

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 9x - y - 7 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\log_2(x-3) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 1$.

b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i$. Tính môđun của z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{9 - \cos^2 x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm A của d với (P) và lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos 2x = 1$.

b) Giải bóng đá Công đoàn cụm các trường THPT Đông Anh quy tụ 6 đội bóng đá Nam gồm: Liên Hà, Cổ Loa, Đông Anh, Bắc Thăng Long, Vân Nội và An Dương Vương. Các đội chia thành 2 bảng A và B, mỗi bảng 3 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội Liên Hà và Cổ Loa nằm ở hai bảng khác nhau.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$, K là hình chiếu vuông góc của B lên đường chéo AC , các điểm H, M lần lượt là trung điểm của AK và DC , $SH = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$ và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MH .

Câu 8 (1,0 điểm). Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh AD, AB sao cho $AM = AN$, điểm $H(-\frac{12}{13}; \frac{70}{13})$ là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BM . Điểm $C(-8; 2)$, điểm N thuộc đường thẳng $x - 2y = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B, D .

Câu 9 (1,0 điểm). Tìm tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực

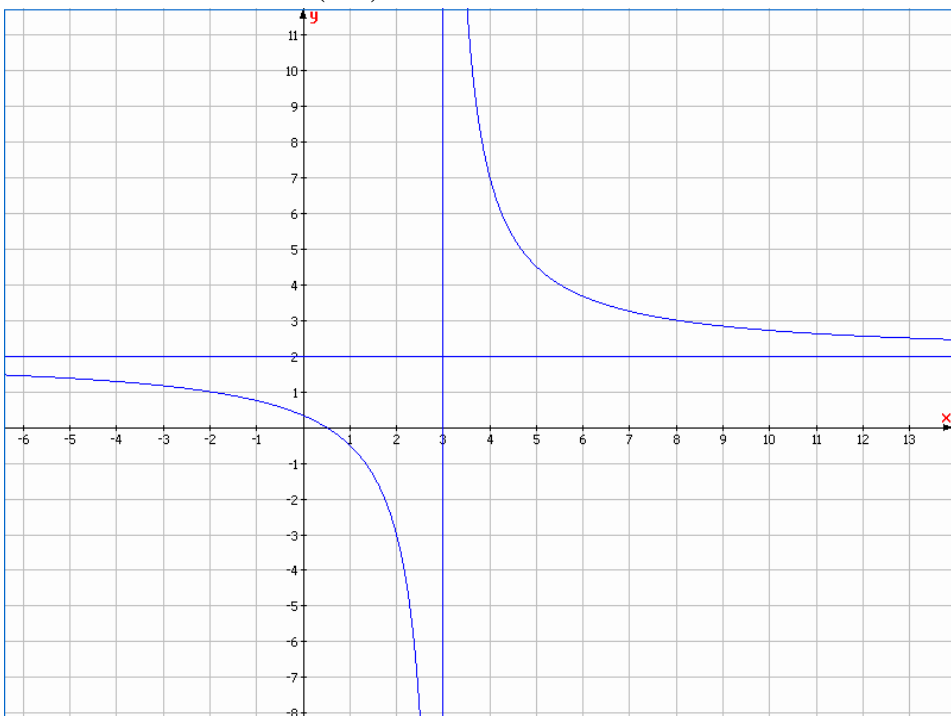
$$\begin{cases} x^2 - xy - 2x + y + 1 = \sqrt{y+1} - \sqrt{x} \\ \sqrt{2x^2 - my} = y + 1 + \sqrt{x-1} \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số dương thay đổi, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

