

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Chọn khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

B. $\int_a^a f(x) dx = 0.$

C. $\int_a^b f(x) dx + \int_a^c f(x) dx = \int_b^c f(x) dx, (c \in [a; b]).$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, (c \in [a; b]).$

Câu 2: Cho cấp số nhân với $u_1 = -\frac{1}{2}; u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân là:

A. $q = \pm 1$

B. $q = \pm 4.$

C. $q = \pm 2.$

D. $q = \pm \frac{1}{2}.$

Câu 3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = x$ là:

A. $\frac{9}{2}.$

B. $\frac{2}{9}.$

C. $\frac{9\pi}{2}.$

D. $\frac{81\pi}{10}.$

Câu 4: Nếu $\int_0^5 f(x) dx = 12$ và $\int_0^5 g(x) dx = 23$ thì $\int_0^5 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng :

A. 10.

B. 82.

C. 13.

D. -10.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z = 0$.

Khi đó vector pháp tuyến của $mp(P)$ là:

A. $\vec{n} = (2; 3; -5).$

B. $\vec{n} = (2; 3; 5).$

C. $\vec{n} = (2; -3; -5).$

D. $\vec{n} = (-2; 3; -5).$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 4; 2), B(-1; -2; 2)$ và điểm $G(1; 1; 1)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tọa độ của đỉnh C là:

A. $C(1; 1; \frac{5}{3}).$

B. $C(-1; -1; -3).$

C. $C(5; 5; 7).$

D. $C(1; 1; -1).$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4; 2; -2)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x - 5z - 19 = 0$ có bán kính là:

A. 39.

B. 3.

C. 13.

D. $\frac{28}{13}.$

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-9}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 9: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 8 và chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đó bằng

A. 14

B. 48

C. 16

D. 32

Câu 10: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là:

A. $x = 2.$

B. $x = 1.$

C. $x = 4.$

D. $x = \frac{5}{2}.$

Câu 11: Trong các số phức sau số nào là số thuần ảo.

A. $z = -2.$

B. $z = \sqrt{3} - 2i.$

C. $z = -2i.$

D. $z = 4 + i.$

Câu 12: Cho hàm số có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Cực tiểu của hàm số là:

- A. -2 . B. -4 . C. 1 . D. 0 .

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -3; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; -3; 0)$. B. $(2; -3; 0)$. C. $(0; -3; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Tồn tại khối lăng trụ đều là khối đa diện đều.
B. Tồn tại khối hộp là khối đa diện đều.
C. Tồn tại khối tứ diện là khối đa diện đều.
D. Tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^2 + 1$ với m là tham số thực. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

- A. $m = -4$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 0; m = 2$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -3)$ có phương trình:

- A. $6x - 3y - 2z - 6 = 0$. B. $x - 2y - 3z = 0$.
C. $3x - 2y - 5z + 1 = 0$. D. $x + 2y + 3z = 0$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \ln(x^2 - 3x)$ là:

- A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(0; 3)$. D. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Câu 18: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+1}$?

- A. $F(x) = e^{2x+1}$. B. $F(x) = 2e^{2x+1}$.
C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1}$. D. $F(x) = e^x$.

Câu 19: Tìm các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 - 2i$:

- A. $x = 2; y = 0$. B. $x = 0; y = -2$. C. $x = 0; y = 2$. D. $x = -1; y = 2$.

Câu 20: Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $a^{\frac{1}{4}}$. B. $a^{\frac{5}{4}}$. C. $a^{\frac{3}{8}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$.

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{x \ln 2}$. C. $y' = 2 \ln x$. D. $y' = \frac{x}{\ln 2}$.

Câu 22: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^3)$ bằng

- A. $1 + 3 \log_3 a$. B. $3 \log_3 a$. C. $(\log_3 a)^3$. D. $1 + \log_3 a$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} \leq 27$ là

- A. $[-1;1]$. B. $(-\infty;1]$. C. $[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$. D. $[1;+\infty)$.

Câu 24: Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - i$ là

- A. $\bar{z} = -2 + i$. B. $\bar{z} = -2 - i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A. $I(1;3;-2); R = 5$. B. $I(-1;-3;2); R = 5$.
C. $I(1;3;-2); R = 25$. D. $I(-1;-3;2); R = 25$.

Câu 26: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 4y + z - 2 = 0$ là

- A. $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 3t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 4t \\ z = 5 + t \end{cases}$
C. $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = -5 + t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$

Câu 27: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$

- A. $I = 7$. B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$. C. $I = 3$. D. $I = 5 + \pi$.

Câu 28: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

Câu 29: Cho hình trụ có bán kính đáy 5 cm chiều cao 4 cm . Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

- A. $94\pi(\text{cm}^2)$. B. $90\pi(\text{cm}^2)$. C. $96\pi(\text{cm}^2)$. D. $92\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		-
y					

Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 32 Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 10$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính $P = M - m$.

- A. $P = 6$. B. $P = 18$. C. $P = 2$. D. $P = -5$.

