TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRƯNG – HUẾ
TỔ TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề này có 6 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – LẦN THỨ 2
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: TOÁN - Lớp 12 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 132

Câu 1. Tính bán kính của mặt cầu có diện tích bằng 16π.

A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 2. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)+\log_3(x+1)=\log_3(x+11)$.

A. 6. **B.** -5. **C.** -6. **D.** 1.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(1;2;3)$; $N(4;2;-1)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. 10. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 5. Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{4}{5}}.\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^5}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P=a^{-\frac{11}{30}}$. **B.** $P=a^{\frac{11}{30}}$. **C.** $P=a^{-\frac{13}{15}}$. **D.** $P=a^{-\frac{11}{15}}$.

Câu 6. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=x^3+(m-1)x^2-mx+1$ đạt cực trị tại điểm $x=1$?

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-2y+4z-7=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=2$. **B.** $R=4$. **C.** $R=16$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

Câu 8. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$?

A. $M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$. **B.** $M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $M_3\left(-\frac{1}{4};1\right)$.

Câu 9. Cho hai số phức $z_1=4-3i$ và $z_2=7+3i$. Tìm số phức $z=z_1-z_2$.

A. $z=3+6i$. **B.** $z=-1-10i$. **C.** $z=11$. **D.** $z=-3-6i$.

Câu 10. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$.

A. $x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=3$. **C.** $y=\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=3$.

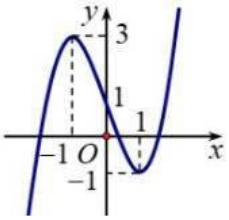
Câu 11. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối trụ đó theo a.

A. $\dfrac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 12. Tính môđun của số phức $z=-1+2i$.

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 1.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Câu 14. Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 a-3\log_5 b=2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=5b$. **B.** $a=25b^3$. **C.** $a=25b$. **D.** $a=10b^3$.

Câu 15. Gọi $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ là các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x-5\log_3 x+6=0$. Tính $T=\dfrac{x_2}{x_1}$.

A. $T=3^7$. **B.** $T=\dfrac{3}{2}$. **C.** $T=\dfrac{1}{3}$. **D.** $T=3$.

Câu 16. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V=4-2e$. **B.** $V=(4-2e)\pi$. **C.** $V=\left(e^2-5\right)\pi$. **D.** $V=e^2-5$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=5^{-x}$. **B.** $y=2023^x$ **C.** $y=\left(\sqrt{\pi}\right)^x$. **D.** $y=\left(e^2+1\right)^x$.

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sin 3x+\cos 3x$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 1.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+t\\y=1+2t\\z=6-3t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$?

A. $\overrightarrow{a_2}=(4;1;6)$. **B.** $\overrightarrow{a_4}=(-4;-1;-6)$. **C.** $\overrightarrow{a_3}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{a_1}=(1;2;-3)$.

Câu 20. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $\int\limits_1^3\left[1+f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{32}{3}$. **B.** $\dfrac{26}{3}$. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 15π. **B.** 10π. **C.** 30π. **D.** 5π.

Câu 22. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6\}$?

A. C_6^3. **B.** A_6^3. **C.** 3^6. **D.** P_6.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-3;0)$ và $P(0;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=-1$.

Câu 24. Biết $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=2$, tính $\int_{0}^{4}\left[4e^{2x}+3f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $2e^8$. **B.** $4e^8-1$. **C.** $2e^8+1$. **D.** $2e^8+2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Tìm phần ảo của z.

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng AB' và CC'.

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=16$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=16$.

Câu 31. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(4-x^2\right)$.

A. $D=[-2;2]$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$. **C.** $D=(-2;2)$. **D.** $D=(0;2)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-5;1)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (xOy).

A. $P(3;-5;0)$. **B.** $N(0;0;-1)$. **C.** $N(0;0;1)$. **D.** $Q(-3;5;0)$

Câu 33. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=-6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=6$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{25}{4}$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{13}{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3a$ và $AD=4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{5}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $12\sqrt{5}a^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$. **C.** $4\sqrt{5}a^3$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

Câu 35. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=17$ và $d=-2$. Tìm u_1.

A. -19. **B.** -21. **C.** 19. **D.** 21.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=3-2t\\z=t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2-t'\\y=1+2t'\\z=-4+t'\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (xOy) và cắt hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=9+2t\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2-t\\y=9+2t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3-2t\\y=6+9t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+t\\y=6+3t\\z=0\end{cases}$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $AA'=2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 38. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+1\right)+\log_2\left(13x^2-4x+3-m\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x là

A. 0. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có các chữ số đôi một khác nhau, đồng thời phải có mặt chữ số 0 và chữ số 2.

A. $\dfrac{7}{125}$. **B.** $\dfrac{7}{150}$. **C.** $\dfrac{7}{3600}$. **D.** $\dfrac{25}{81}$.

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-m.2^x+3m-5=0$ có hai nghiệm trái dấu là khoảng $(a;b)$. Tính $a-b$.

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

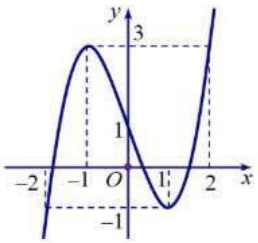
Câu 41. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|2z_1-1|=|2z_2-1|$?

