì tồn tại $\lim u_n = L$. Vì $u_n \geq u_1 \Rightarrow L \geq u_1$	0.5
	Khi đó ta có: $L = \frac{1}{2} L^2 - L + 2 \Leftrightarrow L = 2$. (Vô lý) $\Rightarrow \lim u_n = +\infty$	0.5
	Ta có: $u_n^2 - 2u_n + 4 = 2u_{n+1} \Leftrightarrow u_n(u_n - 2) = 2(u_{n+1} - 2) \Leftrightarrow \frac{1}{u_n(u_n - 2)} = \frac{1}{2(u_{n+1} - 2)}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_n} = \frac{1}{u_{n+1} - 2} \Leftrightarrow \frac{1}{u_n} = \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$	0.5
	Do đó: $\sum_{k=1}^n \frac{1}{u_k} = \frac{1}{u_1 - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2} \Rightarrow \lim \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{u_k} \right) = \frac{1}{u_1 - 2} = 2$	0.5
	b) Gọi T_n là số tiền vốn lẫn lãi sau n năm, a là số tiền hàng tháng gửi vào ngân hàng và r là lãi suất. Ta có: - Sau 1 năm, có số tiền là: $T_1 = a(1+r)$	0.5
	- Sau 2 năm, có số tiền là: $T_2 = T_1(1+r) + a(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2$ - Sau 3 năm, có số tiền là: $T_3 = T_2(1+r) + a(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3$	0.5
	- Sau n năm, có số tiền là: $T_n = a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^n = a.(1+r). \frac{(1+r)^n - 1}{r}$	1.0
	Sau 18 năm người đó thu được số tiền là: $\Rightarrow T_{18} = 12.(1+0,06). \frac{(1+0,06)^{18} - 1}{0,06} \approx 393,12$ (triệu đồng)	1.0

Câu 4 (5 điểm)	a) Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AS} = \vec{c}$ với $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ và $ \vec{a} = \vec{b} = a, \vec{c} = a\sqrt{3}$		0.5
	Ta có $\overrightarrow{SD} = \vec{b} - \vec{c}$ và $\overrightarrow{AN} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$		0.5
	Suy ra $ \overrightarrow{SD} = \sqrt{\vec{b}^2 + \vec{c}^2} = 2a, \overrightarrow{AN} = \sqrt{\vec{a}^2 + \frac{1}{4}\vec{b}^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ và $\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\vec{b}^2 = \frac{a^2}{2}$		0.5
	Vậy $\cos(\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{AN}) = \frac{\frac{a^2}{2}}{2a \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{5}} > 0$. Suy ra $\cos(SD, AN) = \frac{1}{2\sqrt{5}}$.		0.5
	b) + Ta có $\overrightarrow{SB} = \vec{a} - \vec{c}$ và $\overrightarrow{DN} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$		0.5
$\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NK} = x\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BN} + y\overrightarrow{DN} = x(\vec{a} - \vec{c}) + \frac{1}{2}\vec{b} + y\left(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right)$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{HK} = \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NK} = (x+y)\vec{a} + \frac{1-y}{2}\vec{b} - x\vec{c}$		0.5	

	$\text{Vì } \begin{cases} HK \perp SB \\ HK \perp DN \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} (x+y)\vec{a}^2 + x\vec{c}^2 = 0 \\ (x+y)\vec{a}^2 + \frac{y-1}{4}\vec{b}^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)a^2 + 3xa^2 = 0 \\ (x+y)a^2 + \frac{y-1}{4}a^2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+y=0 \\ 4x+5y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{16} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}$	0.5
	Suy ra $\overrightarrow{HK} = \frac{3}{16}\vec{a} + \frac{3}{8}\vec{b} + \frac{1}{16}\vec{c} \Rightarrow HK = \sqrt{\left(\frac{3}{16}\vec{a}\right)^2 + \left(\frac{3}{8}\vec{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{16}\vec{c}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ Vậy $HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.	0.5
Câu 5 (1 điểm)	Vì $x^2 + y^2 = 1$ suy ra $x = \sin t, y = \cos t$, với $t \in [0; 2\pi]$.	0.25
	Khi đó: $A = \frac{2(x^2 + 6xy)}{2xy + 2y^2 + 1} = \frac{2(\sin^2 t + 6\sin t \cdot \cos t)}{2\sin t \cdot \cos t + 2\cos^2 t + 1} = \frac{6\sin 2t - \cos 2t + 1}{\sin 2t + \cos 2t + 2}$.	0.25
	Xét phương trình: $A = \frac{6\sin 2t - \cos 2t + 1}{\sin 2t + \cos 2t + 2} \Leftrightarrow (A-6)\sin 2t + (A+1)\cos 2t = 1-2A \quad (*)$ (*) có nghiệm $\Leftrightarrow (A-6)^2 + (A+1)^2 \geq (1-2A)^2 \Leftrightarrow A^2 + 3A - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -6 \leq A \leq 3$	0.25
	Vậy GTNN, GTLN của A lần lượt là -6 và 3.	0.25