

- Câu 1.** [1H3.3-2] Cosin góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy của hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau là
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Câu 2.** [0D3.1-1] Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{6}{x-3} = 4$ là tập nào sau đây?
- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $[2; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $[2; +\infty) \setminus \{3\}$
- Câu 3.** [0H1.2-1] Cho M là trung điểm của đoạn AB . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$ với I là điểm bất kì. B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IM}$ với I là điểm bất kì. D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
- Câu 4.** [2D2.4-1] Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \log_3 x^2$. B. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$. C. $y = \log(x^3)$. D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$.
- Câu 5.** [0H3.1-1] Vector nào trong các vector dưới đây là vector pháp tuyến của đường thẳng $y + 2x - 1 = 0$?
- A. $(2; -1)$. B. $(1; 2)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-2; -1)$.
- Câu 6.** [2H1.4-2] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết thể tích lăng trụ là V . Tính thể tích khối chóp $C.ABB'A'$?
- A. $\frac{2}{3}V$. B. $\frac{1}{3}V$. C. $\frac{3}{4}V$. D. $\frac{1}{2}V$.
- Câu 7.** [2D1.2-1] Tìm số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$?
- A. 4. B. 1. C. 0. D. 3.
- Câu 8.** [1D3.3-1] Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?
- A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$. B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.
C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$. D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$.
- Câu 9.** [2D2.4-2] Đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ là
- A. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$. C. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$. D. $\frac{-1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- Câu 10.** [2D2.6-2] Tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là
- A. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. D. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$.
- Câu 11.** [2D2.4-1] Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$.
- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 12. [2D1.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 13. [0D1.2-1] Cho A là tập hợp khác $\emptyset$ ($\emptyset$ là tập hợp rỗng). Xác định mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $\emptyset \in A$. B. $A \cap \emptyset = A$. C. $\emptyset \subset A$. D. $A \cup \emptyset = \emptyset$.

Câu 14. [1D1.1-1] Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

- A. $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π . B. $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.
C. $y = \cos x$ là hàm chẵn. D. $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 15. [1D2.2-1] Số cách chọn ra ba bạn bất kỳ từ một lớp có 30 bạn là

- A. C_{30}^3 . B. $\frac{A_{30}^3}{3}$. C. $3! \cdot A_{30}^3$. D. A_{30}^3 .

Câu 16. [2D1.3-2] Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính $M + m$.

- A. 0. B. -9. C. -10. D. -1.

Câu 17. [2H1.3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) .

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 18. [1D1.3-2] Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 2\sin x + 3 = 0$ là

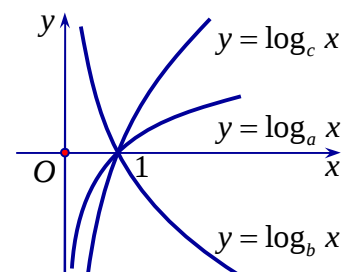
- A. 2017. B. 1009. C. 1010. D. 2018.

Câu 19. [0D2.2-2] Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm.

- A. $m \neq 4$. B. $m \neq -2$. C. $m \neq 2$. D. $m \neq -4$.

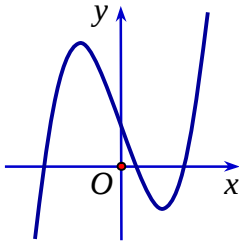
Câu 20. [2D2.3-2] Cho a, b, c là các số thực dương và khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $b < c < a$. B. $b < a < c$.
C. $a < b < c$. D. $c < a < b$.

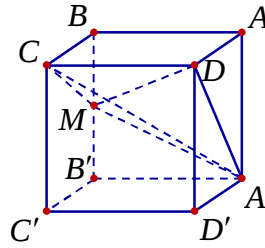


Câu 21. [1D4.3-3] Tìm m để hàm số $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $-\frac{4}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

- Câu 22. [2D1.2-2]** Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. d có hệ số góc âm. B. d song song với đường thẳng $x = 3$.
C. d có hệ số góc dương. D. d song song với đường thẳng $y = 3$.
- Câu 23. [2D2.4-2]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là hàm số chẵn.
B. Tập giá trị của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là $[0; +\infty)$.
C. Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
D. $\left[\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- Câu 24. [2D1.5-3]** Giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 + x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?
- A. $(2; 4)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-4; -2)$.
- Câu 25. [1H3.5-3]** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a$, $OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .
- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.
- Câu 26. [2D2.3-2]** Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \log_2 \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 2}$.
- A. $\mathbb{R}^+ \setminus \{2\}$. B. $[0; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $[0; +\infty) \setminus \{2\}$.
- Câu 27. [1D2.2-2]** Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam, và 3 bạn nữ cùng đi xem phim, có bao nhiêu cách xếp 8 bạn vào 8 ghế hàng ngang sao cho 3 bạn nữ ngồi cạnh nhau?
- A. $5! \cdot 3!$ B. $8! - 5 \cdot 3!$ C. $6! \cdot 3!$ D. $\frac{8!}{3!}$.
- Câu 28. [2H1.3-2]** Tính thể tích của khối bát diện đều có tất cả các cạnh bằng $2a$.
- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{6}a^3$.
- Câu 29. [2D1.5-3]** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- 
- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
- Câu 30. [2D1.4-2]** Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x}$.
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 31. [2H1.3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính thể tích khối $A'MCD$.

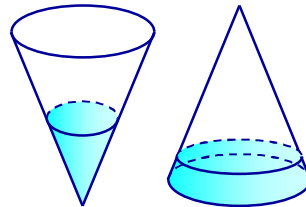


- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{1}{28}$.

Câu 32. [2D2.2-1] Với $a = \log_2 7$, $b = \log_5 7$. Tính giá trị của $\log_{10} 7$.

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. $\frac{a+b}{ab}$.

Câu 33. [2H2.1-2] Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10cm. Nếu bịt kín miệng phễu và lật ngược phễu lên thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng nhất với giá trị nào sau đây.



- A. 1,07 cm. B. 10 cm. C. 9,35 cm. D. 0,87 cm.