A. 21. **B.** 19. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^4+2(m-1)x^2+2-m$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $m\in(-\infty;10)$. **B.** $m\in(-\infty;10]$. **C.** $m\in(-\infty;2]$. **D.** $m\in(-\infty;2)$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thực âm của phương trình $f'(f(x))=0$.

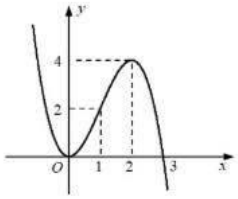


A. 4. **B.** 2 **C.** 3. **D.** 5.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[1;+\infty)$, $f(1)=2$ và $\left(\dfrac{f^2(x)}{x^2}\right)'=1,\ \forall x\in[1;+\infty)$. Tính $f(2)$.

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(-x^3+3x+m)$ có đúng 6 điểm cực trị?



A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

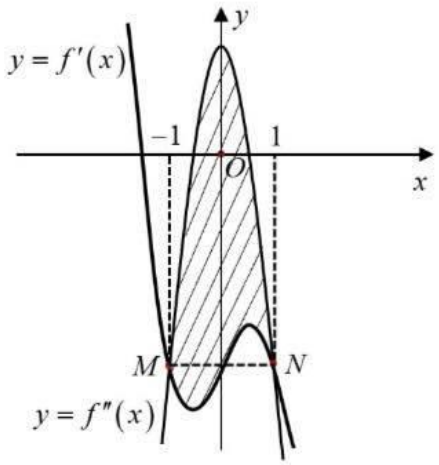
Câu 46. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x-1 & \text{khi } x\ge 0\\ 2x^2-1 & \text{khi } x<0\end{cases}$. Tính $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{f'(\ln x)\ln x}{x}\,dx$.

A. $\dfrac{5}{2}$ **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):3x-4z+8=0$ và mặt phẳng $(Q):3x-4z-12=0$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua gốc tọa độ O và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q). Biết rằng khi (S) thay đổi thì tâm của nó luôn nằm trên một đường tròn (C) có tâm $H(a;b;c)$, bán kính r. Tính $T=25\left(a+c+\dfrac{r}{\sqrt{6}}\right)$.

A. $T=8\sqrt{6}$. **B.** $T=18$. **C.** $T=5\sqrt{6}$. **D.** $T=43$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với a,b,c,d,e là các số thực. Đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$ cắt nhau tại các điểm trong đó có hai điểm là M,N (tham khảo hình vẽ). Biết diện tích miền gạch chéo bằng 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$.



A. 8. **B.** 64. **C.** 32. **D.** 16.

Câu 49. Cho các số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-i|=\sqrt{2}$, $|\overline{z_2}|=|z_2+1+i|$ và $\frac{z_2-z_1}{1-2i}$ là số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|$.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC=2a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $4a^3$.

------ HẾT ------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.C	5.A	6.B	7.B	8.C	9.D	10.D
11.C	12.C	13.A	14.B	15.D	16.C	17.A	18.C	19.D	20.D
21.A	22.B	23.B	24.C	25.A	26.B	27.D	28.A	29.D	30.C
31.C	32.A	33.B	34.C	35.D	36.B	37.D	38.C	39.B	40.A
41.D	42.C	43.B	44.A	45.A	46.C	47.B	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tính bán kính của mặt cầu có diện tích 16π.

A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$S = 4\pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Leftrightarrow R = 2.$

Câu 2: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_3(x+5) + \log_3(x+1) = \log_3(x+11)$.

A. 6. **B.** -5. **C.** -6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x+5>0 \\ x+1>0 \\ x+11>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-5 \\ x>-1 \\ x>-11 \end{cases} \Leftrightarrow x>-1.$

$$\log_3(x+5) + \log_3(x+1) = \log_3(x+11) \Leftrightarrow \log_3\left[(x+5).(x+1)\right] = \log_3(x+11)$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+6x+5\right) = \log_3(x+11) \Leftrightarrow x^2+6x+5 = x+11$$

$$\Leftrightarrow x^2+5x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-6 \end{array}\right.$$

So sánh với điều kiện ta được $x=1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(1;2;3); N(4;2;-1)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. 10. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$MN=\sqrt{(4-1)^2+(2-2)^2+(-1-3)^2}=5.$

Câu 5: Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{4}{5}}.\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^5}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P=a^{\frac{-11}{30}}$. **B.** $P=a^{\frac{11}{30}}$. **C.** $P=a^{\frac{-13}{15}}$ **D.** $P=a^{\frac{11}{15}}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=\dfrac{a^{\frac{4}{5}}.\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^5}}=P=\dfrac{a^{\frac{4}{5}}.a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{3}}}=a^{\frac{4}{5}+\frac{1}{2}-\frac{5}{3}}=a^{\frac{-11}{30}}$.

Câu 6: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=x^3+(m-1)x^2-mx+1$ đạt cực trị tại điểm $x=1$?

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2+2(m-1)x-m, y''=6x+2(m-1)$. Để hàm số đạt cực trị tại điểm $x=1$ thì

$\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\m\neq -2\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-2y+4z-7=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=2$. **B.** $R=4$. **C.** $R=16$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính R của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-2)^2+1^2+(-2)^2+7}=4$.

