

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d có phương trình $y = -3x + 2016$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\sqrt{3} \cos 2x + 3 \sin x = \sqrt{3}$.

b) Giải phương trình $3^{x-1} + 3^{1-x} = \frac{10}{3}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e x(2x^2 + \ln x) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 1 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm B là giao điểm của d và (P) . Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc d , đi qua A và tiếp xúc với (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tìm phần thực, phần ảo của số phức z , biết $(2 + 3i)z + 5i = \bar{z} - 2i^2$.

b) Một nông dân chỉ nuôi 03 con gà mái màu trắng, màu nâu, màu đen để đẻ trứng. Ba con gà cùng có khả năng đẻ trứng vào ngày 01/7. Biết xác suất để các con gà đẻ trứng vào ngày hôm đó lần lượt là: $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$. Tính xác suất để ngày 01/7 người nông dân đó có gà đẻ trứng.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa AC và SB .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (T) có phương trình: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC . Đường tròn đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M, N . Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC , biết đường thẳng MN có phương trình: $20x - 10y - 9 = 0$ và điểm H có hoành độ nhỏ hơn tung độ.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 3x^2\sqrt{x-y} = y(\sqrt{y^2+1}+1)(\sqrt{x^2+1}-1) \\ (2y-1)\sqrt{1+x} + (2y+1)\sqrt{1-x} = 2y \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10 (1,0 điểm).

Cho hai số thực $x > 1$ và $y > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x-1)(y-1)}$.

-----**Hết**-----

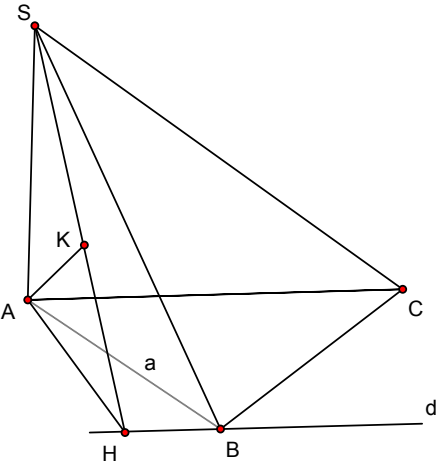
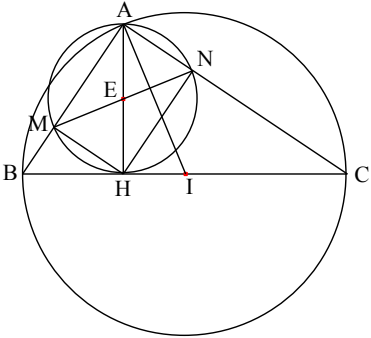
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:....., SBD:.....

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm																	
1		1,0 điểm																		
		*) TXĐ: $D = \mathbb{R}$. *) Sự biến thiên: - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ Suy ra đths không có tiệm cận	0,25																	
		- Ta có $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ - Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(0; +\infty)$. Nghịch biến trên $(-2; 0)$.	0,25																	
		-Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td colspan="5"></td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y						0,25
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$															
y'	+	0	-	0	+															
y																				
	*) Vẽ đúng đồ thị.	0,25																		
2		1,0 điểm																		
		Hệ số góc tiếp tuyến: $k = -3$. Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y = -3x + b (b \neq 2016)$	0,25																	
		Điều kiện tiếp xúc: $\begin{cases} \frac{x+1}{2x-1} = -3x+b & (1) \\ \frac{-3}{(2x-1)^2} = -3 & (2) \end{cases}$ có nghiệm	0,25																	
		$(2) \Leftrightarrow (2x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25																	
		Với $x = 0$ có $b = -1$. Suy ra phương trình tiếp tuyến: $y = -3x - 1$ Với $x = 1$ có $b = 5$. Suy ra phương trình tiếp tuyến: $y = -3x + 5$ Kết luận	0,25																	
3		1,0 điểm																		
	a	$\sqrt{3} \cos 2x + 3 \sin x = \sqrt{3}$ $\Leftrightarrow 3 \sin x - \sqrt{3} (1 - \cos 2x) = 0$ $\Leftrightarrow 3 \sin x - 2\sqrt{3} \sin^2 x = 0$	0,25																	

