

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = -1 + 4i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 1 + 3i$. B. $z = 3 - 5i$. C. $z = 1 - 3i$. D. $z = -3 + 5i$.

Câu 2: Cho khối chóp có thể tích bằng 18 cm^3 và diện tích đáy bằng 9 cm^2 . Chiều cao của khối chóp đó là

- A. 2 cm . B. 6 cm . C. 3 cm . D. 4 cm .

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $M(-5; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức

- A. $z = 3 + 5i$. B. $z = 3 - 5i$. C. $z = -5 + 3i$. D. $z = 5 + 3i$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. 3 . C. $\sqrt{3}$. D. 9 .

Câu 5: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4; 0]$. Giá trị $\frac{m}{M}$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{64}{3}$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x + 1) = 2$ là

- A. $x = 4$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = \frac{7}{2}$. D. $x = 2$.

Câu 7: Số các tập con gồm 3 phần tử của một tập hợp gồm 6 phần tử là

- A. C_6^3 . B. 2 . C. $3!$. D. A_6^3 .

Câu 8: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

- A. 1 . B. -1 . C. -2 . D. 2 .

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y							

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 10: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -\frac{1}{2}$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 11: Khối lập phương cạnh 3 có thể tích là

- A. 27. B. 8. C. 9. D. 6.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông với $AC = 5\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 5$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 13: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 16\pi$. C. $V = 8\pi$. D. $V = 4\pi$.

Câu 14: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. $y' = \frac{x}{\ln 3}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{\ln 3}{x}$.

Câu 15: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rh$. C. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi^2 rh$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 16: Cho $\int_0^3 f(x)dx = 5$, $\int_2^3 f(x)dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

- A. -2. B. 8. C. 2. D. -8.

Câu 17: Cho $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_{-2}^5 g(x)dx = -3$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 13$. C. $I = -11$. D. $I = 27$.

Câu 18: Cho số phức $z = 1 - 3i$. Môđun của số phức $(2 - i)\bar{z}$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 6. D. 8.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (0; 3; 1)$. Tích vô hướng của hai vectơ bằng

- A. 9. B. -3. C. 3. D. 6.

Câu 20: Từ các chữ số 1; 2; 4; 6; 8; 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số chia hết cho 3 là

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị. B. Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$. D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 22: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-1; 2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$?

- A. $\vec{u} = (1; -3; 2)$. B. $\vec{u} = (-2; 3; -1)$. C. $\vec{u} = (2; -3; -1)$. D. $\vec{u} = (2; 3; -1)$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_2 bằng

- A. 5. B. 9. C. 8. D. 6.

Câu 25: Cho cấp số nhân $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 5$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 26: Cho $F(x) = \int (3x^2 + 2x + 5) dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = x^3 + x^2 + 5$. B. $F(x) = x^3 + x + C$.
C. $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + C$. D. $F(x) = x^3 + x^2 + C$.

Câu 27: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^2 + 2$. B. $y = -2021x + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 4$. D. $y = \frac{1}{x-1}$.

Câu 28: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

- A. -2. B. 1. C. -1. D. 2.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = e^{3x}$. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

- A. $3e^{3x} + C$. B. $\frac{1}{3}e^x + C$. C. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$. D. $3e^x + C$.

Câu 30: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $2 + \log a$. B. $\frac{1}{2} + \log a$. C. $2 \log a$. D. $(\log a)^2$.

Câu 31: Với x là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{x^5}$ bằng

- A. x^{15} . B. $x^{\frac{3}{5}}$. C. x^8 . D. $x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $P(3;0;1)$. B. $Q(0;4;1)$. C. $M(0;0;1)$. D. $N(3;4;0)$.

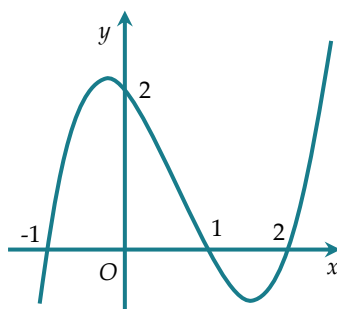
Câu 33: Nghiệm của phương trình $4^{2x-1} = 64$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 34: Tích phân $\int_{-1}^2 2x dx$ bằng

- A. 3. B. 6. C. -3. D. -6.

Câu 35: Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$. D. $y = (x^2 - 1)(x + 2)$.

Câu 36: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, BC = 2, AD' = \sqrt{5}$. Gọi I là trung điểm BC . Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (AID') bằng

- A. $\frac{\sqrt{46}}{46}$. B. $\frac{\sqrt{46}}{23}$. C. $\frac{3\sqrt{46}}{23}$. D. $\frac{3\sqrt{46}}{46}$.

Câu 37: Gọi E là tập hợp tất cả các số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 4031 số nguyên x thỏa mãn $\log_2^2 x - 3y \log_2 x + 2y^2 < 0$. Tập E có bao nhiêu phần tử?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 5.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 2. B. $\sqrt{6}$. C. 4. D. 3.

Câu 39: Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = |1 - iz|$ và $z - \frac{9}{z}$ là số thuần ảo?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3), D(1;2;3)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{13\sqrt{14}}{14}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. $\frac{12}{7}$.

D. $\frac{18}{7}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $m \geq 6$.

D. $m \leq 6$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{8a^3}{3}$.

B. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 25$. Từ điểm A thay đổi

trên đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 10 + t \\ y = -t \\ z = 10 + t \end{cases}$, kẻ các tiếp tuyến AB, AC, AD tới mặt cầu (S) với B, C, D là các tiếp điểm.