Câu 8: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$?

A. $M_4\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. **B.** $M_1\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_2\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $M_3\left(-\dfrac{1}{4};1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $4z^2-16z+17=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2+\dfrac{i}{2}\\z=2-\dfrac{i}{2}\end{array}\right.$. z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=2+\dfrac{i}{2}$.

Suy ra $w=iz_0=-\dfrac{1}{2}+2i$. Điểm biểu diễn của $w=iz_0$ là $M_2\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 9: Cho hai số phức $z_1=4-3i$ và $z_2=7+3i$. Tìm số phức $z=z_1-z_2$.

A. $z=3+6i$. **B.** $z=-1-10i$. **C.** $z=11$. **D.** $z=-3-6i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = z_1 - z_2 = 4 - 3i - (7 + 3i) = -3 - 6i$.

Câu 10: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$.

A. $x = \dfrac{1}{3}$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = \dfrac{1}{3}$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Vì $\lim\limits_{x \to 3^+} = \dfrac{3x-1}{x-3} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng $x = 3$.

Câu 11: Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối trụ đó theo a.

A. $\dfrac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn B

Vì thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $2a$ nên hình trụ đã cho có bán kính đáy $R = a$ và đường cao $h = 2a$.

Vậy thể tích khối trụ đó là $V = \pi R^2 . h = 2\pi a^3$.

Câu 12: Tính môđun của số phức $z = -1 + 2i$.

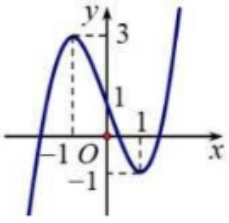
A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z| = |-1 + 2i| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = -x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có hai cực trị nên là hàm số bậc ba. Loại đáp án B và D.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ nên hệ số a dương. Chọn A.

Câu 14. Với a, b là các số thực dương tuỳ ý thoả mãn $\log_5 a - 3\log_5 b = 2$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = 5b$. **B.** $a = 25b^3$. **C.** $a = 25b$. **D.** $a = 10b^3$.

Lời giải

Chọn B

$\log_5 a - 3\log_5 b = 2 \Leftrightarrow \log_5 a - \log_5 b^3 = 2 \Leftrightarrow \log_5 \frac{a}{b^3} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 5^2 \Leftrightarrow a = 25b^2.$

Câu 15. Gọi $x_1, x_2 \left(x_1 < x_2\right)$ là các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$. Tính $T = \frac{x_2}{x_1}$.

A. $T = 3^7$. **B.** $T = \frac{3}{2}$. **C.** $T = \frac{1}{3}$. **D.** $T = 3$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$

$\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3^2 \\ x = 3^3 \end{array}\right.$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 3^2, x_2 = 3^3$. Vậy $T = \frac{x_2}{x_1} = \frac{3^3}{3^2} = 3.$

Câu 16. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = 4 - 2e$. **B.** $V = (4-2e)\pi$. **C.** $V = (e^2 - 5)\pi$. **D.** $V = e^2 - 5$.

Lời giải

Chọn C

$2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1.$

$V = \pi\int_0^1 \left[2(x-1)e^x\right]^2 dx = 4\pi\int_0^1 (x-1)^2 e^{2x} dx$

$= 4\pi\left[\left[(x-1)^2 . \frac{1}{2}e^{2x}\right]\Big|_0^1 - \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx\right] = 4\pi\left[-\frac{1}{2} - (x-1)\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^1 + \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x} dx\right]$

$= 4\pi\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1\right) = 4\pi\left(-1 + \frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4}\right) = \pi(e^2 - 5).$

Câu 17: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 5^{-x}$. **B.** $y = 2023^x$. **C.** $y = \left(\sqrt{\pi}\right)^x$. **D.** $y = \left(e^2 + 1\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = 5^{-x} \Rightarrow y' = -5^{-x}\ln 5 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y = 5^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 18: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sin 3x + \cos 3x$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\sin 3x+\cos 3x=\sqrt{2}\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$.

Ta có $-1\le \sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)\le 1\Rightarrow -\sqrt{2}\le \sqrt{2}\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)\le \sqrt{2}\Rightarrow -\sqrt{2}\le f(x)\le \sqrt{2}$.

$\max f(x)=\sqrt{2}\Leftrightarrow \sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow 3x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{12}+\frac{k2\pi}{3}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+t\\y=1+2t\\z=6-3t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$?

A. $\overrightarrow{a_2}=(4;1;6)$. **B.** $\overrightarrow{a_4}=(-4;-1;-6)$. **C.** $\overrightarrow{a_3}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{a_1}=(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_1}=(1;2;-3)$.

Câu 20: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $\int_1^3\left[1+f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{26}{3}$. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^3\left[1+f(x)\right]\mathrm{d}x=\left(x+x^2\right)\Big|_1^3=10$.

Câu 21: Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 15π. **B.** 10π. **C.** 30π. **D.** 5π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi rl=15\pi$

Câu 22: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6\}$?