Câu 34. [2D1.5-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

- A. $m \in (0; 8)$. B. $m \in \left(\frac{1}{2}; 8\right)$. C. $m \in (-1; 3)$. D. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 35. [2D1.5-3] Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2x\sqrt{1-x^2} - m(x + \sqrt{1-x^2}) + m + 1 = 0$ không có nghiệm thực là tập $(a; b)$. Khi đó

- A. $a - b = 2 + 2\sqrt{2}$. B. $a - b = -2 - 2\sqrt{2}$. C. $a - b = \sqrt{2}$. D. $a - b = -2\sqrt{2}$.

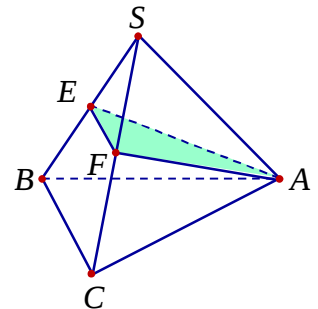
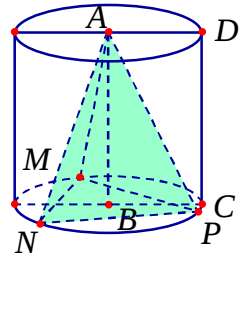
Câu 36. [2D2.5-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)^3 - \log_2(x-3)^2 = 2\log_2(x-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm số phần tử của S .

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 37. [1D2.2-3] Tính tổng của tất cả các số có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

- A. 333.330. B. 7.999.920. C. 1.599.984. D. 3.999.960.

- Câu 38. [1D1.2-3]** Diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos^2 x + 3\sin x \cdot \cos x = 1$.
- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. C. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. D. $\sqrt{2}$.
- Câu 39. [2D1.1-3]** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?
- A. $m \in (-\infty; -4)$. B. $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.
C. $m \in [4; +\infty)$. D. $m \in (4; +\infty)$.
- Câu 40. [0H3.3-3]** Cho tam giác ABC vuông tại A , điểm M thuộc cạnh AC sao cho $AB = 2AM$, đường tròn tâm I đường kính CM cắt BM tại D , đường thẳng CD có phương trình $x - 3y - 6 = 0$. Biết $I(1; -1)$, điểm $E\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ thuộc đường thẳng BC , $x_C \in \mathbb{Z}$. Biết B là điểm có tọa độ $(a; b)$. Khi đó:
- A. $a + b = 1$. B. $a + b = 0$. C. $a + b = -1$. D. $a + b = 2$.
- Câu 41. [2H2.1-3]** Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB cố định, đường gấp khúc $ADCB$ cho ta hình trụ (T) . Gọi $\triangle MNP$ là tam giác đều nội tiếp đường tròn đáy (không chứa điểm A). Tính tỷ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối chóp $AMNP$.
- A. $\frac{4}{3\sqrt{3}}\pi$ B. $\frac{4}{\sqrt{3}}\pi$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$. D. $\frac{4}{3}\pi$.
- Câu 42. [2D2.4-3]** Một người mua một căn hộ với giá 900 triệu đồng. Người đó trả trước với số tiền là 500 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là 0,5% mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Tìm thời gian (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ.
- A. 133 tháng. B. 139 tháng. C. 136 tháng. D. 140 tháng.
- Câu 43. [1D2.1-3]** Một con châu chấu nhảy từ gốc tọa độ đến điểm có tọa độ là $A(9; 0)$ dọc theo trục Ox của hệ trục tọa độ Oxy . Hỏi con châu chấu có bao nhiêu cách nhảy để đến điểm A , biết mỗi lần nó có thể nhảy 1 bước hoặc 2 bước (1 bước có độ dài 1 đơn vị).
- A. 47. B. 51. C. 55. D. 54.
- Câu 44. [2H1.3-3]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.



- Câu 45. [2H1.1-3]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$, $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Lấy các điểm B' , C' lần lượt thuộc các cạnh SB , SC sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tính chu vi đó.
- A. $(\sqrt{3}-1)a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $\frac{a}{1+\sqrt{3}}$. D. $(1+\sqrt{3})a$.
- Câu 46. [2D1.2-3]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là 0; 1; 2 và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(4x - 4x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 47. [1H3.4-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(C'D'A)$.
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 48. [0H3.2-3]** Điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$ có tọa độ $M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\sqrt{2}a = -b$. B. $a = -b$. C. $\sqrt{2}a = b$. D. $a = b$.
- Câu 49. [2D2.5-4]** Cho m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $2018(\log_m x)(\log_n x) = 2017\log_m x + 2018\log_n x + 2019$. P nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi:
- A. $m.n = 2^{2020}$. B. $m.n = 2^{2017}$. C. $m.n = 2^{2019}$. D. $m.n = 2^{2018}$.
- Câu 50. [2D1.3-4]** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tính tổng tất cả các phần tử của S .
- A. 108. B. 120. C. 210. D. 136.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ 042

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	B	D	A	C	B	D	A	A	D	C	A	A	B	C	B	D	A	A	D	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	C	C	B	A	A	D	B	B	A	D	C	D	B	B	B	C	B	D	C	D	C	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [1H3.3-2] Cosin góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy của hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau là

A. $\frac{1}{3}$.

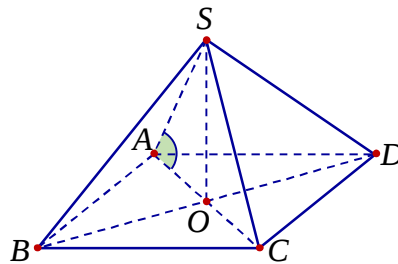
B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D.



Theo giả thiết $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau nên đặt $AB = a \Rightarrow SB = a$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SA, (ABCD)) = \widehat{SAO}$.

$$\text{Xét tam giác } SAO \text{ vuông tại } O \text{ có } \cos \widehat{SAO} = \frac{SO}{SA} = \frac{\sqrt{SA^2 - AO^2}}{SA} = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}}}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 2. [0D3.1-1] Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{6}{x-3} = 4$ là tập nào sau đây?

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình xác định khi } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

Vậy điều kiện xác định của phương trình là $[2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Câu 3. [0H1.2-1] Cho M là trung điểm của đoạn AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$ với I là điểm bất kì.

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IM}$ với I là điểm bất kì.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.