Biết rằng mặt phẳng (BCD) luôn chứa một đường thẳng cố định. Góc giữa đường thẳng cố định đó với mặt phẳng (Oxy) bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 44: Cho hàm số $y = |2x^3 - 3x^2 + 6(m^2 + 1)x + 2021|$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 0]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng

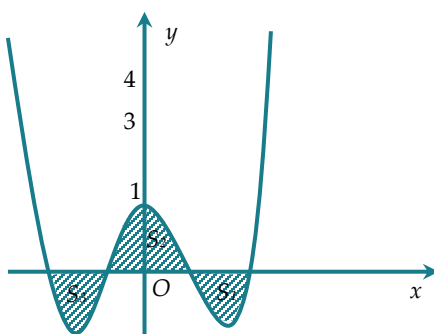
A. 2021.

B. 0.

C. 335.

D. 670.

Câu 45: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Biết tồn tại duy nhất giá trị $m = \frac{a}{b}$ với

a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản sao cho $S_1 + S_3 = S_2$. Đặt $T = a + b$. Mệnh đề nào đúng?

A. $T \in (8; 10)$.

B. $T \in (10; 13)$.

C. $T \in (4; 6)$.

D. $T \in (6; 8)$.

Câu 46: Cho biết $\int_0^1 x^3 \ln\left(\frac{4-x^2}{4+x^2}\right) dx = a + b \ln \frac{p}{q}$, với a, b là các số hữu tỉ; p, q là các số nguyên tố và $p < q$. Tính

$$S = 2ab + pq.$$

A. $S = 45$.

B. $S = 26$.

C. $S = \frac{45}{2}$.

D. $S = 30$.

Câu 47: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log \frac{\sqrt{x-2}}{100y} = (y - \sqrt{x-2})(y + \sqrt{x-2} + 1) - 2$. Giá trị lớn nhất

của biểu thức $P = \frac{\ln(y^2 + 2)}{\sqrt[2021]{x}}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

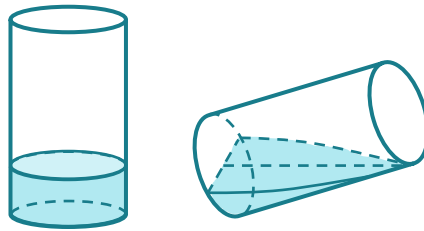
A. $(800; 900)$.

B. $(500; 600)$.

C. $(700; 800)$.

D. $(600; 700)$.

Câu 48: Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 4cm, chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy



A. $\frac{320}{3} \text{ cm}^3$.

B. $\frac{320}{3} \pi \text{ cm}^3$.

C. $\frac{160}{3} \pi \text{ cm}^3$.

D. $\frac{160}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 2| + 2|z - \bar{z} - 2i| \leq 12$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 4 - 4i|$. Tính $M + m$.

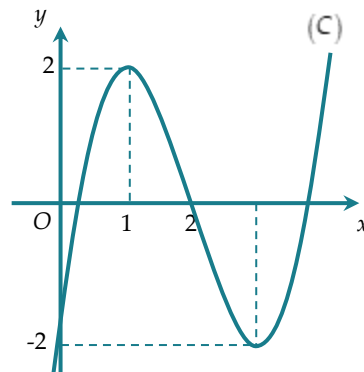
A. $\sqrt{5} + \sqrt{130}$.

B. $\sqrt{5} + \sqrt{61}$.

C. $\sqrt{10} + \sqrt{130}$.

D. $\sqrt{10} + \sqrt{61}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ



Phương trình $f(x^4 - 2m^2x^2 + 3) = x$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực?

A. 9.

B. 12.

C. 11.

D. 10.

HẾT

Câu	Mã 101	Mã 102	Mã 103	Mã 104	Mã 105	Mã 106	Mã 107	Mã 108
1.	A	B	D	C	C	B	A	A
2.	A	C	D	D	B	A	B	C
3.	D	D	B	D	A	D	C	D
4.	D	B	B	A	C	A	B	D
5.	C	C	A	C	B	A	B	B
6.	A	A	C	C	C	D	A	A
7.	B	B	C	C	D	D	A	D
8.	C	A	A	B	C	B	D	A
9.	D	B	B	A	D	D	D	B
10.	A	D	D	A	B	B	C	B
11.	C	D	C	C	B	C	A	A
12.	D	B	C	D	B	A	D	C
13.	B	C	D	A	D	C	C	C
14.	D	D	D	C	C	A	B	B
15.	A	C	D	C	C	D	D	A
16.	C	A	C	A	A	C	C	C
17.	D	A	A	B	C	B	B	C
18.	C	A	B	A	D	D	A	B
19.	A	D	B	D	A	A	B	D
20.	D	D	B	D	C	A	C	D
21.	B	B	D	C	C	C	A	A
22.	D	C	C	D	A	B	A	B
23.	C	C	D	D	B	B	B	B
24.	B	D	C	A	B	B	D	B
25.	B	A	D	B	D	D	B	C
26.	D	B	C	D	B	D	C	A
27.	A	C	B	B	B	C	B	D
28.	B	D	A	A	D	C	D	B
29.	D	C	A	C	D	C	C	C
30.	D	A	C	B	C	D	A	C
31.	A	B	B	C	A	A	D	D
32.	B	B	C	D	A	A	D	B
33.	C	D	D	B	B	A	B	D
34.	A	C	B	B	A	A	A	C
35.	C	D	B	B	D	B	C	D
36.	D	A	A	D	A	D	C	D
37.	D	A	A	A	D	D	B	D
38.	C	B	B	D	B	B	D	B
39.	A	C	C	B	A	A	B	C
40.	B	C	A	D	A	C	C	A
41.	B	A	A	D	D	D	B	A
42.	C	B	D	B	B	D	B	A
43.	B	D	D	B	C	B	C	D
44.	B	C	A	C	C	C	D	A
45.	C	A	A	A	A	C	A	B
46.	A	A	D	A	D	D	D	C
47.	C	D	B	C	B	B	C	A
48.	B	A	A	B	D	C	A	A
49.	D	B	C	D	B	C	A	A
50.	A	A	A	A	A	B	D	C