A. C_6^3. **B.** A_6^3. **C.** 3^6. **D.** P_6.

Lời giải

Chọn B

Số số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập hợp A là A_6^3.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-3;0)$ và $P(0;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=-1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $\frac{x}{1}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 24: Biết $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=2$, tính $\int_{0}^{4}\left[4\mathrm{e}^{2x}+3f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $2\mathrm{e}^8$. **B.** $4\mathrm{e}^8-1$. **C.** $2\mathrm{e}^8+1$. **D.** $2\mathrm{e}^8+2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ nên $\int_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x=1$.

Do đó $\int_{0}^{4}\left[4\mathrm{e}^{2x}+3f(x)\right]\mathrm{d}x=4\int_{0}^{4}\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x+3\int_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^{2x}\Big|_{0}^{4}+3.1=2\mathrm{e}^8+1$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 26: Cho số phức z thoả mãn $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Tìm phần ảo của z.

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

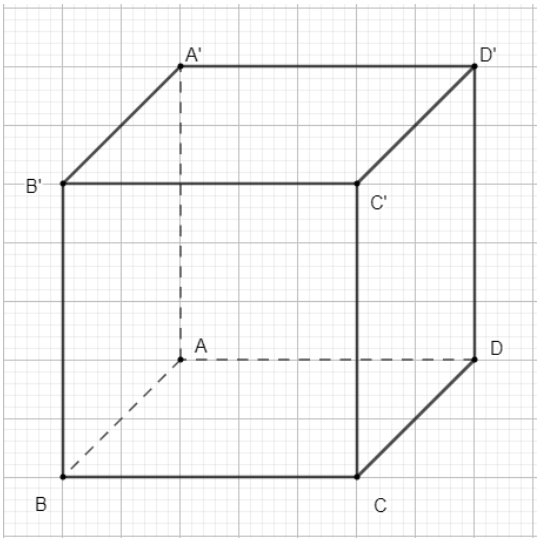
Đặt $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có:

$$(2+i)(a+bi)-4(a-bi-i)=-8+19i$$
$$\Leftrightarrow 2a-b+(a+2b)i-4a+(4b+4)i=-8+19i$$
$$\Leftrightarrow -2a-b+(a+6b+4)=-8+19i$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}-2a-b=-8\\ a+6b+4=19\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}$$

Vậy phần ảo của z bằng 2.

Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng AB' và CC'.



A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(\widehat{AB',CC'}\right)=\left(\widehat{AB',BB'}\right)=\widehat{AB'B}=45°$ (vì tam giác $\Delta AB'B$ vuông cân tại B).

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=\cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=2\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-2\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\int \cos 2x\,dx=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=16$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện tiếp xúc là $R = d\left(I,\left(P\right)\right) = \dfrac{\left|2.1+1-2.0+3\right|}{\sqrt{2^2+1^2+\left(-2\right)^2}} = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2 = 4$.

Câu 31: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}\left(4-x^2\right)$.

A. $D = \left[-2;\,2\right]$. **B.** $D = \mathbb{R}\setminus\left\{-2;\,2\right\}$. **C.** $D = \left(-2;\,2\right)$. **D.** $D = \left(0;\,2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $4-x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Vậy $D = \left(-2;\,2\right)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(3;-5;\,1\right)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $\left(xOy\right)$.

A. $P\left(3;-5;0\right)$. **B.** $N\left(0;0;-1\right)$. **C.** $M\left(0;0;1\right)$ **D.** $Q\left(-3;\,5;0\right)$

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $\left(xOy\right)$ là $P\left(3;-5;0\right)$.

Câu 33: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x+\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$

A. $\min\limits_{[2;4]} y = -6$ **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = 6$ **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{25}{4}$ **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{13}{2}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 1-\dfrac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \;\; (tmdk) \\ x = -3 \end{array}\right.$

$y\left(2\right) = \dfrac{13}{2}$

$y\left(3\right) = 6 \;\; \Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y = 6$

$y\left(4\right) = \dfrac{25}{4}$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3a$ và $AD = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SA = a\sqrt{5}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $12\sqrt{5}a^3$ **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$ **C.** $4\sqrt{5}a^3$ **D.** $\dfrac{4\sqrt{5}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}3a.4a.a\sqrt{5} = 4\sqrt{5}a^3\left(dvtt\right)$

Câu 35: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 17$ và $d = -2$. Tìm u_1

A. -19 **B.** -21 **C.** 19 **D.** 21

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức $u_3 = u_1 + 2d = 17 \Leftrightarrow u_1 + 2.(-2) = 17 \Leftrightarrow u_1 = 21$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = -4 + t' \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (xOy) và cắt hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 9 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 9 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 6 + 9t \\ z = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 6 + 3t \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt phẳng (xOy) có một VTPT là $\vec{k}(0;0;1)$

Giả sử $\Delta \cap d_1 = A \Rightarrow A(1+t;3-2t;t)$.