Do M là trung điểm của đoạn AB nên $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Câu 4. [2D2.4-1] Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_3 x^2$.

B. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$.

C. $y = \log(x^3)$.

D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ có cơ số $0 < a = \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. [0H3.1-1] Vector nào trong các vector dưới đây là vector pháp tuyến của đường thẳng $y + 2x - 1 = 0$?

A. $(2; -1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn D.

Vector pháp tuyến của đường thẳng $y + 2x - 1 = 0$ là $\vec{n} = (-2; -1)$.

Câu 6. [2H1.4-2] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết thể tích lăng trụ là V . Tính thể tích khối chóp $C.ABB'A'$?

A. $\frac{2}{3}V$.

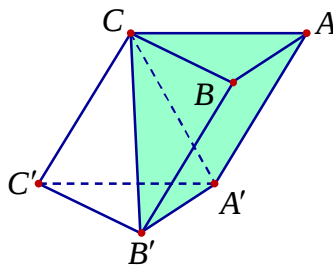
B. $\frac{1}{3}V$.

C. $\frac{3}{4}V$.

D. $\frac{1}{2}V$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $V_{C.ABB'A'} = V - V_{C.A'B'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$.

Câu 7. [2D1.2-1] Tìm số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$?

A. 4.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Do đó hàm số không có điểm cực trị.

Câu 8. [1D3.3-1] Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$.

B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.

C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$.

D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Lời giải

Chọn B.

Xét dãy số $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.

Ta có $u_n - u_{n-1} = -2, \forall n \geq 2$.

Do đó (u_n) là một cấp số cộng.

Câu 9. [2D2.4-2] Đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ là

A. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$.

D. $\frac{-1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = \left[\ln(\sqrt{x^2+1} - x) \right]' = \frac{(\sqrt{x^2+1} - x)'}{\sqrt{x^2+1} - x} = \frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} - 1}{\sqrt{x^2+1} - x} = \frac{\frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}}{\sqrt{x^2+1} - x} = \frac{-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Câu 10. [2D2.6-2] Tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left[\frac{-2}{3}; +\infty\right)$.

B. $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$.

D. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow 4x \geq x-2 \Leftrightarrow x \geq \frac{-2}{3}.$$

$$\text{Vậy tập hợp tất cả các số thực } x \text{ thỏa mãn } \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \text{ là } \left[\frac{-2}{3}; +\infty\right).$$

Câu 11. [2D2.4-1] Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$.

A. $(0; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > 0$.

Câu 12. [2D1.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3		-2	
	$-\infty$					$+\infty$

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 13. [0D1.2-1] Cho A là tập hợp khác $\emptyset$ ($\emptyset$ là tập hợp rỗng). Xác định mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\emptyset \in A$.

B. $A \cap \emptyset = A$.

C. $\emptyset \subset A$.

D. $A \cup \emptyset = \emptyset$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 14. [1D1.1-1] Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

A. $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

B. $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

C. $y = \cos x$ là hàm chẵn.

D. $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\cos(x + \pi) = -\cos x$ nên hàm số $y = \cos x$ không tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 15. [1D2.2-1] Số cách chọn ra ba bạn bất kỳ từ một lớp có 30 bạn là

A. C_{30}^3 .

B. $\frac{A_{30}^3}{3}$.

C. $3! \cdot A_{30}^3$.

D. A_{30}^3 .

Lời giải

Chọn A.

Câu 16. [2D1.3-2] Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính $M + m$.

A. 0.

B. -9.

C. -10.

D. -1.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 4x, \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 1] \\ x = 1 \in [-2; 1] \\ x = -1 \in [-2; 1] \end{cases}.$$

Ta có: $y(-2) = -9$, $y(-1) = 0$, $y(0) = -1$, $y(1) = 0$.

Suy ra $M = \max_{[-2; 1]} y = f(-1) = f(1) = 0$ và $n = \min_{[-2; 1]} y = f(-2) = -9$.

Vậy $M + m = -9$.

Câu 17. [2H1.3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) .

A. 60° .

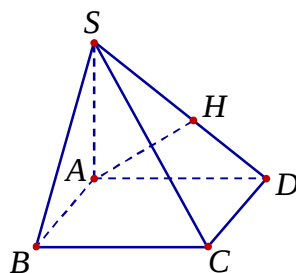
B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C.



$$\text{Ta có: } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$\text{Kẻ } AH \perp SD, \text{ suy ra } \begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD).$$

Từ đây ta có: SH là hình chiếu của SA lên (SCD) .

Do đó, $(SA, (SCD)) = (SA, SH) = \widehat{HSA}$.

Theo giả thiết ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{3}a^2.SA = \frac{a^3}{3\sqrt{3}} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAD vuông tại A , ta có:

$$\tan \widehat{HSA} = \tan \widehat{DSA} = \frac{SA}{AD} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{HSA} = 30^\circ.$$

Vậy $(SA, (SCD)) = 30^\circ$.

Câu 18. [1D1.3-2] Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 2\sin x + 3 = 0$ là

A. 2017.

B. 1009.

C. 1010.

D. 2018.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\cos 2x - 2\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x - 2\sin x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ptvn} \end{cases}.$$

Xét nghiệm nằm trong đoạn $[0; 2018\pi]$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{4035}{4}.$$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0, 1, \dots, 1008\}$.

Vậy có 1009 nghiệm của phương trình đã cho thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$.

Câu 19. [0D2.2-2] Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm.

A. $m \neq 4$.

B. $m \neq -2$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq -4$.

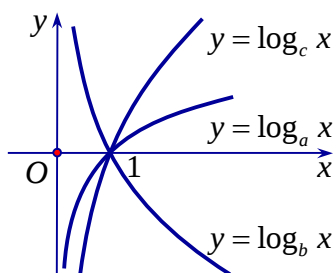
Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+4)x = 5 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}.$$

Do đó để hệ phương trình có nghiệm thì $m+4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Câu 20. [2D2.3-2] Cho a, b, c là các số thực dương và khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $b < c < a$.

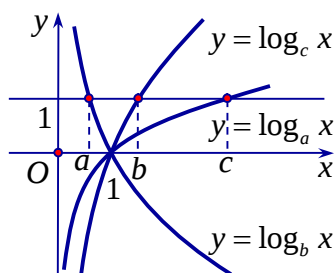
B. $b < a < c$.