SỞ GD&ĐT THANH HÓA

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12



NĂM HỌC 2020 - 2021

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 06 trang - 50 câu trắc nghiệm

★★★★★

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	B	C	A	A	D	D	C	A	D	C	B	D	C	B	A	B	C	A	A	B	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	D	C	A	D	D	B	A	C	C	B	D			B	B	C	B	A	D	C	A	A	D

Câu 1: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = -1 + 4i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 1 + 3i$.

B. $z = 3 - 5i$.

C. $z = 1 - 3i$.

D. $z = -3 + 5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $z = z_1 + z_2 = (2 - i) + (-1 + 4i) = 1 + 3i$.

Câu 2: Cho khối chóp có thể tích bằng 18cm^3 và diện tích đáy bằng 9cm^2 . Chiều cao của khối chóp đó là

A. 2cm .

B. 6cm .

C. 3cm .

D. 4cm .

Lời giải

Chọn B

Chiều cao của khối chóp : $h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 18}{9} = 6\text{cm}$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $M(-5; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức

A. $z = 3 + 5i$.

B. $z = 3 - 5i$.

C. $z = -5 + 3i$.

D. $z = 5 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

$M(-5; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -5 + 3i$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. 3 .

C. $\sqrt{3}$.

D. 9 .

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có tâm $I(1; -2; 1)$ và bán kính

$R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2 - (-3)} = 3$.

Câu 5: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên

đoạn $[-4; 0]$. Giá trị $\frac{m}{M}$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{64}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$.

NHÓM TOÁN VD - VDC

NHÓM TOÁN VD - VDC

$$y' = x^2 + 4x + 3, y' = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-4; 0) \\ x = -3 \in (-4; 0) \end{cases}$$

Ta có: $y(-4) = \frac{-16}{3}, y(0) = -4, y(-3) = -4, y(-1) = \frac{-16}{3}$

Vậy $M = \frac{-16}{3}, m = -4$, suy ra $\frac{m}{M} = \frac{3}{4}$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$

- A.** $x = 4$. **B.** $x = \frac{5}{2}$. **C.** $x = \frac{7}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3(2x+1) = 2 \Leftrightarrow 2x+1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 7: Số các tập con gồm 3 phần tử của một tập hợp gồm 6 phần tử là

- A.** C_6^3 . **B.** 2. **C.** 3!. **D.** A_6^3 .

Lời giải

Chọn A

Số các tập con gồm 3 phần tử của một tập hợp gồm 6 phần tử là C_6^3

Câu 8: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

- A.** 1. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i \Rightarrow$ Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là 2.

Câu 9: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								

$-\infty$

$\nearrow$

3

$\searrow$

-1

$\nearrow$

3

$\searrow$

$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $(-2; 2)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 10: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng

- A.** $y = \frac{1}{2}$. **B.** $y = -\frac{1}{2}$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là $y = \frac{a}{c} \Rightarrow y = 2$

Câu 11: Khối lập phương cạnh bằng 3 có thể tích là

- A.** 27. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

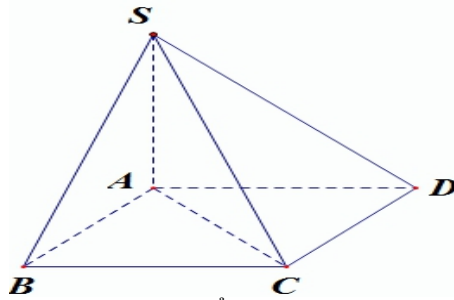
Chọn A

Thể tích của khối lập phương: $V = 3^3 = 27$

- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông với $AC = 5\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 5$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng
- A. 30° . B. 60° . C. 90° . **D. 45° .**

Lời giải

Chọn D



Hình chiếu của D trên mặt phẳng (SAB) là điểm $A \Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{ASD}$.

$$\text{Ta có } AC^2 = AD^2 + DC^2 \Leftrightarrow (5\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow x = AD = 5, SA = 5 \Rightarrow SD = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \cos(\widehat{SD}, (SAB)) = \cos \widehat{ASD} = \frac{SA}{SD} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{ASD} = 45^\circ$$

- Câu 13:** Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 16\pi$. **C. $V = 8\pi$.** D. $V = 4\pi$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi$.

- Câu 14:** Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. $y' = \frac{x}{\ln 3}$. **B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.** C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{\ln 3}{x}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, với $x > 0$ và $a > 0, a \neq 1$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{x \ln 3}.$$

- Câu 15:** Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rh$. C. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D. $S_{xq} = \pi rl$.**

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$.