$\Delta \cap d_2 = B \Rightarrow B(2-t';1+2t';-4+t')$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1-t-t';2t+2t'-2;-t+t'-4)$ là một VTCP của Δ

Vì $\Delta \subset (xOy) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{k} = 0 \Rightarrow -t + t' - 4 = 0 \Leftrightarrow t = t' - 4$

Mặt khác, $A \in \Delta \Rightarrow A \in (xOy) \Rightarrow t = 0; t' = 4$

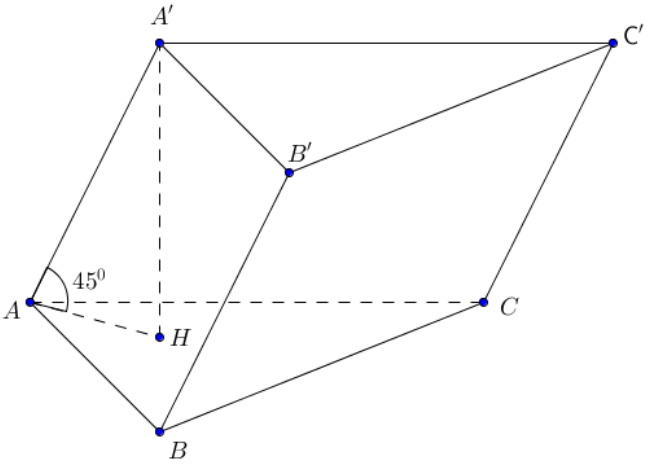
$\Rightarrow A(1;3;0), B(-2;9;0), \overrightarrow{AB} = (-3;6;0)$

Câu 37. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $AA' = 2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABC) \Rightarrow \widehat{A'AH} = 45^0$.

Ta có: $\sin 45^0 = \dfrac{A'H}{A'A} \Rightarrow A'H = A'A.\sin 45^0 = 2a.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow V = B.h = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 38. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+1\right)+\log_2\left(13x^2-4x+3-m\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x là

A. 0. **B.** 5 **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+1\right)+\log_2\left(13x^2-4x+3-m\right)\geq 0, \forall x$

$\Leftrightarrow -\log_2\left(x^2+1\right)+\log_2\left(13x^2-4x+3-m\right)\geq 0, \forall x$

$\Leftrightarrow \dfrac{13x^2-4x+3-m}{x^2+1}\geq 1 \Leftrightarrow \dfrac{12x^2-4x+2-m}{x^2+1}\geq 0, \forall x$

$\Leftrightarrow 12x^2-4x+2-m\geq 0, \forall x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12>0 \\ 4-24+12m\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq \dfrac{5}{3}$

$m\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow m=1$

Câu 39: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có các chữ số đôi một khác nhau, đồng thời phải có mặt chữ số 0 và chữ số 2.

A. $\dfrac{7}{125}$ **B.** $\dfrac{7}{150}$ **C.** $\dfrac{7}{3600}$ **D.** $\dfrac{25}{81}$

Lời giải

Chọn B

Số các số tự nhiên có 6 chữ số là 9.10^5. Do đó $n(\Omega)=900000$.

Gọi biến cố A: "các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và chữ số 2 "

Gọi số tự nhiên có 6 số có dạng $\overline{abcdef}$, $a,b,c,d,e,f \in \{0;1;...;9\}$.

Xếp vị trí của chữ số 0 có 5 cách; xếp vị trí cho chữ số 2 có 5 cách; 4 chữ số còn lại có A_8^4 cách. Suy ra $n(\Omega_A) = 5.5.A_8^4 = 42000$.

Vậy $P(A) = \dfrac{42000}{900000} = \dfrac{7}{150}$.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m.2^x + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là khoảng $(a;b)$. Tính $a-b$

A. $-\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{5}{3}$ **C.** $-\dfrac{2}{3}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn A

$4^x - m.2^x + 3m - 5 = 0$ (1).

Đặt $t = 2^x > 0$; phương trình (1) thành: $f(t) = t^2 - mt + 3m - 5 = 0$ (2).

YCBT $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa $0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1.f(1) < 0 \\ S = m > 0 \\ P = 3m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4 < 0 \\ m > 0 \\ m > \dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{5}{3};2\right).$$

$\Rightarrow a = \dfrac{5}{3}$; $b = 2$. Vậy $a - b = \dfrac{5}{3} - 2 = -\dfrac{1}{3}$.

Câu 41: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thoả mãn $|2z_1 - 1| = |2z_2 - 1|$?

A. 21. **B.** 19. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2 - 2z + m^2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 1 - m^2$ (1)

Trường hợp 1: $1 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt.

Do đó $|2z_1 - 1| = |2z_2 - 1| \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2z_1 - 1 = 2z_2 - 1 \\ 2z_1 - 1 = -(2z_2 - 1) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} z_1 = z_2 \\ z_1 + z_2 = 1 \end{bmatrix}$ (không thoả mãn).

Trường hợp 2: $1 - m^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m > 1 \\ m < -1 \end{bmatrix}$.

Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm thực phức $z_1 = 1 + i\sqrt{m^2 - 1}$ và $z_2 = 1 - i\sqrt{m^2 - 1}$.

Do đó $|2z_1 - 1| = |2z_2 - 1| \Leftrightarrow \left|2\left(1 + i\sqrt{m^2 - 1}\right) - 1\right| = \left|2\left(1 - i\sqrt{m^2 - 1}\right) - 1\right|$

$\Leftrightarrow \left|1+2i\sqrt{m^2-1}\right| = \left|1-2i\sqrt{m^2-1}\right| \Leftrightarrow \sqrt{1^2+\left(2\sqrt{m^2-1}\right)^2} = \sqrt{1^2+\left(-2\sqrt{m^2-1}\right)^2}$ (luôn đúng).