C. $a < b < c$.

D. $c < a < b$.

Lời giải

Chọn A.



Kẻ đường thẳng $y=1$ ta thấy đường thẳng cắt 3 đồ thị $y=\log_b x$, $y=\log_c x$, $y=\log_a x$ lần lượt tại các điểm $x=b$, $x=c$, $x=a$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $b < c < a$.

Câu 21. [1D4.3-3] Tìm m để hàm số $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx+1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $-\frac{4}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số liên tục tại điểm $x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1} = m+1$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{2(\sqrt[3]{x}-1)}{x-1} - 1 \right] = m+1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{2}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} - 1 \right] = m+1 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} = m+1 \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}.$$

Câu 22. [2D1.2-2] Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d có hệ số góc âm.

B. d song song với đường thẳng $x=3$.

C. d có hệ số góc dương.

D. d song song với đường thẳng $y=3$.

Lời giải

Chọn D.

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; 2)$.

Phương trình tiếp tuyến tại $A(0; 2)$ là $y=2$ (d).

Vậy d song song với đường thẳng $y=3$.

Câu 23. [2D2.4-2] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là hàm số chẵn.

B. Tập giá trị của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là $[0; +\infty)$.

C. Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

D. $\left[\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Với $x = \sqrt{3}$, ta có: $f(\sqrt{3}) = \ln(\sqrt{3} + 2) \neq \ln(2 - \sqrt{3}) = f(-\sqrt{3})$.

Suy ra hàm số $y = f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ không là hàm số chẵn.

Câu 24. [2D1.5-3] Giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 + x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-4; -2)$.

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - m$; $f'(x) = 3x^2 - 6x$; $f''(x) = 6x - 6$.

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1 - m.$$

Điểm uốn của đồ thị hàm số là $A(1; -1 - m)$.

Phương trình $x^3 - 3x^2 + x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng

$$\Leftrightarrow A(1; -1 - m) \in Ox \Leftrightarrow -1 - m = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 25. [1H3.5-3] Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a$, $OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

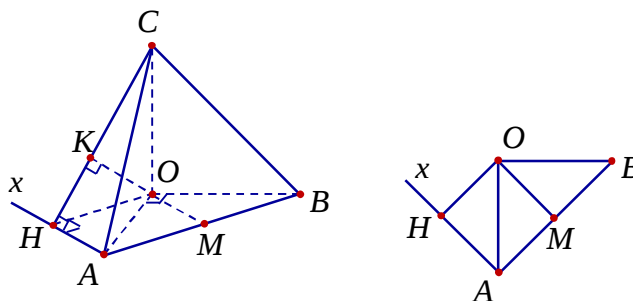
C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:



$$d_{(OM, AC)} = d_{(OM, (CAx))} = d_{(O, (CAx))} = OK.$$

Với $Ax \parallel OM, OH \perp Ax, OK \perp CH$.

$$\text{Vì } OHAM \text{ là hình vuông nên } OH = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ nên } OK = \frac{OH \cdot OC}{\sqrt{OH^2 + OC^2}} = \frac{2a}{3}.$$

Câu 26. [2D2.3-2] Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \log_2 \frac{x + \sqrt{x-2}}{x-2}$.

A. $\mathbb{R}^+ \setminus \{2\}$.

B. $[0; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $[0; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định của hàm số là

$$\begin{cases} \frac{x+\sqrt{x}-2}{x-2} > 0 \\ x \neq 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{x-2} > 0 \\ x \neq 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \\ x \neq 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0;1) \cup (2;+\infty).$$

Câu 27. [1D2.2-2] Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam, và 3 bạn nữ cùng đi xem phim, có bao nhiêu cách xếp 8 bạn vào 8 ghế hàng ngang sao cho 3 bạn nữ ngồi cạnh nhau?

- A. $5!.3!$ B. $8!-5.3!$ **C. $6!.3!$.** D. $\frac{8!}{3!}$.

Lời giải

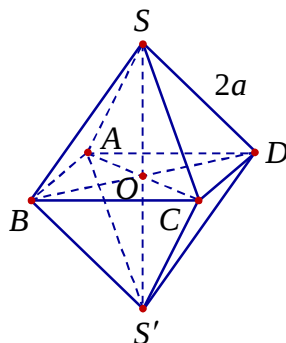
Chọn C.

Ta coi 3 bạn nữ là vị trí thì số cách xếp 6 vị trí là $6!$, sau đó xếp 3 bạn nữ vào vị trí đó là $3!$ nên số cách xếp là $6!.3!$.

Câu 28. [2H1.3-2] Tính thể tích của khối bát diện đều có tất cả các cạnh bằng $2a$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.** D. $\frac{2\sqrt{2}}{6}a^3$.

Lời giải

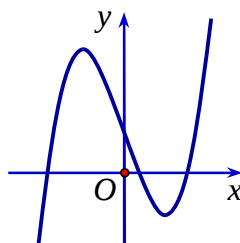


Chọn C.

Ta có $AO = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$, $SA = 2a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$

Thể tích cần tính là $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 29. [2D1.5-3] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a > 0 \Rightarrow$ loại phương án A.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a.c < 0 \Rightarrow c < 0 \Rightarrow$ loại phương án **D**.

Dựa vào đồ thị ta thấy $x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$ nên loại **B**.

- Câu 30.** [2D1.4-2] Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$
- A. 3. **B. 1.** C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}$$

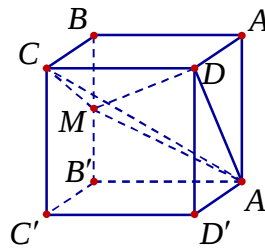
Suy ra đường thẳng $x=0$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

(Tương tự khi $x \rightarrow 0^-$)

$$\lim_{x \rightarrow -9^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- Câu 31.** [2H1.3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính thể tích khối $A'MCD$.