Câu 33. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 1$ và $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Tính $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

- A. -1 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 34: Số phức $z = 4 + i - (2 + 3i)(1 - i)$ có môđun là:

- A. 2 B. 0 C. 1 D. -2

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm H là hình chiếu của điểm $M(2; 0; 1)$ lên đường thẳng d :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$$

- A. $(-1; -4; 0)$. B. $(2; 2; 3)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(1; 0; 2)$.

Câu 36: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2-x^2}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$. Khi đó phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là:

- A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

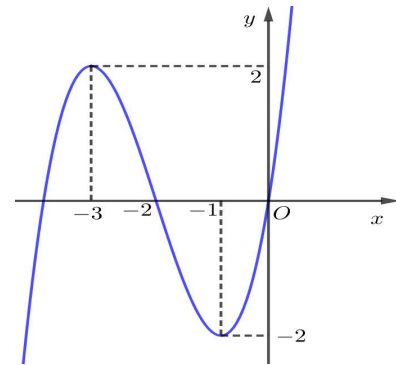
Câu 37: Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2; 1; -3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - y + 2z - 1 = 0$ là

- A. $(P): x - y + 2z + 5 = 0$ B. $(P): x - y + 2z + 6 = 0$
C. $(P): x - y + 2z + 4 = 0$ D. $(P): x - y + 2z - 3 = 0$

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên.

Hàm số $g(x) = f(x-2) - \frac{1}{2}x^2 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$.
C. $\mathbb{R}$. D. $(-1; 1)$.



Câu 39: Tìm m để phương trình $\log_2(x^3 - 3x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $m > 0$. B. $m > 1$. C. $m < 1$. D. $0 < m < 1$.

Câu 40: Có 3 bạn nữ và 5 bạn nam được xếp trên một ghế dài. Tính xác suất để trong 3 bạn nữ không có 2 bạn nào ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{3}{28}$. B. $\frac{25}{28}$. C. $\frac{5}{14}$. D. $\frac{1}{14}$.

Câu 41: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn điều kiện $|z|^2 - 5z - 5\bar{z} = 0$ là:

- A. Đường tròn tâm $I(5; 0)$, bán kính $R = 5$. B. Đường thẳng đi qua gốc tọa độ.
C. Đường tròn có bán kính $R = 1$. D. Đường tròn tâm $I(5; 0)$, bán kính $R = 3$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;0;3)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất là:

A. $x - 8y + 14z - 15 = 0$.

B. $x + 8y - 14z + 15 = 0$.

C. $x + y - z - 6 = 0$.

D. $x - 8y - 14z - 15 = 0$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có cạnh đáy bằng a , góc tạo cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2), B(-1;1;3)$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua A, B tạo với mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z - 2 = 0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Khi đó khoảng cách từ $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) là:

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo.

A. 0

B. 2

C. 4

D. 3

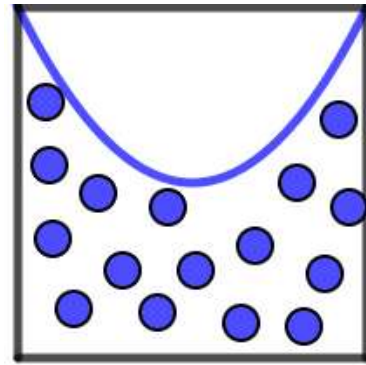
Câu 46: Ông An có mảnh vườn hình vuông cạnh 12m, ông đào một hồ nước tưới rau trên mảnh vườn đó có dạng parabol có đỉnh tại tâm hình vuông, parabol này đi qua hai đỉnh của hình vuông. Phần còn lại ông trồng rau để bán, mỗi lần thu hoạch rau ông bán được 35.000 đồng / $1m^2$. Giả sử năng suất rau trên cả mảnh vườn là như nhau, thu hoạch cả mảnh vườn ông An thu được số tiền là:

A. 3.000.000 đồng.

B. 3.630.000 đồng.

C. 1.680.000 đồng.

D. 3.360.000 đồng.



Câu 47: Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ (1). Điều kiện của tham số m để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2 < x_3$ là:

A. $m = -1$.

B. $-3 \leq m \leq -1$.

C. $-3 < m < -1$.

D. $-1 < m < 3$.

Câu 48: Cho phương trình $\sin 2x - 2m \cos x - \sin x + m = 0$ (1). Điều kiện của tham số m để phương trình (1) có 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 3\pi)$ là:

A. $0 < m < 1$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $SA = AB = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AHK$.

A. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

D. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| + |z + 3| = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2C	3A	4D	5A	6D	7B	8C	9C	10A	11C	12B	13B	14D	15B
16A	17D	18C	19B	20B	21A	22A	23A	24A	25A	26B	27A	28C	29B	30D
31D	32B	33B	34B	35D	36A	37A	38B	39C	40B	41A	42B	43A	44A	45D
46D	47C	48A	49C	50B										

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**

<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.A	4.D	5.A	6.D	7.B	8.C	9.C	10.A
11.C	12.D	13.B	14.D	15.B	16.A	17.D	18.C	19.B	20.B
21.A	22.A	23.D	24.A	25.A	26.B	27.A	28.C	29.B	30.A
31.D	32.B	33.B	34.C	35.D	36.D	37.A	38.B	39.C	40.C
41.A	42.A	43.A	44.A	45.D	46.D	47.C	48.A	49.C	50.B

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Chọn khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

B. $\int_a^a f(x)dx = 0.$

C. $\int_a^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx = \int_b^c f(x)dx, (c \in [a, b]).$

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, (c \in [a, b]).$

Lời giải

Chọn C

Các mệnh đề A, B, D đều đúng. Mệnh đề C sai.

Câu 2. Cho cấp số nhân với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân là

A. $q = \pm 1.$

B. $q = \pm 4.$

C. $q = \pm 2.$

D. $q = \pm \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $u_7 = u_1 \cdot q^6 \Leftrightarrow -32 = -\frac{1}{2} \cdot q^6 \Leftrightarrow q^6 = 64 \Leftrightarrow q = \pm 2.$

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = x$ là

A. $\frac{9}{2}.$

B. $\frac{2}{9}.$

C. $\frac{9\pi}{2}.$

D. $\frac{81\pi}{10}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2 - 2x = x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = x$ là

$$S = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \left| \int_0^3 (x^2 - 3x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^3 \right| = \left| \frac{27}{3} - \frac{27}{2} \right| = \frac{9}{2}.$$

Câu 4. Nếu $\int_0^5 f(x) dx = 12$ và $\int_0^5 g(x) dx = 23$ thì $\int_0^5 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A.** 10. **B.** 82. **C.** 13. **D.** -10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^5 [3f(x) - 2g(x)] dx = 3 \int_0^5 f(x) dx - 2 \int_0^5 g(x) dx = 3.12 - 2.23 = -10.$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z = 0$. Khi đó vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A.** $\vec{n} = (2; 3; -5)$. **B.** $\vec{n} = (2; 3; 5)$. **C.** $\vec{n} = (2; -3; -5)$. **D.** $\vec{n} = (-2; 3; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z = 0$ có một vecto pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; -5)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 4; 2)$, $B(-1; -2; 2)$ và điểm $G(1; 1; 1)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tọa độ của đỉnh C là

- A.** $C\left(1; 1; \frac{5}{3}\right)$. **B.** $C(-1; -1; -3)$. **C.** $C(5; 5; 7)$. **D.** $C(1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + (-1) + x_C = 3.1 \\ 4 + (-2) + y_C = 3.1 \\ 2 + 2 + z_C = 3.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = 1 \\ z_C = -1 \end{cases} \Rightarrow C(1; 1; -1)$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4; 2; -2)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x - 5z - 19 = 0$ có bán kính là

- A.** 39. **B.** 3. **C.** 13. **D.** $\frac{28}{13}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Bán kính mặt cầu cần tìm } R = d(I; (P)) = \frac{|12.4 + 0.2 - 5.(-2) - 19|}{\sqrt{12^2 + 0^2 + (-5)^2}} = 3.$$

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-9}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{9}{x^2}} = 0 \text{ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } y = 0.$$

$$\text{Xét } x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Lại có

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{x^2-9} = +\infty \text{ (vì } \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-2) = 1; x \rightarrow 3^+ \Rightarrow x^2 - 9 \rightarrow 0 \text{ và } x^2 - 9 > 0).$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-2}{x^2-9} = -\infty \text{ (vì } \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-2) = 1; x \rightarrow 3^- \Rightarrow x^2 - 9 \rightarrow 0 \text{ và } x^2 - 9 < 0).$$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$.

Tương tự:

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x-2}{x^2-9} = +\infty \text{ (vì } \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (x-2) = -5; x \rightarrow (-3)^+ \Rightarrow x^2 - 9 \rightarrow 0 \text{ và } x^2 - 9 < 0).$$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x-2}{x^2-9} = -\infty \text{ (vì } \lim_{x \rightarrow (-3)^-} (x-2) = -5; x \rightarrow (-3)^- \Rightarrow x^2 - 9 \rightarrow 0 \text{ và } x^2 - 9 > 0).$$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 9. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 8 và chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đó bằng

- A.** 14. **B.** 48. **C.** 16. **D.** 32.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 6 = 16.$$

Câu 10. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là:

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2.$$

Câu 11. Trong các số phức sau số nào là số thuần ảo?

- A.** $z = -2$. **B.** $z = \sqrt{3} - 2i$. **C.** $z = -2i$. **D.** $z = 4 + i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = -2i$ là số phức có phần thực bằng 0, phần ảo bằng -2 nên là số thuần ảo.