Do đó $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$ thoả mãn.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ thuộc đoạn $[-10;10] \Rightarrow m \in \{-10;-9;...;-2;2;...;9;10\}$.

Vậ có 18 giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10;10]$ thoả mãn.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^4+2(m-1)x^2+2-m$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $m \in (-\infty;10)$. **B.** $m \in (-\infty;10]$. **C.** $m \in (-\infty;2]$. **D.** $m \in (-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-4x^3+4(m-1)x$.

Hàm số $y=-x^4+2(m-1)x^2+2-m$ nghịch biến trên khoảng $(1;3) \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in (1;3)$

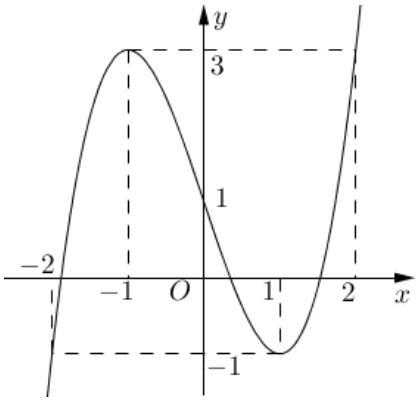
$\Leftrightarrow -4x^3+4(m-1)x \le 0, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow m \le x^2+1, \forall x \in (1;3)$.

Xét $g(x)=x^2+1$ với $x \in (1;3)$ có $g'(x)=2x>0, \forall x \in (1;3)$.

Do đó $m \le g(1)=2$.

Vậy $m \in (-\infty;2]$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thực âm của phương trình $f'(f(x))=0$.



A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$f'(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-1 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

+ Phương trình $f(x)=-1$ có 1 nghiệm thực âm $x=-2$.

+ Phương trình $f(x)=1$ có 1 nghiệm thực âm $x=a, \quad (-2<a<-1)$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực âm.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên nửa khoảng $[1;+\infty)$,

$f(1)=2$ và $\left(\dfrac{f^2(x)}{x^2}\right)'=1, \forall x\in[1;+\infty)$. Tính $f(2)$.

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

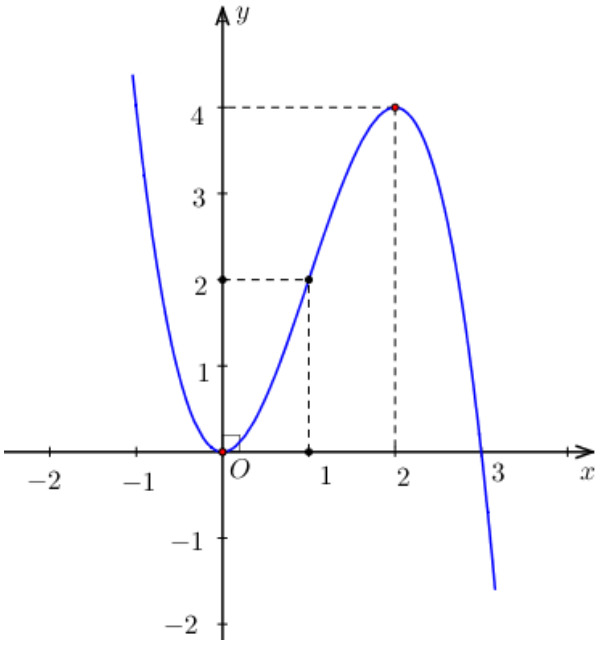
$\left(\dfrac{f^2(x)}{x^2}\right)'=1\Rightarrow\dfrac{f^2(x)}{x^2}=x+C$

Với $x=1$, ta có: $\dfrac{f^2(1)}{1^2}=1+C\Leftrightarrow 4=1+C\Leftrightarrow C=3$.

Suy ra $\dfrac{f^2(x)}{x^2}=x+3\Leftrightarrow f^2(x)=x^2(x+3)\Rightarrow f(x)=\sqrt{x^2(x+3)}$, vì $f(x)>0, \forall x\in[1;+\infty)$.

Vậy $f(2)=2\sqrt{5}$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(-x^3+3x+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?