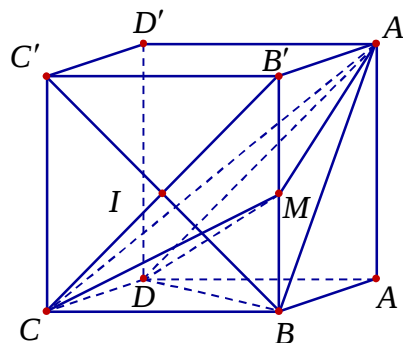


- A. $\frac{1}{12}$. **B. $\frac{2}{15}$.** C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Dùng HHKG thuận túy:



$$\text{Ta có } V_{A'MCD} = V_{M.A'CD} = \frac{1}{2} V_{M.A'B'CD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{B.A'B'CD} = \frac{1}{4} V_{B.A'B'CD}.$$

Gọi I là tâm của hình vuông $BCC'B'$, suy ra $BI \perp B'C$.

Mà $BI \perp CD$ (do $CD \perp (BCC'B')$)

Suy ra $BI \perp (BCC'B') \Rightarrow BI$ là chiều cao của khối chóp $B.A'B'CD$.

Thể tích khối chóp $B.A'B'CD$ là

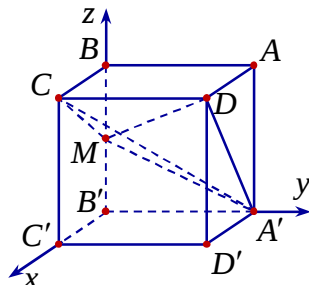
$$V_{B.A'B'CD} = \frac{1}{3} \cdot BI \cdot S_{A'B'CD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC' \cdot B'C \cdot A'B' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1 = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{A'MCD} = \frac{1}{4} V_{B.A'B'CD} = \frac{1}{12}.$$

Cách 2: Dùng hệ tọa độ $Oxyz$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Khi đó $O = B'(0; 0; 0)$, $\overrightarrow{OB} \equiv Oz$, $\overrightarrow{OA'} \equiv Oy$, $\overrightarrow{OC'} \equiv Ox$.



$$\text{Suy ra } C(1; 0; 1), D(1; 1; 1), M\left(0; 0; \frac{1}{2}\right).$$

$$\overrightarrow{A'C} = (1; -1; 1), \overrightarrow{A'D} = (1; 0; 1), \overrightarrow{A'M} = \left(0; -1; \frac{1}{2}\right).$$

$$[\overrightarrow{A'C}, \overrightarrow{A'D}] = (-1; 0; 1).$$

$$[\overrightarrow{A'C}, \overrightarrow{A'D}] \cdot \overrightarrow{A'M} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } V_{A'MCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{A'C}, \overrightarrow{A'D}] \cdot \overrightarrow{A'M}| = \frac{1}{12}.$$

Câu 32. [2D2.2-1] Với $a = \log_2 7$, $b = \log_5 7$. Tính giá trị của $\log_{10} 7$.

A. $\frac{ab}{a+b}$.

B. $\frac{1}{a+b}$.

C. $a+b$.

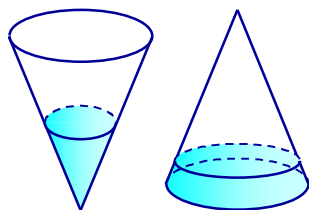
D. $\frac{a+b}{ab}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_{10} 7 = \frac{1}{\log_7 10} = \frac{1}{\log_7 5 + \log_7 2} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Câu 33. [2H2.1-2] Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10cm. Nếu bịt kín miệng phễu và lật ngược phễu lên thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng nhất với giá trị nào sau đây.



A. 1,07 cm.

B. 10 cm.

C. 9,35 cm.

D. 0,87 cm.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích cái phễu là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Thể tích nước đổ vào là $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1$.

Sau khi bịt kín miệng phễu và lật ngược phễu lên thì thể tích phần phễu không chứa nước là

$$V_2 = V - V_1 = \frac{7}{8}V.$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{r_2^2 \cdot h_2}{r^2 \cdot h} = \frac{7}{8} \Rightarrow \left(\frac{h_2}{h}\right)^3 = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{h_2}{h} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} \Rightarrow h_2 = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} \cdot 20 = 10\sqrt[3]{7}.$$

Suy ra chiều cao cột nước trong phễu là $h_3 = h - h_2 = 20 - 10\sqrt[3]{7} \approx 0,8706(\text{cm})$.

Câu 34. [2D1.5-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				3		$-\infty$

A. $m \in (0; 8)$.

B. $m \in \left(\frac{1}{2}; 8\right)$.

C. $m \in (-1; 3)$.

D. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 4x - x^2 = 4 - (x - 2)^2 \leq 4$.

Khi đó, phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ trở thành: $f(t) = \log_2 m$.

Để phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ có 4 nghiệm thực phân biệt thì đường thẳng $y = \log_2 m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ tại hai điểm phân biệt thỏa mãn $t < 4$.

Suy ra $-1 < \log_2 m < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 8$.

Vậy $m \in \left(\frac{1}{2}; 8\right)$.

Câu 35. [2D1.5-3] Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2x\sqrt{1-x^2} - m(x + \sqrt{1-x^2}) + m + 1 = 0$

không có nghiệm thực là tập $(a; b)$. Khi đó

A. $a - b = 2 + 2\sqrt{2}$.

B. $a - b = -2 - 2\sqrt{2}$.

C. $a - b = \sqrt{2}$.

D. $a - b = -2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$.

Xét hàm số $g(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Có: $g'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$g(-1) = -1, g(1) = 1, g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}.$$

Suy ra $-1 \leq g(x) \leq \sqrt{2}$.

Đặt $t = x + \sqrt{1-x^2}$, $-1 \leq t \leq \sqrt{2}$. Khi đó, phương trình trở thành:

$$t^2 - mt + m = 0 \Leftrightarrow t + 1 + \frac{1}{t-1} = m.$$

Xét hàm số $f(t) = t + 1 + \frac{1}{t-1}$ trên tập $[-1; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

$$\text{Có } f'(t) = 1 - \frac{1}{(t-1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}.$$

x	-1	0	1	$\sqrt{2}$
y'	-	0	+	+
y	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$	$2\sqrt{2} + 2$

Do đó, để phương trình không có nghiệm thực thì giá trị cần tìm của m là $m \in (0; 2 + 2\sqrt{2})$

Suy ra $a - b = -2\sqrt{2} - 2$.