Câu 12. Cho hàm số có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

y		0	-4	$+\infty$
	$-\infty$			

Cực tiểu của hàm số là:

- A.** -2. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chon D

Tại $x=0$, y' đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -3; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A.** $(0; -3; 0)$. **B.** $(2; -3; 0)$. **C.** $(0; -3; -1)$. **D.** $(2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Chiếu lên mặt phẳng (Oxy) nên giữ nguyên x , y và $z=0$.

Câu 14. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.** Tồn tại khối lăng trụ đều là khối đa diện đều.
- B.** Tồn tại khối hộp là khối đa diện đều.
- C.** Tồn tại khối đa diện là khối đa diện đều.
- D.** Tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều.

Lời giải

Chọn D

Không tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều vì khối chóp tứ giác đều có 5 mặt không thoả định nghĩa khối đa diện đều.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^2 + 1$ với m là tham số thực. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A.** $m = -4$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 0; m = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$

$$f''(x) = 6x - 6m.$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - 6m + 3(m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$.

Với $m=0$ thì $f''(1) = 6 > 0$ nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

Với $m=2$ thì $f''(1) = 6 - 12 = -6 < 0$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=1$.

Vậy $m=0$ là giá trị cần tìm.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình:

A. $6x - 3y - 2z - 6 = 0$.

B. $x - 2y - 3z = 0$.

C. $3x - 2y - 5z + 1 = 0$.

D. $x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải**Chọn A**

Phương trình đoạn chắn đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-3)$ là

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x - 3y - 2z = 6 \Leftrightarrow 6x - 3y - 2z - 6 = 0.$$

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \ln(x^2 - 3x)$ là:

A. $(-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$.

B. $[0; 3]$.

C. $(0; 3)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải**Chọn D**

Điều kiện xác định của hàm số $x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow x(x - 3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+1}$?

A. $F(x) = e^{2x+1}$.

B. $F(x) = 2e^{2x+1}$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1}$.

D. $F(x) = e^x$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$, do đó chọn đáp án C.

Câu 19. Tìm các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 - 2i$.

A. $x = 2; y = 0$.

B. $x = 0; y = -2$.

C. $x = 0; y = 2$.

D. $x = -1; y = 2$.

Lời giải**Chọn B**

Từ định nghĩa hai số phức bằng nhau suy ra $\begin{cases} x^2 - 1 = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$.

- Câu 20.** Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
- A.** $a^{\frac{1}{4}}$. **B.** $a^{\frac{5}{4}}$. **C.** $a^{\frac{3}{8}}$. **D.** $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a} = a^{\frac{3}{4}}a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3+1}{4}} = a^{\frac{5}{4}}$.

- Câu 21.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$.
- A.** $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. **B.** $y' = \frac{2}{x \ln 2}$. **C.** $y' = 2 \ln x$. **D.** $y' = \frac{x}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ với a là số thực dương khác 1.

Ta có: $y = \log_2 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

- Câu 22.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^3)$ bằng
- A.** $1 + 3\log_3 a$. **B.** $3\log_3 a$. **C.** $(\log_3 a)^3$. **D.** $1 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3(3a^3) = 3\log_3(3a) = 3\log_3 3 + 3\log_3 a = 1 + 3\log_3 a$.

- Câu 23.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} \leq 27$ là
- A.** $[-1; 1]$. **B.** $(-\infty; 1]$. **C.** $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$. **D.** $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} \leq 27 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \Leftrightarrow x^2 - 4 \geq -3 \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

- Câu 24.** Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - i$ là
- A.** $\bar{z} = -2 + i$. **B.** $\bar{z} = -2 - i$. **C.** $\bar{z} = 2 - i$. **D.** $\bar{z} = 2 + i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - i$ là $\bar{z} = -2 + i$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(1; 3; -2), R = 5$.

B. $I(-1; -3; 2), R = 5$.

C. $I(1; 3; -2), R = 25$.

D. $I(-1; -3; 2), R = 25$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$ có tâm $I(1; 3; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2 + 11} = 5$.

Câu 26. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 3; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 4y + z - 2 = 0$ là

A. $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 3t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$ **B.** $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 4t \\ z = 5 + t \end{cases}$ **C.** $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = -5 + t \end{cases}$ **D.** $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (3; -4; 1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 3; 5)$ và có vtcp $\vec{u}_d = (3; -4; 1)$ là:

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 4t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

Câu 27. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$

A. $I = 7$.

B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$.

C. $I = 3$.

D. $I = 5 + \pi$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \\ &= 5 - 2(0 - 1) = 5 + 2 = 7. \end{aligned}$$

Câu 28. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $2\pi a^2$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Vì thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a nên cạnh huyền của tam giác đó là $a\sqrt{2}$ và bán kính đáy của hình nón đó là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón đó là: $S = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 29. Cho hình trụ có bán kính đáy 5 cm , chiều cao 4 cm . Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

- A.** $94\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $90\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $96\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $92\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_p = 2\pi r(r + h) = 2\pi \cdot 5 \cdot (5 + 4) = 90\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		-
y					

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \infty.$$

Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = -2$ và $x = 0$

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	+

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Đạo hàm bằng 0 tại 3 điểm $x = -1$; $x = 2$; $x = 4$ và không xác định tại $x = 0$.