- Câu 16:** Cho $\int_0^3 f(x) dx = 5$, $\int_2^3 f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. -2 . B. 8 . **C. 2 .** D. -8 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx \Leftrightarrow 5 = \int_0^2 f(x) dx + 3 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 2.$$

Câu 17: Cho $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_{-2}^5 g(x)dx = -3$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx$.

A. $I = 3$.

B. $I = 13$.

C. $I = -11$.

D. $I = 27$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx = \int_{-2}^5 f(x)dx - 4\int_{-2}^5 g(x)dx - \int_{-2}^5 1dx = 8 - 4(-3) - 7 = 13$.

Câu 18: Cho số phức $z = 1 - 3i$. Môđun của số phức $(2 - i)\bar{z}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(2 - i)\bar{z} = (2 - i)(1 + 3i) = 5 + 5i \Rightarrow |(2 - i)\bar{z}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (0; 3; 1)$. Tích vô hướng của hai vectơ bằng

A. 9.

B. -3.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có tích vô hướng của $\vec{a} = (-1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (0; 3; 1)$ là $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \cdot 0 - 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = -3$.

Câu 20: Từ các chữ số 1; 2; 4; 6; 8; 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số chia hết cho 3 là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố lấy được một số chia hết cho 3 từ các số 1; 2; 4; 6; 8; 9 $\Rightarrow n(A) = 2$.

Vậy xác suất để lấy được một số chia hết cho 3 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

B. Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu hai lần nên hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại $x = -1$ nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm tại $x = 1$ nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 22: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $\left|\frac{1}{2}; 2\right|$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left|\frac{1}{2}; 2\right|$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ vector nào là vector chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$

A. $\vec{u} = (1; -3; 2)$.

B. $\vec{u} = (-2; 3; -1)$.

C. $\vec{u} = (2; -3; -1)$.

D. $\vec{u} = (2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 3; -1)$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_2 bằng

A. 5.

B. 9.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = 6$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		5		$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 5$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Câu 26: Cho $F(x) = \int (3x^2 + 2x + 5) dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F(x) = x^3 + x^2 + 5$.

B. $F(x) = x^3 + x + 5$.

C. $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + C$.

D. $F(x) = x^3 + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

$$F(x) = \int (3x^2 + 2x + 5) dx = x^3 + x^2 + 5x + C.$$

Câu 27: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^2 + 2$.

B. $y = -2021x + 1$.

C. $y = x^2 - 3x + 4$.

D. $y = \frac{1}{x-1}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = -2021 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Câu 28: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -2.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = e^{3x}$. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $3e^{3x} + C$.

B. $\frac{1}{3}e^x + C$.

C. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$.

D. $3e^x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int e^{3x} dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$$

Câu 30: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

A. $2 + \log a$.

B. $\frac{1}{2} + \log a$.

C. $2 \log a$.

D. $(\log a)^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log(100a) = \log 100 + \log a = 2 + \log a$.

Câu 31: Với x là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{x^5}$ bằng

A. x^{15} .

B. $x^{\frac{3}{5}}$.

C. x^8 .

D. $x^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

A. $P(3;0;1)$.

B. $Q(0;4;1)$.

C. $M(0;0;1)$.

D. $N(3;4;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $(3;4;0)$.

Câu 33: Nghiệm của phương trình $4^{2x-1} = 64$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^{2x-1} = 64 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 34: Tích phân $\int_{-1}^2 2x dx$ bằng

A. 3.

B. 6.

C. -3.

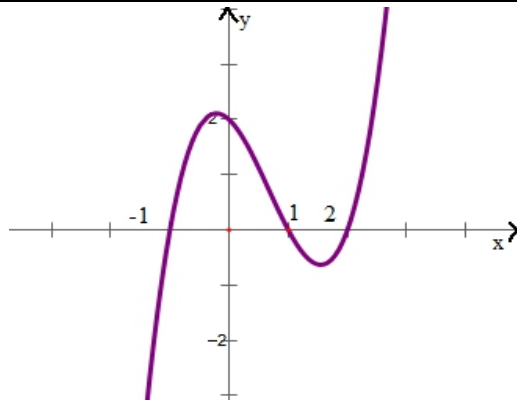
D. -6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_{-1}^2 2x dx = x^2 \Big|_{-1}^2 = 4 - 1 = 3$.

Câu 35: Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

B. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$.

D. $y = (x^2 - 1)(x + 2)$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị trên là đồ thị hàm số bậc 3 có nhánh cuối đi lên nên loại A và B.

Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 2$ nên loại D.

Câu 36: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, BC = 2, AD' = \sqrt{5}$. Gọi I là trung điểm BC . Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (AID') bằng

A. $\frac{\sqrt{46}}{46}$.

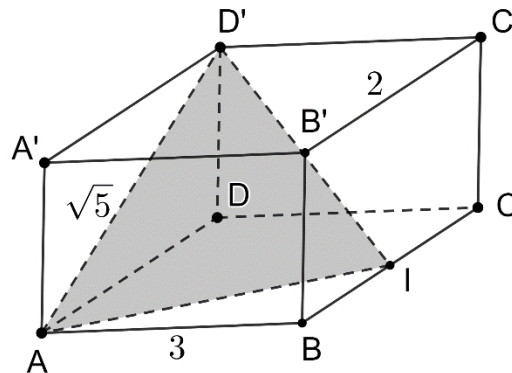
B. $\frac{\sqrt{46}}{23}$.

C. $\frac{3\sqrt{46}}{23}$.

D. $\frac{3\sqrt{46}}{46}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AI = DI = \sqrt{10}, DD' = 1, V_{D'.DAI} = \frac{1}{3}DD' \cdot S_{DAI} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{AB \cdot AD}{2} = 1$.