Câu 36. [2D2.5-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)^3 - \log_2(x-3)^2 = 2\log_2(x-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có phương trình: $\log_{\sqrt{2}}(x-1)^3 - \log_2(x-3)^2 = 2\log_2(x-1)$

Điều kiện xác định: $x > 1$ và $x \neq 3$

Phương trình cho $\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)^3 = 2\log_2|x-3| + 2\log_2(x-1)$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^3 = \log_2|x-3| + \log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2(x-1)^3 = \log_2(x-1)|x-3|$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^3 = (x-1)|x-3| \Leftrightarrow (x-1)^2 = |x-3|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = x - 3 \\ x^2 - 2x + 1 = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 4 = 0 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \emptyset \\ x = -1 (L) \\ x = 2 (N) \end{cases}. \text{ Vậy } S = \{2\}.$$

Câu 37. [1D2.2-3] Tính tổng của tất cả các số có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

A. 333.330.

B. 7.999.920.

C. 1.599.984.

D. 3.999.960.

Lời giải

Chọn D.

Lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là $5! = 120$ số

Trong 120 số tìm được, ta luôn xếp được 60 cặp số $\{x; y\}$ sao cho $x + y = 66666$

Vậy tổng của 120 số tìm được là $60 \times 66666 = 3.999.960$.

Câu 38. [1D1.2-3] Diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos^2 x + 3\sin x \cdot \cos x = 1$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

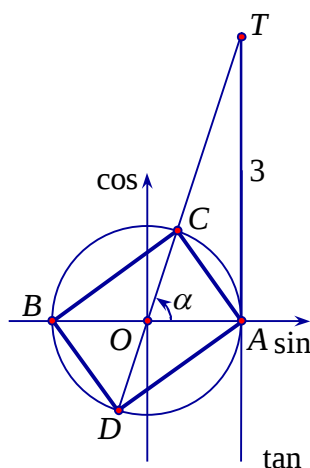
Ta có phương trình: $\cos^2 x + 3\sin x \cdot \cos x = 1 \Leftrightarrow 3\sin x \cdot \cos x - \sin^2 x = 0$

$$\Leftrightarrow \sin x (3\cos x - \sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \tan x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \alpha + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ với } \tan \alpha = 3$$

Gọi $A; B$ là các điểm biểu diễn cho họ nghiệm $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ trên đường tròn lượng giác.

Gọi $C; D$ là các điểm biểu diễn cho họ nghiệm $x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ trên đường tròn lượng giác.

Ta cần tính diện tích hình chữ nhật $ACBD$



Xét tam giác vuông AOT có: $OT = \sqrt{OA^2 + AT^2} = \sqrt{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{AT}{OA} = \frac{3}{\sqrt{10}}. (*)$

Xét tam giác ACD có: $\widehat{ADC} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AC}{2}$ và $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{AD}{2}$.

$$\text{Từ } (*) \Leftrightarrow 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{AC}{2} \cdot \frac{AD}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow AC \cdot AD = \frac{6}{\sqrt{10}} \Rightarrow S_{ACBD} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 39. [2D1.1-3] Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. $m \in (-\infty; -4)$.

B. $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

C. $m \in [4; +\infty)$.

D. $m \in (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

ĐKXĐ: $x \neq -m$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m^2 - 16}{(x+m)^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m \notin (0; +\infty) \\ m^2 - 16 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq 0 \\ m > 4 \vee m < -4 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4.$$

Câu 40. [0H3.3-3] Cho tam giác ABC vuông tại A , điểm M thuộc cạnh AC sao cho $AB = 2AM$, đường tròn tâm I đường kính CM cắt BM tại D , đường thẳng CD có phương trình $x - 3y - 6 = 0$. Biết $I(1; -1)$, điểm $E\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ thuộc đường thẳng BC , $x_C \in \mathbb{Z}$. Biết B là điểm có tọa độ $(a; b)$. Khi đó:

A. $a + b = 1$.

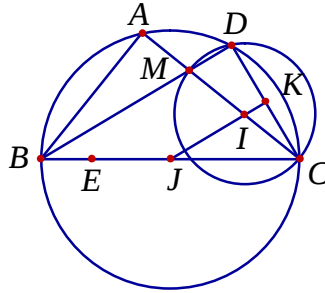
B. $a + b = 0$.

C. $a + b = -1$.

D. $a + b = 2$.

Lời giải

Chọn B.



□ Ta có: $\widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ nên tứ giác $BADC$ nội tiếp.

Gọi J là trung điểm BC thì J là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BADC$.

Suy ra $JI \perp CD$.

□ Đường thẳng JI đi qua $I(1; -1)$ và vuông góc với CD có phương trình là $3x + y - 2 = 0$.

Gọi $K = JI \cap CD \Rightarrow K$ là trung điểm CD .

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 3y - 6 = 0 \\ 3x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow K\left(\frac{6}{5}; -\frac{8}{5}\right) \Rightarrow \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{IK} = \left(\frac{2}{5}; -\frac{6}{5}\right).$$

□ $C \in (CD): x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow C(3c + 6; c)$

$$\text{Ta lại có } \triangle MBA \sim \triangle MCD \Rightarrow \frac{MD}{CD} = \frac{MA}{AB} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow CD = 3MD$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{48}{5} - 6c\right)^2 + \left(-\frac{16}{5} - 2c\right)^2 = 9 \cdot \frac{8}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ c = -\frac{11}{5} \end{cases}$$

Do $x_C \in \mathbb{Z}$ nên nhận $c = -1 \Rightarrow C(3; -1)$.

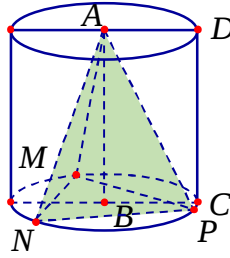
Đường thẳng BC đi qua hai điểm C, E nên có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{EC} = \left(\frac{5}{3}; -1\right) = \frac{1}{3}(5; -3)$

$\Rightarrow$ phương trình $BC: 3x + 5y - 4 = 0$.