A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

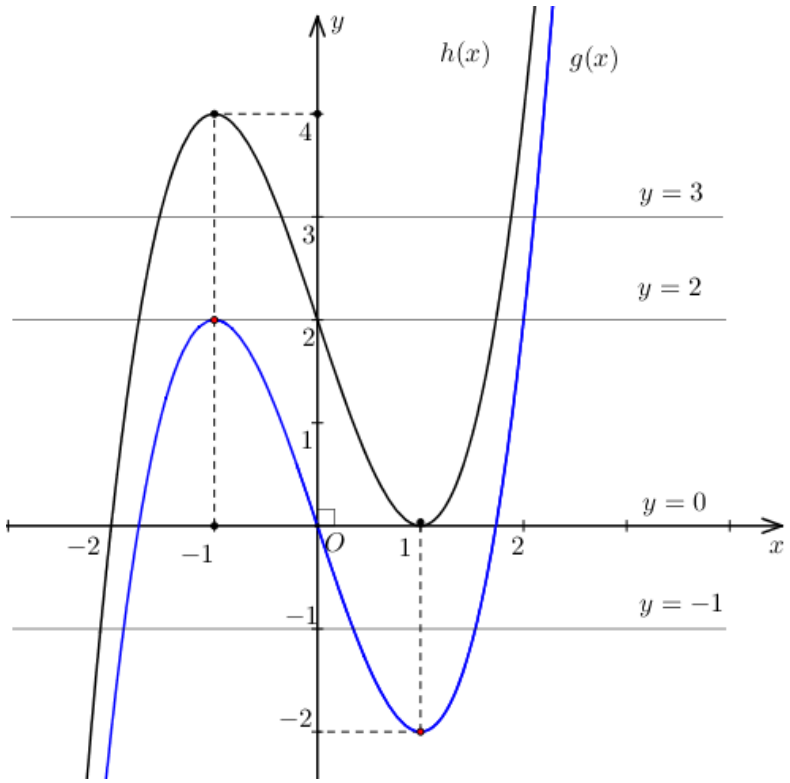
Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(-3x^2+3\right)f'\left(-x^3+3x+m\right)$,

$$y'=0\Rightarrow\left(-3x^2+3\right)f'\left(-x^3+3x+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\-x^3+3x+m=0\\-x^3+3x+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\m=x^3-3x\\m=x^3-3x+2\end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x$, $h(x)=x^3-3x+2$ có đồ thị hàm số như hình vẽ sau



Do đó dựa vào đồ thị ta suy ra yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 \le m < 4 \\ -2 < m \le 0 \end{array}\right.$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1, 0, 2, 3\}$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{khi } x \ge 0 \\ 2x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tính $\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{f'(\ln x)\ln x}{x} dx$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$

Đổi cận

x	$\frac{1}{e}$	e
t	-1	1

$$\Rightarrow I = \int\limits_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{f'(\ln x)\ln x}{x} dx = \int\limits_{-1}^{1} t.f'(t)dt = \int\limits_{-1}^{1} td\left(f(t)\right) = t.f(t)\Big|_{-1}^{1} - \int\limits_{-1}^{1} f(t)dt = f(1) + f(-1) + \int\limits_{-1}^{1} f(t)dt$$

Ta có $f(1) = 1^2 + 1 - 1 = 1$; $f(-1) = 2.(-1)^2 - 1 = 1$;

$$\int\limits_{-1}^{1} f(t)dt = \int\limits_{-1}^{1} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{0} f(x)dx + \int\limits_{0}^{1} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{0} (2x^2 - 1)dx + \int\limits_{0}^{1} (x^2 + x - 1)dx = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I = f(1) + f(-1) + \int\limits_{-1}^{1} f(t)dt = 1 + 1 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):3x-4z+8=0$ và mặt phẳng $(Q):3x-4z-12=0$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua gốc tọa độ O và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q). Biết rằng khi (S) thay đổi thì tâm của nó luôn nằm trên một đường tròn (C) có tâm $H(a;b;c)$, bán kính r. Tính $T=25\left(a+c+\dfrac{r}{\sqrt{6}}\right)$.

A. $8\sqrt{6}$. **B.** 18. **C.** $5\sqrt{6}$. **D.** 43.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(P)//(Q)\Rightarrow R=\dfrac{d\left((P);(Q)\right)}{2}=\dfrac{\left|8-(-12)\right|}{2\sqrt{3^2+0^2+(-4)^2}}=2$

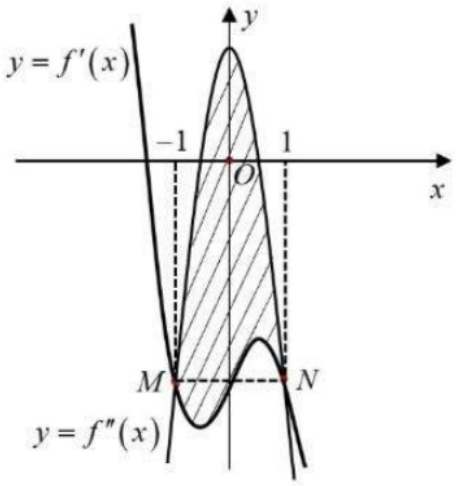
Lấy $A(0;0;2)$ và $B(0;0;-3)$ lần lượt thuộc hai mặt phẳng (P) và (Q). Gọi (E) là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) khi đó (E) sẽ nhận $\vec{n}=(3;0;-4)$ và đi qua trung điểm của $AB\Rightarrow(E):3x-4z-2=0$.

Gọi d là đường thẳng vuông góc với (P) và (Q) và đi qua gốc tọa độ $O\Rightarrow d:\begin{cases}x=3t\\y=0\\z=-4t\end{cases}$.

Khi đó $H=d\cap(E)\Rightarrow H(3t;0;-4t)\in(E)\Leftrightarrow 3.3t-4(-4t)-2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{25}\Rightarrow H\left(\dfrac{6}{25};0;\dfrac{-8}{25}\right)$.