Lại có: $D'I = \sqrt{DD'^2 + DI^2} = \sqrt{11}$.

Áp dụng công thức Hê – rông ta có diện tích tam giác AID' là: $S_{AID'} = \frac{\sqrt{46}}{2}$.

Gọi d là khoảng cách từ D đến (AID') . Khi đó $d = \frac{3V_{D'.DAI}}{S_{AID'}} = \frac{3 \cdot 1}{\frac{\sqrt{46}}{2}} = \frac{3\sqrt{46}}{23}$.

Câu 37: Gọi E là tập hợp tất cả các số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 4031 số nguyên x thỏa mãn $\log_2 x - 3y \log_2 x + 2y^2 < 0$. Tập E có bao nhiêu phần tử?

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0$. Ta có

$$\frac{3y-y}{2} < \log_2 x < \frac{3y+y}{2} \Leftrightarrow y < \log_2 x < 2y \Leftrightarrow 2^y < x < 4^y.$$

Do đó $x \in (2^y; 4^y) \Rightarrow 4^y - 2^y + 1 - 2 \leq 4031$. Yêu cầu đề bài trở thành

$$4^y - 2^y \leq 4032 \Leftrightarrow -63 \leq 2^y \leq 64 \Rightarrow 0 < y \leq 6.$$

Vậy có 6 số nguyên dương y thỏa mãn.

Câu 38: Trong không gian với $Oxyz$, cho điểm $M(3; 3; -2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2.

B. $\sqrt{6}$.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A \in d \cap d_1 \Rightarrow A(1+m; 2+3m; m)$, $B \in d \cap d_2 \Rightarrow B(-1-t; 1+2t; 2+4t)$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} = (m-2; 3m-1; m+2)$; $\overrightarrow{MB} = (-t-4; 2t-2; 4t+4)$.

Từ giả thiết suy ra M, A, B thẳng hàng, do đó

$$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = k(-t-4) \\ 3m-1 = k(2t-2) \\ m+2 = k(4t+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ t=0 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Do đó $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 1; 2) \Rightarrow AB = 3$.

Câu 39: Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i| = |1-i\bar{z}|$ và $z - \frac{9}{z}$ là số thuần ảo?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và điều kiện $z \neq 0$.

$$\text{Khi đó: } |z-3i| = |1-i\bar{z}| \Leftrightarrow |z+(y-3)i| = |(1-y)-ix|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = \sqrt{(1-y)^2 + x^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y + 9 = 1 - 2y + y^2 + x^2 \Leftrightarrow y = 2$$

$$\text{Ta lại có: } z - \frac{9}{z} = x + yi - \frac{9(x-yi)}{x^2+y^2} = x - \frac{9x}{x^2+y^2} + \left(y + \frac{y}{x^2+y^2}\right)i.$$

$$\text{Vì } z - \frac{9}{z} \text{ là số thuần ảo nên } x - \frac{9x}{x^2+y^2} = 0$$

$$x\left(1 - \frac{9}{x^2+4}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2+4=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{5} \end{cases}.$$

Cuối cùng ta có ba số phức thỏa đề bài là: $z_1 = 2i$; $z_2 = \sqrt{5} + 2i$ và $z_3 = -\sqrt{5} + 2i$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;2;3)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{13\sqrt{14}}{14}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. $\frac{12}{7}$.

D. $\frac{18}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$

Khi đó: $d(D, (ABC)) = \frac{|6 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{12}{7}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $m \geq 6$.

D. $m \leq 6$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ suy ra $a = 1$, $b = 1$, $c = 2$, $d = m$

Phương trình trên là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow 1^2 + 1^2 + 2^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{8a^3}{3}$.

B. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

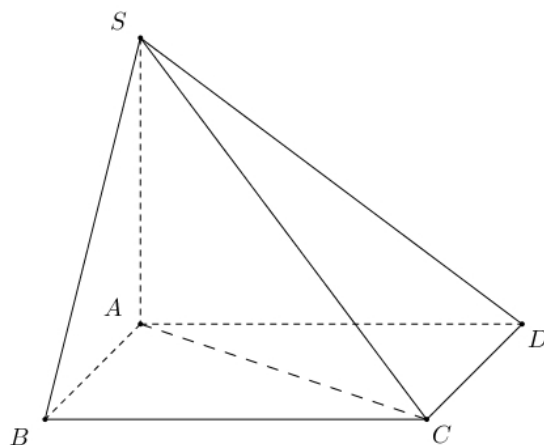
C. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình vẽ



Ta có $SA \perp BC$, mà $BC \perp AB$ suy ra $BC \perp (SAB)$

Suy ra SB là hình chiếu của SC lên (SAB)

Vậy $(SC; (SAB)) = (SC; SB) = \widehat{CSB} = 30^\circ$

$$\text{Ta có } \tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} \Leftrightarrow \tan 30^\circ = \frac{2a}{SB} \Leftrightarrow SB = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } SAB \text{ vuông tại } A \text{ ta có } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(2a\sqrt{3})^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot (2a)^2 = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 25$. Từ điểm A thay

$$\text{đổi trên đường thẳng } (\Delta): \begin{cases} x = 10 + t \\ y = -t \\ z = 10 + t \end{cases}, \text{ kẻ các tiếp tuyến } AB, AC, AD \text{ tới mặt cầu } (S) \text{ với}$$

B, C, D là các tiếp điểm. Biết mặt phẳng (BCD) luôn chứa một đường thẳng cố định. Góc giữa đường thẳng cố định với mặt phẳng (Oxy) bằng?