□ $J = BC \cap JI$, tọa độ điểm J là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 5y - 4 = 0 \\ 3x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

□ J là trung điểm $BC \Rightarrow B(-2; 2)$. Suy ra $\begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 0$.

Câu 41. [2H2.1-3] Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB cố định, đường gấp khúc $ADCB$ cho ta hình trụ (T) . Gọi $\triangle MNP$ là tam giác đều nội tiếp đường tròn đáy (không chứa điểm A). Tính tỷ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối chóp $AMNP$.



A. $\frac{4}{3\sqrt{3}}\pi$

B. $\frac{4}{\sqrt{3}}\pi$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$.

D. $\frac{4}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B.

Hình trụ (T) có bán kính $r = BC$ và chiều cao $h = CD$. Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 \cdot h$

Gọi cạnh của $\triangle MNP$ là x , khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$

$$r = \frac{2 \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}}{3} \Leftrightarrow x = r\sqrt{3}.$$

Khối chóp $AMNP$ có đáy là $\triangle MNP$ đều và chiều cao $AB = DC = h$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V' = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot S_{\triangle MNP} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{(r\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}r^2 h}{4}.$$

$$\text{Tỷ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối chóp } AMNP \text{ là } \frac{V}{V'} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{\sqrt{3}r^2 h}{4}} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}}.$$

Câu 42. [2D2.4-3] Một người mua một căn hộ với giá 900 triệu đồng. Người đó trả trước với số tiền là 500 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là 0,5% mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Tìm thời gian (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ.

A. 133 tháng.

B. 139 tháng.

C. 136 tháng.

D. 140 tháng.

Lời giải

Chọn B.

Gọi A là số tiền người đó vay ngân hàng (đồng), a là số tiền phải trả hàng tháng và $r(\%)$ là lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ mỗi tháng. Ta có:

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ nhất: $R_1 = A(1+r)$

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ hai: $R_2 = (A(1+r) - a)(1+r) = A(1+r)^2 - a(1+r)$

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ ba:

$$R_3 = (A(1+r)^2 - a(1+r) - a)(1+r) = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r)$$

....

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ n : $R_n = A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - \dots - a(1+r)$

$$\text{Tháng thứ } n \text{ trả xong nợ: } R_n = a \Leftrightarrow a = \frac{A \cdot r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Áp dụng với $A = 400$ triệu đồng, $r = 0,5\%$, và $a = 4$ triệu đồng ta có $n = 139$ tháng.

- Câu 43. [1D2.1-3]** Một con châu chấu nhảy từ gốc tọa độ đến điểm có tọa độ là $A(9;0)$ dọc theo trục Ox của hệ trục tọa độ Oxy . Hỏi con châu chấu có bao nhiêu cách nhảy để đến điểm A , biết mỗi lần nó có thể nhảy 1 bước hoặc 2 bước (1 bước có độ dài 1 đơn vị).
A. 47. **B.** 51. **C.** 55. **D.** 54.

Lời giải

Chọn C.

Gọi a là số bước nhảy 1 bước, b là số bước nhảy 2 bước của con châu chấu ($a, b \in \mathbb{N}, 0 \leq a, b \leq 9$). Với mỗi cặp $(a; b)$ thì số cách di chuyển của châu chấu là C_{a+b}^a cách.

Theo giả thiết ta có $a + 2b = 9$, suy ra a lẻ và $a \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Với $a = 1 \Rightarrow b = 4$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_5^1 = 5$ cách.

Với $a = 3 \Rightarrow b = 3$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_6^3 = 20$ cách.

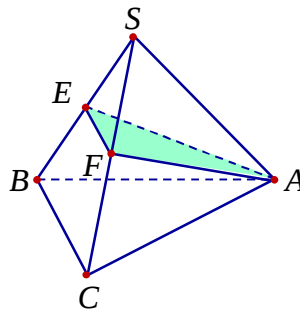
Với $a = 5 \Rightarrow b = 2$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_7^5 = 21$ cách.

Với $a = 7 \Rightarrow b = 1$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_8^7 = 8$ cách.

Với $a = 9 \Rightarrow b = 0$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_9^9 = 1$ cách.

Vậy con châu chấu có số cách di chuyển là $5 + 20 + 21 + 8 + 1 = 55$ cách.

- Câu 44. [2H1.3-3]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) .



Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$.

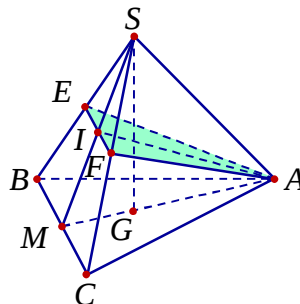
B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm BC , $I = EF \cap SM$, suy ra I là trung điểm EF và SM .

Có $\triangle ACS = \triangle ABS$ (c-c-c) $\Rightarrow AF = AE \Rightarrow \triangle AEF$ cân tại $A \Rightarrow AI \perp EF$.

Do $(AEF) \perp (SBC)$ nên $AI \perp (SBC) \Rightarrow AI \perp SM$.

Tam giác ASM có $AI \perp SM$ và I là trung điểm SM nên ASM cân tại A , suy ra $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$ và $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Trong tam giác SAG có: $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 45. [2H1.1-3] Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$, $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Lấy các điểm B' , C' lần lượt thuộc các cạnh SB , SC sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tính chu vi đó.

A. $(\sqrt{3}-1)a$.

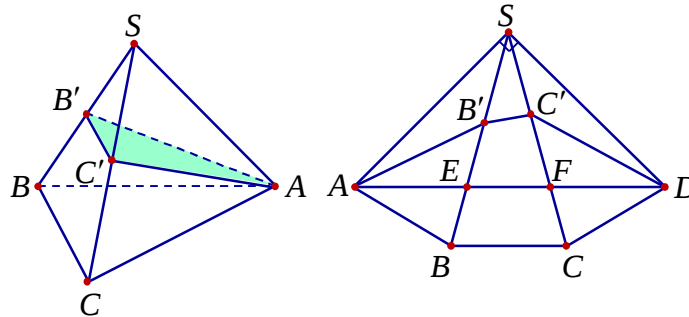
B. $\sqrt{3}a$.

C. $\frac{a}{1+\sqrt{3}}$.

D. $(1+\sqrt{3})a$.

Lời giải

Chọn D.