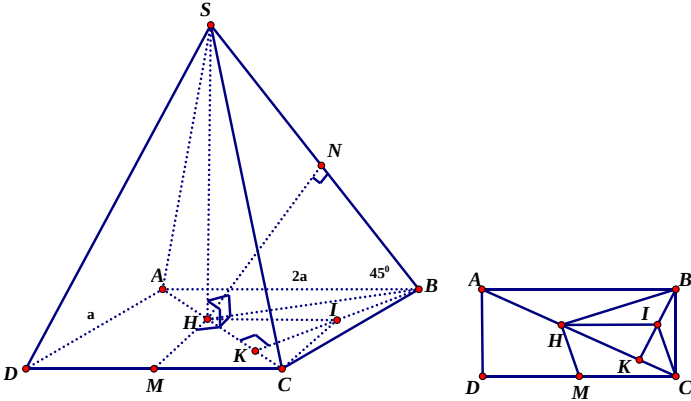
$$F = \frac{1}{3a+4b+4\sqrt{ac}} + \frac{1}{3a+2b+6\sqrt[3]{abc}} - \frac{1}{\sqrt{7(a+b+c)}}$$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016

Môn: TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm											
1 (1,0đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$.	1,00											
	♥ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ♥ Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-5}{(x-3)^2}$; $y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $-\infty;3$ và $3;+\infty$.	0,25											
	♥ - Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng: $x = 3$	0,25											
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="3">$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	3	$+\infty$	y'	$-$			y	2	$+\infty$	2
x	$-\infty$	3	$+\infty$										
y'	$-$												
y	2	$+\infty$	2										
♥ Đồ thị:	+ Giao điểm với các trục: $Oy : x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} : \left(0; \frac{1}{3}\right)$ và $Ox : y = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2}; 0\right)$ Đồ thị cắt các trục tọa độ tại $\left(0; \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}; 0\right)$. + Tính đối xứng: Đồ thị nhận giao điểm $I(3;2)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng. 	0,25											

2 (1,0đ)	Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 9x - y - 7 = 0$.	1,00
	*Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ * $y'(x_0) = 3x_0^2 + 6x_0$ *Tiếp tuyến của đồ thị (C) có phương trình dạng: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0)$ $\Leftrightarrow y = (3x_0^2 + 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 + 3x_0^2 - 2$ (*) (trong đó $x_0 \in D$ là hoành độ tiếp điểm)	0,25
	Tiếp tuyến () song song với d nên $3x_0^2 + 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$	0,25
	♥ Với $x_0 = 1$, phương trình tiếp tuyến là $y = 9x - 7$ (loại)	0,25
	♥ Với $x_0 = -3$, phương trình tiếp tuyến là $y = 9x + 25$ (thỏa mãn)	0,25
3 (1,0đ)	a) Giải bất phương trình $\log_2(x-3) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 1$ (1)	0,50
	♥ Điều kiện: $x > 3$. Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-2)] = 1 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 4$	0,25
	♥ Kết hợp với điều kiện $x > 3$ ta có nghiệm của phương trình (1) là $x = 4$.	
	b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i$. Tính môđun của z .	0,50
	♥ Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ ta có: $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i \Leftrightarrow a-4b + (b+1)i = 1+3i \Leftrightarrow \begin{cases} a-4b=1 \\ b+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=2 \end{cases}$	0,25
4 (1,0đ)	♥ Vậy môđun của z là $ z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85}$.	0,25
	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{9 - \cos^2 x} dx$	1,00
	♥ Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$	0,25
	♥ $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$	0,25
	♥ Suy ra: $I = -\int_1^0 \frac{1}{9-t^2} dt = \frac{1}{6} \int_0^1 \left(\frac{1}{3+t} + \frac{1}{3-t} \right) dt$	0,25
5 (1,0đ)	♥ $= \frac{1}{6} (\ln 3+t - \ln 3-t) \Big _0^1 = \frac{1}{6} \ln 2.$	0,25
	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm A của d với (P) và lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và nằm trong mặt phẳng (P) .	1,00
	♥ Tọa độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ x+y=1 \\ y-z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=4 \\ z=2 \end{cases}$	0,25