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giả sử tiếp điểm } M(x; y; z) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 25.$$

$$\text{Gọi } A(10+t; -t; 10+t) \in \Delta. \text{ Vì } M \text{ là tiếp điểm nên ta có } OM \perp OA \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$$

$$\Leftrightarrow x(10+t-x) + y(-t-y) + z(10+t-z) = 0 \Leftrightarrow t(x-y+z) + 10x + 10z = 25, \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 10x + 10z = 25 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (BCD) \text{ chứa đường thẳng } (d): \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 10x + 10z = 25 \end{cases} \text{ cố định.}$$

$$\text{Véc tơ chỉ phương của } (d) \text{ là } \vec{u}(-1; 0; 1).$$

$$\sin(d; (Oxy)) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d; (Oxy)) = 45^\circ$$

Câu 44: Cho hàm số $y = |2x^3 - 3x^2 + 6(m^2 + 1)x + 2021|$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 0]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng?

A. 2021.

B. 0.

C. 335.

D. 670.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6(m^2 + 1)x + 2021 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x + 6(m^2 + 1) > 0, \forall x \in (-1; 0)$$

$$\text{Suy ra } f(x) \text{ đồng biến trên } [-1; 0] \Leftrightarrow -6m^2 + 2021 \leq f(x) \leq 2021$$

$$\Rightarrow \max_{[-1; 0]} |f(x)| = \max \{2021; |2010 - 6m^2|\}$$

TH1 :

$$|-6m^2 + 2010| \geq 2021 \Leftrightarrow m^2 \geq \frac{4031}{6} \Rightarrow A = \max_{[-1; 0]} |f(x)| = |-6m^2 + 2010| = 6m^2 - 2010 \geq 2010$$

$$\Rightarrow \min_{[-1; 0]} A = 2021 \Leftrightarrow m^2 = \frac{4031}{6}$$

TH2 :

$$|-6m^2 + 2010| < 2021 \Leftrightarrow m^2 < \frac{4031}{6} \Rightarrow A = \max_{[-1; 0]} |f(x)| = 2021 \geq 2021$$

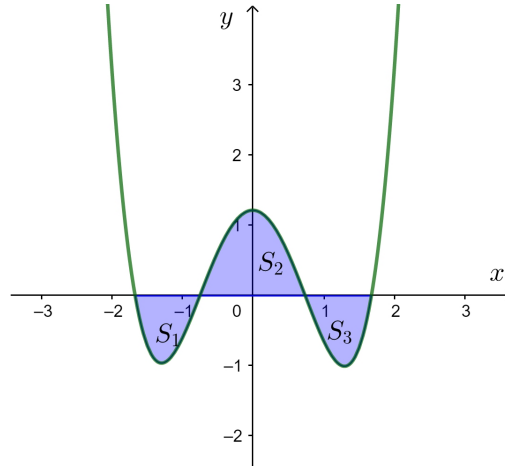
$$\Rightarrow \underset{[-1;0]}{\text{Min}} A = 2021 \Leftrightarrow m^2 < \frac{4031}{6}$$

Cả hai trường hợp ta đều có giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-1;0]$ đạt giá trị nhỏ nhất

$$\text{bằng } 2021 \Leftrightarrow m^2 \leq \frac{4031}{6} \Leftrightarrow m \in \left[-\sqrt{\frac{4031}{6}}; \sqrt{\frac{4031}{6}} \right].$$

Vậy tổng các phần tử của S bằng 0

Câu 45: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C_m) với m là số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi $S_1; S_2; S_3$ lần lượt là diện tích các miền gạch chéo được cho như hình vẽ.

Biết tồn tại duy nhất giá trị $m = \frac{a}{b}$ với $a; b$ nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản sao cho $S_1 + S_3 = S_2$.

Đặt $T = a + b$. Mệnh đề nào đúng?

A. $T \in (8; 10)$.

B. $T \in (10; 13)$.

C. $T \in (4; 6)$.

D. $T \in (6; 8)$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử x_1 là nghiệm lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$.

Suy ra: $m = -x_1^4 + 3x_1^2$ (1).

$$\text{Vì } \begin{cases} S_1 + S_3 = S_2 \\ S_1 = S_3 \end{cases} \Rightarrow S_2 = 2S_3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}S_2 - S_3 = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} f(x)dx = 0.$$

$$\text{Ta có: } \int_0^{x_1} f(x)dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m)dx = \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right).$$

$$\text{Do đó: } x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0 \quad (2) \text{ vì } (x_1 > 0).$$

$$\text{Từ (1); (2) suy ra: } \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow a = 5, b = 4.$$

Vậy $T = a + b = 9$.