Ta có $r=\sqrt{R^2-HO^2}=\sqrt{4-\dfrac{4}{25}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\Rightarrow T=25\left(\dfrac{6}{25}+\dfrac{-8}{25}+\dfrac{4\sqrt{6}}{5\sqrt{6}}\right)=18$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với a,b,c,d,e là các số thực. Đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$ cắt nhau tại các điểm trong đó có hai điểm là M,N (tham khảo hình vẽ).



Biết diện tích miền gạch chéo bằng 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$.

A. 8. **B.** 64. **C.** 32. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$

$\Rightarrow f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d \Rightarrow f''(x)=12ax^2+6bx+2c$

Ta có $f''(-1)=f''(1)\Leftrightarrow 12a-6b+2c=12a+6b+2c\Leftrightarrow b=0$

Với $b=0$ ta có $f'(x)-f''(x)=4ax^3-12ax^2+2cx+d-2c$

Mặt khác, gọi $x=k$ là nghiệm của còn lại của phương trình $f'(x)=f''(x)$, khi đó:

$f'(x)-f''(x)=4a(x-k)(x-1)(x+1)=4a(x-k)(x^2-1)=4ax^3-4kax^2-4ax+4ka$

$\Rightarrow -4ka=-12a\Leftrightarrow k=3\Rightarrow f'(x)-f''(x)=4a(x-3)(x-1)(x+1)$

Ta có $S=\int_{-1}^{1}\left[f''(x)-f'(x)\right]\mathrm{d}x=-\int_{-1}^{1}4a(x-3)(x-1)(x+1)\mathrm{d}x=8\Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$ là

$S=\int_{-1}^{3}\left|-2(x-3)(x-1)(x+1)\right|\mathrm{d}x=16$.

Câu 49. Cho các số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-i|=\sqrt{2}$, $|\overline{z_2}|=|z_2+1+i|$ và $\frac{z_2-z_1}{1-2i}$ là số thực.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|$.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z_1=a+bi; z_2=c+di$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

$|z_1-1-i|=\sqrt{2}\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2=2\Leftrightarrow a^2+b^2=2a+2b$. (1)

$|\overline{z_2}|=|z_2+1+i|\Leftrightarrow c^2+d^2=(c+1)^2+(d+1)^2\Leftrightarrow c+d+1=0\Leftrightarrow c=-d-1$.

$\frac{z_2-z_1}{1-2i}$ là số thực $\Leftrightarrow \frac{z_2-z_1}{1-2i}=\frac{\overline{z_2}-\overline{z_1}}{1+2i}\Leftrightarrow (z_2-z_1)(1+2i)=(1-2i)(\overline{z_2}-\overline{z_1})$

$\Leftrightarrow z_2-z_1+2iz_2-2iz_1=\overline{z_2}-\overline{z_1}-2i\overline{z_2}+2i\overline{z_1}\Leftrightarrow 2di-2bi+4ci-4ai=0\Leftrightarrow 2a+b=2c+d$.

Thay $c=-d-1$ vào ta được $d=-2a-b-2$ và $c=2a+b+1$.

$P=|z_1-z_2|=|a+bi-(2a+b+1)+(2a+b+2)i|=\sqrt{(a+b+1)^2+(2a+2b+2)^2}=\sqrt{5}|a+b+1|$.

Ta có $(a+b)^2\le(a^2+b^2)(1+1)=2(a^2+b^2)$.

Kết hợp với (1) ta được $(a+b)^2\le 4(a+b)\Leftrightarrow 0\le a+b\le 4\Rightarrow 1\le a+b+1\le 5$.

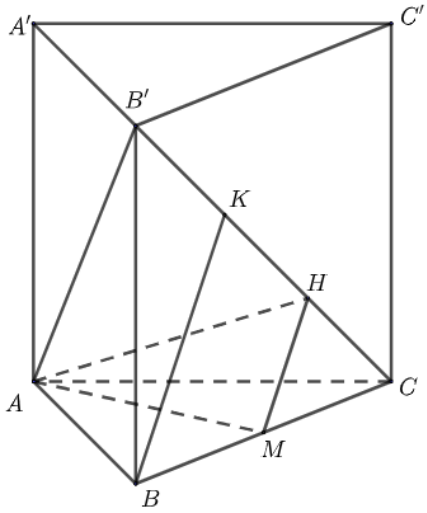
Vậy $\sqrt{5}\le P\le 5\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của P là 5 khi $z_1=0; z_2=1-2i$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC=2a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn D



ΔABC vuông cân tại A, cạnh $BC = 2a\sqrt{2}$ nên $AB = AC = 2a$. Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC \Rightarrow AM \perp (BCC'B')$ và $AM = a\sqrt{2}$.

Hạ $AH \perp B'C$, ta dễ dàng có $B'C \perp (AHM)$ nên góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng góc $\widehat{AHM}$ và bằng $60°$.

Vậy ta có $HM = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Hạ $BK \perp B'C$ thì $BK = 2HM = \dfrac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Xét tam giác vuông $B'BC$ có BK là đường cao nên $\dfrac{1}{BB'^2} = \dfrac{1}{BK^2} - \dfrac{1}{BC^2} = \dfrac{3}{8a^2} - \dfrac{1}{8a^2} = \dfrac{1}{4a^2}$.

Vậy $BB' = 2a$..

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = 2a.\dfrac{1}{2}(2a)^2 = 4a^3$.