	♥ Suy ra $A(-3;4;2)$.	0,25
	♥ Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;1;1)$; đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (-1;1;1)$ (Q) có vtpt là $\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_d}] = \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (0;-2;2)$	0,25
	Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình là : $y - z + 7 = 0$	0,25
6 (1,0đ)	a) Giải phương trình $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos 2x = 1$ (1)	0,50
	♥ Ta có: $1 \Leftrightarrow 2\sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + 2\cos 2x \sin \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\cos 2x = 1$ $\Leftrightarrow \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$	0,25
	b) Giải bóng đá Công Đoàn cụm các trường THPT Đông Anh quy tụ 6 đội bóng đá Nam gồm: Liên Hà, Cổ Loa, Đông Anh, Bắc Thăng Long, Vân Nội và An Dương Vương. Các đội chia thành 2 bảng A, B, mỗi bảng 3 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội tuyển Liên Hà và Cổ Loa nằm ở hai bảng khác nhau.	0,50
	♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $ \Omega = C_6^3 C_3^3 = 20$.	0,25
	Gọi A là biến cố: “Đội Liên Hà và đội Cổ Loa nằm ở hai bảng khác nhau”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $ \Omega_A = 2!C_4^2 C_2^2 = 12$ ♥ Vậy xác suất cần tính là $P_A = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.	0,25
7 (1,0đ)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$, K là hình chiếu vuông góc của B lên đường chéo AC , các điểm H, M lần lượt là trung điểm của AK và DC , $SH = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$ và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MH .	1,00
		0,25
	* $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$ * $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$	0,25
	♥ Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4a^3\sqrt{10}}{15}$.	0,25

	♥ Gọi I là trung điểm của BK, suy ra tứ giác $HICM$ là hình bình hành Suy ra: $HI \perp BC \Rightarrow I$ là trực tâm tam giác $BHC \Rightarrow CI \perp HB \Rightarrow MH \perp HB$ Mà HB là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$ nên $MH \perp SB$.	0,25
	♥ Trong (SHB), kẻ $HN \perp SB$ ($N \in SB$), ta có: $\begin{cases} MH \perp HB \\ MH \perp SH \end{cases} \Rightarrow MH \perp HN$ Suy ra HN là đoạn vuông góc chung của SB và MH. Suy ra: $d(SB, MH) = HN$ Xét tam giác vuông SHB ta có: $HN = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}HB \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2} \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \sqrt{2} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ Vậy $d(SB, MH) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.	0,25
8 (1,0đ)	Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh AD, AB sao cho $AM = AN$, điểm $H(-\frac{12}{13}; \frac{70}{13})$ là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BM. Điểm $C(-8; 2)$, điểm N thuộc đường thẳng $x - 2y = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B, D.	1,00
	* $\triangle DAE = \triangle ABM \Rightarrow DE = AM = AN \Rightarrow NB = CE \Rightarrow$ tứ giác NBCE là hình chữ nhật nội tiếp đường tròn đường kính NC (1) *Tứ giác BCEH nội tiếp đường tròn (2) Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm B, C, E, H, N cùng thuộc đường tròn đường kính NC $\Rightarrow HN \perp HC$	0,25
	* Đường thẳng HN đi qua H và có vptpt $\overrightarrow{CH} = (\frac{92}{13}; \frac{44}{13})$ cùng phương $\vec{n}(23; 11)$ $\Rightarrow (NH) : 23x + 11y - 38 = 0$ * Tọa độ N là nghiệm của hpt $\begin{cases} 23x + 11y - 38 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow N(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}) \Rightarrow NC = \frac{20\sqrt{2}}{3}$	0,25
	* $NB = \sqrt{NC^2 - CB^2} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \Rightarrow AM = AN = AB - NB = \frac{8\sqrt{5}}{3}$ * $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{8\sqrt{65}}{13}, AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} \Rightarrow AE = \frac{4\sqrt{65}}{3}$ $\Rightarrow \frac{AH}{AE} = \frac{6}{13} \Rightarrow \frac{HA}{HE} = \frac{6}{7}$ * $\triangle HAK \sim \triangle HEC \Rightarrow \frac{HK}{HC} = \frac{AK}{EC} = \frac{6}{7} \Rightarrow \overrightarrow{HK} = -\frac{6}{7}\overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{AK} = -\frac{3}{7}\overrightarrow{AN}$	0,25
	$\Rightarrow K(\frac{36}{7}; \frac{58}{7})$ và $A(4; 6)$	0,25