Câu 46: Cho biết $\int_0^1 x^3 \ln \left(\frac{4-x^2}{4+x^2} \right) dx = a + b \ln \frac{p}{q}$ với $p; q$ là các số nguyên tố và $p < q$. Tính

$$S = 2ab + pq.$$

A. -45.

B. 26.

C. $\frac{45}{2}$.

D. 30.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 x^3 \ln \left(\frac{4-x^2}{4+x^2} \right) dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln \left(\frac{4-x^2}{4+x^2} \right) \\ dv = \frac{x^4}{4} - 4 = \frac{x^4-16}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{-16x}{16-x^4} dx \\ v = \frac{x^4-16}{4} \end{cases}.$$

Suy ra:

$$\int_0^1 x^3 \ln \left(\frac{4-x^2}{4+x^2} \right) dx = \left(\frac{x^4-16}{4} \cdot \ln \left(\frac{4-x^2}{4+x^2} \right) \right) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{-16x}{16-x^4} \cdot \frac{x^4-16}{4} dx$$

$$= \frac{-15}{4} \ln \frac{3}{5} - \int_0^1 4x dx = \frac{-15}{4} \ln \frac{3}{5} - 2.$$

$$\Rightarrow a = -2, b = \frac{-15}{4}, p = 3, q = 5 \Rightarrow S = 2 \cdot (-2) \cdot \left(\frac{-15}{4} \right) + 3 \cdot 5 = 30.$$

Câu 47: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log \frac{\sqrt{x-2}}{100y} = (y - \sqrt{x-2})(y + \sqrt{x-2} + 1) - 2$. Giá trị lớn

nhất của biểu thức $P = \frac{\ln(y^2 + 2)}{2021\sqrt{x}}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (800;900).

B. (500;600).

C. (700;800).

D. (600;700).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 2 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\log \frac{\sqrt{x-2}}{100y} = (y - \sqrt{x-2})(y + \sqrt{x-2} + 1) - 2$$

$$\Leftrightarrow \log \sqrt{x-2} - \log y - 2 = y^2 - (x-2) + y - \sqrt{x-2} - 2$$

$$\Leftrightarrow (x-2) + \sqrt{x-2} + \log \sqrt{x-2} = y^2 + y + \log y.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^2 + t + \log t, t > 0. f'(t) = 2t + 1 + \frac{1}{t \ln 10} > 0, \forall t > 0.$$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Mà } f(\sqrt{x-2}) = f(y) \Rightarrow \sqrt{x-2} = y$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x-2 = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x = y^2 + 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } P = \frac{\ln(y^2 + 2)}{2021\sqrt{x}} = \frac{\ln x}{2021\sqrt{x}}.$$

$$\text{Xét } P(x) = \frac{\ln x}{2021\sqrt{x}}, x > 2. P'(x) = \frac{\frac{2021\sqrt{x}}{x} - \frac{1}{2021} x^{\frac{2020}{2021}} \ln x}{\left(2021\sqrt{x}\right)^2}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2021\sqrt{x}}{x} - \frac{1}{2021} x^{\frac{2020}{2021}} \ln x = 0 \Leftrightarrow 2021\sqrt{x} - x \ln x = 0$$

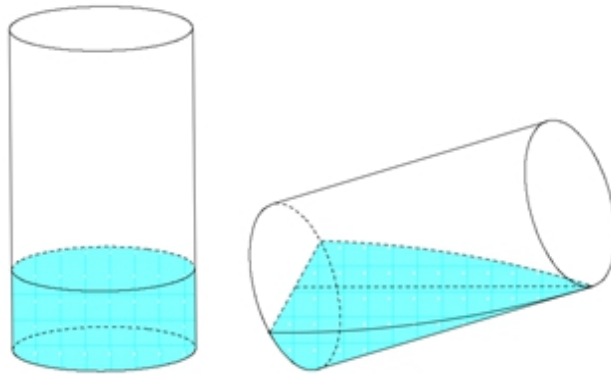
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = e^{2021} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của $P(x)$

x	2	e^{2021}	$+\infty$
$P'(x)$	+	0	-
$P(x)$	$\frac{2021}{e} \approx 743,48$		

Vậy $\max P \approx 743,48 \in (700; 800)$.

Câu 48: Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 4cm , chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



A. $\frac{320}{3}\text{cm}^3$.

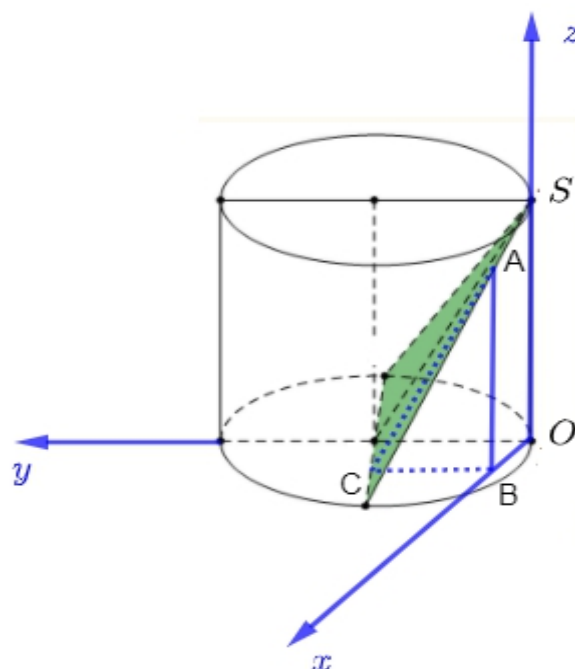
B. $\frac{320\pi}{3}\text{cm}^3$.

C. $\frac{160\pi}{3}\text{cm}^3$.

D. $\frac{160}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục như hình vẽ trên. Thiết diện của mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x . Suy ra thiết diện này là tam giác ABC vuông tại B .

$$\text{Ta có: } AB = BC \cdot \tan \alpha = \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \frac{h}{R} = \sqrt{4^2 - x^2} \cdot \frac{10}{4}.$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} (4^2 - x^2) \cdot \frac{10}{4} = \frac{5}{4} (16 - x^2).$$

$$\Rightarrow V = \frac{5}{3} \int_{-4}^4 (16 - x^2) dx = \frac{320}{3} (cm^3).$$

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 2| + 2|z - \bar{z} - 2i| \leq 12$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 4 - 4i|$. Tính $M + m$.