		$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ Kết luận.	0,25
	b	$3^{x-1} + 3^{1-x} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2(x-1)} - 10 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x-1} = 3 \\ 3^{x-1} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$ Kết luận	0,25
4		1,0	
		$I = \int_1^e x(2x^2 + \ln x) dx = 2 \int_1^e x^3 dx + \int_1^e x \ln x dx.$	0,25
		$2 \int_1^e x^3 dx = \frac{1}{2} x^4 \Big _1^e = \frac{1}{2} (e^4 - 1)$	0,25
		Ta có $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} \left[x^2 \ln x \Big _1^e - \int_1^e x^2 \frac{1}{x} dx \right] = \frac{1}{2} \left[e^2 - \frac{1}{2} x^2 \Big _1^e \right] = \frac{e^2 + 1}{4}$	0,25
		$I = \int_1^e x(2x^2 + \ln x) dx = \frac{1}{2} (e^4 - 1) + \frac{e^2 + 1}{4} = \frac{2e^4 + e^2 - 1}{4}$	0,25
5		1,0 điểm	
		$+ d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, \text{ Tọa độ điểm } B(2+t; 1-t; 2t). \text{ Vì } B \text{ là giao điểm của } (P) \text{ và } d \text{ nên ta có}$ $2 + t + 2(1 - t) + 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -5.$	0,25
		Suy ra $B(-3; 6; -10)$	0,25
		Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính mc(S), do I nằm trên d nên $I(2+a; 1-a; 2a)$ $IA = \sqrt{a^2 + (2-a)^2 + 4a^2} = \sqrt{6a^2 - 4a + 4}, \quad d(I, (P)) = \frac{ a+5 }{\sqrt{6}}$ Do mặt cầu (S) đi qua A và tiếp xúc với (P) nên $\sqrt{6a^2 - 4a + 4} = \frac{ a+5 }{\sqrt{6}} \Leftrightarrow 35a^2 - 34a - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{1}{35} \end{cases}$	0,25

		Với $a = 1 \Rightarrow I(3; 0; 2), R = \sqrt{6} \Rightarrow$ phương trình mc(S) : $(x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 6$ Với $a = -\frac{1}{35} \Rightarrow I(\frac{69}{35}; \frac{36}{35}; -\frac{2}{35}), R = \frac{29\sqrt{6}}{35} \Rightarrow$ phương trình mc(S) : $(x - \frac{69}{35})^2 + (y - \frac{36}{35})^2 + (z + \frac{2}{35})^2 = \left(\frac{29\sqrt{6}}{35}\right)^2$ Vậy phương trình (S) cần tìm là $(x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 6, (x - \frac{69}{35})^2 + (y - \frac{36}{35})^2 + (z + \frac{2}{35})^2 = \left(\frac{29\sqrt{6}}{35}\right)^2$	0,25
6		1, 0 điểm	
	a	$z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ $\Rightarrow (2+3i)(a+bi) + 5i = a - bi - 2i^2$ $\Leftrightarrow 2a + 2bi + 3ai - 3b + 5i = a - bi + 2$ $\Leftrightarrow a - 3b - 2 + (3b + 3a + 5)i = 0.$ $\Rightarrow \begin{cases} a - 3b - 2 = 0 \\ 3b + 3a + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = \frac{-11}{12} \end{cases}$	0,25
		Vậy phần thực của z là $a = \frac{-3}{4}$ và phần ảo là $b = \frac{-11}{12}$.	0,25
	b	Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố: Gà mái màu trắng, màu nâu, màu đen đẻ trứng. Theo giả thiết ta có $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{2}{3}; P(C) = \frac{3}{4}$. Theo công thức biến cố đối ta có: $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}; P(\bar{B}) = \frac{1}{3}; P(\bar{C}) = \frac{1}{4}$.	0,25
		Gọi D là biến cố: “Ít nhất một con gà đẻ trứng” suy ra $\bar{D}$ là biến cố: “cả 3 con gà đều không đẻ trứng”. Từ đó ta có: $\bar{D} = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$. Do việc 3 con gà đẻ trứng độc lập nên các biến cố $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ độc lập. Theo công thức nhân xác suất ta có: $P(\bar{D}) = P(\bar{A}).P(\bar{B}).P(\bar{C}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$ Theo công thức biến cố đối ta được $P(D) = 1 - P(\bar{D}) = \frac{23}{24}$. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{23}{24}$.	0,25

7	1,0 điểm 	
	Do SA vuông góc với (ABC) nên AC là hình chiếu của SC trên (ABC) $\Rightarrow \angle SCA = 60^\circ \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	0,25
	Thể tích khối chóp S.ABC là $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$ (đvtt).	0,25
	Kẻ đường thẳng d qua B và song song với AC ta có khoảng cách giữa AC và SB là khoảng cách giữa AC và mp(SB, d) và là khoảng cách từ điểm A đến mp(SB, d). Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với d tại H. Ta có $\angle ABH = \angle BAC = 60^\circ \Rightarrow AH = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25
	Kẻ đường thẳng qua A và vuông góc với SH tại K. Ta có tam giác SAH vuông tại A nên $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ Do d vuông góc với SA và AH nên d vuông góc với (SAH) $\Rightarrow (SB, d)$ vuông góc với (SAH) mà AK vuông góc với SH nên AK vuông góc với (SB, d) $\Rightarrow d(A, (SB, d)) = AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. Vậy khoảng cách giữa AC và SB là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.	0,25
8	1,0 điểm  (T) có tâm I(3;1), bán kính $R = \sqrt{5}$. Do $IA = IC \Rightarrow \angle IAC = \angle ICA$ (1) Đường tròn đường kính AH cắt BC tại M $\Rightarrow MH \perp AB \Rightarrow MH \parallel AC$ (cùng vuông góc AB)	