	$\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AN} \Rightarrow B(0; -2)$ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow D(-4; 10)$ Đáp số : $A(4; 6), B(0; -2), D(-4; 10)$									
9 (1,0đ)	Tìm tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực $\begin{cases} x^2 - xy - 2x + y + 1 = \sqrt{y+1} - \sqrt{x} \\ \sqrt{2x^2 - my} = y + 1 + \sqrt{x-1} \end{cases}$	1,00								
	*Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq -1 \\ 2x^2 - my \geq 0 \end{cases}$ *Biến đổi PT(1) tương đương với $(x - y - 1)(x - 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y+1}}) = 0$ (1)' Vì $x \geq 1; y \geq -1$ nên $x - 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y+1}} > 0$ do đó (1)' $\Leftrightarrow x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = x - 1$ thay vào PT(2) ta được	0,25								
	$\sqrt{2x^2 - mx + m} = x + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \sqrt{2(x-1)^2 + 2 + 4(x-1) - m(x-1)} = x - 1 + 1 + \sqrt{x-1}$, do $x=1$ không là nghiệm nên chia 2 vế cho $\sqrt{x-1}$ ta được $\sqrt{2(x-1 + \frac{1}{x-1} + 2) - m} = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 1$	0,25								
	Đặt $t = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}, t > 0 \Rightarrow x - 1 + \frac{1}{x-1} = t^2 - 2$ PT trên trở thành $\sqrt{2t^2 - m} = t + 1 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 1 = m$ () Nhận xét: +) với $x \geq 1 \Rightarrow t \in [2; +\infty)$ +) hệ pt đã cho có nghiệm $(x; y)$ khi và chỉ khi pt(*) có nghiệm $t \in [2; +\infty)$	0,25								
	*Xét hàm số $g(t) = t^2 - 2t - 1$ với $t \in [2; +\infty)$ $g'(t) = 2t - 2 > 0, \forall t \in [2; +\infty)$ Bảng biến thiên <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$g'(t)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$g(t)$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> *Từ bảng biến thiên suy ra các giá trị m cần tìm là $m \geq -1$.	x	2	$+\infty$	$g'(t)$	+		$g(t)$	-1	$+\infty$
x	2	$+\infty$								
$g'(t)$	+									
$g(t)$	-1	$+\infty$								
10 (1,0đ)	Các số a, b, c dương thay đổi, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $F = \frac{1}{3a + 4b + 4\sqrt{ac}} + \frac{1}{3a + 2b + 6\sqrt[3]{abc}} - \frac{1}{\sqrt{7(a+b+c)}}$	1,00								
	*Áp dụng bất đẳng thức Cô si : $2 \cdot \sqrt{a \cdot (4c)} \leq a + 4c$ $3 \cdot \sqrt[3]{a \cdot (2b) \cdot (4c)} \leq a + 2b + 4c$	0,25								

	$\Rightarrow F \geq \frac{1}{2(a+b+c)} - \frac{1}{\sqrt{7(a+b+c)}}$	0,25
	*Đặt $t = \sqrt{7(a+b+c)}, t > 0 \Rightarrow F \geq \frac{7}{2t^2} - \frac{1}{t} = g(t)$ *Ta có $g'(t) = \frac{t-7}{t^3}, g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 7$	0,25
	*Lập bảng biến thiên suy ra $g(t) \geq g(7) = -\frac{1}{14} \Rightarrow F \geq -\frac{1}{14}$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 2b = 4c \\ \sqrt{7(a+b+c)} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$ Vậy $\text{Min}F = -\frac{1}{14}$	0,25