Dấu của đạo hàm đổi khi x đi qua các điểm trên.

Vậy hàm số có 4 cực trị.

Câu 32. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 10$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính $P = M - m$

A. $P = 6$.

B. $P = 18$.

C. $P = 2$.

D. $P = -5$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định và liên tục $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Ta có $f'(x) = -8x^3 + 8x = -8x(x^2 - 1)$.

$$\text{Do đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin \left[\frac{1}{2}; 2\right] \\ x = -1 \notin \left[\frac{1}{2}; 2\right] \\ x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right] \end{cases}.$$

Ta có $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{87}{8}$; $f(1) = 12$; $f(2) = -6$.

Do đó $M = 12$; $m = -6 \Rightarrow P = M - m = 12 - (-6) = 18$.

Câu 33. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. -1.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất tích phân ta có: $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 1 + 2 = 3$.

Câu 34. Số phức $z = 4 + i - (2 + 3i)(1 - i)$ có mô-đun là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = 4 + i - (2 - 2i + 3i + 3) = 4 + i - (5 + i) = -1$.

Vậy $|z| = |-1| = 1$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm H là hình chiếu của điểm $M(2;0;1)$ lên đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} \text{ là}$$

A. $(-1; -4; 0)$.

B. $(2; 2; 3)$.

C. $(0; -2; 1)$.

D. $(1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Vì $H \in d$ nên tọa độ H có dạng $H(1+t; 2t; 2+t)$.

$\overrightarrow{MH} = (t-1; 2t; t+1)$; d có vector chỉ phương: $\vec{u}_d = (1; 2; 1)$.

Có $MH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (t-1) \cdot 1 + 2t \cdot 2 + (t+1) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow 6t = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Suy ra $H(1; 0; 2)$.

Câu 36. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2-x^2}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$. Khi đó phương trình

$F(x) = x$ có nghiệm là

A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x) dx = \int \frac{x}{\sqrt{2-x^2}} dx = \int -\frac{1}{2} \cdot \frac{-2x}{\sqrt{2-x^2}} dx = \int \frac{-1}{2\sqrt{2-x^2}} d(2-x^2) = -\sqrt{2-x^2} + C$$

Suy ra $F(x) = -\sqrt{2-x^2} + C$. Ta có $F(1) = 0 \Leftrightarrow -1 + C = 0 \Leftrightarrow C = 1$.

Suy ra $F(x) = -\sqrt{2-x^2} + 1$.

$$F(x) = x \Leftrightarrow -\sqrt{2-x^2} + 1 = x \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = 1-x \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 2-x^2 = 1-2x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 37. Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2;1;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - y + 2z - 1 = 0$ là

A. $(P): x - y + 2z + 5 = 0.$

B. $(P): x - y + 2z + 6 = 0.$

C. $(P): x - y + 2z + 4 = 0.$

D. $(P): x - y + 2z - 3 = 0.$

Lời giải

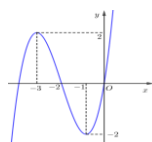
Chọn A

Mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng:
 $x - y + 2z + d = 0$ với $d \neq -1.$

(P) đi qua $A(2;1;-3)$ nên ta có: $2 - 1 + 2 \cdot (-3) + d = 0 \Leftrightarrow d = 5$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 5 = 0.$

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x-2) - \frac{1}{2}x^2 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-1;0).$

B. $(0;1).$

C. $\mathbb{R}.$

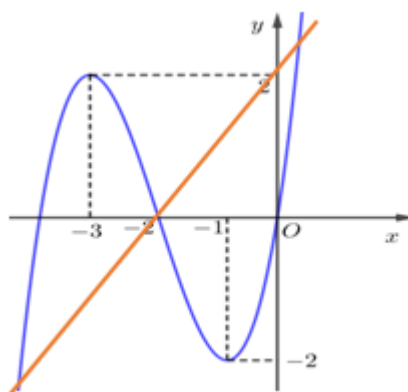
D. $(-1;1).$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x) = f'(x-2) - x = f'(x-2) - [(x-2) + 2]$

Phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-2) - [(x-2) + 2] = 0 \Leftrightarrow f'(x-2) = [(x-2) + 2] (*)$



Quan sát đồ thị ta thấy phương trình $f'(x) = x + 2$ có ít nhất 3 nghiệm
 $x_1 \in (-\infty; -3); x_2 = -2; x_3 \in (0; +\infty).$

Khi đó phương trình (*) có ít nhất các nghiệm $\begin{cases} x-2=x_1 \\ x-2=-2 \Leftrightarrow x=0 \\ x-2=x_3 \end{cases} \begin{cases} x=2+x_1 \in (-\infty; -1) \\ x=0 \\ x=2+x_3 \in (2; +\infty) \end{cases}.$

Xét trên khoảng $(2+x_1; 2+x_3)$:

➤ $g'(x) > 0, \forall x \in (2+x_1; 0)$ nên trên khoảng $(2+x_1; 0)$ hàm số đồng biến.