Trải tứ chóp $S.ABC$ ra mặt phẳng (SBC) thì chu vi tam giác $AB'C'$ bằng $AB' + B'C' + C'A = AB' + B'C' + C'D \geq AD$.

Dấu “=” xảy ra khi $B' \equiv E$, $C' \equiv F$.

Ta có $AB = a$, $\widehat{ASB} = 30^\circ \Rightarrow SA = SB = \frac{a}{2\sin 15^\circ} = \frac{a(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}$.

Lại có $\widehat{ASB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ASD} = 90^\circ \Rightarrow AD = SA\sqrt{2} = (1 + \sqrt{3})a$.

Vậy chu vi tam giác $AB'C'$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $(1 + \sqrt{3})a$.

Câu 46. [2D1.2-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là 0; 1; 2 và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(4x - 4x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\left[f(4x - 4x^2) \right]' = (4x - 4x^2)' \cdot f'(4x - 4x^2) = 4(1 - 2x) \cdot f'(4x - 4x^2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 4x - 4x^2 = 0 \\ 4x - 4x^2 = 1 \\ 4x - 4x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 0; x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \text{ (kép)} \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(4x - 4x^2)$ có ba điểm cực trị là $0; \frac{1}{2}; 1$.

Câu 47. [1H3.4-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(C'D'A)$.

A. 45° .

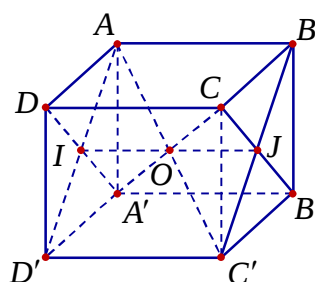
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D.



Gọi $I = B'C \cap BC'$, $J = A'D \cap AD'$ ta có:
$$\begin{cases} (A'B'C) \cap (C'D'A) = IJ \\ IJ \perp B'C \subset (A'B'C) \\ IJ \perp BC' \subset (C'D'A) \end{cases}$$

Từ đó suy ra $((A'B'C); (C'D'A)) = (B'C; BC') = 90^\circ$.

Câu 48. [0H3.2-3] Điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$ có tọa độ $M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sqrt{2}a = -b$.

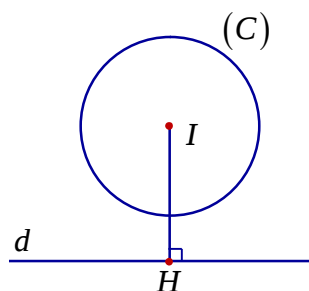
B. $a = -b$.

C. $\sqrt{2}a = b$.

D. $a = b$.

Lời giải

Chọn C.



Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d là $d(I; (d)) = 3\sqrt{2} > R$ nên d không cắt (C) .

Điểm $M(a; b)$ thỏa yêu cầu bài toán khi và chỉ khi
$$\begin{cases} M \in (C) \\ d(M; (d)) = 3\sqrt{2} - 2 \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng d , ta có $IH: x + y + 1 = 0$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4x - 2 = 0 \\ y = -x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2}; y = -2 - \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2}; y = -2 + \sqrt{2} \end{cases}$

Từ đó suy ra $M(1 - \sqrt{2}; -2 + \sqrt{2})$. Do đó $a = 1 - \sqrt{2}$, $b = -2 + \sqrt{2}$ nên $\sqrt{2}a = b$.

Câu 49. [2D2.5-4] Cho m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $2018(\log_m x)(\log_n x) = 2017\log_m x + 2018\log_n x + 2019$. P nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi:

- A. $m.n = 2^{2020}$. B. $m.n = 2^{2017}$. C. $m.n = 2^{2019}$. D. $m.n = 2^{2018}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 0$.

Với điều kiện đó phương trình đã cho được biến đổi tương đương thành phương trình:

$$2018(\log_m x)(\log_n m \cdot \log_m x) - 2017\log_m x - 2018\log_n m \cdot \log_m x - 2019 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = \log_m x$, $t \in \mathbb{R}$. Khi đó phương trình (1) trở thành phương trình:

$$2018(\log_n m)t^2 - (2017 + 2018\log_n m)t - 2019 = 0 \quad (2).$$

Do phương trình (2) có $2018\log_n m \cdot (-2019) < 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu, do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Xét } \log_m x_1 x_2 = \log_m x_1 + \log_m x_2 = \frac{2017 + 2018\log_n m}{2018\log_n m} = \frac{2017}{2018\log_n m} + 1.$$

$$\text{Suy ra: } x_1 x_2 = m^{\frac{2017}{2018\log_n m} + 1} = m^{\frac{2017}{2018} \log_m n + 1} = m.n^{\frac{2017}{2018}}.$$

Theo bài m là số nguyên dương khác 1 nên $m \geq 2$, do đó $P = x_1 x_2 \geq 2^{\frac{2017}{2018} \sqrt{n^{2017}}}$.

Mặt khác n là số nguyên dương khác 1 nên $n \geq 2$ và 2017, 2018 là hai số nguyên tố cùng nhau nên để P nguyên và có giá trị nhỏ nhất khi $n = 2^{2018}$. Lúc đó $m.n = 2.2^{2018} = 2^{2019}$.

Câu 50. [2D1.3-4] Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 108. B. 120. C. 210. D. 136.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30$ là hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có: $f'(x) = x^3 - 28x + 48$. Với mọi $x \in [0; 2]$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 28x + 48 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Mặt khác: $f(0) = m - 30$; $f(2) = m + 14$. Ta có: $\max_{[0; 2]} |f(x)| = \max \{ |f(0)|; |f(2)| \}$.

$$\text{Theo bài: } \max_{[0; 2]} |f(x)| \leq 30 \Leftrightarrow \begin{cases} |f(0)| \leq 30 \\ |f(2)| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 30| \leq 30 \\ |m + 14| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -30 \leq m - 30 \leq 30 \\ -30 \leq m + 14 \leq 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 60 \\ -44 \leq m \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 16. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in S = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots; 16\}.$$

Vậy tổng tất cả 17 giá trị trong tập S là $\frac{17(0+16)}{2} = 136$.

-----HẾT-----