A. $\sqrt{5} + \sqrt{130}$.

B. $5 + \sqrt{61}$.

C. $\sqrt{10} + \sqrt{130}$.

D. $\sqrt{10} + \sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn A

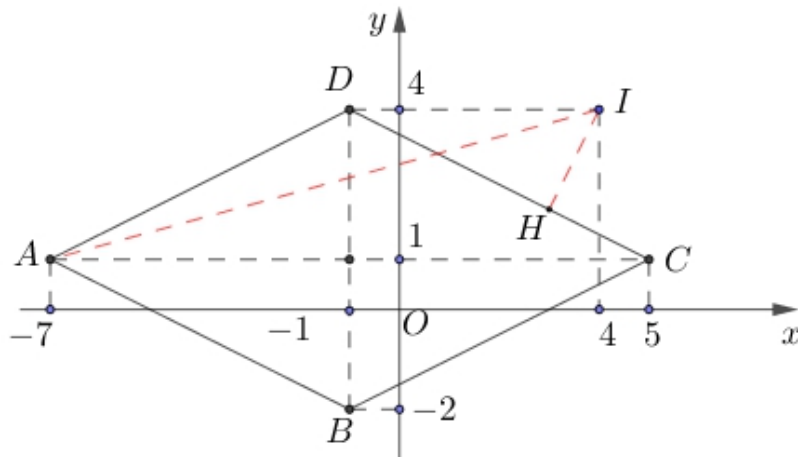
Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ có biểu diễn hình học là $M(x; y)$.

$$+) |z + \bar{z} + 2| + 2|z - \bar{z} - 2i| \leq 12 \Leftrightarrow 2|x + 1| + 4|(y - 1)i| \leq 12$$

$$\Leftrightarrow |x + 1| + 2|y - 1| \leq 6 \quad (1)$$

$\Rightarrow$ tập hợp điểm M thỏa mãn (1) thuộc miền trong (tính cả biên) của hình thoi $ABCD$ với $A(-7; 1), B(-1; -2), C(5; 1), D(-1; 4)$ được giới hạn bởi bốn đường thẳng $|x + 1| + 2|y - 1| = 6$.

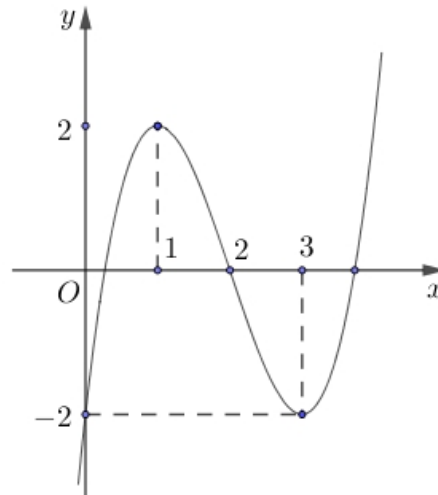
$$+) P = |z - 4 - 4i| = MI \text{ với } I(4; 4).$$



Quan sát hình vẽ, ta thấy: $P = MI$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $M \equiv H$ là hình chiếu vuông góc của I lên $CD: x + 2y - 7 = 0 \Rightarrow m = d(I, CD) = \sqrt{5}$ và $P = MI$ đạt giá trị lớn nhất khi $M \equiv A$ khi đó $M = IA = \sqrt{130}$.

$$\text{Vậy } m + M = \sqrt{5} + \sqrt{130}.$$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau:



Phương trình $f(x^4 - 2m^2x^2 + 3) = x$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực?

A. 9.

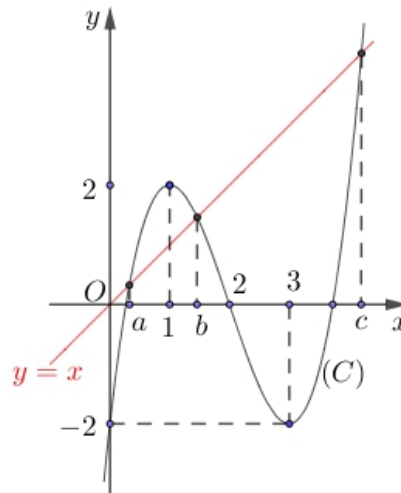
B. 12.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Chọn D



Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị (C) và đường thẳng $y = x$ luôn cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ a, b, c thỏa mãn $0 < a < 1 < b < 2 < 3 < c$.

$$\text{Suy ra } f(x^4 - 2m^2x^2 + 3) = x \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 2m^2x^2 + 3 = a, (0 < a < 1) & (1) \\ x^4 - 2m^2x^2 + 3 = b, (1 < b < 2) & (2) \\ x^4 - 2m^2x^2 + 3 = c, (c > 3) & (3) \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x^4 - 2m^2x^2 + 3; g'(x) = 4x^3 - 4m^2x; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm|m| \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$- m $	0	$ m $	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0
$g(x)$	$+\infty$		3		$+\infty$
		$3 - m^4$		$3 - m^4$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

+) Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt.

+) Mỗi phương trình (1) và (2) có nhiều nhất 4 nghiệm phân biệt (các nghiệm này không trùng nhau).

Vậy phương trình đã cho có nhiều nhất 10 nghiệm.

HẾT

<https://toanmath.com/>