➤ $g'(x) < 0, \forall x \in (0; 2+x_3)$ nên trên khoảng $(0; 2+x_3)$ hàm số nghịch biến.

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ là đúng.

Câu 39. Tìm m để phương trình $\log_2(x^3 - 3x) = m$ có ba nghiệm phân biệt

A. $m > 0$.

B. $m > 1$.

C. $m < 1$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện : $x^3 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{3} < x < 0 \\ \sqrt{3} < x \end{cases}.$

Ta có: $\log_2(x^3 - 3x) = m \Leftrightarrow x^3 - 3x = 2^m$

Đặt $f(x) = x^3 - 3x$ với $x \in (-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	0	↗ 2	↘ 0	↗ -2	0	$+\infty$

Dựa vào bảng xét dấu, phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < 2^m < 2 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 40. Có 3 bạn nữ và 5 bạn nam được xếp trên một ghế dài. Tính xác suất để trong 3 bạn nữ không có 2 bạn nữ nào ngồi cạnh nhau?

A. $\frac{3}{28}$.

B. $\frac{25}{28}$.

C. $\frac{5}{14}$.

D. $\frac{1}{14}$.

Lời giải

Chọn C

$n(\Omega) = 8!$

Gọi A là biến cố : “trong 3 bạn nữ không có 2 bạn nữ nào ngồi cạnh nhau”.

Xếp 5 bạn nam tùy ý vào 1 hàng, có $5!$ cách.

Chọn 3 trong 6 vị trí xen giữa 2 nam hoặc 2 vị trí ngoài cùng để xếp 3 nữ, có A_6^3 cách.

$n(A) = 5! \cdot A_6^3$

Vậy $P(A) = \frac{5! \cdot A_6^3}{8!} = \frac{5}{14}$

- Câu 41.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn điều kiện $|z|^2 - 5z - 5\bar{z} = 0$ là
- A.** Đường tròn tâm $I(5;0)$, bán kính $R=5$. **B.** Đường thẳng đi qua gốc tọa độ.
- C.** Đường tròn có bán kính $R=1$. **D.** Đường tròn tâm $I(5;0)$, bán kính $R=3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó, ta có

$$|z|^2 - 5z - 5\bar{z} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 5(x + yi) - 5(x - yi) = 0$$

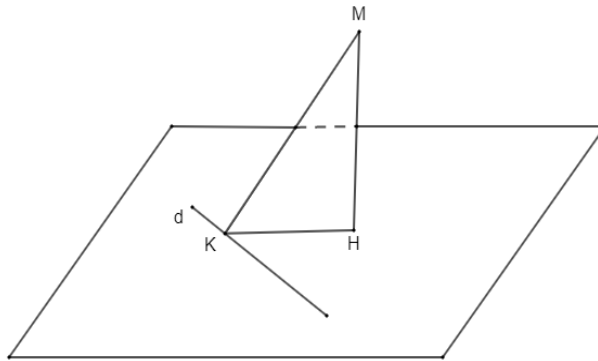
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 25.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(5;0)$, bán kính $R=5$.

- Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;3)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất là
- A.** $x - 8y + 14z - 15 = 0$. **B.** $x + 8y - 14z + 15 = 0$.
- C.** $x + y - z - 6 = 0$. **D.** $x - 8y - 14z - 15 = 0$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $H; K$ lần lượt là hình chiếu của M lên (P) và (d) . Khi đó ta có $MH \leq MK$.

Vậy khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất chính bằng khoảng cách từ M đến (d) hay $H \equiv K$.

$$\text{Đường thẳng } (d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

K là hình chiếu của M lên (d) nên gọi $K(1+2t; 2t; 1+t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} = (2t-1; 2t; t-2), \overrightarrow{u_d} = (2; 2; 1)$.

$$\overrightarrow{MK} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2t - 1) + 2 \cdot 2t + 1 \cdot (t - 2) = 0 \Leftrightarrow 9t = 4 \Leftrightarrow t = \frac{4}{9}.$$

Ta có $K\left(\frac{17}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua $K\left(\frac{17}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$, nhận $\overrightarrow{MK} = \left(-\frac{1}{9}; \frac{8}{9}; -\frac{14}{9}\right)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $\frac{-1}{9} \cdot \left(x - \frac{17}{9}\right) + \frac{8}{9} \cdot \left(y - \frac{8}{9}\right) - \frac{14}{9} \cdot \left(z - \frac{13}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 8y + 14z - 15 = 0$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có cạnh đáy bằng a , góc tạo cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $SABCD$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

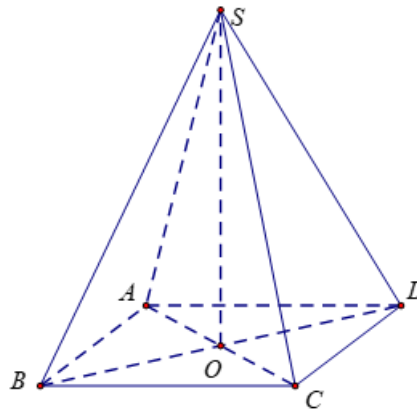
B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Hình chóp $SABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$, O là giao điểm của AC và BD .