	$\Rightarrow \square MHB = \square ICA \quad (2)$ Ta có: $\square ANM = \square AHM$ (chắn cung AM) (3) Từ (1), (2), (3) ta có: AI vuông góc MN $\Rightarrow$ phương trình đường thẳng IA là: $x + 2y - 5 = 0$	0,25
	Giả sử $A(5 - 2a; a) \in IA$. Mà $A \in (T) \Leftrightarrow (5 - 2a)^2 + a^2 - 6(5 - 2a) - 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow 5a^2 - 10a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$ Với $a = 2 \Rightarrow A(1; 2)$ (thỏa mãn vì A, I khác phía MN) Với $a = 0 \Rightarrow A(5; 0)$ (loại vì A, I cùng phía MN)	0,25
	Gọi E là tâm đường tròn đường kính AH $\Rightarrow E \in MN \Rightarrow E \left(t; 2t - \frac{9}{10} \right)$ Do E là trung điểm AH $\Rightarrow H \left(2t - 1; 4t - \frac{38}{10} \right)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(2t - 2; 4t - \frac{58}{10} \right), \overrightarrow{IH} = \left(2t - 4; 4t - \frac{48}{10} \right)$	0,25
	Vì $AH \perp HI \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{IH} = \vec{0} \Leftrightarrow 20t^2 - \frac{272}{5}t + \frac{896}{25} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \Rightarrow H \left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5} \right) \\ t = \frac{28}{25} \Rightarrow H \left(\frac{31}{25}; \frac{17}{25} \right) \end{cases}$ Với $t = \frac{8}{5} \Rightarrow H \left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5} \right)$ (thỏa mãn) Ta có: $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5} \right) \Rightarrow BC$ nhận $\vec{n} = (2; 1)$ là VTPT $\Rightarrow$ phương trình BC là: $2x + y - 7 = 0$	0,25
9	1,0 điểm	
	ĐK: $\begin{cases} x \geq y \\ -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$ +) với $x = 0 \Rightarrow y = 0$. +) Với $x \neq 0$ $PT(1) \Leftrightarrow x(\sqrt{x^2 + 1} + 1) + \frac{3x^2\sqrt{x - y}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = y(\sqrt{y^2 + 1} + 1) \quad (*)$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t(\sqrt{t^2 + 1} + 1)$ trên R. Chứng minh hàm số đồng biến trên R Với đk $x \geq y \Leftrightarrow f(x) \geq f(y) \Rightarrow VT(*) \geq VP(*)$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y$	0,25
	Thay $x = y$ vào phương trình (2) ta được: $(2x - 1)\sqrt{1 + x} + (2x + 1)\sqrt{1 - x} = 2x \quad ĐK: -1 \leq x \leq 1, x \neq 0$	0,25

	Đặt $a = \sqrt{1+x}, b = \sqrt{1-x}; a, b \geq 0$ thay vào phương trình ta được $(a^2 - b^2 - 1)a + (a^2 - b^2 + 1)b = (a^2 - b^2) \Leftrightarrow (a^2 - b^2)(b + a) + b - a - (a^2 - b^2) = 0$	
	$\Leftrightarrow (a^2 - b^2)(b + a) + b - a - (a^2 - b^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ + Với $a = b \Rightarrow x = 0$ (loại). + Với $a + b = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{5 + \sqrt{5}}{8} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}}$. Vậy hệ phương trình có các nghiệm $x = y = \pm \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}}$.	0,25
10	1,0 điểm	
	Đặt $t = x + y; t > 2$. Áp dụng BĐT $4xy \leq (x + y)^2$ ta có $xy \leq \frac{t^2}{4}$ $P = \frac{t^3 - t^2 - xy(3t - 2)}{xy - t + 1}$ Do $3t - 2 > 0$ và $-xy \geq -\frac{t^2}{4}$	0,25
	Ta có $P \geq \frac{t^3 - t^2 - \frac{t^2(3t - 2)}{4}}{\frac{t^2}{4} - t + 1} = \frac{t^2}{t - 2}$ Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{t - 2}; f'(t) = \frac{t^2 - 4t}{(t - 2)^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 4t}{(t - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$	0,25
	Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$.	0,25
	Do đó $\min P = \min_{(2; +\infty)} f(t) = f(4) = 8$ đạt được khi $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
	Tổng	10

-----Hết-----