Khi đó góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy $(ABCD)$ chính là góc $SAO = 45^\circ$.

Suy ra tam giác SAO vuông cân tại $O \Rightarrow AO = SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 2)$, $B(-1; 1; 3)$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua A , B tạo với mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z - 2 = 0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Khi đó khoảng cách từ $M(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (P) là

A. $\sqrt{3}$.

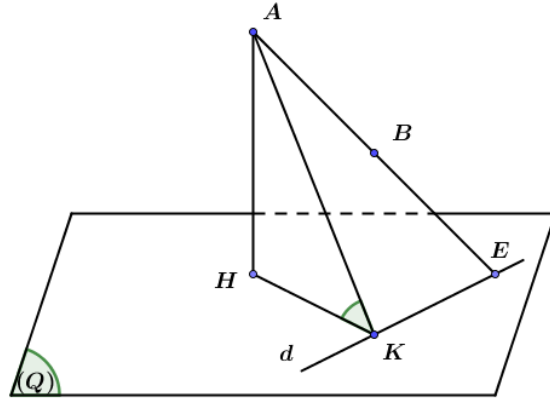
B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi d là giao tuyến của (P) và (Q) , E là giao điểm của AB và d .

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Q) , suy ra độ dài đoạn AH không đổi.

Dựng $AK \perp d$ ($K \in d$).

Ta có $((P), (Q)) = (KA, KH) = AKH$

Vì $\sin AKH = \frac{AH}{AK}$, nên $((P), (Q))$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi AK lớn nhất, tức là $K \equiv E$.
Suy ra $AB \perp d$.

Khi đó $\begin{cases} d \perp AB \\ d \perp \overrightarrow{n_Q} \end{cases} \Leftrightarrow$ Vtcp của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_Q}] = (3; 0; 3)$ với

$\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1), \overrightarrow{n_Q} = (2; -1; -2)$ là vtpt của mặt phẳng (Q) .

Lại có $\begin{cases} AB \subset (P) \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = [\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{AB}] = (6; 6; -6)$ là vtpt của mặt phẳng (P) .

$$\Rightarrow (P): x + y - z + 3 = 0$$

$$\Rightarrow d(M, (P)) = \frac{|1 + 2 - 3 + 3|}{\sqrt{1+1+1}} = \sqrt{3}.$$

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Theo đề $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 8$ (I)

và $(z - 1)^2 = [(x-1) + yi]^2 = (x-1)^2 - y^2 + 2yi(x-1)$ là số thuần ảo khi:

$$\begin{cases} 2y(x-1) \neq 0 \\ (x-1)^2 - y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ y \neq 0 \\ \begin{cases} y = x-1 \\ y = -x+1 \end{cases} \end{cases} \quad (\text{II})$$

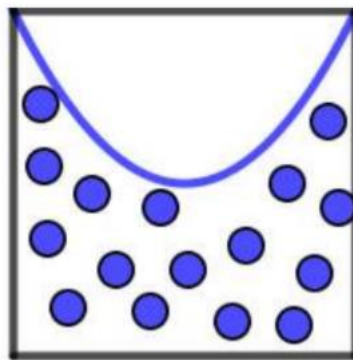
$$\text{Thay (II) vào (I) ta có: } \begin{cases} x \neq 1 \\ y \neq 0 \\ \begin{cases} (x+2)^2 + (x-2)^2 = 8 \\ (x+2)^2 + x^2 = 8 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ y \neq 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$

$$x = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{3}$$

$$x = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{3}$$

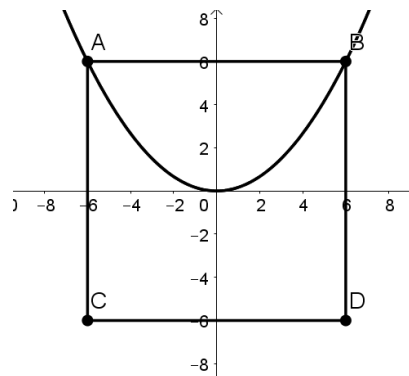
Câu 46. Ông An có mảnh vườn hình vuông cạnh 12m, ông đào một hồ nước tưới rau trên mảnh vườn đó có dạng parabol có đỉnh tại tâm hình vuông, parabol này đi qua hai đỉnh của hình vuông. Phần còn lại ông trồng rau để bán, mỗi lần thu hoạch rau ông bán được 35.000 đồng/ m^2 . Giả sử năng suất rau trên cả mảnh vườn là như nhau, thu hoạch cả mảnh vườn ông An thu được số tiền là



A. 3.000.000 đồng. **B.** 3.630.000 đồng. **C.** 1.680.000 đồng. **D.** 3.360.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó parabol đối xứng qua trục tung nên có hàm số dạng $y = ax^2 + c$. Thay tọa độ hai điểm $(0;0)$ và $(6;6)$ vào hàm số ta tìm được $y = \frac{1}{6}x^2$.

Khi đó diện tích phần đất trồng rau là: $S = 12^2 - \int_{-6}^6 \left(6 - \frac{1}{6}x^2\right) dx = 96\text{m}^2$.

Suy ra thu hoạch được $96 \times 35.000 = 3.360.000$ đồng.

Câu 47. Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0(1)$. Điều kiện của tham số m để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2 < x_3$ là:

- A.** $m = -1$. **B.** $-3 \leq m \leq -1$. **C.** $-3 < m < -1$. **D.** $-1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0(1) \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 1 = m$

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	-3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $-3 < m < -1$.

Câu 48. Cho phương trình $\sin 2x - 2m \cos x - \sin x + m = 0(1)$. Điều kiện của tham số m để phương trình (1) có bảy nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 3\pi)$ là:

- A.** $m \in (0; 1) \setminus \frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $0 \leq m \leq 1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 \leq m \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin 2x - 2m \cos x - \sin x + m = 0(1)$

$$\Leftrightarrow 2\sin x \cos x - \sin x + m(1 - 2\cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(2\cos x - 1) + m(1 - 2\cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\sin x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} & (2) \\ \sin x = m & (3) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Do $x \in (0; 3\pi)$ nên (2) có 3 nghiệm $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}$ thoả mãn. Vậy để phương trình (1) có bảy nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 3\pi)$ thì phương trình (3) phải có bốn nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 3\pi)$ khác các nghiệm $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{2}$	3π
$\sin x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Từ bảng biến thiên ta có bài toán thoả mãn khi và chỉ khi $m \in (0; 1) \setminus \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $SA = AB = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AHK$.

A. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

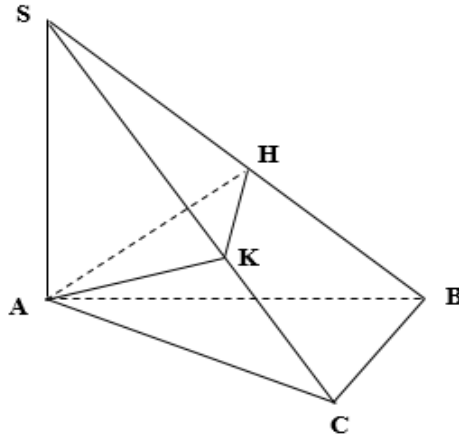
B. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

D. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} \Leftrightarrow V_{S.AHK} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} \cdot V_{S.ABC} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot SA$ (*)

Đặt $AC = x$ ($0 < x < 2$). Khi đó: $BC = \sqrt{4 - x^2}$, $SC = \sqrt{4 + x^2}$

Mặt khác: $\triangle SAB$ cân tại A , $AH \perp SB$ nên $\frac{SH}{SB} = \frac{1}{2}$

Và $\triangle SKA \sim \triangle SAC$ nên $\frac{SK}{SA} = \frac{SA}{SC} \Leftrightarrow \frac{SK}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4}{4 + x^2}$

Thay vào (*) ta được: $V_{S.AHK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4 + x^2} \cdot \frac{1}{6} \cdot x \cdot \sqrt{4 - x^2} \cdot 2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{4 - x^2}}{4 + x^2}$

Đặt $y = \frac{x\sqrt{4 - x^2}}{4 + x^2}$ ($0 < x < 2$)

Khi đó: $y' = \frac{-12x^2 + 16}{\sqrt{4 - x^2} \cdot (4 + x^2)^2}$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ($0 < x < 2$)

Ta có BBT:

x	0	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
y'	+	0	-
y	0	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	0

Vậy $y_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ khi $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Nên thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AHK$ là: $V_{\max} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{6}$

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn: $|z - 3| + |z + 3| = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo bài ra: $|z - 3| + |z + 3| = 10 \Leftrightarrow |(x - 3) + yi| + |(x + 3) + yi| = 10$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} + \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} = 10$$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} + 1 \cdot \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} = 10 \quad (*)$$

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki cho vế trái của (*) ta được:

$$10 = 1 \cdot \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} + 1 \cdot \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)} \cdot \sqrt{(x - 3)^2 + y^2 + (x + 3)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow 10 \leq \sqrt{2(2x^2 + 2y^2 + 18)} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2 + 9} \geq 5 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 9 \geq 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 16 \Leftrightarrow |z| \geq 4$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} = \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \pm 4 \end{cases}$$

Hay $z = \pm 4i$

Vậy $|z|_{\min} = 4$.

∞ HẾT ∞